



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Universitätsbibliothek Paderborn**

### **Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften**

**Natorp, Paul**

**Leipzig [u.a.], 1910**

§ 11. Das Relativitätsprinzip von Lorentz, Einstein, Minkowski.

**urn:nbn:de:hbz:466:1-35817**

Blick auf diese jüngste Wendung soll unsere Betrachtungen beschließen.

§ 11. (*Das Relativitätsprinzip von Lorentz, Einstein, Minkowski.*) H. A. Lorentz [108] war es gelungen, aus den bereits bekannten Grundgleichungen der Elektrodynamik für ruhende Körper solche für bewegte Körper abzuleiten, indem er statt der auf den ruhenden Äther bezogenen Koordinaten „relative“, nämlich auf ein in gleichförmiger Fortbewegung begriffenes System (z. B. die Erde in ihrer Bewegung um die Sonne) bezügliche einführte. Unter Ruhe des Äthers war hierbei verstanden, daß seine Teile sich nicht gegeneinander verschieben, und daß die Bewegung der ponderablen Massen relative Bewegung in Bezug auf den Äther ist. Während aber die so gewonnene Theorie sich übrigens den Erscheinungen gut anpaßte, blieb eine fundamentale Schwierigkeit zurück, nämlich, daß eine relative Bewegung der Erde gegen den Lichtäther, wie die Theorie sie einschloß, durch gewisse Experimente (Interferenzversuche von Michelson und Morley) als mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht existierend erwiesen war. Lorentz wußte für diesen seine Theorie empfindlich störenden Umstand keine andere Abhilfe zu finden als in der gewagten Hypothese, daß alle bewegten Körper, wägbare wie Elektronen, eine konstante Verkürzung in der Richtung ihrer Bewegung im Verhältnis von  $1 : \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  erfahren, wo  $v$  die Geschwindigkeit des bewegten Körpers (im gedachten Fall die Erdgeschwindigkeit),  $c$  die Lichtgeschwindigkeit ist. Diese Verkürzung versuchte er zu erklären durch die Annahme, daß auch die Molekularkräfte der Körper, welche deren Gestalt und Dimensionen bestimmen, ebenso wie die elektrischen und magnetischen durch den Äther vermittelt würden (a. a. O. 120—125).

A. Einstein (Ann. d. Phys. 17, 1905, 891 ff.) fand nun

aber, daß diese Schwierigkeit, zugleich mit anderen, sich in überraschend einfacher Weise auflöst durch genaue Berücksichtigung der Relativität aller empirischen Zeit- und Ortsbestimmung. Die Zeitbestimmung von Vorgängen, die an getrennten Orten sich ereignen, erfordert nämlich ganz bestimmte Voraussetzungen, die in der Anwendung meist nicht berücksichtigt werden, unter gewöhnlichen Umständen auch nicht berücksichtigt zu werden brauchen. Es sei die Zeit eines Vorgangs in einem Punkte  $A$  des Raumes nach der Zeigerstellung einer in  $A$  befindlichen Uhr, die eines Vorgangs in einem anderen Punkte  $B$  nach der Zeigerstellung einer in  $B$  befindlichen Uhr bestimmt; so können nicht ohne weiteres beide Vorgänge als gleichzeitig erkannt werden, sondern es müssen die Zeitangaben beider Uhren erst auf irgendeine Weise miteinander vermittelt werden; dies geschieht am einfachsten durch die Voraussetzung, daß die Zeiten, die das Licht braucht, um von  $A$  nach  $B$ , und, um von  $B$  wieder nach  $A$  zu gelangen, einander gleich sind. Aber diese Voraussetzung gilt ohne weiteres nur im ruhenden Raum. Die Vergleichen der Zeiten in bewegten Räumen unterliegt besonderen Bedingungen, die zugleich auch auf die Raummessungen Einfluß haben. Die Länge eines Stabes, im ruhenden Raum mit gleichfalls ruhendem Maße gemessen, und die des bewegten Stabes, mit gleichzeitig in derselben Bewegung befindlichem Maße gemessen, lassen sich ohne Bedenken gleichsetzen auf Grund der allgemeinen Voraussetzung, daß die Gesetze, wonach die Zustände physischer Körper sich bestimmen, davon unabhängig sind, ob sie auf ein ruhendes oder auf ein in gleichförmiger Fortbewegung (Translation) begriffenes Kräftesystem bezogen werden. Aber die Länge desselben, in Bewegung begriffenen Körpers, gemessen im ruhenden System, indem man durch im ruhenden System aufgestellte, nach der vorigen Voraussetzung gleichgehende Uhren ermittelt, in welchen Punkten des ruhenden Systems sich Anfangs- und End-

punkt des zu messenden Stabes allemal zu derselben Zeit befinden, ergibt sich nicht mehr gleich der auf die vorher angegebene Art gemessenen Länge, weil die Wege, die das Licht braucht, um vom Anfangs- zum Endpunkt des Stabes und zurück zu gelangen, mithin auch die Zeiten, jetzt nicht mehr gleich sind, nämlich der Hinweg durch das gleichzeitige Fortrücken des Stabes sich verlängert, der Rückweg dagegen sich verkürzt, während die Geschwindigkeit des Lichts immer gleich bleibt; was zur Folge hat, daß die Gleichzeitigkeit bei der Ortsbestimmung sich nicht mehr ebenso wie im vorigen Fall bestimmt. Allgemein ergibt diese Betrachtung, daß der Bestimmung der Gleichzeitigkeit auf Grund empirischer Messungen überhaupt keine absolute Bedeutung innewohnt, indem zwei Ereignisse, welche, von einem Koordinatensystem aus betrachtet, gleichzeitig sind, von einem relativ zu ihm bewegten Koordinatensystem aus betrachtet, sich nicht mehr als gleichzeitig darstellen. Es ändert sich also, indem man vom ruhenden zum gleichförmig bewegten Koordinatensystem übergeht, mit den Raumkoordinaten zugleich der Zeitparameter, und zwar in bestimmter Abhängigkeit von dem Verhältnisse der Geschwindigkeit der vorausgesetzten Translationsbewegung zur Lichtgeschwindigkeit. Hierbei ergibt aber die Rechnung, daß ein mit der Geschwindigkeit  $v$  in einer Richtung bewegter Körper, im bewegten Zustand vom ruhenden System aus gemessen, eine Verkürzung genau in dem von Lorentz berechneten Verhältnisse  $1 : \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  zeigen muß. Diese seltsame, von Lorentz rein rechnerisch gefundene, durchgehende Verkürzung jedes bewegten Körpers in der Richtung seiner Bewegung fordert also nicht noch eine besondere physikalische Erklärung, sondern folgt mit Notwendigkeit aus den Bedingungen der empirischen Zeit- und Ortsbestimmung bei bewegtem Standort, unter gleichzeitigem Fehlen eines absoluten Bezugssystems.

Es ergeben sich aus diesem an sich schon merkwürdigen Gesetz noch weitere unerwartete Konsequenzen; z. B. daß nicht bloß alle in der Natur möglichen Geschwindigkeiten, zufolge der Bedingtheit unserer Zeit- und Ortsbestimmungen, notwendig kleiner als die Lichtgeschwindigkeit gesetzt werden müssen, sondern auch aus der Zusammensetzung zweier Geschwindigkeiten, deren jede kleiner als die Lichtgeschwindigkeit ist, stets eine Geschwindigkeit kleiner als die Lichtgeschwindigkeit resultiert, was bedeutet, daß die Lichtgeschwindigkeit selbst durch Zusammensetzung mit einer Unterlichtgeschwindigkeit nicht geändert wird, oder daß die Lichtgeschwindigkeit in der Physik die Rolle der unendlichgroßen Geschwindigkeit spielt (a. a. O., S. 903, 906). Es könnte für einen Augenblick eine Unstimmigkeit darin zu liegen scheinen, daß die Lichtgeschwindigkeit gleichermaßen fürs bewegte wie fürs ruhende System konstant angenommen wird. Einstein hat indessen bewiesen, daß die Lichtgeschwindigkeit für das bewegte System in der Tat notwendig konstant bleibt, wenn sie es im ruhenden System ist. Die Lichtgeschwindigkeit beweist sich eben durchweg als ein letzter Faktor, der in alle unsere empirischen Zeit- und Raummessungen gleichermaßen als Bedingung eingeht. Es gibt gar keine Möglichkeit, sie selbst als nicht konstant zu erweisen, solange es über sie hinaus kein Maß der zeitlichen und räumlichen Bestimmung mehr für uns gibt.

Die radikalsten, gerade die philosophische Seite der Frage tief berührenden Folgerungen aus den Entdeckungen von Lorentz und Einstein hat dann H. Minkowski<sup>1)</sup> ge-

1) In schwierigen mathematischen Deduktionen, Gött. Nachr. 1908, H. 1; in freierer Fassung in einem auf der Kölner Naturforscherversammlung 1908 gehaltenen Vortrag über „Raum und Zeit“ (Jahresber. d. Math.-Ver. Bd. 18, sep. bei Teubner 1909). Vgl. auch Hilberts Nachruf auf den mitten in der Ausführung seiner weittragenden Idee Verstorbenen, Gött. Nachr. 1909, H. 1.

zogen. Es ist seine These, daß jene von Lorentz zuerst in ihrer Bedeutsamkeit für die elektrodynamischen Gleichungen erkannte gleichzeitige Änderung der Raumkoordinaten und des Zeitparameters notwendig auf die ganze Physik, die Mechanik eingeschlossen, sich übertragen müsse, indem sie — nach der Formulierung Hilberts — eine „schon in den Begriffen des Raumes und der Zeit selbst enthaltene, diese beiden Begriffe gegenseitig verkettende und miteinander verschmelzende Eigenschaft“ darstelle. „Von Stund an“ — so drückt Minkowski selbst im Eingang seines oben genannten Vortrags sich aus — „sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken, und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbstständigkeit bewahren“. „Gegenstand unserer Wahrnehmung“, heißt es weiterhin, „sind immer nur Orte und Zeiten verbunden. Es hat niemand einen Ort anders bemerkt als zu einer Zeit, eine Zeit anders als an einem Orte.“

Hierzu ist sogleich eine Anmerkung zu machen. Die Zeit und der Raum „selbst“ sind, wie wir oben schon mit Kant zu betonen hatten, überhaupt nicht „Gegenstände der Wahrnehmung“. Von Wahrnehmung abhängig ist dagegen jede empirische Zeit- und Raummessung. Also kann es sich um die letztere hier überhaupt nur handeln; also nicht um die „Begriffe“ des Raumes und der Zeit selbst, wie es erst lautete. Die reinen, „absoluten“ Begriffe der Zeit und des Raumes sind überhaupt die Voraussetzungen jeder empirischen Zeit- und Raumbestimmung, also durch diese selbst auf keine Weise abänderlich. Sie stellen eben deshalb, mit allen auf sie bloß als solche bezüglichen Gesetzen auch der reinen Mechanik, nicht empirische Wirklichkeiten (weder Dinge noch Vorgänge) dar, sondern reine Abstraktionen von bloß mathematischer, nicht physikalischer Geltung. Der Sache nach wird dies ohne Zweifel auch von Einstein und Minkowski vorausgesetzt; aber da dieser Verhalt, bei

Minkowski namentlich, nicht ausgesprochen, sondern von Zeit und Raum von vornherein nur im empirischen Sinne geredet wird, so kann der irreleitende Schein entstehen, als sollten die rein mathematischen Begriffe der Zeit und des Raumes und mit ihnen die Abstraktionen der reinen Mechanik überhaupt um ihr Recht gebracht und nur ein empirischer Begriff der Zeit und des Raumes anerkannt werden, der dann aber (wie Minkowski eben zeigt) überhaupt nicht mehr einer, sondern unendlicher Variation unterworfen wäre. Dem mathematischen Physiker bedeuten eben Zeit und Raum nur das Bezugssystem für seine Gleichungen. Dieses ist allerdings, als auf bestimmte empirische Aufgaben bezogen, auch an sich wandelbar, durch die „Erscheinungen“ (welcher Begriff hier geradezu im Kantischen Sinne verstanden werden dürfte) niemals „eindeutig festgelegt“ oder „gegeben“ (Minkowski S. 7). Es ist daher für den erkenntniskritisch geschulten Leser ein durchaus nicht unerwartetes Ergebnis, daß wir (wie Minkowski S. 9 sagt) in der Welt (nämlich der Physik) überhaupt nicht mehr „den“ Raum, sondern unendlich viele Räume haben (und entsprechend nicht „die“ Zeit, sondern unendlich viele); „analog“ (setzt Minkowski hinzu) „wie es im dreidimensionalen Raum unendlich viele Ebenen gibt“. Aber wenn es dann weiter heißt: „Die dreidimensionale Geometrie wird ein Kapitel der vierdimensionalen Physik“, so wird damit der Unterschied von Mathematik und Physik verwischt, der geometrische Raum selbst in einer nicht zulässigen Weise zu einem Objekt der Physik gemacht. Es ist das übrigens wohl nur als eine bequeme Kürze des Ausdrucks zu deuten; gemeint ist ohne Zweifel nicht die dreidimensionale Geometrie (die allenfalls ein Kapitel einer vierdimensionalen Geometrie, aber nicht einer vierdimensionalen Physik genannt werden könnte), sondern die Gesetze physikalischer Bestimmung im dreidimensionalen Raum. Die Zeit als vierte Dimension zu den dreien des (physikalischen) Raumes

zu bezeichnen ist übrigens nicht anstößig, sondern entspricht ganz dem erweiterten Dimensionsbegriff, wie er seit Descartes bekannt und geläufig ist, wonach eine Dimension mehr einfach einen Parameter mehr bedeutet. Gleichartig wird damit aber der Zeitparameter den Raumkoordinaten nicht; seine Beziehung zu jeder der letzteren bleibt grundverschieden von der Beziehung dieser unter sich; die „Union“, von der Minkowski spricht, liegt nur darin, daß alle vier Parameter miteinander und in bestimmter Abhängigkeit voneinander der gleichen Relativierung verfallen.

Richtig dagegen und sehr wichtig ist, daß die Gesetze der abstrakten, auf die absolute mathematische Zeit und den absoluten mathematischen Raum bezogenen Mechanik nicht schon physikalische Gesetze sind. Je strenger sich die Mechanik als „reine“ Wissenschaft gleich der Mathematik und in sozusagen stetigem Zusammenhang mit dieser konstituiert, um so weniger darf sie eine andere Geltung als die einer Abstraktion völlig auf gleicher Linie mit denen der reinen Mathematik beanspruchen. Physik, also auch Mechanik, sofern sie physikalische Geltung haben soll, ist als solche eine empirische Wissenschaft; sie kann nur mit einem Bezugssystem arbeiten, welches statt der idealen absoluten Eindeutigkeit der Zeit- und Ortsbestimmungen die höchste unter den gegebenen Bedingungen erreichbare empirische Eindeutigkeit zuwege bringt. Empirische Wissenschaft kann nur mit empirischem Maße messen; sie wird aber als Grundlage ihrer Messungen das größte erreichbare empirische Maß benutzen. Dieses ist für den gegebenen Stand der physikalischen Empirie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im freien Raum. Indem also diese als letzte Konstante allen physikalischen Zeit- und Raummessungen zugrunde gelegt, und zugleich beachtet wird, daß (wie aus der vorgeführten Betrachtung von Einstein sehr klar wird) empirische Zeit- und Raummessung gänzlich aneinander und an diese gleiche letzte Voraussetzung der Lichtge-

schwindigkeit gebunden sind, erhält das Zeit-Raum-System der Physik mit Notwendigkeit jene vierdimensionale und freibewegliche („nichteuclidische“) Gestalt, die bei Minkowski sich ergibt; und die Zeit drückt sich hierbei in der Tat mathematisch ganz analog einer vierten Dimension zu den drei Dimensionen des Raumes aus.

§ 12. (*Kritische Beleuchtung des Relativitätsprinzips und Bestätigung des Idealismus.*) Blicken wir von diesem Ergebnis nun noch einmal zurück auf unsere früheren, von Newton und Kant ausgehenden, rein logischen Aufstellungen über Zeit und Raum, so erkennen wir in dem Minkowskischen Relativitätsprinzip nur die konsequente Durchführung des bereits von Newton aufgestellten, von Kant festgehaltenen und schärfer gefaßten Unterschieds der reinen, absoluten, mathematischen von der empirischen, physikalischen Zeit- und Raumbestimmung, welche letztere durchaus nur relativ sein kann. Ohne Grund hat man jene Unterscheidung selbst von den neuen Anschauungen aus anfechten zu müssen geglaubt; sie wird im Gegenteil gerade durch sie dem Prinzip nach unwidersprechlich bestätigt, allerdings zugleich in der Durchführung noch weiter verschärft und strenger ausgestaltet.

Die Mechanik Newtons, wie sie überwiegend von den Nachfolgenden verstanden worden ist, (vielleicht nicht seiner eigenen Auffassung nach) stellt, von dem neuen Standpunkt aus betrachtet, eigentlich einen Versuch dar, den ideellen absoluten Bestimmungen doch noch eine unmittelbar physikalische Bedeutung zu retten, während sie ihrer Natur nach nur eine abstrakte Bedeutung beanspruchen können und in jeder empirischen Anwendung bestimmte Modifikationen erfahren müssen. Diese erforderliche Modifikation drückt sich bei Minkowski aus als Ersatz der „Gruppe  $G_\infty$ “ durch die „Gruppe  $G_c$ “, was der Sache nach besagt, daß an Stelle der abstrakten, auf die absolute mathematische Zeit und