



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Universitätsbibliothek Paderborn

Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften

Natorp, Paul

Leipzig [u.a.], 1910

§ 3. Die Zeit als mathematisches Gebilde.

urn:nbn:de:hbz:466:1-35817

§ 3. (*Die Zeit als mathematisches Gebilde.*) Nimmt man zunächst die Zeit so in Betracht, wie sie in der grundlegenden Wissenschaft von der Natur, der reinen Bewegungslehre oder Mechanik zugrunde gelegt wird, so stellt sie sich dar als feststehende, unverrückbar einzige Ordnung, in welche alle Objekte der Natur sich einreihen, die sie gleichsam durchlaufen müssen. So hat besonders Newton in dem gewichtigen Scholion zu den Eingangsdefinitionen seiner „Prinzipien“ sie eindringlich gezeichnet: Die absolute, wahre, mathematische Zeit, in sich und ihrer Natur nach, ohne Beziehung auf irgendetwas Äußeres, fließt gleichförmig. . . . Der Fluß der absoluten Zeit kann sich nicht ändern; (denn) die Dauer oder Beharrung der Existenz der Dinge ist (eine und) dieselbe, sei die Bewegung schnell oder langsam oder gar keine . . . die Zeiten und die Räume sind gleichsam die Örter (*loca*, Systeme von Stellen) ihrer selbst und aller Dinge. In der Zeit, nach der Ordnung der Aufeinanderfolge¹⁾, im Raume, nach der Ordnung der Lage²⁾, findet alles seine Stelle (*locantur universa*); es ist in ihrem Wesen begründet, daß sie Stellen sind; und daß die ersten (d. i. ursprünglichen) Stellen (*primaria loca*) sich bewegen (d. h. ihre Stellen wechseln) sollten, ist absurd; folglich (und in diesem Sinne) sind sie die absoluten Stellen, und allein die Übertragungen von diesen Stellen (auf andere) sind die absoluten Bewegungen. — Der entscheidende Grund für diese Aufstellungen ist ersichtlich dieser: die primäre, letztlich grundlegende Bedeutung der Zeit (wie ebenfalls des Raumes) für die Stellenordnung der Existenz verlangt ihre absolute Einzigkeit, Unverrückbarkeit, und deshalb auch Gleichförmigkeit und Stetigkeit.

Nach diesem Begriff aber deckt sich die Zeitordnung,

1) dem Aristotelischen πρότερον και ὕστερον (Vor und Nach).

2) der Aristotelischen θέσις (Position, Gelegen- oder Gesetztheit, Sitz oder Stand).

was ihre rein mathematischen Eigenschaften betrifft, vollständig mit der eindimensionalen geraden Reihenordnung der Zahl. Ganz und gar so, als Zahlreihe, stellt die Zeit sich dar in den Bewegungsgleichungen der Mechanik und der gesamten Physik. Alle Veränderung in der Natur mißt sich zuletzt an dieser einzigen Grundskala, die als unabhängig Variable t (*tempus*) bloß mathematisch betrachtet nichts ist, als die Zahlreihe selbst, und zwar zunächst die Reihe der Ordnungszahlen von $-\infty$ zu $+\infty$. Sie kann, sie darf nichts anderes sein, wenn sie ihr Amt erfüllen soll: die Darstellung aller Vorgänge der Natur in einem einzigen Funktionalzusammenhang als erstwesentliche Bedingung zu ermöglichen. Denn diese erfordert, als letzte Grundlage eben der funktionalen Beziehung, eine solche Grundskala als Ur-Maßreihe, die, eben um diese ihre Funktion zu erfüllen, notwendig als eindimensionale, stetige, homogene, gerade Reihe, mithin als die Zahlreihe, genau so wie wir sie konstruiert haben und konstruieren mußten, zugrunde zu legen ist. Das ist der rein mathematisch ausgedrückte Sinn der Newtonschen Sätze: daß in der Zeit (wie andererseits und aus gleichem Grunde im Raum) „*universa locantur*“ — alles, nämlich was in die einzige Ordnung der Natur sich als Glied einfügen soll, seine Stelle finden muß; und daß die letzten Stellen nicht selbst ihre Stellen wechseln (sich verschieben) können, das will besagen: daß sie nur so unverrückbar feststehend angesetzt werden können, um ihre Funktion der Stellenordnung für „alles“, was zur Natur gehört, zu erfüllen.

Aus dem gleichen, rein transzendentalen Grunde kann die Zeit weder ungleichförmig noch unstetig noch von mehr als einer Dimension gedacht werden. Nämlich eine ungleichförmige Ordnung müßte erst wieder auf eine andere, gleichförmige zurückbezogen werden, wenn ihre Ungleichförmigkeit in einer denkbaren Einheit der Existenz möglich sein, ja wenn diese Ungleichförmigkeit selbst auch nur sollte

ausgedrückt und bestimmt werden können. Ebenso eine unstetige Zeit würde erstens die Einheit der Existenz zerreißern, und würde zweitens dennoch die stetige, und zwar als ihr voraufgehend und zugrundeliegend, schon ihrem Begriff nach fordern, da sie überhaupt nur in Beziehung auf sie als unstetig erkannt und bestimmt werden könnte. Und so endlich ist die Eindimensionalität unerlässlich gefordert von der letzten, darum absolut einzigen Grundlage der Ordnung nicht sowohl des Existierenden als seiner Existenz selbst; denn nicht die Inhaltsbestimmung dessen, was existiert, betrifft die Zeit selbst und als solche, sondern der wechselnd bald so bald so sich bestimmende Inhalt des Existierenden, die nach bestimmten Gesetzen sich entwickelnden Wertreihen $x_0 x_1 x_2 \dots$, $y_0 y_1 y_2 \dots$ usf. irgendwelcher Veränderlichen x , $y \dots$ sind, hinsichtlich dieses Wechsels ihrer Bestimmung von Punkt zu Punkt im Veränderungsgange der Natur, zu beziehen auf eine einige und selbige, ihnen allen zuletzt zugrunde liegende Stellenordnung, welche eben die Zeit bedeutet. Sie ist einfach die gemeinsame Reihe der Ordnungszahlen für die in einem einzigen Funktionalzusammenhang unter sich zu verknüpfenden Wertreihen sämtlicher in das einzige System der Existenz eingehenden Veränderlichen. So fließt die Zeit, als einzige Ordnung des Existierens, niemals zusammen mit den Inhaltsbestimmungen des Existierenden. Und gerade so muß sie, nicht bloß nur einzig, sondern, gleich der ursprünglichen Reihe der Ordnungszahlen, auch nur eindimensional gedacht werden.

Wenn also, worauf so vieles hindrängt, zwischen Zeit und Zahl ein besonders enger Zusammenhang besteht, so sind es doch unmittelbar und bedingungslos nur die Eigenschaften der Ordnungs- oder Stellzahl, die an der Zeit sich wiederfinden. Zwar können irgendwelche Zeitzusammenhänge (Zeitfolgen, Abstände, Strecken) durch Maßzahlen dargestellt werden; aber nur so, wie auch in einem System

bloßer Ordnungszahlen solche Zusammenfassungen möglich sind, also nur folgeweise und genau nur soweit, als die Maßbeziehungen Ordnungsbeziehungen ausdrücken und ihnen äquivalent bleiben, nicht aber, soweit überhaupt die Maßbeziehung ihrer eigentümlichen Gesetzlichkeit nach sich erstreckt. Zeitordnung ist in sich nur Ordnung des Nacheinander, d. h. des Einen nach dem Anderen, richtiger: des Anderen nach dem Einen, oder des Folgens auf ein Voraufgehendes; und nur indem wiederum eine Folge sich an eine andere an- und mit ihr in einer umfassenderen zusammenschließt, ergibt sich sekundär eine Messung der Zeit. In dieser wird aber vom Nacheinander eigentlich abgesehen, das Nacheinander wie in ein Miteinander, die Zeit wie in den Raum projiziert. Darum müssen nicht etwa alle Bestimmungen des Miteinander auch für das Nacheinander gelten.

Leicht könnte man auf den Gedanken geführt werden, daß aus eben diesem Grunde wenigstens die Eigenschaft der Stetigkeit der Zeit nicht eigentlich oder nicht ursprünglich zukommen könne; wie sie auch der Ordnungszahl zunächst fremd scheint. Die Aufeinanderfolge, das Erstens, Zweitens usf. scheint eher Diskretion zu fordern, die auch durch immer fortgesetzte Zwischenschiebung dichter Aufeinanderfolgen sich nicht in Kontinuität verwandeln würde. Aber wir haben früher gesehen, daß gerade der die Ordnungsbeziehung fundamental begründende Begriff des Zwischen, in seiner notwendigen Überordnung über alle Maßbestimmung, das ist, was die Kontinuität der Zahlreihe zuletzt begründet. Ganz im gleichen Sinne und aus gleichem Grunde ist sie daher auch der Zeitreihe als ursprünglich eigenes, nicht von der Maßbeziehung erst erborgtes Merkmal zuzuerkennen. Daher hebt Newton mit Recht gerade das Merkmal der Stetigkeit, unter dem Namen des „Fließens“, an der Zeit hervor. Indessen ist dieser Ausdruck nicht ganz unbedenklich. Die Zeit selbst ist ja, wie gerade Newton stark betont, nicht veränderlich, so wie auch nicht

die Zahl. Sondern so wie das Gezählte, seiner Zahl nach, sich von Null oder irgendeinem bestimmten Werte an stetig ändern mag, so durchläuft das zeitlich zu Bestimmende, hinsichtlich seiner Zeitbestimmung, die Zeitlinie stetig. So wenig wie überhaupt dieser Verlauf oder Fortgang der Zeit selbst zufällt (die Zeit verläuft sich nicht, sagt Kant mit Recht, sondern in ihr verläuft sich alles), so wenig betrifft die Stetigkeit des Fortgangs unmittelbar die Zeit. Aber als allgemeine und ursprüngliche Bedingung der Möglichkeit solches Fortganges nimmt allerdings die Zeit, nicht anders als die Zahl für die Zählung, das Merkmal der Stetigkeit gleichsam auf sich; also nicht als selbst veränderlich, sondern vielmehr (nach Kant) „stehendes und bleibendes Korrelat“ der Veränderung. Aber doch ihr zufolge ist die Veränderung in der Natur stetig zu denken, nicht sie erst zufolge der Veränderung. Gerade in ihrer unwandelbaren Gleichheit begründet sie die Stetigkeit der Veränderung. „Stetigkeit“ kommt von „stets“; sie bedeutet gerade die stets gleiche, also immerfort, unveränderlich waltende Beziehung, die erst die diskrete Mannigfaltigkeit (hier das Außereinander der Zeitpunkte) in innerer, nämlich reiner Denkeinheit (als Punkte in dem einen und selbigen Zusammenhange der Zeit) zusammenschließt. Mathematisch drückt sich daher die Stetigkeit der Veränderung aus durch die Beziehung des Differential, z. B. des durchlaufenen Weges, auf das Differential der Zeit, die sich damit, wie überhaupt als Maß, so auch als stetiges und gleichförmiges Maß zu erkennen gibt.

Diese immer gleiche Beziehung des Vor und Nach und damit des Zwischen begründet zugleich den Charakter der Zeit als gerader Reihe. Die Zeit ist mathematisch nicht bloß überhaupt durch das eindimensionale (lineare) Kontinuum, sondern durch die Gerade zu repräsentieren: weil die Art der Beziehung jedes ihrer Elemente zu jedem, welches auch als Bezugspunkt gewählt werden mag, schlecht-

hin einzig und identisch ist. Denn die Zeit ist in sich nicht bloß einzig gerichtet, sondern streng gesprochen nur ein-sinnig; sie geht stets vorwärts, nie zurück oder irgendwie von ihrer Bahn seitab. Eine rückläufige Zeitbetrachtung ist im eigentlichen Sinne nicht möglich. Man kann die Zeit selbst nicht umkehren, das Voraufgehen zum Nachfolgen, das Nachfolgen zum Voraufgehen machen; man kann nur etwa den Zeitinhalt in umgekehrter Folge aufmarschieren lassen, wobei die Zeit selbst immer gleichmäßig vorwärts läuft. Man stellt die Vergangenheit nicht vor, indem man die Zeitlinie rückwärts, gleichsam bergan durchläuft, sondern man versetzt sich unvermittelt in den früheren Zeitpunkt, als wäre er jetzt, oder jetzt er; von da ab aber verfolgt man ihren Ablauf wiederum ihrem eigenen Sinne gemäß vorwärts. Wollte man gewaltsam den Zeitlauf selbst umwenden, so wäre es nicht anders, als ob man sich zwänge zu zählen: 10, 9, 8 . . .; d. h., man tauscht im Grunde doch bloß die Worte, nennt Nachfolgen Vorhergehen, Vorhergehen Nachfolgen; die Zeit selbst aber lacht uns aus und geht, in buch-stäblicher Bedeutung eigensinnig, ihren Weg vorwärts, nie zurück, so wie das Wasser nur zu Tal läuft. So kann die Zeit auch nicht im Vorwärtsgehen dennoch, wie in einem Kreislauf, in sich zurückkehrend, es kann nicht in Zukunft die Vergangenheit wiederkehrend gedacht werden, so wie man in der Zahlreihe immer weiter zählend auch durch noch so unendliche Sprünge nicht zum ursprünglichen Ausgang zurückkommt. Möchten alle Dinge wiederkehren, ihr Frühersein wird damit nicht ihr Spätersein, ihr Spätersein nicht ihr Frühersein, sondern es wiederholt sich nur im späteren Zeitpunkt, was schon im früheren war; die Zeiten selbst bleiben, was sie sind: Früher und Später, und nicht umgekehrt. Auch eine Frage, ob zwischen zwei Punkten der Zeit etwa mehr als eine Zeitlinie möglich sei, kann gar nicht auftreten; durch zwei beliebige Zeitpunkte ist die Zwischenzeit und ist die ganze Zeit vor- und rückwärts ins

Unendliche in absoluter Eindeutigkeit bestimmt, da zu ihrem Aufbau nichts weiter zu Gebote steht oder erforderlich ist als die einzige, immer identische Grundrelation des Vor und Nach. Und diese Eindeutigkeit ergibt sich nicht erst durch eine Wahl unter *a priori* gleich denkbaren Voraussetzungen, sondern es ist von Anfang an nur das Eine zulässig. Es gibt ja hier kein höheres Kontinuum, etwas wie eine Zeitebene, in die die Zeitlinie sich als Kurve einzeichnete. Denn eben weil die Zeit durchaus nur einsinnig ist, gibt es für sie keine Mehrheit von Richtungen, also auch nicht von Dimensionen. Sie hat eben damit auch keine Breite. Zwar hat gelegentlich Kant die Gleichzeitigkeit ihre zweite Dimension genannt. Das ist aber nichts als ein ungenauer Ausdruck. Nicht zwei Zeiten sind (im Zeitsinn) zugleich, sondern zwei Ereignisreihen können gleichzeitig, d. h. in derselben, stets einzigen und eindimensionalen Zeit ablaufen. Ihr Zugleichsein ist keine Bestimmung der Zeit; es besagt nur, daß beide dieselbe Folge von Ordnungszahlen 0, 1, 2 . . . gemein haben. Selbst die Bezeichnung der Zeit als eindimensional schließt noch eine kleine Ungenauigkeit ein; strenger wird man sagen: eine Dimensionsbetrachtung leide auf sie überhaupt keine Anwendung.

Diese absolute Einsinnigkeit der Zeit scheint ihren Grund zuletzt darin zu haben, daß die Zeitrelation als solche und ursprünglich Disposition, nicht Komposition, Auseinanderstellung, nicht Zusammenstellung ist. Nicht als ob sie die Verbindung, den Zusammenhang ganz zunichte machte (dann könnte sie nicht Ordnung sein); vielmehr macht die Sonderung den notwendigen Zusammenhang erst recht durchsichtig (wie besonders am Merkmal der Stetigkeit deutlich wird). Aber die zeitliche Anordnung als solche verbindet nicht, sondern legt auseinander; sie faßt das Mannigfaltige als Mannigfaltiges: Eines, ein Anderes, wieder ein Anderes usf. ins Auge. Am deutlichsten spricht sich dies in Hinsicht der Existentialbedeutung der Zeit darin

aus, daß, wenn ein Zeitpunkt „ist“, alle anderen „nicht sind“ (nicht mehr oder noch nicht). Diese Verneinung, die von der Zeitordnung untrennbar ist, weist bestimmt auf eine Sonderung hin, die im gleichen Sinne in der Raumordnung nicht liegt. Zwar ist auch das Hier nicht Dort, das Dort nicht Hier; aber beide sind zusammen, d. h., mit dem Einen ist notwendig das Andere zugleich gesetzt; „zugleich“ nicht bloß im Zeitsinn, sondern auch, wenn von der Zeitbeziehung ganz abgesehen wird, sozusagen zu gleichen Rechten: weil die Raumordnung als solche eben Zusammenordnung, Ordnung des Miteinander ist, also in ihr die Verbindung als Verbindung ebenso vorwaltet und ursprünglich bestimmend ist, wie in der Zeit die Sonderung als Sonderung. Dieser gründliche Unterschied liegt aber schon in der Zahl nach ihrer Doppelbedeutung als Ordnungs- und Maßzahl. Auch die Folge der Ordnungszahlen kann aus gleichem Grunde wie die der Zeit an sich nur einsinnig fortschreitend gedacht werden. Das schon Gezählte zählt nicht ferner; im Übergang zum Zweiten wird das Erste, im Übergang zum Dritten das Erste und Zweite usf. auf Seite gesetzt, zurückgelassen; während in den Zwei die Eins, in den Drei die Eins und die Zwei eingeschlossen bleiben. Die bloße Reihenordnung ist also gleichsam Auflösung in die Elemente, in der nicht die Verbindungsmöglichkeit aufgehoben, aber jedenfalls von irgendeiner bestimmten Art, einem besonderen Gesetz und also einem unterschiedlichen Wie der Verbindung abgesehen, nur die Elemente als überhaupt verbindbar zurückbehalten werden. Dies ist es, was wir als „Disposition, nicht Komposition“ auszudrücken suchten. Dies aber gilt von der Zählung, sofern sie bloß Akzentuierung und gleichsam Bezifferung und nur soweit Ordnung ist; es gilt ebenso und aus gleichem Grunde von der Zeit als der „Zahl der Existenz“; dagegen nicht vom Raum.