



UNIVERSITÄT PADERBORN

Dissertation

**Ein dreistufiger integrierter Planungsansatz  
zur mehrstufigen Losgrößen- und Reihenfolgeplanung  
in der spanenden Fertigung**

M.Sc. Florian Isenberg

Schriftliche Arbeit zur Erlangung des akademischen Grades  
Doctor rerum politicarum (Dr. rer. pol.)  
im Fach Wirtschaftsinformatik eingereicht an der

Fakultät für Wirtschaftswissenschaften der  
Universität Paderborn

Juni 2017

Gutachter:

1. Prof. Dr. Leena Suhl
2. Prof. Dr. Wilhelm Dangelmaier



## Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle ganz herzlich bei allen Personen bedanken, die mich bei der Erstellung dieser Arbeit unterstützt und mich auf dem Weg zur Fertigstellung begleitet haben.

Insbesondere gilt mein Dank meiner Betreuerin Prof. Dr. Leena Suhl, die mir die Gelegenheit einer Promotion erst ermöglicht hat. Sie hat mich über die gesamte Zeit unterstützt und mir mit geistreichen Diskussionen und Rat zur Seite gestanden. Weiterhin möchte ich auch Prof. Dr. Wilhelm Dangelmaier für die Übernahme des Zweitgutachtens danken. Auch er hat mir bereits in einer frühen Phase der Promotion seine Unterstützung zukommen lassen.

Ganz besonders bedanken möchte ich mich auch bei meinen ehemaligen Kollegen des Decision Support & Operations Research Labs. Aufgrund der freundlichen Arbeitsatmosphäre und dem außerordentlich guten Miteinander hat das Arbeiten sehr viel Spaß gemacht. Auch bei fachlichen Gesprächen oder Diskussionsbedarf war auf meine Kollegen Verlass. Hervorheben möchte ich hierbei meine Bürokollegin Corinna Hallmann, der ich eine entspannte, fröhliche und positive Büroatmosphäre verdanke.

Ein ganz besonderes Dankeschön gilt auch meiner Familie, meiner Freundin und meinen Freunden, die insbesondere in den arbeitsreichen Zeiten auf mich verzichten mussten und mich gerade dann motiviert und aufgebaut haben. Ohne ihre Unterstützung wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen.

Florian Isenberg  
Paderborn, Juni 2017



# Inhaltsverzeichnis

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. Einleitung</b>   | <b>1</b>  |
| 1.1. Chancen und Herausforderungen einer umfassenden Planung der Fertigung . . . . . | 1         |
| 1.2. Inhalt und Aufbau der Arbeit . . . . .  | 4         |
| <b>2. Einordnung und Grundlagen</b>  | <b>5</b>  |
| 2.1. Grundlagen und Betrachtungsgegenstand . . . . .                                 | 5         |
| 2.1.1. Grundlagen der Produktion . . . . .   | 5         |
| 2.1.2. Betrachtungsgegenstand . . . . .  | 7         |
| 2.2. Arbeitsvorbereitung . . . . .   | 13        |
| 2.2.1. Arbeitsplanung . . . . .  | 13        |
| 2.2.2. Arbeitssteuerung . . . . .  | 15        |
| 2.3. Produktionsplanung und -steuerung . . . . .                                     | 15        |
| 2.3.1. Produktionsplanung . . . . .  | 17        |
| 2.3.2. Produktionssteuerung . . . . .  | 19        |
| 2.3.3. PPS-Systeme . . . . .   | 20        |
| 2.4. Losgrößen- und Reihenfolgeplanung . . . . .                                     | 21        |
| 2.4.1. Einordnung . . . . .  | 22        |
| 2.4.2. Reihenfolgeplanung . . . . .  | 22        |
| 2.4.3. Losgrößenplanung . . . . .  | 22        |
| 2.4.4. Simultane Losgrößen- und Reihenfolgeplanung . . . . .                         | 23        |
| 2.5. Lösungsverfahren . . . . .  | 24        |
| 2.5.1. Mathematische Optimierung . . . . .   | 24        |
| 2.5.2. Heuristische Lösungsverfahren . . . . .                                       | 26        |
| <b>3. Stand der Forschung</b>  | <b>29</b> |
| 3.1. Klassifikation von Losgrößen- und Reihenfolgeplanungsproblemen . . . . .        | 29        |
| 3.2. Grundlegende Losgrößen- und Reihenfolgeplanungsmodelle . . . . .                | 31        |
| 3.2.1. Big-Bucket-Modelle . . . . .  | 32        |
| 3.2.2. Small-Bucket-Modelle . . . . .  | 34        |
| 3.2.3. Hybride Modelle . . . . .   | 37        |
| 3.2.4. Vergleich der Modelle . . . . .   | 39        |
| 3.3. Mehrstufige, kapazitierte Losgrößen- und Reihenfolgeplanungsprobleme . . . . .  | 41        |
| 3.3.1. Big-Bucket-Modelle . . . . .  | 41        |
| 3.3.2. Small-Bucket-Modelle . . . . .  | 43        |

|           |   |           |
|-----------|---|-----------|
| 3.3.3.    | Hybride Modelle . . . . .   | 44        |
| 3.3.4.    | Zusammenfassung . . . . .   | 45        |
| 3.4.      | Losgrößen- und Reihenfolgeplanungsprobleme mit parallelen Ressourcen                          | 45        |
| 3.4.1.    | Big-Bucket-Modelle . . . . .  | 46        |
| 3.4.2.    | Small-Bucket-Modelle . . . . .  | 47        |
| 3.4.3.    | Hybride Modelle . . . . .   | 50        |
| 3.4.4.    | Zusammenfassung . . . . .   | 51        |
| 3.5.      | Periodenübergreifendes Rüsten . . . . .   | 51        |
| 3.6.      | Losgrößen- und Reihenfolgeplanungsprobleme mit ganzzahligen Produktionsmengen . . . . .       | 54        |
| 3.7.      | Synchronisation des Materialflusses bei mehrstufiger Produktion . . . .                       | 56        |
| 3.8.      | Rollierende Losgrößen- und Reihenfolgeplanung . . . . .                                       | 60        |
| 3.9.      | Fazit und Zusammenfassung . . . . .   | 64        |
| 3.10.     | Handlungsbedarf und Ziele der Arbeit . . . . .  | 65        |
| 3.10.1.   | Handlungsbedarf . . . . .   | 65        |
| 3.10.2.   | Ziele dieser Arbeit . . . . .   | 66        |
| <b>4.</b> | <b>Kombination verschiedener Modelle in einem mehrstufigen integrierten Planungsansatz</b>    | <b>69</b> |
| 4.1.      | Allgemeines Konzept . . . . .   | 69        |
| 4.1.1.    | Stärken und Schwächen des Konzeptes . . . . .   | 72        |
| 4.1.2.    | Datenaufbereitung und Datenkonsistenz . . . . .   | 73        |
| 4.2.      | Ausarbeitung des Konzeptes für den Betrachtungsgegenstand . . . . .                           | 73        |
| 4.2.1.    | Anzahl der Modelle . . . . .  | 74        |
| 4.2.2.    | Auswahl der Basismodelle . . . . .  | 75        |
| 4.2.3.    | Aufbereitung der Daten . . . . .  | 77        |
| 4.3.      | Herausforderungen bei der Evaluierung . . . . .   | 78        |
| 4.3.1.    | Parameterwahl und Vergleichbarkeit von Lösungen . . . . .                                     | 78        |
| 4.3.2.    | Evaluierung mit Hilfe der Rollierenden Planung . . . . .                                      | 79        |
| <b>5.</b> | <b>Umsetzung in einem mathematischen Optimierungsmodell</b>                                   | <b>81</b> |
| 5.1.      | Anforderungen des Betrachtungsgegenstandes . . . . .  | 81        |
| 5.2.      | Formale Beschreibung der Mengen, Parameter und grundlegender Entscheidungsvariablen . . . . . | 82        |
| 5.2.1.    | Mengen . . . . .  | 82        |
| 5.2.2.    | Parameter . . . . .   | 84        |
| 5.2.3.    | Grundlegende Entscheidungsvariablen . . . . .   | 86        |
| 5.3.      | Formulierung der Basismodelle . . . . .   | 88        |
| 5.3.1.    | Short term-Modell . . . . .   | 88        |
| 5.3.2.    | Medium term-Modell . . . . .  | 112       |
| 5.3.3.    | Long term-Modell . . . . .  | 123       |
| 5.3.4.    | Integration der Modelle . . . . .   | 128       |

|   |            |
|---|------------|
| 5.4. Erweiterung um zusätzliche Kosten bei Auftragsrückhang von Vor- und Zwischenprodukten . . . . .                          | 133        |
| 5.5. Einschränkung des Lösungsraumes mithilfe domänenspezifischen Wissens   | 135        |
| <b>6. Evaluation der Lösungsgüte und des Lösungsprozesses</b>   | <b>139</b> |
| 6.1. Testinstanzen . . . . .  | 139        |
| 6.1.1. Reale Auftragsdaten . . . . .  | 139        |
| 6.1.2. Generierung zusätzlicher Parameter . . . . .   | 140        |
| 6.1.3. Einteilung und Auswahl des Planungshorizontes . . . . .  | 141        |
| 6.1.4. Übersicht über die erstellten Testinstanzen . . . . .  | 142        |
| 6.2. Evaluation . . . . .   | 144        |
| 6.2.1. Einfluss von zusätzlichen Kosten durch Auftragsrückhang von Vor- und Zwischenprodukten . . . . .                       | 145        |
| 6.2.2. Vergleich von Lösungen mit und ohne die Einschränkung des Lösungsraumes mithilfe domänenspezifischen Wissens . . . . . | 151        |
| 6.2.3. Analyse der Lösungsqualität und der Lösungszeit durch numerische Experimente . . . . .                                 | 155        |
| 6.2.4. Untersuchungen zur Lösbarkeit der Modelle . . . . .  | 165        |
| 6.3. Interpretation und Zusammenfassung der Testergebnisse . . . . .  | 167        |
| <b>7. Zusammenfassung und Ausblick</b>  | <b>171</b> |
| 7.1. Zusammenfassung . . . . .  | 171        |
| 7.2. Ausblick . . . . .   | 174        |
| <b>Literaturverzeichnis</b>   | <b>177</b> |
| <b>A. Integriertes Modell</b>   | <b>193</b> |



# Abbildungsverzeichnis

|  |    |
|--|----|
| 1.1. Vergleich der Lohnstückkosten des verarbeitenden Gewerbes im Jahr 2013, normiert auf die deutschen Lohnstückkosten (vgl. [Ins15], S. 3)       | 2  |
| 2.1. Modellhafte Darstellung der Produktion als Input-Output-Prozess (in Anlehnung an [Dan09], S. 3)   | 6  |
| 2.2. Arbeitssystem in der Fertigung (in Anlehnung an [Ver85], S. 81 und [GT13], S. 6)  | 7  |
| 2.3. Verschiedene Erzeugnisstrukturen der mehrstufigen Produktion (vgl. [Sue05b], S. 12)   | 10 |
| 2.4. Gliederung und Aufgaben der Produktionsplanung und -steuerung (vgl. [Hac89], S. 5 und [Kuh90], S. 16)   | 18 |
| 2.5. Überblick über die zeitliche Entwicklung von rechnergestützten Systemen zur Produktionsplanung und -steuerung (angelehnt an [Hac10], S. 111). | 21 |
| 2.6. Schematische Darstellung gegensätzlicher Kostenfunktionen bei der Losgrößenplanung (in Anlehnung an [Zäp82], S. 197 und [DSV97], S. 70).      | 23 |
| 3.1. Einteilung verschiedener Losgrößenplanungsmodelle (angelehnt an [DSV97], S. 74 und [Sah10], S. 11).   | 30 |
| 3.2. Verschiedene Möglichkeiten der fortschreitenden Planung (angelehnt an [Sta03]).   | 61 |
| 4.1. Schematische Darstellung verschiedener Änderungsmöglichkeiten des Detailgrades über den Planungshorizont                                      | 70 |
| 4.2. Schematische Darstellung des Konzeptes  | 71 |
| 4.3. Schematische Abbildung der aus mehreren Modellen kombinierten, integrierten Losgrößen- und Reihenfolgeplanung                                 | 77 |
| 4.4. Vergleich zweier Pläne mit unterschiedlichen Parametern   | 79 |
| 4.5. Schematischer Ablauf der Evaluation eines statischen Problems, mit Hilfe der Rollierenden Planung   | 80 |
| 5.1. Darstellung der diskreten Zeiteinteilung des Planungsintervalls   | 83 |
| 5.2. Darstellung verschiedener Rüstmöglichkeiten der Ressourcen im PLSP mit periodenübergreifenden Rüstvorgängen (angelehnt an [Sue05b], S. 105).  | 95 |

|       |   |     |
|-------|---|-----|
| 5.3.  | Schematische Darstellung verschiedener Zustandsübergänge von einer short term-Periode zur nächsten. . . . .   | 98  |
| 5.4.  | Übersicht über verschiedene Änderungen des Rüstzustandes einer Resource, die das Vollenden eines Rüstvorganges erfordern. . . . .   | 99  |
| 5.5.  | Schematische Darstellung einer fehlerhaften Planung, die sich nicht in die Realität umsetzen lässt. . . . .   | 100 |
| 5.6.  | Verschiedene Planungssituationen mit einem fehlerhaften Materialfluss, die in der Realität nicht umgesetzt werden können. . . . .   | 107 |
| 5.7.  | Darstellung einer schematischen Fallunterscheidung bei der Berechnung der Anzahl begonnener Bearbeitungsvorgänge eines Produktes, inklusive Beispielen. . . . .                           | 111 |
| 5.8.  | Darstellung verschiedener Rüstmöglichkeiten im CSLP mit periodenübergreifenden Rüstvorgängen (angelehnt an [Sue05b], S. 105). . . . .   | 115 |
| 5.9.  | Schematische Darstellung verschiedener Zustandsübergänge von einer medium term-Periode zur nächsten. . . . .  | 118 |
| 5.10. | Beispielhafte Darstellung eines Produktionsplanes mit Auftragsrückhang  | 134 |
| 5.11. | Darstellung einer problematischen rollierenden Planung . . . . .  | 134 |
| 6.1.  | Schematische Berechnung des Planungshorizontes mit Hilfe der Fälligkeitstermine . . . . .   | 142 |
| 6.2.  | Schematische Einteilung des Planungshorizontes in die drei Modellbereiche . . . . .   | 143 |
| 6.3.  | Darstellung der relativen Differenz der Zielfunktionswerte des integrierten Modells mit und ohne die zusätzlichen Kosten für den Auftragsrückhang von Vor- und Zwischenprodukten. . . . . | 149 |
| 6.4.  | Darstellung der relativen Differenz der Lösungszeit des integrierten Modells mit und ohne die zusätzlichen Kosten für den Auftragsrückhang von Vor- und Zwischenprodukten. . . . .        | 150 |
| 6.5.  | Darstellung der relativen Differenz der Lösungszeit des integrierten Modells mit und ohne die Einschränkung des Lösungsraumes mithilfe des domänenspezifischen Wissens. . . . .           | 154 |
| 6.6.  | Nach der Abweichung des Zielfunktionswertes sortierte Darstellung aller Testdurchläufe der Testinstanzen „XS“ mitsamt der Abweichungen der Lösungszeiten. . . . .                         | 158 |
| 6.7.  | Auswirkungen der Änderungen von verschiedenen Parametern auf die Lösungsgüte, anhand der mittleren relativen Abweichung der Testläufe.  | 159 |
| 6.8.  | Auswirkungen der Änderungen von verschiedenen Parametern auf die Lösungszeiten, anhand der mittleren relativen Abweichung der Testläufe.  | 160 |
| 6.9.  | Nach der Abweichung des Zielfunktionswertes sortierte Darstellung aller gelösten Testdurchläufe der Testinstanzen „S“ mitsamt der Abweichungen der Lösungszeiten. . . . .                 | 162 |

|   |     |
|---|-----|
| 6.10. Auswirkungen der Änderungen von verschiedenen Parametern auf die Lösungsgüte für die Testinstanzen „S“: . . . . .   | 162 |
| 6.11. Auswirkungen der Änderungen von verschiedenen Parametern auf die Lösungszeiten für die Testinstanzen „S“: . . . . . | 163 |



## Tabellenverzeichnis

|   |     |
|---|-----|
| 3.1. Mengen, Entscheidungsvariablen und Parameter des klassischen CLSP . . . . .  | 33  |
| 3.2. Zusätzliche Entscheidungsvariablen und Parameter des klassischen DL-<br>SP gegenüber dem CLSP . . . . .  | 34  |
| 3.3. Mengen, Entscheidungsvariablen und Parameter des GLSP . . . . .  | 38  |
| 3.4. Gegenüberstellung der verschiedenen Basismodelle . . . . .   | 40  |
| 5.1. Mengen des Optimierungsmodells . . . . .   | 83  |
| 5.2. Parameter des Optimierungsmodells . . . . .  | 87  |
| 5.3. Grundlegende Entscheidungsvariablen des Optimierungsmodells . . . . .  | 88  |
| 5.4. Für periodenübergreifende Rüstvorgänge des PLSP zusätzlich benötigte<br>Entscheidungsvariablen . . . . .   | 94  |
| 5.5. Für die Modellierung ganzzahliger Produktionsmengen zusätzlich be-<br>nötigte Entscheidungsvariablen (vgl. [Sue05b], S. 96) . . . . .            | 102 |
| 5.6. Für die Modellierung eines synchronisierten Materialflusses zusätzlich<br>benötigte Entscheidungsvariablen . . . . .                             | 108 |
| 5.7. Für periodenübergreifende Rüstvorgänge des CSLP zusätzlich benötigte<br>Entscheidungsvariablen . . . . .   | 115 |
| 5.8. Für die Modellierung ganzzahliger Produktionsmengen im CSLP zu-<br>sätzlich benötigte Entscheidungsvariablen (vgl. [Sue05b], S. 96) . . . . .    | 118 |
| 5.9. Zusätzliche Entscheidungsvariablen für die Synchronisation des Mate-<br>rialflusses im medium term-Modell . . . . .                              | 122 |
| 5.10. Für die Modellierung der Übernahme von Rüstzuständen im CLSP zu-<br>sätzlich benötigte Entscheidungsvariablen (vgl. [Sah+09]). . . . .          | 125 |
| 5.11. Für die Modellierung ganzzahliger Produktionsmengen im CLSP zu-<br>sätzlich benötigte Entscheidungsvariablen (vgl. [Sue05b], S. 96) . . . . .   | 126 |
| 5.12. Parameter des initialen Zustandes des Optimierungsmodells . . . . .   | 132 |
| 6.1. Eigenschaften der Testinstanzen . . . . .  | 144 |
| 6.2. Untersuchung der Lösbarkeit des integrierten Modells ohne zusätzliche<br>Erweiterungen. . . . .  | 145 |
| 6.3. Detaillierte Untersuchung der Parametersets und Testinstanzen, die<br>nicht terminieren. . . . .   | 146 |
| 6.4. Untersuchung der Lösbarkeit des integrierten Modells mit zusätzlichen<br>Kosten für den Auftragsrückhang von Vor- und Zwischenprodukten. . . . . | 147 |

|   |     |
|---|-----|
| 6.5. Vergleich der Zielfunktionswerten des integrierten Modells mit und ohne die zusätzlichen Kosten für den Auftragsrückhang von Vor- und Zwischenprodukten. . . . .   | 148 |
| 6.6. Vergleich der Lösungszeiten des integrierten Modells mit und ohne die zusätzlichen Kosten für den Auftragsrückhang von Vor- und Zwischenprodukten. . . . .   | 150 |
| 6.7. Untersuchung der Lösbarkeit des integrierten Modells mit zusätzlichen Kosten für den Auftragsrückhang von Vor- und Zwischenprodukten und der Einschränkung des Lösungsraumes mithilfe des domänenspezifischen Wissens. . . . . | 151 |
| 6.8. Vergleich der Zielfunktionswerte des integrierten Modells mit und ohne den Einschränkungen des Lösungsraumes mithilfe des domänenspezifischen Wissens. . . . .   | 152 |
| 6.9. Vergleich der Lösungszeiten des integrierten Modells mit und ohne die Einschränkung des Lösungsraumes mithilfe des domänenspezifischen Wissens. . . . .  | 153 |
| 6.10. Vergleich der Zielfunktionswerte des integrierten dreistufigen Modells mit denen des komplett detailliert modellierten Modells für die Testinstanzen „XS“. . . . .  | 156 |
| 6.11. Vergleich der Lösungszeiten des integrierten dreistufigen Modells mit denen des komplett detailliert modellierten Modells. . . . .  | 157 |
| 6.12. Detaillierte Untersuchung der nicht lösbaren Parametersets der Testinstanzen „S“. . . . .   | 159 |
| 6.13. Vergleich der Zielfunktionswerte des integrierten dreistufigen Modells mit denen des komplett detailliert modellierten Modells für die Testinstanzen „S“. . . . .   | 160 |
| 6.14. Vergleich der Lösungszeiten des integrierten dreistufigen Modells mit denen des komplett detailliert modellierten Modells für die Testinstanzen „S“. . . . .  | 161 |
| 6.15. Übersicht über die Lösbarkeit der Testinstanzen „M“. . . . .  | 164 |
| 6.16. Mittlere relative Differenz der Lösungszeiten vom integrierten Modell mit und ohne parallele Ressourcen. . . . .  | 166 |
| 6.17. Modellgröße des integrierten Modells mit und ohne parallele Ressourcen. . . . .   | 167 |
| 6.18. Mittlere relative Differenz der Modellgröße des integrierten Modells mit und ohne parallele Ressourcen. . . . .   | 167 |

## Abkürzungsverzeichnis

|          |   |
|----------|---|
| APS      | Advanced Planning and Scheduling                                    |
| AV       | Arbeitsvorbereitung   |
| AWF      | Arbeitsgemeinschaft für wirtschaftliche Fertigung                   |
| BDE      | Betriebsdatenerfassung  |
| BSP      | Batch Sequencing Problem  |
| CLSP-L   | Capacitated Lot Sizing Problem with linked lotsizes                 |
| CLSP     | Capacitated Lot Sizing Problem                                      |
| CNC      | Computerized Numerical Control                                      |
| CSLP     | Continuous Setup Lot Sizing Problem                                 |
| DLSP     | Discrete Lot Sizing and Scheduling Problem                          |
| EOQ      | Economic Order Quantity   |
| ERP      | Enterprise Resource Planning  |
| GA       | Genetische Algorithmen  |
| GCLSP    | General Capacitated Lot Sizing Problem                              |
| GLSP     | General Lot Sizing and Scheduling Problem                           |
| I&L      | Inventory and Lot size  |
| MCLSLP   | Multi-stage Capacitated Lot Sizing and Loading Problem              |
| MLCLSP-L | Multi-Level Capacitated Lot Sizing Problem with Linked lot<br>sizes |
| MLCLSP   | Multi-Level Capacitated Lot Sizing Problem                          |
| MLDLSP   | Multi-Level Discrete Lot Sizing and Scheduling Problem              |
| MRP II   | Manufacturing Resource Planning                                     |
| MRP      | Material Requirements Planning                                      |
| NC       | Numerical Control   |
| PLSP     | Proportional Lot Sizing and Scheduling Problem                      |
| PPS      | Produktionsplanung und -steuerung                                   |
| SA       | Simulated Annealing   |
| SPL      | Simple Plant Location   |
| SR       | Shortest Route  |
| TS       | Tabu Suche  |
| VNS      | Variable Neighborhood Search  |
| WW       | Wagner-Whitin Problem   |



# 1. Einleitung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der mehrstufigen, integrierten Losgrößen- und Reihenfolgeplanung für produzierende Unternehmen. Ein besonderer Fokus liegt hierbei auf Unternehmen der spanenden Fertigung. In diesem Kapitel wird die Notwendigkeit einer guten Planung der Produktion motiviert. Es werden Chancen und Herausforderungen aufgezeigt, die eine umfangreiche und detaillierte Planung bietet.

## 1.1. Chancen und Herausforderungen einer umfassenden Planung der Fertigung

Viele produzierende Unternehmen sehen sich einem stetigen Wandel gegenüber. Die zunehmende Globalisierung und die rasanten technischen Entwicklungen der letzten Zeit bergen sowohl große Risiken, als auch Chancen für diese Unternehmen. So treten durch die Globalisierung neue Mitbewerber in Konkurrenz zu den bestehenden Produzenten und neue Märkte können erschlossen werden. Durch weltweit agierende und produzierende Mitbewerber entsteht eine veränderte Wettbewerbssituation. Aufgrund unterschiedlicher Produktionsstandorte müssen beispielsweise auch die unterschiedlichen Lohn- und Arbeitskosten betrachtet werden, siehe Abbildung 1.1. Infolge der Auslagerung von Produktionsstandorten und der Konkurrenz aus Billiglohnländern entsteht ein erhöhter Kostendruck auf die Unternehmen. In Verbindung mit dem steigenden Wettbewerbsdruck ergibt sich ein Handlungsbedarf für die produzierenden Unternehmen (vgl. [Wie14], S. 15).

Zur Sicherung der Wettbewerbsfähigkeit und der Rentabilität können unterschiedliche Wege beschritten werden. Standortverlagerungen oder Kooperationen mit Mitbewerbern sind hier beispielsweise denkbar. Einfache Möglichkeiten sind zudem die Reduzierung der Kosten und die Steigerung der Effizienz. Dies bezieht sich für produzierende Unternehmen nicht ausschließlich auf die Neuanschaffung oder Modernisierung ihrer Maschinen und Fertigungstechniken, sondern auch auf die Optimierung bestehender Abläufe und die Nutzung der vorhandenen Ressourcen. So kann beispielsweise auch die Planung der Produktion einen wesentlichen Beitrag zur Kostensenkung leisten.

Insbesondere unter der Prämisse einer zunehmenden Individualisierung der Produkte und einer steigenden Variantenvielfalt wird eine detaillierte, ganzheitliche Planung der Produktion interessant. Diese beiden Aspekte setzen eine flexible Fertigung vor-

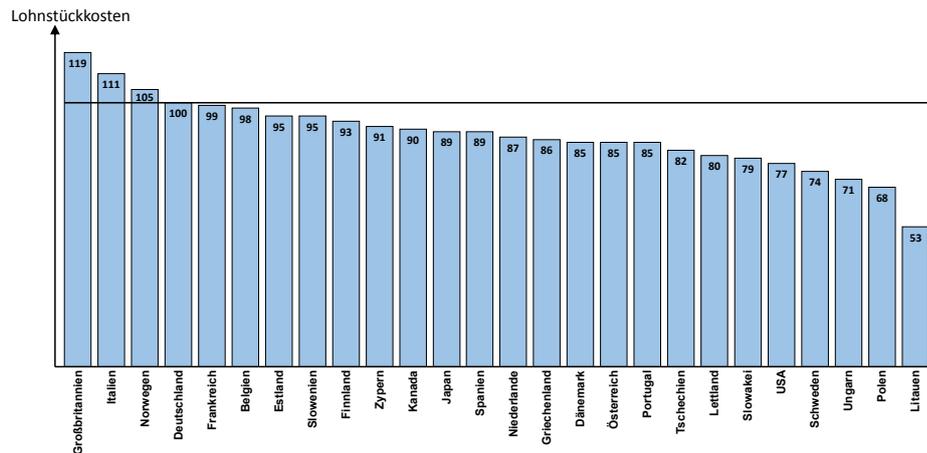


Abbildung 1.1.: Vergleich der Lohnstückkosten des verarbeitenden Gewerbes im Jahr 2013, normiert auf die deutschen Lohnstückkosten (vgl. [Ins15], S. 3)

aus, deren Planung entsprechend aufwendiger ausfällt. Ähnliches trifft auch auf die immer komplexer werdenden Erzeugnisse zu. Diese „machen das Fertigen [...] zu einem immer komplexeren Vorgang“ ([Dan99], S. 1), was sich im Vorfeld der Fertigung in einer erhöhten Planungskomplexität widerspiegeln kann.

Für viele Produktionsbereiche und Fertigungsprozesse ist eine Effizienzsteigerung zudem nicht mehr oder nur bedingt möglich, sei es durch die limitierte menschliche Arbeitskraft oder durch die Verwendung von ausgereiften Maschinen. Dennoch ist eine Reduzierung der Kosten oder eine Steigerung der Effizienz nicht ausgeschlossen. Durch eine übergreifende, ganzheitliche Betrachtung der Fertigungsressourcen können die Fertigungsprozesse besser aufeinander abgestimmt werden und verborgene Potentiale erkannt und genutzt werden. Hier kann beispielsweise eine Reduzierung der Rüst- und Nebenzeiten von Maschinen oder die Nutzung alternativer Maschinen und günstigerer Prozessreihenfolgen die Effizienz der gesamten Produktion verbessern. Unter der Prämisse von kleinen Losgrößen, wie es beispielsweise in der spanenden Fertigung der Fall sein kann, ergibt sich sogar ein vergleichsweise großer Teil der Werkstückkosten durch die Rüst- und Nebenzeiten, weshalb eine ganzheitliche Planung der Produktion hier besonders sinnvoll sein kann.

Eine gute und detaillierte Planung der Produktion spielt demnach eine wesentliche Rolle für die Wettbewerbsfähigkeit der Unternehmen und kann einen effizienten Produktionsablauf gewährleisten und sichern. Sie kann Kosten senken und verborgene Potentiale nutzbar machen.

Einen reibungslosen Fertigungsablauf kann aber selbst die detaillierteste Planung der Produktion nicht garantieren. Verschiedene Ereignisse können dabei Einfluss auf die Umsetzbarkeit der aktuellen Planung haben und eine erneute Planung unumgänglich machen, beispielsweise wenn sich der aktuelle Plan nicht mehr realisieren lässt.

Solche Ereignisse können planbar sein, wie zum Beispiel die regelmäßige Wartung und Kontrolle der Ressourcen. Sie helfen Fehlverhalten und unerwünschten Problemen vorzubeugen und die Ressourcen einsatzbereit und in einem guten Zustand zu erhalten. Auch die Verfügbarkeit der menschlichen Arbeitskraft kann variieren. So müssen nicht verfügbare Arbeitskräfte, die beispielsweise durch Urlaub oder Schulungen verhindert sind, berücksichtigt werden. Solche Ereignisse lassen sich, sofern sie früh genug bekannt sind, gut in die bestehende Planung der Produktion integrieren und es entsteht keine Notwendigkeit die Planung kurzfristig abzuändern.

Anders sieht dies bei Ereignissen aus, die sich nicht langfristig einplanen lassen, sondern die kurzfristig auftreten. Sie erzwingen eine schnelle Reaktion und eine Abänderung des bestehenden Plans wird unabdingbar. Zu diesen außerplanmäßigen Ereignissen zählt unter anderem der Ausfall von Maschinen. In diesem Fall muss neben einer Reparatur auch über die Produktion auf alternativen Ressourcen nachgedacht werden, falls solche vorhanden sind. Nach der Reparatur ist im Sinne einer optimalen Planung eine erneute Planänderung von Nöten, um die Kapazität der reparierten Maschine erneut zu nutzen. Erschwerend kommt hinzu, dass keine Möglichkeit existiert vorherzusagen, wie lange die Reparatur der Störung genau dauert und wann die Ressource wieder einsetzbar ist. Ähnliche Ereignisse sind darüber hinaus das krankheitsbedingte Fehlen von Werkern oder die Nacharbeit von Produkten. Auch sie treten ohne Vorwarnung auf, sind aber im Gegensatz zum Maschinenausfall teilweise einschätzbar, bezüglich der Dauer der Erkrankung oder des Aufwandes der Nacharbeit. Zusätzlich zu nennen sind hier auch das Ersatzteil- oder Servicegeschäft und priorisierte Aufträge. Auch sie können ein Umplanen erzwingen. Ist die Dauer abschätzbar, so lässt sich ein erneutes Umplanen gegebenenfalls vermeiden.

Treten solche plan- oder außerplanmäßigen Ereignisse häufiger auf, ist eine schnelle Reaktion gefragt und eine gute Planung unerlässlich.

Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung einer simultanen Losgrößen- und Reihenfolgeplanung, die die genannten Herausforderungen einbezieht und die Chancen, die sich durch eine detaillierte Planung bieten, nutzt. Der Fokus liegt hierbei auf den kleinen und mittelständischen produzierenden Unternehmen im Bereich der spanenden Fertigung. Hierbei soll Bezug genommen werden auf die besonderen Anforderungen dieser Unternehmen und den Einsatz von Werkzeugmaschinen.

## 1.2. Inhalt und Aufbau der Arbeit

Nachfolgend ist der weitere Aufbau und die Struktur dieser Arbeit beschrieben.

Notwendige Begriffe werden in **Kapitel 2** erläutert und zweckdienlich für diese Arbeit definiert. Hier wird auch der Untersuchungsgegenstand näher beschrieben und die zum Verständnis dieser Arbeit benötigten Grundlagen behandelt. Neben der Arbeitsvorbereitung wird die Losgrößen- und Reihenfolgeplanung, als Teil der Produktionsplanung und -steuerung, einführend behandelt.

Das **3. Kapitel** gibt den Stand der Technik für die mehrstufige Losgrößen- und Reihenfolgeplanung mit Kapazitätsbeschränkungen wieder. Neben verschiedenen mathematischen Modellformulierungen wird Bezug auf einzelne Modellaspekte genommen und ein Überblick über unterschiedliche Lösungsmethoden und -ansätze im Bereich dieser Planungsprobleme gegeben. Aus dem Betrachtungsgegenstand lässt sich in Kombination mit den vorgestellten Ansätzen aus der Literatur ein Handlungsbedarf ableiten, der ebenfalls in diesem Kapitel herausgestellt wird. Hier werden die Forschungsziele und die zu leistende Arbeit formuliert.

In **Kapitel 4** wird ein Konzept vorgestellt, welches sich am Handlungsbedarf orientiert. Es integriert verschiedene Modelle der mehrstufigen Losgrößen- und Reihenfolgeplanung miteinander. Neben der Modellauswahl und der Verbindung dieser Modelle, wird auf mögliche Techniken zur Evaluierung der Lösungen und die Vergleichbarkeit mit anderen Lösungen eingegangen.

Das vorgestellte und auf den Betrachtungsgegenstand angepasste Konzept wird in **Kapitel 5** prototypisch umgesetzt. Hierfür werden bestehende Modelle der Literatur derart erweitert und angepasst, dass sie sowohl die Anforderungen des Untersuchungsgegenstandes erfüllen, als auch dem besonderen Konzept gerecht werden. Die Integration der Modelle vollendet die Umsetzung.

Das **6. Kapitel** nutzt praxisnahe Daten für die Evaluation des Konzeptes. Hierfür werden aus den Daten verschiedene Testinstanzen abgeleitet. Diese werden genutzt um Aussagen über das Konzept, die Lösungsgeschwindigkeit und die Lösungsgüte zu treffen.

**Kapitel 7** schließt diese Arbeit mit einer Zusammenfassung und einer Bewertung der geleisteten Arbeit ab. Weiterhin wird ein Ausblick auf zukünftige und sich anschließende Forschungsfragen gegeben.

## 2. Einordnung und Grundlagen

Dieses Kapitel führt in die theoretischen und praktischen Grundlagen zur Planung der Produktion ein. Neben der Abgrenzung der Aufgabenstellung und der Definition von Begriffen, die für das Verständnis von Nöten sind, wird in diesem Kapitel auch auf das Umfeld der Produktion eingegangen. Besonderheiten der spanenden Fertigung werden hier aus praktischer Sicht erläutert, um eine realitätsnahe Planung zu ermöglichen. Im Anschluss daran wird ein genereller Überblick über die Planungsaufgaben gegeben, die im Vorfeld der Produktion notwendig sind, um theoretisch einen reibungslosen Ablauf zu gewährleisten. Hierfür werden die Aufgaben und Ziele der Arbeitsvorbereitung erläutert. Danach wird auf die Produktionsplanung und -steuerung näher eingegangen. In der Literatur finden sich hierzu unterschiedliche Aufgabenbereiche und Konzepte, die strukturiert dargestellt werden. Teil der Produktionsplanung und -steuerung ist auch die Losgrößen- und Reihenfolgeplanung. Diese beiden Planungsaufgaben werden nachfolgend detaillierter beschrieben, um eine Basis für diese Arbeit zu schaffen. Zuletzt wird eine kurze Einführung in die mathematische Optimierung und etwaige, generelle Lösungsverfahren für solche Planungsprobleme gegeben.

### 2.1. Grundlagen und Betrachtungsgegenstand

#### 2.1.1. Grundlagen der Produktion

Als **Produktion** wird betriebswirtschaftlich der „Prozess der zielgerichteten Kombination von Produktionsfaktoren [...] und deren Transformation in Produkte [...]“ ([Spr13], S. 352) angesehen. Produktionsfaktoren bilden hierbei die Eingangsgrößen, auch Input genannt, dieses Prozesses. Die Produkte hingegen werden auch als Erzeugnisse bezeichnet und sind das Ergebnis bzw. Output dieses Prozesses. Der Transformationsprozess lässt sich als der eigentliche Produktionsvorgang betrachten (vgl. [GT13], S. 7). Eine modellhafte Darstellung der Produktion als Input-Output-Prozess ist zu sehen in Abbildung 2.1. Für den Begriff der Produktion wird in dieser Arbeit auch die Bezeichnung Fertigung verwendet.

Der **Produktionsprozess** wiederum lässt sich demnach als „technologisch, zeitlich und örtlich bestimmtes Zusammenwirken der Produktionsfaktoren zur Herstellung einer bestimmten Gütermenge“ ([Spr13], S. 354) beschreiben.

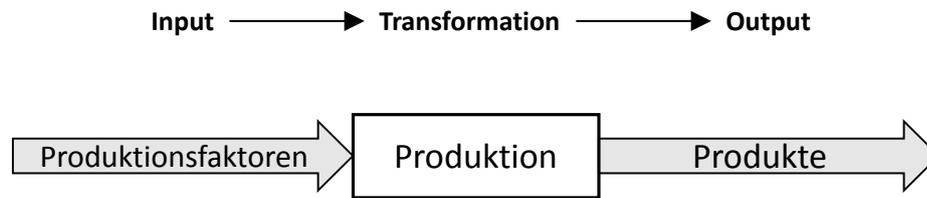


Abbildung 2.1.: Modellhafte Darstellung der Produktion als Input-Output-Prozess (in Anlehnung an [Dan09], S. 3)

Die **Produktionsfaktoren**, die in eine Produktion eingehen, können verschiedenartig sein. Zwei Begriffe werden hier unterschieden. Neben Repetier- oder Verbrauchsfaktoren, wie beispielsweise Werkstoffen und Energie, existieren sogenannte Potential- oder Nutzungsfaktoren. Im Gegensatz zu den direkt verbrauchten und nur einmal nutzbaren Repetier- oder Verbrauchsfaktoren stehen sie längerfristig zur Verfügung und sind über einen längeren Zeitraum wiederverwendbar. Hierzu gehören zum Beispiel Betriebsmittel wie Gebäude, Maschinen, Lizenzen oder auch menschliche Arbeitskräfte (vgl. [Neu96], S. 3).

Um die Produktion in geregelter Weise durchführen zu können, müssen passende organisatorische Einheiten gebildet werden. Eine solche organisatorische Einheit, in der ein einzelner Abschnitt eines Produktionsprozesses ausgeführt wird, wird als **Arbeitssystem** bezeichnet (vgl. [GT13], S. 6). Sie stellt eine Kombination aus menschlicher Arbeitskraft und Betriebsmitteln, wie beispielsweise Maschinen, zur gemeinschaftlichen Bewältigung einer Aufgabe, wie zum Beispiel der Produktion eines Erzeugnisses, dar (vgl. [Dan99], S. 41; [Bög15], S. 35). Zusätzlich besteht ein Arbeitssystem aus weiteren Systemelementen. Eine vereinfachte Darstellung ist zu sehen in Abbildung 2.2. In dieser Arbeit soll der Begriff Ressource für solche Arbeitssysteme genutzt werden. Hierunter fallen verschiedene Betriebsmittel wie beispielsweise einfache Arbeitsplätze zur Montage oder auch Maschinenarbeitsplätze.

Ein **Produktionssystem** kann als ein „reales ökonomisches, von Menschen gemachtes und betriebenes System“ ([Ker96], Sp 3443) angesehen werden. Es besteht aus Gütern und kann Güter herstellen. Weiterhin kann es Güter aus seiner Umgebung entnehmen und auch abgeben (vgl. [Ker96], Sp 3443). Produktionssysteme beschreiben demnach „die ganzheitliche Produktionsorganisation und beinhalten die Darstellung aller Konzepte, Methoden und Werkzeuge, die in ihrem Zusammenwirken die Effektivität und Effizienz des gesamten Produktionsablaufes ausmachen“ ([SS12a], S. 11).

Die Produktion komplexer Produkte oder mehrerer verschiedener Produkte setzt eine Koordination der einzelnen Produktionen voraus. Dies gilt insbesondere bei der Nut-

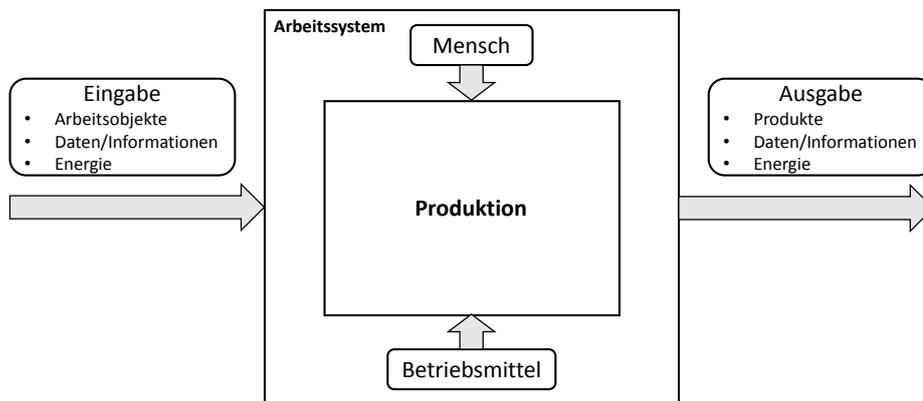


Abbildung 2.2.: Arbeitssystem in der Fertigung (in Anlehnung an [Ver85], S. 81 und [GT13], S. 6)

zung mehrerer Ressourcen. Hierbei existiert eine Vielzahl von Entscheidungsmöglichkeiten und eine Fülle von Alternativen, wie die Produktion aller Produkte bewerkstelligt werden kann. Die Planung der Produktion kann helfen Fehler zu vermeiden oder frühzeitig zu erkennen. Sie bildet die Basis eines geordneten Produktionsprozesses und ist ein entscheidender Schritt vor der Veranlassung und Durchführung der Produktion. Wöhe u. a. definieren die **Planung** als „die gedankliche Vorbereitung zielgerichteter Entscheidungen“ ([WKD13], S. 73). Sie ist „das Bindeglied zwischen Zielsetzung und kalkuliertem Handeln“ ([WKD13], S. 73). Folglich ist mit der Planung der Fertigung das zielgerichtete Vordenken von Produktionsentscheidungen gemeint, um die Entscheidungsvielfalt und die Komplexität des Produktionsprozesses bewerkstelligen zu können.

### 2.1.2. Betrachtungsgegenstand

Die Losgrößen- und Reihenfolgeplanung ist Teil des Planungsprozesses der Fertigung. Sie stellt den Betrachtungsgegenstand dieser Arbeit dar. Der Fokus liegt hierbei auf Unternehmen im Bereich der **spanenden Fertigung**. Die Fertigungsverfahren sind nach DIN 8580 in sechs Hauptgruppen gegliedert. Das Spanen gehört zu der Hauptgruppe Trennen, bei dem eine Formänderung des Werkstücks durch Abtrennen von Werkstoffteilchen erfolgt (vgl. [DT11], S. 1; [FS10], S. 255 f. und S. 263 ff.). Beim Spanen werden dabei „durch eine (beim Drehen), mehrere (beim Fräsen) oder viele (beim Schleifen) Schneiden eines Werkzeugs Stoffteile in Form von Spänen mechanisch getrennt“ ([DT11], S. 3).

Die Bewegungen der für das Spanen verantwortlichen Werkzeuge lassen sich automatisieren. Sie können mit Hilfe von Befehlen in NC-Code gespeichert und als eine

ununterbrochene Folge von Bewegungsabläufen ausgeführt werden (vgl. [DT11], S. 3). Eine **Werkzeugmaschine** ist für eben diese Aufgaben konzipiert. Sie wird dazu genutzt, ein Werkstück entsprechend einer gewünschten geometrischen Form und Oberflächengestalt mit entsprechenden Abmessungen zu gestalten. Dies passiert durch urformende, umformende, trennende oder fügende Verfahren und mit Hilfe von unterschiedlichen Werkzeugen. Werkzeugmaschinen haben sich mittlerweile zu komplexen Fertigungssystemen entwickelt und verfügen über einen hohen Automatisierungsgrad (vgl. [Bög15], O 1). Dies wird nicht zuletzt durch die numerische Steuerung der Werkzeugmaschinen erreicht. Diese werden auch als NC- oder CNC-Steuerung bezeichnet. NC ist die Abkürzung von Numerical Control und entspricht dem Steuern der Maschine mit Hilfe von Ziffern und Zahlen. Im Gegensatz dazu nutzt die CNC-Steuerung, als Abkürzung für Computerized Numerical Control, einen in die Maschine eingebauten Mikrorechner (vgl. [Bög15], O 61). Durch die Automatisierung der Bewegungsabläufe und der Fähigkeit verschiedene Werkzeuge zu benutzen, entsteht eine Flexibilität, die es ermöglicht, unterschiedlichste Produkte mit derselben Maschine herzustellen. Dies macht ein Umrüsten des Werkstücks und gegebenenfalls ein Austauschen der, zur Produktion notwendigen, Werkzeuge erforderlich. Als Rüsten wird dabei das „Vorbereiten eines Arbeitssystems für die Erfüllung der Arbeitsaufgabe“ ([GT13], S. 210) verstanden. Hierbei ist es wichtig, die **Reihenfolge der Produktionen** zu betrachten, denn Werkzeuge, die für aufeinanderfolgende Produkte benötigt werden, brauchen nicht gewechselt werden und verkürzen somit die Rüstzeit für die nächste Produktion (vgl. [Ker96], Sp 1808 f.).

Finden sich in einem Unternehmen mehrere solcher Werkzeugmaschinen, so kann für eine Produktion gegebenenfalls zwischen diesen Alternativen gewählt werden. Dies kann sowohl für baugleiche als auch für unterschiedliche Werkzeugmaschinen der Fall sein. Unterschiedliche Maschinenstundensätze und Energiekosten oder auch die unterschiedlichen Fähigkeiten der Maschinen bieten hierbei einen Aspekt, der bei der Planung der Fertigung berücksichtigt werden sollte. Dabei können mit verschiedenen Werkzeugmaschinen nicht zwangsläufig die gleichen Produkte hergestellt werden. Unter anderem spielt hierbei die Bauraumgröße der Maschine und die Anzahl der Maschinenachsen eine Rolle. Auch die Bearbeitungsgeschwindigkeit kann, aufgrund der maximalen Vorschubgeschwindigkeit der Achsen, variieren. Eine sorgfältige Auswahl anhand der **unterschiedlichen Bearbeitungszeiten und -kosten** ist in der Planung notwendig.

Vorhandene Ressourcen sind im Allgemeinen nur nutzbar in Kombination mit menschlicher Arbeitskraft. Für die Planung ist es deshalb notwendig, die **Schichtpläne der Werker** zu berücksichtigen. Diese können sich für verschiedene Ressourcen unterscheiden. Kombiniert mit anderen planbaren Ereignissen, wie beispielsweise der Wartung von Maschinen oder dem Urlaubsplan, ergibt sich für jede Ressource eine eigene Ein-

teilung, zu welchen Zeiten diese Ressource für die Produktion zur Verfügung steht und wann nicht. Die so erhaltenen Zeitabschnitte können gegebenenfalls noch durch **Überstunden** erweitert werden. Dies ist je nach Unternehmen auch kurzfristig möglich. Allerdings sind auch diese zusätzlichen Zeiten nur in begrenztem Maße realisierbar und durch die Schichtpläne, die Wartungen und andere Vereinbarungen innerhalb eines Unternehmens begrenzt. Beispielsweise sind hier eine zusätzliche Nachtschicht oder zusätzliche Wochenendarbeit zu nennen. Diese außerplanmäßigen Überstunden sind meist teurer als die planmäßige Arbeitszeit der Werker, da sie häufig mit einem höheren Stundensatz vergütet werden.

Ein weiteres Mittel die Produktionskapazitäten zu erhöhen besteht in der Nutzung anderer Unternehmen. So besteht die Möglichkeit bestimmte Produkte nicht mit Hilfe der eigenen Ressourcen zu fertigen, sondern diese von externen Partnern fertigen zu lassen. Dies wird in der vorliegenden Arbeit als **Fremdvergabe von Produkten** bezeichnet. Eine solche Entscheidung ist natürlich mit Kosten verbunden, mit denen die zusätzlichen Produktionskapazitäten erkaufte werden. Weiterhin ist ein solcher Schritt nicht für jedes Produkt möglich, sondern kann nur für bestimmte Produkte veranlasst werden. Die Fremdvergabe von Produkten ist, anders als zusätzliche Überstunden, nicht kurzfristig möglich. Sie muss wohl überlegt sein und bedarf einer langen Vorbereitung, da hier die Transportzeiten und Produktionszeiten berücksichtigt werden müssen.

Werkzeugmaschinen finden sowohl bei kleinen als auch bei großen Stückzahlen Einsatz. Für diese Arbeit wird die Produktion komplexer, individueller Produkte angenommen, mit einer geringen Stückzahl bzw. Stückzahl 1. Der Fertigungstyp entspricht deshalb einer **Einzelfertigung (Individualfertigung) oder Kleinserienfertigung**. Als Organisationstyp wird in dieser Arbeit die **Werkstattfertigung** angenommen. Sie wird häufig für die Produktion von Einzelstücken oder Kleinserien genutzt und ist besonders dafür geeignet (vgl. [WK09], S. 120 f.). Sie „ist eine ortsveränderliche Fertigung, bei der die wesentlichen Betriebsmittel ortsfest sind und nach Funktionsgesichtspunkten zu Organisationseinheiten („Werkstätten“) zusammengefaßt und plaziert werden“ ([Dan99], S. 315). Bei der Produktion handelt es sich um eine **Auftragsfertigung**, da die Produkte auf Basis kundenindividueller Anforderungen entwickelt und gefertigt werden. Einzig häufiger verwendete Produkte werden in größeren Mengen produziert und gelagert.

Jeder Kundenauftrag hat ein Fälligkeitsdatum zu welchem er fertig gestellt worden sein sollte. Kann dieses nicht eingehalten werden, so ist es möglich, das Produkt verspätet fertig zu stellen. Der Auftrag bzw. die Produkte befinden sich dann im **Auftragsrückhang**. Dies ist mit zusätzlichen Kosten verbunden und sollte möglichst vermieden werden.

Bei den Erzeugnissen kann es sich um einstufige oder auch **mehrstufige Produkte** handeln. Von einer mehrstufigen Erzeugnisstruktur ist die Rede, wenn Vorgänger-Nachfolger-Beziehungen der Produkte relevant sind. Es existieren hierbei verschiedene mehrstufige Erzeugnisstrukturen, siehe Abbildung 2.3 (vgl. [Mey99], S. 47; [Sue05b], S. 11 f.). In dieser Arbeit sollen nur lineare und konvergierende Strukturen betrachtet werden. Die Dauer einer einzelnen Produktion kann dabei sehr stark variieren. Sie wird in dieser Arbeit synonym als **Bearbeitungszeit** auf einer Ressource bezeichnet. Dies reicht von wenigen Minuten für Kleinteile, bis hin zu einigen Tagen für komplexe Erzeugnisse. Auch der Rüstaufwand unterscheidet sich für unterschiedliche Produkte und Ressourcen. Die **Rüstzeit** liegt dabei aber eher im Minuten- und Stundenbereich, statt bei einigen Tagen. Der Bearbeitungsprozess auf Werkzeugmaschinen kann nicht unterbrochen werden, um ein anderes Produkt vorzuziehen oder zwischendurch zu fertigen. Möglich ist aber dennoch das Pausieren des Bearbeitungsvorganges und eine spätere Wiederaufnahme. Der **Rüstzustand**, also die Bestückung der Maschine mit Werkzeugen und das eingespannte Werkstück, bleiben dabei unverändert.

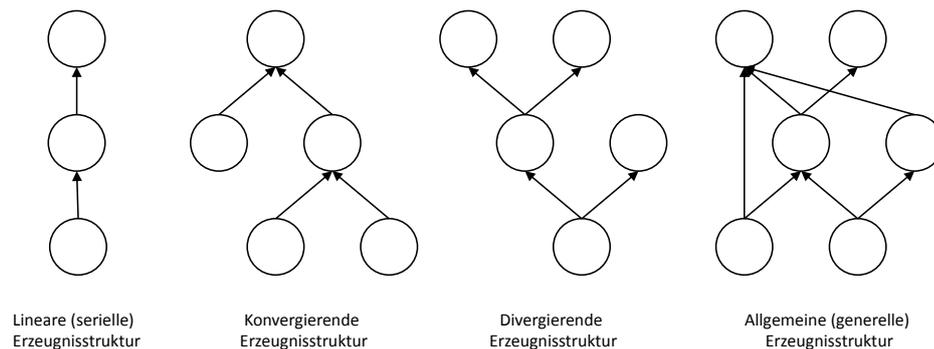


Abbildung 2.3.: Verschiedene Erzeugnisstrukturen der mehrstufigen Produktion (vgl. [Sue05b], S. 12)

Eine Besonderheit der Werkzeugmaschinen ist das automatische Abarbeiten der spannenden Bewegungen. Daher ist eine **Produktion ohne Werker** teilweise möglich, beispielsweise am Wochenende. Dieses Vorgehen ist allerdings nicht ganz Risikofrei und wird deshalb nur in bestimmten Fällen angewandt. Diese Art der unüberwachten Fertigung kann nur für Produkte genutzt werden, die zum wiederholten Mal auf einer Ressource gefertigt werden und bei denen solch ein Vorgehen zuvor erprobt und freigegeben wurde. Demnach ist es nur zulässig für einige wenige Produkte.

Der in dieser Arbeit behandelte Betrachtungsgegenstand lässt sich wie folgt zusammenfassen. Die mehrstufige Losgrößen- und Reihenfolgeplanung soll im Rahmen der Planung der Produktion eingehend untersucht werden. Der Fokus liegt auf einer mög-

lichst realitätsnahen Planung unter Berücksichtigung der Anforderungen, die durch die Unternehmen der spanenden Fertigung gegeben sind. Diese beinhalten sowohl die besonderen Herausforderungen und Möglichkeiten von Werkzeugmaschinen als auch die Herausforderung häufigen Umplanens. Der Planungshorizont soll dabei bis zu mehrere Wochen umfassen und möglichst alle Kundenaufträge berücksichtigen. Aus Planungssicht liegt hier eine operative Planung vor (vgl. [WKD13], S. 74 und S. 78).

Dabei treten verschiedene Kostenfaktoren auf, die bei der Planung berücksichtigt werden müssen. Im Folgenden sind die für diese Arbeit relevanten Arten näher erläutert (vgl. [Sal91], S. 1; [Haa94], S. 5; [Sue05b], S. 8 f.):

- **Lagerhaltungskosten**

Die Lagerhaltungskosten werden häufig durch eine lineare Kostenfunktion abgebildet und können neben Kapitalbindungskosten auch Kosten für die Lagerung, die Lagerhäuser, anfallende Steuern oder Versicherungen beinhalten (vgl. [Sil81]; [SP85], S. 62 f.; siehe auch [Ker96], Sp 1041).

- **Rüstkosten**

Rüstkosten fallen bei der Änderung des Rüstzustandes einer Ressource an. In dieser Arbeit sollen Kosten für das Einrüsten bzw. Umrüsten einer Ressource betrachtet werden. Diese können beispielsweise durch die Bestückung eines Werkzeugmagazins, als direkte Kosten für verwendetes Material oder als Opportunitätskosten anfallen und können abhängig von der benötigten Rüstzeit sein (vgl. [GT13], S. 210 f.; siehe auch [Ker96], Sp 1809).

- **Überstunden**

Kapazitätserweiterungen durch die Nutzung von Überstunden verursachen zusätzliche Kosten. Diese liegen meist über dem Stundensatz der vertraglich festgesetzten Arbeitszeit und können je nach Ressource variieren.

- **Fremdvergabe**

Werden Produkte von externen Partnern gefertigt, entstehen weitere hohe Kosten. Diese müssen sowohl die Produktionskosten als auch die Transportkosten beinhalten. Eine solche Auslagerung der Produktion ist deutlich teurer als die Produktion mit eigenen Kapazitäten, auch unter Zuhilfenahme von Überstunden.

- **Auftragsrückhang**

Kann ein Auftrag nicht rechtzeitig fertig gestellt werden, so fallen ebenfalls Kosten dafür an. Dies können beispielsweise Kosten für entgangenen Umsatz, Reputationsverlust oder auch einfache Strafkosten sein.

Die mehrstufige Losgrößen- und Reihenfolgeplanung soll die Frage beantworten, welche Produkte, in welchen Mengen, auf welchen Ressourcen und in welchen Zeitabschnitten kostenminimal produziert werden können. Die gesamte Nachfrage muss dabei erfüllt

werden. Aus dieser Frage und dem Betrachtungsgegenstand lassen sich einige Freiheitsgrade für die Planung ableiten.

- **Losgröße**

Als Losgröße wird die „Menge einer Produktart oder Baugruppe, die in einer Produktionsstufe als ein Posten ohne Unterbrechung produziert wird“ ([Spr13], S. 284; vgl. auch [HH11], S. 187 und [DSV97], S. 16) bezeichnet. Die Losgrößen beeinflussen dabei die Häufigkeit der Rüstvorgänge und die zu lagernde Menge und haben somit Auswirkungen auf die Kosten (vgl. [GT13], S. 210 f.; siehe auch [Ker96], Sp 1810).

- **Technologische Bearbeitungsfolge**

Als technologische Bearbeitungsfolge, oder auch Maschinenfolge, wird die Reihenfolge der Abarbeitung innerhalb eines mehrstufigen Produktionsauftrages bezeichnet, sie ist demnach auftragsorientiert. Durch sie ist auch die Reihenfolge der Bearbeitungsstationen festgelegt, die ein Auftrag bis zur Fertigstellung durchlaufen muss. Die Festlegung der technologischen Reihenfolge erfolgt zumeist in der Arbeitsplanung (vgl. [Neb11], S. 338 f.; [Zäp82], S. 247). Die technologisch notwendigen Beziehungen der Produkte müssen dabei beachtet werden. Die Bearbeitungsfolge kann wiederum Auswirkungen auf andere Produktionen haben.

- **Organisatorische Bearbeitungsfolge**

Unter der organisatorischen Bearbeitungsfolge, oder auch Auftragsfolge, wird die Reihenfolge der Produkte verschiedener Aufträge auf einer Ressource verstanden, sie ist demnach arbeitsplatzorientiert. Sie kann in der Reihenfolgeplanung geändert werden und wirkt sich auf die rechtzeitige Fertigstellung der Aufträge aus (vgl. [Neb11], S. 338 f.; [Zäp82], S. 247).

- **Terminwahl**

Für jedes Produkt kann gewählt werden, wann die Fertigung durchgeführt werden soll. Dies hat unmittelbare Auswirkungen auf die Kapazitätsnutzung, die Auslastung der Ressourcen und die termingerechte Fertigstellung der Erzeugnisse.

- **Überstunden**

Durch die Nutzung von Überstunden können kurzfristig Kapazitätsengpässe in der Produktion beseitigt werden.

- **Auftragsrückhang**

Durch die verspätete Fertigstellung von Aufträgen ist es möglich, alle Kundenaufträge zu erfüllen, auch wenn nicht genügend Kapazitäten vorhanden sind um alle Aufträge rechtzeitig abzuschließen.

- **Fremdvergabe**

Die externe Vergabe von Produktionen sollte nur in äußersten Notfall genutzt werden. Sie ist mit hohen Kosten verbunden und muss langfristig geplant werden.

## 2.2. Arbeitsvorbereitung

In produzierenden Unternehmen ist eine effiziente Planung, Steuerung und Überwachung der Abläufe genauso wichtig, wie effizient gestaltete Fertigungsprozesse. Diese vorbereitenden Schritte werden vor der Fertigung vollzogen und sorgen für geregelte Abläufe während der Produktion. Zusammengefasst werden sie unter dem Begriff der Arbeitsvorbereitung (AV). Sie stellen hierbei ein Bindeglied zwischen der Konstruktion und der Fertigung dar (vgl. [Eve97], S. 3). Der Begriff der Arbeitsvorbereitung kann in der Wirtschaft allerdings verschiedene Aufgaben umfassen und unterschiedliche Stellungen innerhalb eines Unternehmens einnehmen (vgl. [Son87], S. 1; [Röt91], S. 1).

Die Arbeitsgemeinschaft für wirtschaftliche Fertigung (AWF) definiert die Arbeitsvorbereitung als „alle Maßnahmen der methodischen Arbeitsplanung und Arbeitssteuerung mit dem Ziel, ein Optimum aus Aufwand und Arbeitsergebnis zu erreichen“ ([AV68], S. 6). Sie soll zu „einem bestmöglichen Zusammenwirken von menschlicher Arbeitskraft, Betriebsmittel und Werkstoff“ ([Röt91], S. 3) beitragen.

Die Arbeitsvorbereitung setzt sich zusammen aus den beiden Teilprozessen Arbeitsplanung und Arbeitssteuerung. Dabei ist die Arbeitsplanung der Arbeitssteuerung vorgeordnet. Der nachfolgende Teilprozess der Arbeitsüberwachung wird nach der AWF der Arbeitssteuerung zugeordnet und hier nicht gesondert aufgeführt (vgl. [Röt91], S. 7). Teilweise verschmelzen die beiden Teilbereiche der Arbeitsvorbereitung auch miteinander, beispielsweise wenn keine strikte Trennung gewünscht oder gefordert wird (vgl. [Wie14], S. 196). Eine Trennung ist dennoch sinnvoll, um die unterschiedlichen Kernaufgaben und Ziele zu verdeutlichen. Aufgabe der Arbeitsplanung ist die Festlegung was, wie, womit hergestellt werden soll, während die Arbeitssteuerung detaillierter betrachtet wie viel, wann, wo und durch wen zu produzieren ist (vgl. [Eve97], S. 3; [Son87], S. 1; [Röt91], S. 6).

In der Praxis und im Umfeld von industriell produzierenden Unternehmen werden häufig die Begriffe Fertigungsvorbereitung, Fertigungsplanung und Fertigungssteuerung verwendet (vgl. [Wal88], S. 73; [Eve97], S. 2).

### 2.2.1. Arbeitsplanung

Die AWF definiert die Arbeitsplanung wie folgt: „Die Arbeitsplanung umfaßt alle einmalig auftretenden Planungsmaßnahmen, welche unter ständiger Berücksichtigung der Wirtschaftlichkeit die fertigungsgerechte Gestaltung eines Erzeugnisses oder die ablaufgerechte Gestaltung einer Dienstleistung, sichern“ ([AV68], S. 6). Ziel der Arbeitsplanung ist es „niedrige Herstellkosten je Mengeneinheit zu ermöglichen“ ([Ver85], S. 64). Sie dient der Klärung der folgenden drei Fragen (vgl. [Eve97], S. 3; [Wie14], S. 195; vgl. auch [AV68], S. 5):

1. Was soll hergestellt werden? Ausgehend von der langfristigen Produktionsstrategie werden die zu fertigenden Produkte aufgeteilt nach Eigen- und Fremdfertigung.
2. Wie soll gearbeitet werden? Die organisatorischen Abläufe und Technologien, die zur Herstellung notwendig sind, werden hier bestimmt.
3. Womit soll gearbeitet werden? Die Nutzung von Material, Arbeitsmitteln und weiteren Betriebsmitteln und Ressourcen wird hier festgelegt.

Die Arbeitsplanung bezeichnet eine auftrags- oder terminneutrale Planung. Das heißt, es wird abstrahiert von einzelnen Aufträgen und zugehörigen Fristigkeiten. Dies geschieht ohne Berücksichtigung von einzelnen Arbeitsplätzen und meist unter Annahme von unbegrenzt verfügbaren Kapazitäten (vgl. [Wie14], S. 195).

In der Literatur findet sich häufig eine Unterteilung der Aufgaben der Arbeitsplanung in die Planung des Arbeitsablaufs (Arbeitsablaufplanung) und die Planung der Betriebsmittel (Arbeitssystemplanung) (vgl. [Ver85], S. 63; [Eve97], S. 7). Diese Trennung definiert nebenbei auch eine grobe Zuordnung der Aufgaben anhand ihres zeitlichen Horizontes.

### **Arbeitsablaufplanung:**

Die Arbeitsablaufplanung, oder auch Prozessgestaltung, umfasst die kurz- und mittelfristigen Aufgaben der Arbeitsplanung. Ziel ist es die „wirtschaftliche Fertigung und Montage von Produkten“ ([Eve97], S. 7) zu gewährleisten. Sie umfasst typischerweise Aufgaben wie die Stücklistenverarbeitung, die Prozessplanung oder die Arbeitsplanerstellung (vgl. [Eve97], S. 8; [Ver85], S. 63).

### **Arbeitssystemplanung:**

Die Arbeitssystemplanung, oder auch Produktionsmittelgestaltung, umfasst alle mittel- bis langfristigen Aufgaben der Arbeitsplanung. Ziel dieser Tätigkeiten ist die „wirtschaftliche Auslegung und Gestaltung von Fertigung und Montage“ ([Eve97], S. 7). Typische Aufgaben sind hier die Investitionsrechnung, die Fertigungsmittelplanung oder die Personalplanung (vgl. [Eve97], S. 8; [Ver85], S. 63).

Eine Übersicht über Tätigkeiten, die der Arbeitsplanung zugeordnet werden können, und eine entsprechende Einteilung gemäß ihrer Fristigkeit findet sich in ([Eve97], S. 8 und S. 12) oder in ([Wie14], S. 179). Wiendahl nimmt eine detailliertere Zeiteinteilung vor und ordnet die Aufgaben der Arbeitsplanung in einen kurz-, einen mittel- und einen langfristigen Zeithorizont ein. Eine Aufteilung in Arbeitsablaufplanung und Arbeitssystemplanung nimmt er nicht vor. Der Kurzfristbereich stellt hierbei sozusagen das Tagesgeschäft dar und wird um die beiden anderen Zeithorizonte ergänzt (vgl. [Wie14], S. 198).

### 2.2.2. Arbeitssteuerung

„Die Arbeitssteuerung umfaßt alle Maßnahmen, die für eine der Arbeitsplanung entsprechenden Auftragsabwicklung erforderlich sind“ ([AV68], S. 6). Die Arbeitssteuerung baut dementsprechend auf den Tätigkeiten der Arbeitsplanung und deren Ergebnissen auf. Ihr Zweck ist die Klärung der folgenden drei Fragen (vgl. [Eve97], S. 3; [Wie14], S. 195; [Röt91], S. 6; vgl. auch [AV68], S. 6):

1. Welche Mengen eines Produktes sollen wann gefertigt werden?
2. Wann müssen die Arbeitsaufträge, die benötigten Ressourcen und Betriebsmittel zur Verfügung stehen?
3. Wie lassen sich die vorhandenen Aufträge, unter Berücksichtigung der Kapazitäten, auf die zur Verfügung stehenden Arbeitsplätze verteilen und frist- und termingerecht herstellen?

Die Arbeitssteuerung erstellt, im Vergleich zum kurzfristigen Zeithorizont der Arbeitsplanung, eine detailliertere Planung der Arbeitsabläufe. Im Gegensatz zur Arbeitsplanung ist sie auftragsbezogen (vgl. [Eve97], S. 13). Ihre Tätigkeiten umfassen das „Veranlassen und Sichern der Arbeitsdurchführung hinsichtlich Menge, Termin, Beschaffenheit, Kosten und Arbeitsbedingungen“ ([Röt91], S. 6). Durch die ihr zugeordnete Auftragsüberwachung zählen auch die Analyse und die Beseitigung von Planabweichungen durch Soll-Ist-Vergleiche und Ursachenanalyse zu ihren Aufgaben (vgl. [Röt91], S. 7).

In der Literatur wird auch der Begriff der Produktionsplanung und -steuerung (PPS) für die Aufgaben der Arbeitssteuerung verwendet, da diese sich weitestgehend überdecken (vgl. [Hac89], S. 4; [Eve97], S. 123; [Wie14], S. 195; [Bög15], S. 50). Das Konzept und die Aufgaben der Produktionsplanung und -steuerung werden in Abschnitt 2.3 erläutert.

## 2.3. Produktionsplanung und -steuerung

Der Begriff der Produktionsplanung und -steuerung wird zu Beginn der 1980er Jahre erstmalig genutzt und bezeichnet ein Konzept zur ganzheitlichen „Material- und Zeitwirtschaft in der produzierenden Industrie“ ([SS12b], S. 4). Sie „bildet heute nach wie vor den Kern eines jeden Industrieunternehmens“ ([SS12a], S. 11) und ist deshalb ein grundlegender und wichtiger Baustein für das Produktionssystem (vgl. [SS12a], S. 11). Die ihr zugrunde liegenden Aufgaben sind sehr vielfältig und unterscheiden sich neben der zeitlichen Dimension auch in sachlicher Hinsicht (vgl. [Kuh90], S. 16).

### **Begriffsabgrenzung:**

Das zugrunde liegende Konzept ist nicht einheitlich. So findet sich, sowohl in der Praxis als auch in der Literatur, eine ganze Reihe unterschiedlicher Beschreibungen und Ansätze zur Produktionsplanung und -steuerung. Dies gilt sogar für verschiedene Betriebe desselben Unternehmens (vgl. [Kie+12], S. 153). Auch die Abkürzung PPS wird in der Literatur und in der Betriebspraxis nicht einheitlich verwendet. Neben der Abkürzung für die Bezeichnung „Produktionsplanung und -steuerung“ wird sie auch als Kürzel für „Produktionsplanung und -steuerungssysteme“ verwendet. Diese stellen die informationstechnische Umsetzung der Konzepte hinter der Produktionsplanung und -steuerung dar bzw. unterstützen die Planer bei den entsprechenden Aufgaben (vgl. [Sch11], S. 49 und S. 451). Eine strikte Abgrenzung ist notwendig, um die Eindeutigkeit zu gewährleisten. Deshalb soll für die informationstechnische Realisierung in dieser Arbeit die Abkürzung PPS-System verwendet werden.

Der Begriff der Produktionsplanung und -steuerung bezieht sich dabei auf unternehmensinterne Abläufe und deren Organisation. Abgrenzend dazu versucht das Supply Chain Management die gesamte Lieferkette über die Unternehmensgrenzen hinweg zu optimieren und die unternehmensübergreifenden Prozesse einzubeziehen. Diese strikte Unterteilung schwimmt aber teilweise, denn heutzutage umfasst der Begriff des PPS weit mehr, als nur die Planung und Steuerung der Produktion. Häufig werden weitere Teile der Lieferkette (engl.: Supply Chain) inklusive der vorherrschenden Netzwerk- und Logistikbeziehungen integriert (vgl. [Sch11], S. VI f.; vgl. auch [SS12b], S. 4).

### **Entscheidungsebenen:**

Die Planung der Produktion lässt sich zeitlich in mehrere Ebenen untergliedern. Die Einteilung spiegelt dabei sowohl die zeitliche Reichweite der Planung als auch die Tragweite der damit verknüpften Entscheidungen wider. Folgende drei Ebenen lassen sich hierbei unterscheiden (vgl. [GT13], S. 21 f.; [DSV97], S. 2; [Sch99], S. 21 f.; [Zäp82], S. 34 ff.).

- **Strategische Planung**

Die strategische Produktionsplanung umfasst alle langfristigen Entscheidungen bzgl. der Produktion. Sie hat die Aufgabe, die Rahmenbedingungen für den langfristigen Erfolg eines Unternehmens zu schaffen und zu sichern. Die hier getroffenen Entscheidungen haben eine grundlegende Bedeutung für das gesamte Unternehmen. Zu der strategischen Produktionsplanung gehören beispielsweise Entscheidungen über den Produktionsstandort oder die Investition in neue Technologien und Produktfelder. Die zur Planung und Entscheidung genutzten Daten weisen einen hohen Aggregationsgrad auf.

- **Taktische Planung**

Die taktische Produktionsplanung hat die Aufgabe, die durch die strategische Produktionsplanung vorgegebenen langfristigen Ziele schrittweise umzusetzen.

Mittelfristig werden hierbei Entscheidungen getroffen und umgesetzt, die einzelne Unternehmensbereiche betreffen. So lassen sich beispielsweise Entscheidungen über die Layoutplanung oder die Dimensionierung der Produktionskapazitäten in diese Planungsebene einordnen. Der Aggregationsgrad der Daten, auf denen die Planungen der taktischen Ebene beruhen, kann als mittel betrachtet werden.

- **Operative Planung**

Die operative Produktionsplanung dient der kurzfristigen Umsetzung der zuvor in der strategischen und taktischen Planungsebene festgelegten Ziele. Hierzu zählt zum Beispiel die wirtschaftliche Ausschöpfung der vorhandenen Kapazitäten. Die genutzten Daten weisen eine geringe Aggregation auf.

Die Produktionsplanung und -steuerung lässt sich der operativen Planung zuordnen, weshalb auch teilweise der Begriff der operativen Produktionsplanung und -steuerung verwendet wird (vgl. [Sch01], S. 12; vgl. auch [Dan09], S. 9). Sie gliedert sich in die beiden Teilbereiche der Produktionsplanung und der Produktionssteuerung. Eine einheitliche Aufgabenzuordnung und strikte Trennung zwischen diesen beiden Bereichen lässt sich allerdings nicht in der Literatur finden. Vielmehr sind der Übergang und die Aufgabenzuordnung fließend. Weiterhin ist die Gestaltung der operativen Planungsaufgaben abhängig von der Marktorientierung und der Organisation des Unternehmens (vgl. [Kur11], S. 192; [FFG97], S. 128 ff.). Hierzu zählt beispielsweise der Typ der Auftragsabwicklung. Eine reine Kundenauftragsbearbeitung umfasst andere Aufgaben als eine Angebotsproduktion für einen anonymen Markt. Eine mögliche Gliederung der Produktionsplanung und -steuerung und die Zuordnung einzelner Aufgaben zu einem der beiden Teilbereiche ist dargestellt in Abbildung 2.4.

### 2.3.1. Produktionsplanung

#### **Produktionsprogrammplanung:**

Ausgehend von den errechneten Absatzprognosen und bereits vorliegenden Kundenaufträgen hat die Produktionsprogrammplanung im Rahmen der operativen Planung die Aufgabe festzulegen, „welche konkreten Endproduktmengen in den einzelnen Perioden des unmittelbar bevorstehenden Planungszeitraumes produziert werden sollen“ ([GT13], S. 128). Dies geschieht in einer aggregierten Form, bspw. in Form von Produktionsgruppen. Hierbei werden Art, Menge und Termine der zu produzierenden Erzeugnisse festgelegt. Ergebnis der Produktionsprogrammplanung ist ein Produktionsplan für die Primärbedarfe (vgl. [Hac89], S. 11; vgl. auch [SS12a], S. 39 ff.; [Wie14], S. 282; [Spr13], S. 354; [Tem08], S. 5).

#### **Materialbedarfsplanung:**

Die mittelfristige Materialbedarfsplanung wird auch als Materialplanung oder Mengenplanung bezeichnet (vgl. [Wie14], S. 282). Sie umfasst die Planung der zur Umset-

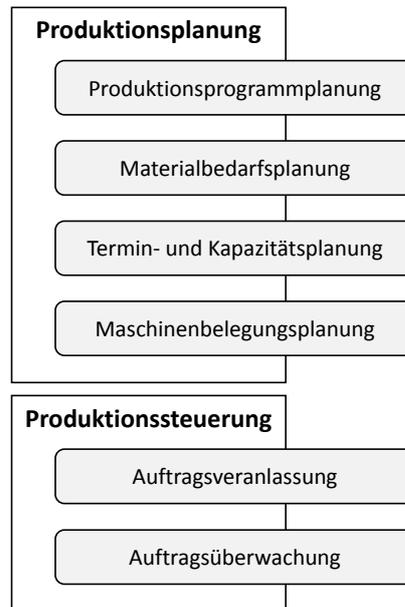


Abbildung 2.4.: Gliederung und Aufgaben der Produktionsplanung und -steuerung (vgl. [Hac89], S. 5 und [Kuh90], S. 16)

zung des Produktionsprogramms erforderlichen Produktionsfaktoren in ausreichender Quantität, Qualität und zu einem geeigneten Zeitpunkt. Hierfür werden aus den disaggregierten Primärbedarfen des Produktionsprogrammplans (Bedarf an Fertigprodukten) die Sekundärbedarfe (Bedarf an Baugruppen, Einzelteilen und Rohstoffen) und der Tertiärbedarf (Bedarf an Betriebs- und Hilfsstoffen) errechnet (vgl. [Hac89], S. 11 f.; vgl. auch [SS12a], S. 43 ff.; [Wie14], S. 290 ff. und [Spr13], S. 295). Zu guter Letzt werden durch eine Losgrößenplanung nach wirtschaftlichen Gesichtspunkten Produktions- und Beschaffungslose gebildet (vgl. [Kuh90], S. 17; vgl. auch [Wie14], S. 290 ff. und [Kie+12], S. 156 ff.).

### **Termin- und Kapazitätsplanung:**

Die Termin- und Kapazitätsplanung schließt sich an die Materialbedarfsplanung an. In der Literatur wird auch der Begriff der Durchlauf- und Kapazitätsterminierung genutzt. Ihre Aufgabe ist die zeitliche und kapazitätsmäßige Planung des Ablaufs der Aufträge. Die Durchlaufterminierung wird durchgeführt, um die Start- und Endtermine der Aufträge und Arbeitsvorgänge, sowie die Pufferzeiten grob festzulegen. Dies geschieht mit Hilfe unterschiedlicher Terminierungsverfahren und wird kapazitätsunabhängig durchgeführt, also ohne Berücksichtigung der vorhandenen Kapazitäten der Ressourcen (vgl. [GT13], S. 196; [Kie+12], S. 157). Erst im nachfolgenden Schritt, der Kapazitätsplanung, werden die Kapazitätsbedarfe der terminierten Arbeitsgänge den Kapazitätsangeboten der Ressourcen in summierter Form gegenübergestellt. Das Ziel

einer möglichst gleichmäßigen Auslastung wird durch eine Kapazitätsabstimmung und eventuell notwendige Kapazitätsabgleiche oder Kapazitätsanpassungen erreicht (vgl. [Kie+12], S. 157; [DSV97], S. 16). Der nachfolgende Schritt der Belegungs- und Reihenfolgeplanung wird in der Literatur teilweise auch zur Termin- und Kapazitätsplanung gerechnet (vgl. z. B. [Wie14], S. 327 oder auch [Hac89], S. 13), ist aber meist als eigene Teilaufgabe aufgeführt.

### **Maschinenbelegungsplanung:**

Für den Schritt der termingerechten, arbeitsvorgangsgenauen Planung, inklusive Ressourcenzuordnung, existieren in der Literatur verschiedene Begriffe. Neben der Maschinenbelegungsplanung, der Ablaufplanung und der Feinterminierung wird auch die Bezeichnung Reihenfolgeplanung verwendet (vgl. [Kuh90], S. 17; [Kie+12], S. 274 f.; [GT13], S. 202). Teilweise werden diese Begriffe aber auch voneinander unterschieden und differenziert betrachtet (vgl. [Zäp82], S. 247 f.). Die Maschinenbelegungsplanung stellt die Verbindung zwischen Planung und Durchführung dar und ist die „Grundlage für die Veranlassung der Produktionsprozesse“ ([GT13], S. 202). Ihre Zuordnung zur Produktionsplanung oder Produktionssteuerung ist in der Literatur nicht eindeutig (vgl. [Wie14], S. 327). Ziel ist die Festlegung einer Reihenfolge für die Aufträge auf einer Ressource, in der sie bearbeitet werden sollen. Die Zuteilung erfolgt dabei stunden- oder sogar minutengenau. Weiterhin werden sowohl die Rüst- und Betriebszustände der Ressourcen, als auch die Verfügbarkeit der Werkzeuge und Transportmittel berücksichtigt (vgl. [GT13], S. 202).

### **2.3.2. Produktionssteuerung**

#### **Auftragsveranlassung:**

Die Auftragsfreigabe erfolgt nach der Durchführung der vorherigen Aufgaben. Durch sie wird die Verfügbarkeit aller eingeplanten Ressourcen geprüft und ihre Bereitstellung veranlasst. In der Literatur und Praxis wird die Prüfung auch als eigenständige Aufgabe angesehen und unter der Bezeichnung der Verfügbarkeitsprüfung geführt. Alle zur Produktion notwendigen Informationen (Fertigungsunterlagen) werden erstellt und an die jeweiligen Arbeitsplätze bzw. die (Werkstatt-)Verantwortlichen weitergegeben (vgl. [Wie14], S. 329 f.; [SS12a], S. 57; [Kie+12], S. 271).

#### **Überwachung:**

Im Rahmen der Auftragsüberwachung wird das aktuelle Produktionsgeschehen auftragsbezogen verfolgt. Hierbei werden die Ist-Werte mit den Plan-Werten hinsichtlich Zeit, Menge und Qualität verglichen und gegebenenfalls Gegenmaßnahmen eingeleitet. Die Kapazitätsüberwachung hat dagegen die Aufgabe der ressourcenbezogenen Kontrolle des aktuellen Produktionsgeschehens. Im Zuge dessen wird die Auslastung der Maschinen überwacht und bei Störungen, Stillstand, ungleicher Verteilung oder Über-

lastungssituationen gegebenenfalls gegengesteuert. Die Materialüberwachung kontrolliert den Materialfluss und muss auf fehlende Verfügbarkeiten reagieren. Die Aufgaben der Kapazitäts- und Materialüberwachung können auch als Ressourcenüberwachung zusammengefasst werden. Mit Hilfe der Betriebsdatenerfassung (BDE) oder elektronischer Leitstände wird die Rückmeldung der Ist-Daten sichergestellt (vgl. [Kie+12], S. 291 f.; [SS12a], S. 64; [Wie14], S. 330; [Bög15], T 2 und T 18).

### 2.3.3. PPS-Systeme

Die meisten produzierenden Unternehmen nutzen heutzutage Softwaresysteme zur Unterstützung ihrer planerischen Tätigkeiten (vgl. [GT13], S. 5). Der Einsatz und die Entwicklung solcher Systeme ist historisch gewachsen und geht bis in die 1960er Jahre zurück. Entscheidend dazu beigetragen hat das Konzept der Materialbedarfsplanung (engl.: Material Requirements Planning (MRP))(vgl. [Orl75]). Die hierauf basierenden Systeme führen eine bedarfsorientierte Materialplanung anhand von Stücklistenauflösung und Lagerbeständen durch und errechnen daraus die Sekundärbedarfe. Sie gehen von deterministischen Bedarfen und einem diskreten Zeitraster aus. Für die Unternehmen bedeutete dies neben den Informationen über das Produktionsprogramm bzw. die nachgefragten Endprodukte auch Informationen über Zwischenprodukte und Rohteile. Eine Betrachtung der Kapazitäten wird hierbei nicht durchgeführt. Das Konzept des MRP wird zur Abgrenzung teilweise auch als MRP I bezeichnet (vgl. [Hac10], S. 111; [SS12a], S. 195, [Wie14], S. 279; [Kie+12], S. 160 f.).

Durch die Weiterentwicklung des MRP Konzeptes ist das Manufacturing Resource Planning (MRP II) entstanden. Das u. a. von O. W. Wight (vgl. [Wig84]) geprägte Konzept fügt dem MRP einige weitere Planungsschritte hinzu. Hierzu zählen neben einer Kapazitäts- und Ablaufplanung auch Funktionen aus weiteren Unternehmensbereichen, wie beispielsweise Marketing, Personalwesen und Vertrieb. Klassische PPS-Systeme sind meist Sukzessivplanungssysteme nach dem MRP II Konzept (vgl. [Kie+12], S. 159 ff.; [SS12a], S. 195; [SS12b], S. 409; [Che01], S. 375 f.). Die Konzepte des MRP bzw. MRP II bilden die Basis für die meisten heute eingesetzten PPS-Systeme (vgl. [DSV97], S. 18).

In den 90er Jahren wurden die auf dem MRP II Konzept basierenden Systeme zu den sogenannten Enterprise Resource Planning (ERP)-Systemen erweitert. ERP vereint die Fertigung mit anderen wichtigen Unternehmensbereichen. Hierzu zählen neben dem Auftrags-Management, dem Personalwesen und dem Vertrieb auch das Finanzwesen (vgl. [Che01], S. 374). Hierbei umfasst das ERP Konzept im Gegensatz zum klassischen MRP II Konzept weitere Teile der Lieferkette und versucht die Abläufe und den Informationsfluss über die Unternehmensgrenzen hinweg zu planen und zu optimieren (vgl. [Che01], S. 376).

Advanced Planning and Scheduling (APS)-Systeme basieren auf einer anderen Art der Planung. Sie ergänzen heutige ERP-Systeme bzw. lassen sich in bestehende Systeme integrieren. Sie bieten den meist nur transaktionsorientierten ERP-Systemen Funktionalitäten zur Entscheidungsunterstützung und Optimierung der Planungstätigkeiten (vgl. [Che01], S. 382). Sie sind modular aufgebaut und basieren, wie das MRP II Konzept, auf einer hierarchischen Planung. Sie sollen, anders als die klassischen PPS-Systeme, auch zur unternehmensübergreifenden Planung eingesetzt werden. Hierzu werden Verfahren aus dem Operations Research, wie beispielsweise modellgestützte Planungen, verwendet (vgl. [Kie+12], S. 164 f.).

Einen Überblick über die Begriffswelt solcher Systeme zur Produktionsplanung und -steuerung zeigt Abbildung 2.5.

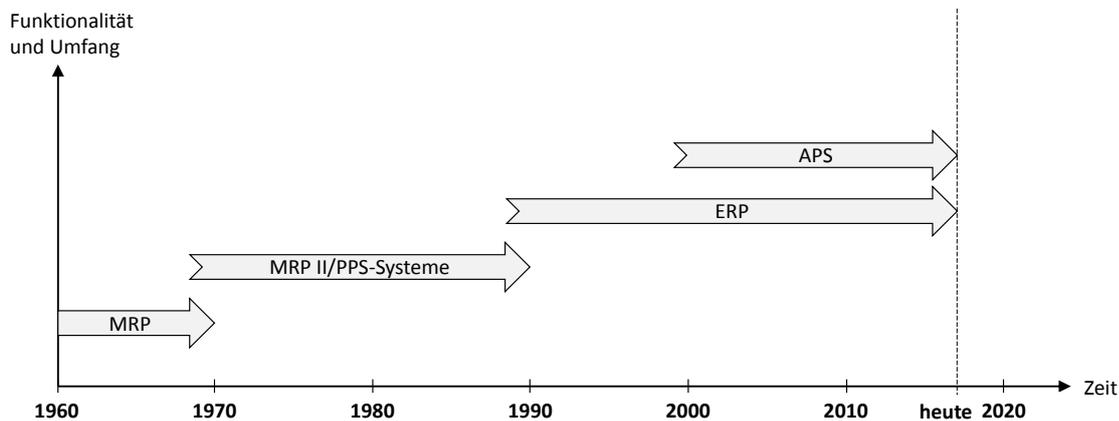


Abbildung 2.5.: Überblick über die zeitliche Entwicklung von rechnergestützten Systemen zur Produktionsplanung und -steuerung (angelehnt an [Hac10], S. 111).

## 2.4. Losgrößen- und Reihenfolgeplanung

In diesem Abschnitt soll die Losgrößen- und Reihenfolgeplanung detaillierter behandelt werden. Dazu wird neben einem kurzen Überblick auch eine Einordnung der beiden Planungsprobleme in die Arbeitsvorbereitung bzw. Produktionsplanung und -steuerung vorgenommen. Weiterhin wird auf Probleme bei der getrennten Betrachtung der beiden Planungsaufgaben eingegangen und bestehende Zusammenhänge verdeutlicht.

### 2.4.1. Einordnung

Sowohl die Losgrößenplanung, als auch die Reihenfolgeplanung lässt sich innerhalb der Arbeitsvorbereitung dem Bereich der Arbeitssteuerung zuordnen. Die Einordnung innerhalb der Produktionsplanung und -steuerung ist nicht so eindeutig. Die Losgrößenplanung wird der Produktionsplanung zugeordnet, da sie dem Aufgabengebiet der Materialbedarfsplanung oder der Termin- und Kapazitätsplanung untergeordnet wird (vgl. [Zäp82] S. 192 ff.; [Hac89], S. 155; [Kuh90], S. 17; [Sch01], S. 13; [Kie+12], S. 156 ff.). Die Reihenfolgeplanung wiederum wird entweder der Termin- und Kapazitätsplanung zugeordnet (vgl. [Hac89], S. 13 ff.) oder ist als eigene Aufgabe entweder der Produktionsplanung (vgl. [Kuh90], S. 17) oder der Produktionssteuerung zugeordnet (vgl. [Kie+12], S. 157; [Zäp82], S. 247 ff.).

### 2.4.2. Reihenfolgeplanung

Durch die Reihenfolgeplanung wird die zeitliche Reihenfolge bestimmt, in der verschiedene Produkte auf unterschiedlichen Ressourcen zu bearbeiten sind (vgl. [Spr13], S. 373). Bei der Planung mehrstufiger Produktionen spielt sowohl die organisatorische Bearbeitungsfolge, als auch die technologische Reihenfolge eine wichtige Rolle. Die Reihenfolgeplanung hat direkt oder indirekt Einfluss auf etwaige Kostengrößen. Hierzu gehören beispielsweise Verzugskosten bei Überschreitung von Fälligkeitsterminen oder zusätzliche Kosten für notwendige Überstunden bei einer schlecht gewählten Reihenfolge (vgl. [Ste07], S. 238 f.). Die reine Reihenfolgeplanung (engl. sequencing) bildet nur die Bearbeitungsfolgen der Aufträge einer Ressource. Werden gleichzeitig auch Beginn und Ende der Aufträge festgelegt, so ist die Rede von der Maschinenbelegungsplanung (engl. scheduling) (vgl. [DSV97], S. 16). In dieser Arbeit soll auch die zeitliche Einordnung der Aufträge unter den Begriff der Reihenfolgeplanung fallen.

### 2.4.3. Losgrößenplanung

Die Losgrößenplanung ist ein intensiv erforschter Teil der Produktionsplanung und -steuerung. Sie wird immer dann nötig, wenn bei einem Produktwechsel Rüstkosten oder -zeiten auftreten. Die Planungsaufgabe besteht darin, eine im Hinblick auf ein Zielkriterium, wie beispielsweise die Gesamtkosten, möglichst optimale Einteilung von Losen vorzunehmen. Dies stellt eine Herausforderung dar, wenn verschiedene Kosten berücksichtigt werden müssen. Klassischerweise sind dies die Rüstkosten und die Lagerhaltungskosten. Diese beiden Kostengrößen verhalten sich für unterschiedliche Losgrößen komplementär (vgl. [DSV97], S. 70). Zu sehen ist dies in Abbildung 2.6. Im Sinne minimaler Lagerhaltungskosten wäre die Produktion von vielen kleinen Losen von Vorteil, während für die Minimierung der Rüstzeiten und -kosten die größtmöglichen Lose eine erstrebenswertes Ziel darstellen (vgl. [Zäp82], S. 194).

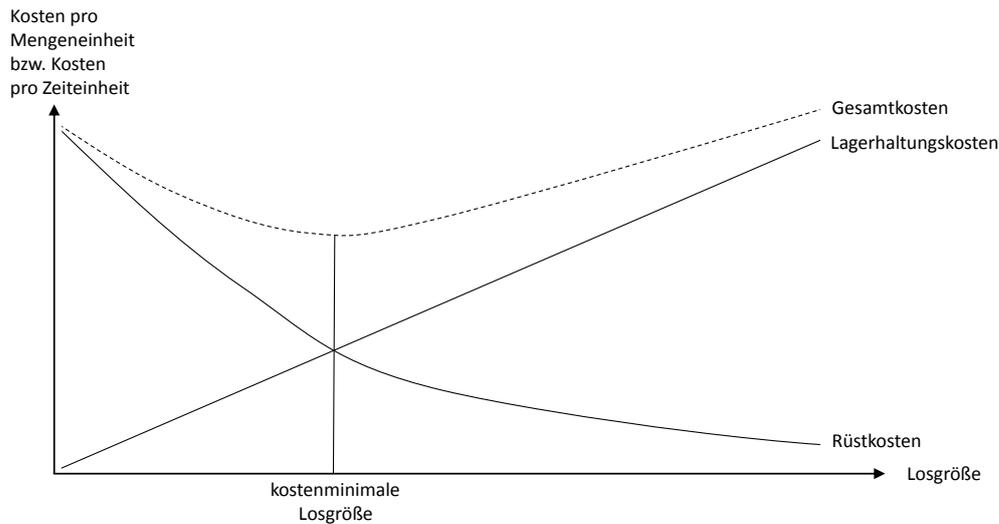


Abbildung 2.6.: Schematische Darstellung gegensätzlicher Kostenfunktionen bei der Losgrößenplanung (in Anlehnung an [Zäp82], S. 197 und [DSV97], S. 70).

Es existieren viele verschiedene Losgrößenprobleme und entsprechend viele Lösungsmethoden. Dies reicht von statischen Losgrößenproblemen mit beispielsweise einem konstanten Periodenbedarf und einem unendlichem Planungshorizont, für dessen Lösung die klassische Losformel oder auch Andler-Formel (vgl. auch Economic order quantity (EOQ)) eingesetzt wird (vgl. bspw. [Zäp82], S. 195 ff. und [DSV97], S. 76 ff.), bis hin zu dynamischen, deterministischen (vgl. bspw. [DSV97], S. 115 ff.) oder stochastischen Losgrößenproblemen (vgl. bspw. [DSV97], S. 166 ff.). Die Lösung dieser Probleme gestaltet sich deutlich schwieriger und erfordert andere Methoden und Herangehensweisen. Übersichtliche Kategorisierungen verschiedener Probleme der Losgrößenplanung finden sich beispielsweise in ([DSV97], S. 74 und [Sah10], S.11).

#### 2.4.4. Simultane Losgrößen- und Reihenfolgeplanung

Die Losgrößen- und die Reihenfolgeplanung lassen sich, ebenso wie viele der anderen Planungsaufgaben, nicht einfach voneinander trennen, da bestimmte Abhängigkeiten zwischen ihnen existieren. Die Wahl der Losgrößen hat dabei beispielsweise nicht nur Einfluss auf die Kosten, sondern auch auf die Bearbeitungsreihenfolgen der Produkte. Andere Losgrößen ergeben hierbei eine andere Planungsgrundlage und unterschiedliche Möglichkeiten bei der Planung der Reihenfolge. Wird beispielsweise ein Los geteilt, können zwischenzeitlich andere Produkte produziert werden, deren Produktion gegebenenfalls wichtiger ist. Die Losgrößenplanung wiederum beachtet keine Rüstzeiten oder gar reihenfolgeabhängige Rüstzeiten. Die nachträgliche Bestimmung dieser, in-

nerhalb der Reihenfolgeplanung, kann bei knappen Kapazitäten eine Umsetzung des Plans unmöglich machen. Es ist somit sinnvoll, die beiden Planungsprobleme nicht getrennt zu betrachten, sondern integriert als simultane Losgrößen- und Reihenfolgeplanung zu gestalten (vgl. [Hel94], S. 6 ff.; [Sta02], S. 8 ff.).

Welche Modelle und Lösungsverfahren zum Planen der Losgrößen und Reihenfolgen verwendet werden können, ist stark problemabhängig. Zur Gruppierung und Klassifikation lassen sich verschiedene Planungsaspekte der Losgrößen- und Reihenfolgeplanung heranziehen. In der Literatur findet sich keine einheitliche Klassifikation dieser Aspekte, wohl aber vielfältige Auflistungen. Zusammen ergibt sich ein guter Überblick über die Unterschiede der zugrunde liegenden Planungsprobleme und Modelle. Eine gute Übersicht über Aspekte der Losgrößenplanung bietet beispielsweise Suerie ([Sue05b], S. 7 ff.; vgl. auch [Haa94], S. 3 ff.; [DSV97] S. 69 ff.; [KGW03] S. 366 f.).

### 2.5. Lösungsverfahren

Planungsprobleme lassen sich auf verschiedene Art und Weise lösen. Unterschiedliche Lösungswege oder Methoden können dieselben oder auch unterschiedliche Lösungen hervorbringen. Dabei können sich die Wege sowohl im Aufwand zur Umsetzung in Software, als auch in der Laufzeit dieser und der Güte der Lösungen unterscheiden. Im Folgenden werden zwei unterschiedliche Kategorien von Lösungsverfahren näher vorgestellt, die Optimierung mit Hilfe von mathematischen Modellen und die Optimierung unter Verwendung von Heuristiken.

#### 2.5.1. Mathematische Optimierung

Viele Planungsprobleme lassen sich als mathematisches Modell formulieren und darüber exakt lösen. Dazu wird das Planungsproblem mathematisch so abgebildet, dass alle relevanten Informationen enthalten sind und sich Lösungen des mathematischen Modells anhand eines Optimierungsziels bewerten und vergleichen lassen. Dieser Lösungsweg ist weit allgemeiner als spezielle Algorithmen und lässt sich auf eine Vielzahl unterschiedlicher Probleme anwenden. Je nach Planungsproblem unterscheiden sich die Modelle. Dennoch existieren einige Klassen, in die sich alle Modelle einordnen lassen. Eine generelle Darstellung eines Optimierungsmodells ist beispielsweise gegeben in ([Flo95], S. 4 f.). Im Folgenden soll Bezug genommen werden auf die Klasse der linearen Modelle, welche historisch auch als lineare Programme bezeichnet werden. Chvátal definiert lineare Programme wie in (2.1) zu sehen (vgl. [Chv83], S. 119).

$$\begin{aligned}
\text{Max} \quad & \sum_{j=1}^n c_j x_j & (2.1) \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i & (i = 1, 2, \dots, m) \\
& l_j \leq x_j \leq u_j & (j = 1, 2, \dots, n).
\end{aligned}$$

**Erklärung:**

Hierbei sind  $x_1, x_2, \dots, x_n$  Entscheidungsvariablen. Die Koeffizienten dieser Entscheidungsvariablen  $c_1, c_2, \dots, c_n$  und  $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}, a_{21}, \dots, a_{mn}$  entsprechen realen Werten. Hinzu kommen die konstanten Werte  $b_1, b_2, \dots, b_m$ , sowie die unteren und oberen Grenzen der Entscheidungsvariablen, falls sie vorhanden sind:  $l_1, l_2, \dots, l_n$  und  $u_1, u_2, \dots, u_n$ . Das aufgeführte lineare Programm setzt sich zusammen aus einer Zielfunktion,  $m$  Nebenbedingungen und bis zu  $2n$  zusätzlichen Nebenbedingungen für die Grenzen der Entscheidungsvariablen. Eine gültige Belegung der Entscheidungsvariablen stellt hierbei eine gültige Lösung für das modellierte Entscheidungsproblem dar. Dazu müssen sowohl die Nebenbedingungen des linearen Programms valide, als auch die Grenzen der Entscheidungsvariablen eingehalten sein. Die Güte einer gültigen Lösung hinsichtlich des Optimierungsziels kann dabei über die Auswertung der Zielfunktion abgeleitet werden.

Neben der Umsetzung für verschiedenste Planungsprobleme bietet die mathematische Optimierung bei korrekter Modellierung prinzipiell die Garantie einer optimalen Lösung, sofern eine existiert (vgl. bspw. [SM13b], S. 20). Die benötigten Rechnerressourcen und die notwendige Laufzeit variiert hierbei je nach Planungsproblem, Problemgröße und der Komplexitätsklasse des Problems. Ein kleiner Einblick zu Komplexitätsklassen findet sich beispielsweise in ([Ree95], S. 8 ff.), umfangreicher behandelt wird das Thema in ([Pap94]). Die Komplexität kann auch für viele Optimierungsmodelle mit realitätsnaher oder realistischer Datengrundlage eine lange Lösungszeit bedeuten oder die Optimierung derart verkomplizieren, dass solche Modelle praktisch nicht lösbar sind. Durch die mathematische Modellierung lässt sich ebenfalls erkennen, falls eine Problemstellung mit den zugrunde liegenden Daten nicht lösbar ist und keine gültige Lösung existiert.

Die Notwendigkeit einer sorgfältigen und teilweise aufwändigen Modellierung wird durch die einfache Anbindung von Standardsoftware zum Lösen der Modelle wieder wettgemacht. Hierbei werden zumeist drei verschiedene Methoden verwendet. Neben

der auf George B. Dantzig (vgl. [Chv83], S. 7) zurückgehenden Simplex-Methode finden die Innere-Punkte-Methode und das Konzept des Branch-and-Bound bei der Lösung Verwendung. Unterschieden werden grundsätzlich verschiedene Modelltypen, für die auch unterschiedliche Lösungsmethoden notwendig sind. Ein kontinuierliches Modell (LP) enthält nur kontinuierliche Entscheidungsvariablen und kann mit dem primalen Simplex, dem dualen Simplex oder der inneren Punkte Methode gelöst werden. Das Branch-and-Bound-Verfahren findet hingegen bei ganzzahligen (IP) oder gemischt ganzzahligen Modellen (MIP) Anwendung. Erstere enthalten nur ganzzahlige Entscheidungsvariablen, während letztere neben kontinuierlichen Entscheidungsvariablen auch ganzzahlige und binäre Entscheidungsvariablen enthalten können. Software-Systeme, die diese Methoden enthalten und zum Lösen der Modelle verwendet werden können, werden als Solvern bezeichnet. Mehr über die zugrunde liegenden Algorithmen und Konzepte findet sich beispielsweise in [Chv83] oder [Wol98].

### 2.5.2. Heuristische Lösungsverfahren

Als Alternative zur mathematischen Optimierung kann auch ein heuristischer Lösungsweg zur Optimierung von Planungsproblemen gewählt werden. Unter einer Heuristik werden Techniken zur Suche von optimalen oder nahezu optimalen Lösungen für ein gegebenes Problem im Rahmen eines annehmbaren Rechenaufwandes verstanden. Diese Techniken sind dabei nicht in der Lage das Finden der optimalen Lösung zu garantieren oder auch nur zu quantifizieren wie gut eine gefundene Lösung in Bezug auf die optimale Lösung ist. Auch das Finden einer gültigen Lösung kann nicht immer von diesen Verfahren garantiert werden. Heuristische Methoden sind zumeist auf ein spezielles Problem zugeschnitten bzw. für dieses Problem entwickelt. Die Lösung anderer Probleme mit derselben Heuristik funktioniert daher im Allgemeinen nicht (vgl. [Ree95], S. 6).

Anders sieht dies bei den Metaheuristiken aus. Sie basieren meist auf allgemeineren Verfahren, die auf verschiedene Planungsprobleme angewendet werden können. Im englischen Sprachgebrauch waren solche Verfahren vor der Prägung des Begriffs der Metaheuristik auch als „modern heuristics“ bekannt (vgl. [Ree95]). Voß u. a. definieren eine Metaheuristik als einen iterativen, übergeordneten Prozess, der mit Hilfe von einfachen Heuristiken und Steuerungsmechanismen effizient qualitativ hochwertige Lösungen finden soll. Diese einfachen Heuristiken können dabei unterschiedlicher Natur sein und reichen von Konstruktionsmethoden über eine einfache lokale Suche bis hin zu komplexeren Funktionen. Hierbei werden eine oder mehrere (Teil-)Lösungen pro Iteration verändert (vgl. [Voß+99], S. ix). Die aus der Veränderung an einer bestehenden Lösung generierten neuen Lösungen werden als Nachbarschaft der ursprünglichen Lösung angesehen, die Operatoren, die die Veränderung vornehmen als Nachbarschaftsoperatoren. Hierbei entstehen durch unterschiedliche Nachbarschafts-

operatoren unterschiedliche Nachbarschaften, die der Originallösung mal mehr, mal weniger ähneln. Für unterschiedliche Planungsprobleme sind unterschiedliche Nachbarschaftsoperatoren notwendig und sinnvoll.

Entscheidende Bedeutung wird bei der Konzeptionierung und Umsetzung von Metaheuristiken zwei verschiedenen Teilkonzepten zuteil. Die Diversifikation, oder auch Exploration, sorgt für eine möglichst breite Suche im Lösungsraum. Sie ist verantwortlich für die Betrachtung und Auswertung vieler, möglichst unterschiedlicher Lösungen. So soll eine ausreichende Untersuchung verschiedener Teile des Lösungsraumes sichergestellt werden. Im Gegensatz dazu hat die Intensivierung, oder auch Exploitation, eine komplementäre Aufgabe. Durch sie werden vielversprechende Teile des Lösungsraumes gezielter untersucht. Sie wird dazu genutzt, bereits gute Lösungen noch weiter zu verbessern. Die Balance zwischen diesen beiden Konzepten ist für jede Metaheuristik von entscheidender Bedeutung, um den Lösungsverlauf bestmöglich zu gestalten (vgl. [Blu+08], S. 5 f.).



## 3. Stand der Forschung

In diesem Kapitel wird der aktuelle Stand der Forschung für unterschiedliche Bereiche der Losgrößen- und Reihenfolgeplanung dargelegt. Ein Blick auf verschiedene Modellformulierungen wird verknüpft mit der Analyse unterschiedlicher Modellaspekte, die sich als Anforderungen aus der Praxis ableiten lassen. Ein Blick auf verschiedenartige Lösungsmethoden und -algorithmen spiegelt die vielfältige Forschung und die Komplexität der Planungsprobleme und Modelle der Losgrößen- und Reihenfolgeplanung wider.

Dieses Kapitel ist wie folgt aufgebaut. In Abschnitt 3.1 wird die Vielfältigkeit und Spannweite der Losgrößen- und Reihenfolgeplanung anhand einer Klassifikation verdeutlicht. Der nachfolgende Abschnitt 3.2 gibt einen Überblick über die für diese Arbeit wichtigsten Modellformulierungen aus dem Teilbereich der deterministischen Losgrößen- und Reihenfolgeplanung mit dynamischer Nachfrage, kapazitätsbeschränkten Ressourcen und diskreter Zeiteinteilung. Hierbei werden verschiedene Modelle in einer einfachen Form gegenübergestellt und verglichen. Abschnitt 3.3 stellt den Stand der Forschung für die mehrstufige, kapazitierte Losgrößen- und Reihenfolgeplanung anhand der zuvor vorgestellten grundlegenden Modelle dar. Danach wird in den Abschnitten 3.4 bis 3.8 detaillierter auf Arbeiten zu einzelnen Anforderungen oder Aspekten der Planung eingegangen. Im letzten Abschnitt dieses Kapitels 3.9 wird der aktuelle Stand der Forschung noch einmal zusammengefasst.

### 3.1. Klassifikation von Losgrößen- und Reihenfolgeplanungsproblemen

In der Literatur existieren viele unterschiedliche Ansätze zur Lösung von Problemen der Losgrößen- und Reihenfolgeplanung. Die Planungsprobleme lassen sich dabei zu meist als mathematische Optimierungsmodelle formulieren und lösen (vgl. Abschnitt 2.5). Hierbei existieren verschiedene Modellformulierungen mit unterschiedlichen Vor- und Nachteilen. Die Modellformulierung ist dabei unter anderem abhängig von dem zugrunde liegenden Problem und den Anforderungen, die an eine Lösung gestellt werden. So muss zum Beispiel die Losgrößen- und Reihenfolgeplanung in der chemischen Industrie andere Anforderungen erfüllen als die Planung der Produktion am Fließband. Die Unterschiede reichen dabei beispielsweise von der Betrachtung verschiedener Rüst-, Umrüst- oder Reinigungsprozesse, über Chargenproduktion bis hin zur begrenzten Haltbarkeit von Produkten.

Auch die Modellierung selbst kann sehr unterschiedlich umgesetzt werden. Die Spann-

### 3. Stand der Forschung

weite reicht hierbei von reinen Losgrößenplanungsmodellen bis zu komplexen Modellen der simultanen Losgrößen- und Reihenfolgeplanung. Welche Modellierung für eine Problemstellung geeignet ist, muss dabei im Einzelnen evaluiert werden. In der Literatur findet sich eine Strukturierung und Klassifizierung der Modelle anhand unterschiedlichster Kriterien. Abbildung 3.1 zeigt eine grobe Einteilung der Modelle auf. Weitere Klassifizierungskriterien und Problemaspekte sind aufgeführt in ([Haa94], S. 3 ff.; [DSV97], S. 69 ff.; [Sue05b], S. 7 ff. und [KGW03], S. 366 f.).

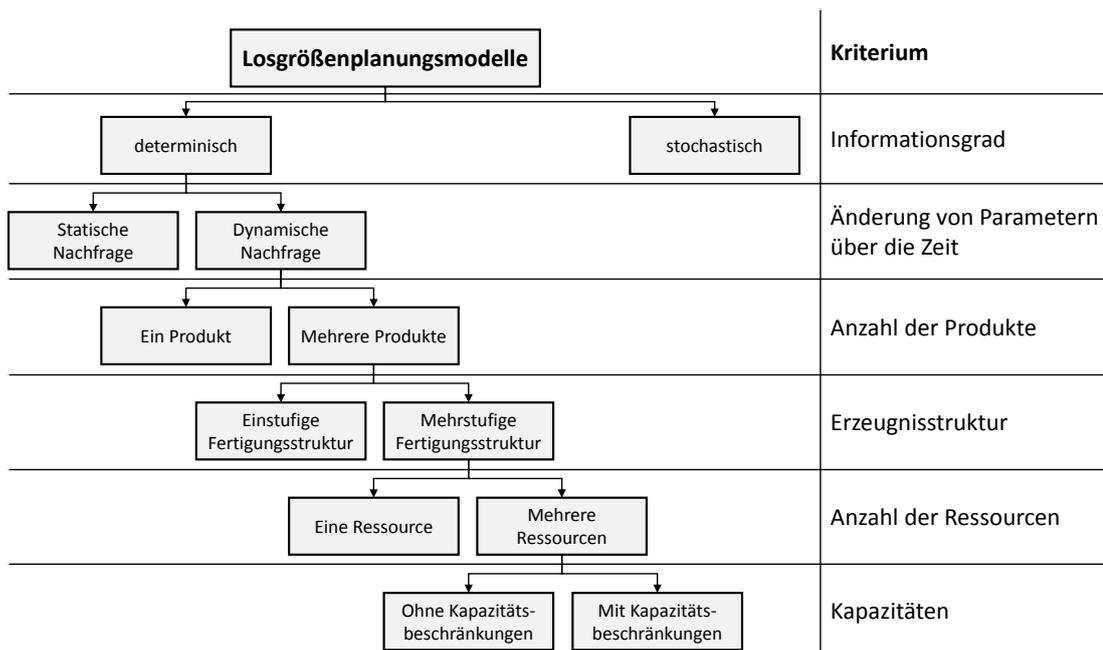


Abbildung 3.1.: Einteilung verschiedener Losgrößenplanungsmodelle (angelehnt an [DSV97], S. 74 und [Sah10], S. 11).

Für die dynamischen Losgrößenplanungsmodelle mit diskreter Zeiteinteilung und endlichem Planungshorizont ist eine Einteilung anhand der Periodenlänge geläufig. Als Periode wird dabei ein Zeitabschnitt des gesamten Planungszeitraumes verstanden. Diese werden in der englischsprachigen Literatur auch als Buckets bezeichnet (vgl. [EM87], S. 831 f.) und zur Klassifizierung genutzt. Es ergeben sich die beiden Modelltypen der Big-Bucket-Modelle und der Small-Bucket-Modelle. Neben der Periodenlänge wird zur Differenzierung dieser beiden Typen auch häufig die Anzahl unterschiedlicher Produkte angeführt, die in einer Periode produziert werden können. So werden Modelle mit längeren Perioden, in denen mehrere, verschiedene Produkte produziert werden können als Big-Bucket-Modelle bezeichnet. Small-Bucket-Modelle hingegen setzen sich aus kürzeren Perioden zusammen. In einer Periode kann dabei jeweils nur ein Produkt pro Ressource produziert und eingerüstet werden. In anderen Literaturquellen

ist hier die maximale Anzahl auf zwei Produkte und einen Rüstvorgang festgesetzt (vgl. [EM87], S. 832; [Mey99], S. 52; [KGW03], S. 366; [Tem08], S. 162 f. und S. 182 f.). Stadtler u. a. differenzieren die beiden Modelltypen anders. So enthalten die Perioden von Big-Bucket-Modellen Produktionen, die am Ende der Periode abgeschlossen sind. Mehrere Rüstvorgänge für verschiedene Produkte sind pro Periode denkbar. Die vorherrschenden Zustände werden nicht in die nächste Periode übernommen. Small-Bucket-Modelle hingegen lassen eine Übernahme des Zustandes am Ende einer Periode zu. Hier ist zumeist nur ein Rüstvorgang pro Periode möglich (vgl. [SKM15], S. 207).

Big-Bucket-Modelle treffen keine Entscheidung über die Abarbeitungsreihenfolge der Produkte in einer Periode, lediglich die Losgrößen werden festgelegt. Es handelt sich demnach bei solchen Modellen um reine Losgrößenplanungsmodelle. Small-Bucket-Modelle hingegen legen neben den Losgrößen der Produkte auch gleichzeitig die Reihenfolge fest. Deshalb werden diese Modelle als simultane Losgrößen- und Reihenfolgeplanungsmodelle bezeichnet (vgl. [Tem08], S. 163 und S. 182).

Hybride Modelle lassen sich nicht eindeutig einer der beiden Modelltypen zuordnen. Sie basieren sowohl auf Big-Bucket- als auch auf Small-Bucket-Modellen und sind eine Kombination dieser beiden Modelltypen. Dementsprechend besitzen sie auch Eigenschaften beider Typen. Hierunter fallen beispielsweise Modelle, die große Perioden nutzen, die wiederum in kleinere Perioden unterteilt sind. Modelle mit großen Perioden, die Informationen über eine (Teil-)Reihenfolge der Produkte innerhalb der Perioden bereitstellen, können ebenso als hybride Modelle gezählt werden (vgl. [Sue05b], S. 20 ff.; [Tem08], S. 162 f.).

Es gibt sehr viele Probleme der Losgrößenplanung und noch mehr unterschiedliche Modellformulierungen in der Literatur. Um dem Fokus dieser Arbeit gerecht zu werden, beschränken sich die folgenden Abschnitte auf die deterministischen, dynamischen Losgrößen- und Reihenfolgeplanungsmodelle mit endlichem Planungshorizont, kapazitätsbeschränkten Ressourcen und diskreter Zeiteinteilung. Auch zu verwandten Planungsproblemen, wie beispielsweise unkapazitierten Problemen oder Problemen mit kontinuierlicher Zeitskala, existiert Literatur, die einen guten Überblick über den Stand der Forschung bietet (siehe hierzu bspw. [DK97] und [KGW03]). Diese Planungsprobleme sollen in dieser Arbeit allerdings nicht näher betrachtet werden.

## 3.2. Grundlegende Losgrößen- und Reihenfolgeplanungsmodelle

In diesem Abschnitt sollen grundlegende Modelle aus der Literatur vorgestellt und ihre Besonderheiten und Gegensätze in einer Gegenüberstellung aufgezeigt werden. Dieser Abschnitt behandelt die in der Literatur geläufigen und für diese Arbeit wichtigen

Modelle in einer sehr einfachen Form. Andere Modelle und Erweiterungen der hier aufgeführten Modelle können in der Literatur gefunden werden.

#### 3.2.1. Big-Bucket-Modelle

##### Das Capacitated Lot Sizing Problem (CLSP):

Das wohl bekannteste und am besten erforschte Big-Bucket-Modell ist das Capacitated Lot Sizing Problem (CLSP). Das klassische einstufige CLSP kann als Erweiterung des Wagner-Whitin Problems (WW) angesehen werden (vgl. [DK97]). Es handelt sich, im Gegensatz dazu, aber um ein Problem mit Kapazitätsrestriktionen und mehreren Produkten. Als Big-Bucket-Modell sind die Periodenlänge und der Planungszeitraum typischerweise lang. Drexl und Kimms gehen hier von einer Periodenlänge von einer Woche und einem Planungshorizont von bis zu sechs Monaten aus (vgl. [DK97]). Eine erweiterte Modellformulierung, in der ein Rüstzustand zwischen zwei benachbarten Perioden übernommen werden kann, wurde von Dillenberger u. a. ([Dil+93]) bzw. Haase ([Haa94]) präsentiert. Sie ist unter dem Namen Capacitated Lot Sizing Problem with linked lotsizes (CLSP-L) bekannt (vgl. [Haa94], S. 18 ff.; vgl. auch [SS03]).

Das klassische CLSP basiert auf folgenden Annahmen (vgl. [DSV97], S. 134; [Sue05b], S. 14):

- Es handelt sich um einstufige Fertigungsprozesse.
- Mehrere Produkte werden produziert (Mehrprodukt-Produktion).
- Es wird mit endlicher Produktionsgeschwindigkeit produziert.
- Es existiert eine zeitlich veränderliche Nachfrage (dynamische Nachfrage).
- Die Nutzbarkeit der Ressourcen ist pro Periode begrenzt. Sie kann als zeitliche Verfügbarkeit angesehen werden.
- Rüstkosten fallen für jeden Produktionsstart an.
- Die Kosten für die Lagerung von Produkten sind linear.
- Es werden keine Produktionskosten betrachtet, da diese nicht entscheidungsrelevant sind.
- Die Nachfrage muss rechtzeitig erfüllt werden.
- Es wird für einen endlichen Planungshorizont geplant.
- Die Produktion findet auf einer gemeinsamen Ressource statt.

Im Modell CLSP ist eine Modellformulierung, angelehnt an Drexl und Kimms ([DK97]), aufgeführt. Zuvor werden die für das Verständnis benötigten Mengen, Entscheidungsvariablen und Parameter in Tabelle 3.1 definiert.

| Name     | Beschreibung   |
|----------|--|
| J        | Menge aller Produkte.  |
| T        | Menge aller Perioden.  |
| $q_{jt}$ | Produzierte Menge von Produkt $j \in J$ in Periode $t \in T$ .   |
| $I_{jt}$ | Gelagerte Menge von Produkt $j \in J$ am Ende von Periode $t \in T$ .  |
| $x_{jt}$ | Binärvariable, welche angibt, ob für Produkt $j \in J$ in Periode $t \in T$ gerüstet wurde ( $x_{jt} = 1$ ) oder nicht ( $x_{jt} = 0$ ). |
| $s_j$    | Rüstkosten eines Rüstvorganges für Produkt $j \in J$ .   |
| $h_j$    | Lagerhaltungskosten für eine Einheit von Produkt $j \in J$ .   |
| $d_{jt}$ | Externe Nachfrage für Produkt $j \in J$ am Ende von Periode $t \in T$ .  |
| $p_j$    | Benötigte Kapazität um eine Einheit von Produkt $j \in J$ herzustellen.  |
| $C_t$    | Verfügbare Kapazität in Periode $t \in T$ .  |
| $I_{j0}$ | Zu Beginn des Planungshorizontes im Lager befindliche Menge von Produkt $j \in J$ .  |

Tabelle 3.1.: Mengen, Entscheidungsvariablen und Parameter des klassischen CLSP

**CLSP:**

$$\text{Min} \quad \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} (s_j x_{jt} + h_j I_{jt}) \quad (3.1)$$

$$\text{s.t.} \quad I_{jt} = I_{j(t-1)} + q_{jt} - d_{jt}, \quad \forall j \in J, t \in T, \quad (3.2)$$

$$p_j q_{jt} \leq C_t x_{jt}, \quad \forall j \in J, t \in T, \quad (3.3)$$

$$\sum_{j \in J} p_j q_{jt} \leq C_t, \quad \forall t \in T, \quad (3.4)$$

$$x_{jt} \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in J, t \in T, \quad (3.5)$$

$$I_{jt}, q_{jt} \geq 0, \quad \forall j \in J, t \in T. \quad (3.6)$$

Ziel des Modells ist die Minimierung der Gesamtkosten. Diese setzen sich in der Zielfunktion (3.1) aus den Rüstkosten und den Lagerhaltungskosten zusammen. Die Nebenbedingungen (3.2) sorgen für die korrekte Fortschreibung der Lagerhaltung, in Verbindung mit der Produktion und der Nachfrage. Die Nebenbedingungen (3.3) stellen sicher, dass nur produziert werden kann, falls die Ressource zuvor für die Produktion des Produktes gerüstet wurde. Die verfügbare Kapazität darf dabei nicht überschritten werden. Dies gilt insbesondere auch, falls verschiedene Produkte in einer Periode produziert werden, siehe Nebenbedingungen (3.4). In den Nebenbedingungen (3.5) und (3.6) werden die Rüstvariablen als Binärvariablen definiert und die Nichtnegativitätsbedingungen der restlichen Entscheidungsvariablen dem Modell hinzugefügt.

### 3.2.2. Small-Bucket-Modelle

#### Das Discrete Lot Sizing and Scheduling Problem (DLSP):

Das Discrete Lot Sizing and Scheduling Problem (DLSP) wurde 1990 von Fleischmann als ein besonderer Fall einer Formulierung von Lasdon und Terjung ([LT71]) vorgestellt (vgl. [Haa94], S. 22 ff.). Als Small-Bucket-Modell erlaubt es die Produktion von höchstens einem Produkt pro Periode. Dem klassischen DLSP liegt zusätzlich zu den Annahmen, die auch für das CLSP getroffen wurden, eine besondere Annahme zugrunde, die häufig als „All-or-Nothing“-Bedingung oder „All-or-Nothing“-Produktion bezeichnet wird (vgl. z. B. [Fle90], S. 337 f.; [Sue05b], S. 16; vgl. auch [DSV97], S. 146).

- Falls ein Produkt in einer Periode produziert wird, wird die gesamte Kapazität der Periode für die Produktion verwendet, ohne einen Produktwechsel. Die Produktion eines Loses kann „mehrere aufeinanderfolgende Perioden umfassen“ ([DSV97], S. 146). Die entstehenden Lose sind somit Vielfache der Produktion in einer Periode („All-or-Nothing“-Bedingung).

Die Periodenlänge ist beim DLSP bedeutend kleiner als beim CLSP. Drexl und Kimms gehen hier von Stunden oder Schichten aus (vgl. [DK97]).

Zur Modellierung des DLSP werden die gleichen Mengen, Entscheidungsvariablen und Parameter genutzt wie schon beim CLSP. Hinzu kommt lediglich eine weitere Variable. In Tabelle 3.2 sind die Änderungen und die neue Entscheidungsvariable aufgeführt. Das entsprechende Modell ist ebenfalls angelehnt an Drexl und Kimms ([DK97]), siehe Modell DLSP.

| Name     | Beschreibung   |
|----------|--|
| $y_{jt}$ | Binärvariable, welche angibt, ob die Ressource am Ende der Periode $t \in T$ für Produkt $j \in J$ gerüstet ist ( $y_{jt} = 1$ ) oder nicht ( $y_{jt} = 0$ ).  |
| $y_{j0}$ | Gibt an, ob die Ressource von Beginn an für ein Produkt $j \in J$ gerüstet ist ( $y_{j0} = 1$ ) oder nicht ( $y_{j0} = 0$ ). Jede Ressource kann für höchstens ein Produkt zu Beginn eingerüstet sein. |

Tabelle 3.2.: Zusätzliche Entscheidungsvariablen und Parameter des klassischen DLSP gegenüber dem CLSP

**DLSP:**

$$\text{Min} \quad \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} (s_j x_{jt} + h_j I_{jt}) \quad (3.7)$$

$$\text{s.t.} \quad I_{jt} = I_{j(t-1)} + q_{jt} - d_{jt}, \quad \forall j \in J, t \in T, \quad (3.8)$$

$$p_j q_{jt} = C_t y_{jt}, \quad \forall j \in J, t \in T, \quad (3.9)$$

$$\sum_{j \in J} y_{jt} \leq 1, \quad \forall t \in T, \quad (3.10)$$

$$x_{jt} \geq y_{jt} - y_{j(t-1)}, \quad \forall j \in J, t \in T, \quad (3.11)$$

$$y_{jt} \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in J, t \in T, \quad (3.12)$$

$$I_{jt}, q_{jt}, x_{jt} \geq 0, \quad \forall j \in J, t \in T. \quad (3.13)$$

Das DLSP minimiert die Summe der Rüst- und Lagerhaltungskosten, siehe Zielfunktion (3.7). Die Fortschreibung des Lagers geschieht unter Beachtung der produzierten Mengen und der Nachfrage in den Nebenbedingungen (3.8). Die „All-or-Nothing“-Bedingung wird in den Nebenbedingungen (3.9) umgesetzt. Die Nebenbedingungen (3.10) verhindern die gleichzeitige Produktion von verschiedenen Produkten in einer Periode, während die Nebenbedingungen (3.11) bei einem Produktwechsel für das Rüsten der Ressource sorgen. Die Nebenbedingungen (3.12) und (3.13) sind wiederum für das Definieren der Binärvariablen und die Nichtnegativitätsbedingungen der Entscheidungsvariablen von Nöten.

**Das Continuous Setup Lot Sizing Problem (CSLP):**

Aus praktischer Sicht stellt das DLSP ein sehr restriktives Modell dar. Dies liegt an der „All-or-Nothing“-Bedingung, die aber für die Lösung des Modells von Vorteil ist. Für eine realitätsnähere Modellierung wird diese Bedingung gestrichen. Das Continuous Setup Lot Sizing Problem (CSLP) ist ein Schritt in diese Richtung (vgl. [DK97]). Meist wird Karmarkar als einer der ersten Autoren mit dem CSLP in Verbindung gebracht (vgl. [Sue05b], S. 17 und [DSV97], S. 150). Zu nennen sind hier beispielsweise Karmarkar und Schrage ([KS85]) und Karmarkar u. a. ([KKK87]). Dem CSLP liegen die gleichen Annahmen zu Grunde wie dem DLSP, mit Ausnahme der „All-or-Nothing“-Bedingung. Hierdurch sind die Produktionsmengen einer Periode im Rahmen der verfügbaren Kapazität frei wählbar (vgl. [DSV97], S. 150). Auch die Mengen, Parameter und Entscheidungsvariablen des Modells entsprechen denen des DLSP, siehe Tabellen 3.1 und 3.2 (vgl. auch [DK97]). In Anlehnung an Drexel und Kimms ([DK97]) ergibt sich das Modell CSLP.

**CSLP:**

$$\text{Min} \quad \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} (s_j x_{jt} + h_j I_{jt}) \quad (3.14)$$

$$\text{s.t.} \quad I_{jt} = I_{j(t-1)} + q_{jt} - d_{jt}, \quad \forall j \in J, t \in T, \quad (3.15)$$

$$p_j q_{jt} \leq C_t y_{jt}, \quad \forall j \in J, t \in T, \quad (3.16)$$

$$\sum_{j \in J} y_{jt} \leq 1, \quad \forall t \in T, \quad (3.17)$$

$$x_{jt} \geq y_{jt} - y_{j(t-1)}, \quad \forall j \in J, t \in T, \quad (3.18)$$

$$y_{jt} \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in J, t \in T, \quad (3.19)$$

$$I_{jt}, q_{jt}, x_{jt} \geq 0, \quad \forall j \in J, t \in T. \quad (3.20)$$

Dieses Modell entspricht exakt dem Modell des DLSP, mit Ausnahme der Nebenbedingungen (3.16) (vgl. [DK97]). Durch sie wird die Produktionsmenge eines Produktes, entsprechend der verfügbaren Kapazität, begrenzt. Die Nutzung der gesamten verfügbaren Kapazität der Periode wird, anders als bei den Nebenbedingungen (3.9) des DLSP, allerdings nicht erzwungen.

**Das Proportional Lot Sizing and Scheduling Problem (PLSP):**

Die Begrenzung der Produktion auf eine Produktart pro Periode wird mit der Veröffentlichung des Proportional Lot Sizing and Scheduling Problems (PLSP) aufgehoben (vgl. hierzu bspw. [Haa94]; [DH95]; [KD98]). Anders als im DLSP und CSLP können in diesem Modell bis zu zwei verschiedene Produkte in einer Periode produziert werden. „Der Name [...] resultiert aus der bedarfsproportionalen Aufteilung der Losgrößen zweier Produkte auf die vorhandene Maschinenkapazität innerhalb einer Periode“ ([DSV97], S. 150). Sowohl die Mengen, als auch die Parameter und Entscheidungsvariablen des PLSP entsprechen denen des DLSP und des CSLP, siehe Tabellen 3.1 und 3.2. Das Modell des PLSP unterscheidet sich aber von den beiden anderen und ist ebenfalls angelehnt an Drexl und Kimms ([DK97]).

Unterschiede zu den Modellen des DLSP und des CSLP finden sich in den Nebenbedingungen (3.23) und (3.24). Die Nebenbedingungen (3.23) ermöglichen die Produktion von zwei verschiedenen Produkten in einer Periode. Dies ist möglich für ein Produkt, falls die Ressource zu Beginn der Periode für das Produkt gerüstet ist ( $y_{j(t-1)} = 1$ ) oder falls die Ressource am Ende der Periode für das Produkt gerüstet ist ( $y_{jt} = 1$ ). Da mehr als ein Produkt pro Periode produziert werden kann, muss die Einhaltung der verfügbaren Kapazität zusätzlich geprüft werden. Dies geschieht durch die Nebenbedingungen (3.24) in gleicher Weise wie beim CLSP (vgl. Nebenbedingungen (3.4)).

**PLSP:**

$$\text{Min} \quad \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} (s_j x_{jt} + h_j I_{jt}) \quad (3.21)$$

$$\text{s.t.} \quad I_{jt} = I_{j(t-1)} + q_{jt} - d_{jt}, \quad \forall j \in J, t \in T, \quad (3.22)$$

$$p_j q_{jt} \leq C_t (y_{j(t-1)} + y_{jt}), \quad \forall j \in J, t \in T, \quad (3.23)$$

$$\sum_{j \in J} p_j q_{jt} \leq C_t, \quad \forall t \in T, \quad (3.24)$$

$$\sum_{j \in J} y_{jt} \leq 1, \quad \forall t \in T, \quad (3.25)$$

$$x_{jt} \geq y_{jt} - y_{j(t-1)}, \quad \forall j \in J, t \in T, \quad (3.26)$$

$$y_{jt} \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in J, t \in T, \quad (3.27)$$

$$I_{jt}, q_{jt}, x_{jt} \geq 0, \quad \forall j \in J, t \in T. \quad (3.28)$$

### 3.2.3. Hybride Modelle

**Das General Lot Sizing and Scheduling Problem (GLSP):**

Das General Lot Sizing and Scheduling Problem (GLSP) kombiniert Eigenschaften von Small-Bucket- und Big-Bucket-Modellen. Dies ist für die Modellierung wichtig, da Small-Bucket-Modelle bei realistischen Problemen zu einer sehr hohen Anzahl an Perioden tendieren können (vgl. [DK97]). Das GLSP geht zurück auf eine Veröffentlichung von Fleischmann und Meyr aus dem Jahr 1997 ([FM97]). Es enthält sogenannte Makroperioden (Big-Bucket-Perioden), welche wiederum aus einer vorgegebenen Anzahl an Mikroperioden (Small-Bucket-Perioden) bestehen. In einer Mikroperiode ist die Produktion von nur einem Produkt erlaubt, während in einer Makroperiode folglich auch verschiedene Produkte produziert werden können. Die Lagerhaltungskosten werden auf die Makroperioden bezogen, während die Rüstkosten bei jedem Produktwechsel für die Mikroperioden anfallen (vgl. [DSV97], S. 150).

Zusätzlich zu den Annahmen des CLSP gelten folgende weitere Annahmen für das GLSP (vgl. [Sue05b], S. 23; [DSV97], S. 150):

- Der Planungshorizont ist in Makroperioden (Big-Bucket-Perioden) unterteilt.
- Jede Makroperiode besteht aus einer vorgegebenen Anzahl an Mikroperioden (Small-Bucket-Perioden).

### 3. Stand der Forschung

---

- In einer Mikroperiode ist die Produktion von nur einem Produkt erlaubt.
- In einer Makroperiode können durch die Mikroperioden mehrere verschiedene Produkte produziert werden.
- Die Nutzbarkeit der Ressourcen ist pro Makroperiode begrenzt.
- Es existiert eine Nachfrage für die Makroperioden.
- Rüstkosten fallen bei jedem Produktwechsel an. Der Rüstzustand wird sowohl für nachfolgende Mikro- als auch Makroperioden übernommen.
- Die Lagerhaltungskosten werden auf die Makroperioden bezogen.

Dem GLSP liegen ähnliche Mengen, Parameter und Entscheidungsvariablen zugrunde wie dem DLSP. Zusätzlich gelten die in Tabelle 3.3 definierten Änderungen (vgl. [DK97]).

| Name              | Beschreibung   |
|-------------------|--|
| $T$               | Menge aller Makroperioden.   |
| $S$               | Menge aller Mikroperioden.   |
| $S_t \subseteq S$ | Menge der Mikroperioden innerhalb der Makroperiode $t \in T$ .   |
| $q_{js}$          | Produzierte Menge von Produkt $j \in J$ in Mikroperiode $s \in S$ .  |
| $I_{jt}$          | Gelagerte Menge von Produkt $j \in J$ am Ende von Makroperiode $t \in T$ .   |
| $x_{js}$          | Binärvariable, welche angibt, ob für Produkt $j \in J$ in Mikroperiode $s \in S$ gerüstet wurde ( $x_{js} = 1$ ) oder nicht ( $x_{js} = 0$ ).  |
| $y_{js}$          | Binärvariable, welche angibt, ob die Ressource am Ende von Mikroperiode $s \in S$ für Produkt $j \in J$ gerüstet ist ( $y_{js} = 1$ ) oder nicht ( $y_{js} = 0$ ).                                     |
| $h_j$             | Lagerhaltungskosten für eine Einheit von Produkt $j \in J$ , pro Makroperiode.   |
| $d_{jt}$          | Externe Nachfrage für Produkt $j \in J$ am Ende von Makroperiode $t \in T$ .   |
| $p_j$             | Benötigte Kapazität um eine Einheit von Produkt $j \in J$ herzustellen.  |
| $C_t$             | Verfügbare Kapazität in Makroperiode $t \in T$ .   |
| $I_{j0}$          | Zu Beginn des Planungshorizontes im Lager befindliche Menge von Produkt $j \in J$ .  |
| $y_{j0}$          | Gibt an, ob die Ressource von Beginn an für ein Produkt $j \in J$ gerüstet ist ( $y_{j0} = 1$ ) oder nicht ( $y_{j0} = 0$ ). Jede Ressource kann für höchstens ein Produkt zu Beginn eingerüstet sein. |

Tabelle 3.3.: Mengen, Entscheidungsvariablen und Parameter des GLSP

**GLSP:**

$$\text{Min} \quad \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} s_j x_{js} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} h_j I_{jt} \quad (3.29)$$

$$\text{s.t.} \quad I_{jt} = I_{j(t-1)} + \sum_{s \in S_t} q_{js} - d_{jt}, \quad \forall j \in J, t \in T, \quad (3.30)$$

$$p_j q_{js} \leq C_t y_{js}, \quad \forall j \in J, t \in T, s \in S_t, \quad (3.31)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{s \in S_t} p_j q_{js} \leq C_t, \quad \forall t \in T, \quad (3.32)$$

$$\sum_{j \in J} y_{js} \leq 1, \quad \forall s \in S, \quad (3.33)$$

$$x_{js} \geq y_{js} - y_{j(s-1)}, \quad \forall j \in J, s \in S, \quad (3.34)$$

$$y_{js} \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in J, s \in S, \quad (3.35)$$

$$I_{jt} \geq 0, \quad \forall j \in J, t \in T, \quad (3.36)$$

$$q_{js}, x_{js} \geq 0, \quad \forall j \in J, s \in S. \quad (3.37)$$

Ziel des GLSP ist die Minimierung der summierten Rüst- und Lagerhaltungskosten (3.29). Erstere werden dabei auf Basis der Mikroperioden berechnet. Letztere auf Basis der Makroperioden. Die Lagerhaltung wird für jede Makroperiode fortgeschrieben und bezieht neben der Nachfrage die Produktionsmengen aller in einer Makroperiode liegenden Mikroperioden mit ein. Dies ist abgebildet in den Nebenbedingungen (3.30). Die Nebenbedingungen (3.31) verhindern die Produktion eines Produktes in einer Mikroperiode, in der die Ressource nicht entsprechend gerüstet ist. Die Einhaltung der Kapazität der Makroperioden wird in den Nebenbedingungen (3.32) sichergestellt. Der summierte Kapazitätsbedarf der Mikroperioden darf die verfügbare Kapazität der umschließenden Makroperiode nicht übersteigen. Die Nebenbedingungen (3.33) limitieren die Anzahl verschiedener Produktionen in einer Mikroperiode auf eins. Bei einem Produktwechsel wird ein Rüstvorgang notwendig, der entsprechende Kosten verursacht. Diesen Zusammenhang stellen die Nebenbedingungen (3.34) her. Die restlichen Nebenbedingungen (3.35) bis (3.37) werden für die Definition der Binärvariablen und der Nichtnegativitätsbedingungen der Entscheidungsvariablen verwendet (vgl. [DK97]; vgl. auch [Sue05b], S. 24 f.).

### 3.2.4. Vergleich der Modelle

Den in den vorherigen Abschnitten vorgestellten Modellen liegen teils sehr unterschiedliche Annahmen zugrunde. Die Modelle bilden somit auch unterschiedliche Planungsprobleme ab und haben teilweise andere Lösungsräume und verschiedene Vor- und Nachteile bei der Berechnung einer Lösung. Tabelle 3.4 fasst die Unterschiede zusammen und stellt verschiedene Modellaspekte gegenüber.

| Name | Typ          | Produktarten<br>pro Periode | Besonderheit                       |
|------|--------------|-----------------------------|------------------------------------|
| CLSP | Big-Bucket   | n                           | Keine komplette Reihenfolgebildung |
| DLSP | Small-Bucket | 1                           | „All-or-Nothing“-Bedingung         |
| CSLP | Small-Bucket | 1                           | -                                  |
| PLSP | Small-Bucket | 2                           | -                                  |
| GLSP | Hybrid       | 1 bzw. n                    | Enthält Mikro- und Makroperioden   |

Tabelle 3.4.: Gegenüberstellung der verschiedenen Basismodelle

Die drei vorgestellten Small-Bucket-Modelle haben viele Gemeinsamkeiten, aber auch einige wichtige Unterschiede. Das DLSP sticht heraus mit seiner restriktiven „All-or-Nothing“-Bedingung. Im Vergleich zum CSLP bietet dies bessere Eigenschaften bezüglich einer effizienten Implementierung bei Ansätzen der mathematischen Optimierung. Der Preis für diese Bedingung ist allerdings der Verzicht auf variable Losgrößen und eine realistischere Modellierung, wie es beim CSLP der Fall ist. Das DLSP und das CSLP unterscheiden sich zwar nur in den Nebenbedingungen (3.9) und (3.16), dennoch hat dies größere Auswirkungen, als auf den ersten Blick ersichtlich. Tritt bei der Produktion zweier Lose eines Produktes eine Unterbrechung auf, in der sich die Ressource im Leerlauf befindet, so ist bei der Lösung des DLSP ein zusätzlicher, erneuter Rüstvorgang notwendig, der bei der Lösung des CSLP entfällt (vgl. [DK97]; [DSV97], S. 150). Das PLSP als drittes Small-Bucket-Modell hat mehr Freiheitsgrade als die beiden anderen, da die Lösungen weder durch die „All-or-Nothing“-Bedingung des DLSP, noch durch die Begrenzung auf eine Produktart pro Periode beschränkt sind. Dabei gilt, dass die Menge der gültigen Lösungen des DLSP eine Teilmenge der gültigen Lösungen des CSLP ist. Diese wiederum ist eine Teilmenge der gültigen Lösungen des PLSP. Das PLSP ermöglicht es, dass die Restkapazität einer Periode nach Beendigung eines Loses für die Produktion eines anderen Produktes verwendet werden kann. Keines der anderen beiden Modelle bietet diese Möglichkeit. Aufgrund dessen bietet das PLSP die beste Lösungsqualität der drei vorgestellten Small-Bucket-Modelle (vgl. [Sue05b], S. 25; [Haa94], S. 30).

Die Small-Bucket-Modelle und das Big-Bucket-Modell lassen sich nur bedingt miteinander vergleichen. Einige generelle Aussagen können dennoch getroffen werden. So lassen sich minimale Vorlaufzeiten, aufgrund der kürzeren Perioden, beispielsweise deutlich einfacher in die drei Small-Bucket-Modelle integrieren, als in das CLSP (vgl. [DK97]). Minimale Vorlaufzeiten werden zum Beispiel verwendet, um bei mehrstufigen Fertigungsprozessen den Materialfluss zu synchronisieren.

Alle vorgestellten Small-Bucket- und Big-Bucket-Modelle können als „Spezialfall“ des GLSP angesehen werden (vgl. [DSV97], S. 150).

### 3.3. Mehrstufige, kapazitierte Losgrößen- und Reihenfolgeplanungsprobleme

Dieser Abschnitt stellt den Stand der Forschung für Probleme der mehrstufigen, kapazitierten Losgrößen- und Reihenfolgeplanung dar. Hierbei werden nur solche Arbeiten betrachtet, die sich auf mehrstufige Planungsprobleme beziehen. Ebenso wird nur auf Arbeiten eingegangen, welche eine begrenzte Kapazität der Ressourcen voraussetzen. Die vorliegenden Planungsprobleme sind aufgrund dieser beiden Aspekte meist schwer zu lösen. Gegenstand der hier aufgeführten Veröffentlichungen sind die in Abschnitt 3.2 vorgestellten grundlegenden Losgrößen- und Reihenfolgeplanungsmodelle, in erweiterter und angepasster Form.

#### 3.3.1. Big-Bucket-Modelle

Die mehrstufige Erweiterung des CLSP wurde 1983 erstmals von Billington u. a. in ihrer Arbeit ([BMT83]) vorgestellt (vgl. [Bus+10]). Sie ist unter dem Namen Multi-Level Capacitated Lot Sizing Problem (MLCLSP) bekannt. Für das MLCLSP existieren, wie auch für das klassische einstufige CLSP, verschiedene Modellformulierungen. Die Modellierung des Losgrößenproblems mit Hilfe von Lager- und Produktionsmengen, die als Entscheidungsvariablen in das Modell mit einfließen, wird als Inventory and Lot size (I&L)-Formulierung bezeichnet. Eine solche Formulierung des MLCLSP ist beispielsweise zu finden in ([BMT83]). Darüber hinaus wurden andere Formulierungen entwickelt, um den Lösungsprozess zu beschleunigen.

Maes u. a. transformieren das MLCLSP in eine Simple Plant Location (SPL)-Formulierung, in der die Produktionsmengen anteilig an der Nachfrage eines Produktes in einer Periode angegeben werden. Durch diese Formulierung ist immer eine Zuordnung einer Produktionsmenge zu einer Nachfrage gegeben (vgl. [MMV91]). Die Autoren beschränken ihre Arbeit auf eine konvergente Fertigungsstruktur. Erst Stadtler erweitert diesen Ansatz 1996 auf allgemeine Fertigungsstrukturen (vgl. [Sta96]).

Auch die bereits von Eppen und Martin ([EM87]) für das klassische CLSP entwickelte Shortest Route (SR)-Formulierung wird 1994 durch Tempelmeier und Helber ([TH94]) auf das mehrstufige CLSP erweitert. Diese Formulierung aggregiert die Bedarfe des SPL (vgl. [Sta96]). Dabei basiert die SR-Formulierung von Modellen auf einer Repräsentation der Produktionen als Pfade in einem Netzwerk.

Auch das CLSP-L wurde erweitert, um mehrstufige Erzeugnisstrukturen abzubilden. Das entstandene Multi-Level Capacitated Lot Sizing Problem with Linked lot sizes (MLCLSP-L) ist beispielsweise in der Arbeit von Tempelmeier und Buschkühl ([TB09]) als I&L-Formulierung umgesetzt.

Das MLCLSP und das MLCLSP-L sind Erweiterung des CLSP, für welches bewiesen wurde, dass es sich um ein NP-schweres Problem handelt. Durch eine geschickte Parameterwahl lassen sich die beiden erweiterten Modelle auf das klassische CLSP mit Rüstzeiten reduzieren. Dies bedeutet, dass die Probleme mindestens ebenso schwer zu lösen sind und somit auch der Klasse der NP-schweren Probleme zugeordnet werden müssen (vgl. [Bus+10]).

Viele der für das klassische CLSP entwickelten Methoden lassen sich auch auf das mehrstufige CLSP erweitern. Eine häufig zitierte Arbeit bildet dabei eine Veröffentlichung von Tempelmeier und Derstroff aus dem Jahr 1996 (vgl. [TD96]). Sie entwickeln einen heuristischen Ansatz für das MLCLSP mit reihenfolgeunabhängigen Rüstzeiten und testen diesen an verschiedenen generierten Probleminstanzen. Dafür werden die Nebenbedingungen der Lagerbilanz und der Kapazitätsbeschränkung relaxiert. Es ergeben sich mehrere unkapazitierte, einstufige Planungsprobleme, die effizient zu lösen sind. Unter Beachtung der Vorrangbeziehungen und mit Hilfe von Verschiebungen von Produktionen ergibt sich eine gültige Lösung. Sowohl die entwickelte Methode, als auch die generierten Instanzen werden in vielen weiteren Arbeiten zum Vergleich herangezogen (vgl. bspw. [ÖB00]; [Sta03]; [BR04]; [Pit+06]; [AM09]; [TB09]; [Alm10]; [Alm+15]; [FS15]).

Neben solchen Ansätzen der Dekomposition existieren besonders viele Ansätze die Metaheuristiken nutzen. Als reine Metaheuristiken oder in Kombination mit anderen Lösungsverfahren finden sich hier beispielsweise die Tabu Suche (TS) ([Kui+93]; [Hel95]; [HC00]; [BFA05]), Simulated Annealing-Algorithmen (SA) ([Kui+93]; [Hel95]; [ÖB99]; [BÖ00]; [HC00]; [ÖB00]; [BFA05]), Genetische Algorithmen (GA) ([ÖB99]; [HC00]; [XD02]; [TOF13]), Variable Neighborhood Search (VNS) ([Che15]), Ant Systems ([Pit+06]; [Alm10]) oder Bees Algorithms ([FS15]).

Viele Veröffentlichungen jüngerer Datums nutzen darüber hinaus Ansätze wie Fix-and-Relax oder Fix-and-Optimize. Der Fix-and-Relax-Ansatz basiert auf der Reduzierung der ganzzahligen Entscheidungsvariablen und unterteilen das Problem derart, dass es in mehreren Iterationen heuristisch gelöst werden kann (vgl. [Bus+10]). Eine der ersten Veröffentlichungen hierzu ist von Stadtler aus dem Jahr 2003. Er nutzt ein Zeitfenster, welches in jeder Iteration einen anderen Teil des Planungshorizontes detailliert plant. Die Rüstentscheidungen in bereits detailliert gelösten Teilbereichen werden fixiert, während für nachfolgende Teilbereiche keine Rüstentscheidungen im Modell betrachtet werden (vgl. [Sta03]). Andere Ansätze finden sich beispielsweise in ([AM09] und [Wu+11]). 2010 veröffentlichen Helber und Sahling einen Fix-and-Optimize-Ansatz für das MLCLSP mit minimalen Vorlaufzeiten. Dieser teilt die Binärvariablen in zwei Gruppen. Der Großteil der Binärvariablen wird dabei auf einen Wert fixiert, während nur ein kleiner Teil der Rüstvariablen als freie Binärvariablen verbleiben. Im Gegensatz zum Relax-and-Fix-Ansatz entfällt die Menge der relaxierten Entscheidungsvariablen. Der Ansatz erweist sich als relativ schnell und besonders

einfach und flexibel (vgl. [HS10]). In den darauffolgenden Jahren wurde dieser Ansatz häufig verwendet und mit anderen Methoden und Verfahren kombiniert (vgl. [Tol+13a]; [TOF13]; [Che15]; [FS15]; [Tol+15b]).

Die bereits vorgestellten Lösungsansätze finden sich teilweise in angepasster Form auch in Veröffentlichungen zum MLCLSP-L wieder. 2009 portieren Tempelmeier und Buschkühl den in der Arbeit von Tempelmeier und Derstroff ([TD96]) beschriebenen Ansatz, um das MLCLSP-L zu lösen. Die daraus entstandene Heuristik liefert sowohl für etliche Testinstanzen aus der Literatur, als auch für neu generierte Testinstanzen qualitativ gute Lösungen (vgl. [TB09]). Auch der Fix-and-Optimize-Ansatz von Helber und Sahling ([HS10]) wird zur Lösung des Modells genutzt. Sahling u. a. verwenden für das MLCLSP-L die gleiche Idee mit ähnlich guten Resultaten (vgl. [Sah+09]).

### 3.3.2. Small-Bucket-Modelle

#### **DLSP:**

Es existieren nur wenige Veröffentlichungen, die sich mit der Erweiterung des DLSP für mehrstufige Erzeugnisstrukturen beschäftigen. 1994 veröffentlichen Brüggemann und Jahnke ein zweistufiges DLSP. Die Verbindung der beiden Stufen wird über eine interne Nachfrage umgesetzt. Die Nachfrage nach dem Vorprodukt wird bestimmt durch die Menge des Endprodukts, sobald für dieses gerüstet wird. Das entworfene Modell wird durch dieses Konstrukt nichtlinear (vgl. [BJ94]).

Jordan und Koppelman stellen 1998 eine Formulierung des DLSP vor, die keine Beschränkung bezüglich der Anzahl der Stufen hat. Das Modell lässt sich deshalb als Multi-Level Discrete Lot Sizing and Scheduling Problem (MLDLSP) bezeichnen (vgl. [JK98]). Rüstzeiten werden, anders als bei Brüggemann und Jahnke, nicht betrachtet.

Das zweistufige DLSP von Brüggemann und Jahnke wird mit Hilfe einer Simulated Annealing-Metaheuristik gelöst. Diese erweist sich für verschiedene generierte Instanzen als relativ stabil und liefert schnelle Ergebnisse. Ein Vergleich mit anderen Verfahren wird nicht vorgenommen (vgl. [BJ94]). Jordan und Koppelman nutzen zum Lösen des MLDLSP ein von Kimms ([Kim96b]) entwickeltes Verfahren. Dieses wurde allerdings nicht für das MLDLSP entwickelt, sondern für das mehrstufige PLSP. Die genutzten Testinstanzen sind generiert. Einzig die Erzeugnisstrukturen wurden ebenfalls von Kimms übernommen. Ein Vergleich mit anderen Veröffentlichungen wird nicht vorgenommen (vgl. [JK98]).

#### **CSLP:**

Es existieren nur wenige Veröffentlichungen, die mehrstufige Losgrößen- und Reihenfolgeplanungsprobleme mit Hilfe des CSLP umsetzen. Eine Ausnahme bildet hier die

Arbeit von Gaglioppa u. a. Sie erweitert das klassische CSLP um mehrere Stufen und mehrere Ressourcen. Es entsteht ein allgemein gehaltenes Modell für die Produktionsplanung in der Prozessindustrie (vgl. [GMB08]).

Um ihr mehrstufiges CSLP zu lösen, nutzen Gaglioppa u. a. einen Standardsolver. Sie konstruieren darüber hinaus valide Ungleichungen für ihr Modell. Hierdurch ist es ihnen möglich den Lösungsprozess zu verbessern. Die validen Ungleichungen nutzen dabei eine stufenweise Modellierung der Lagerhaltung (vgl. [GMB08]).

#### **PLSP:**

Auch das klassische PLSP wurde in der Literatur für die Problemstellungen von mehrstufigen Erzeugnisstrukturen angepasst. Bereits 1994 veröffentlicht Haase eine Modellformulierung, die dies berücksichtigt. Sie ist analog zu den anderen Small-Bucket-Modellen umgesetzt. Das Modell enthält eine kritische Ressource, die einen Flaschenhals in der Produktion darstellt und gesondert behandelt werden muss (vgl. [Haa94], S. 45 ff.). Viele Autoren verwenden dieselbe oder eine ähnliche Formulierung in ihren Veröffentlichungen um Mehrstufigkeit abbilden zu können. Zu nennen sind hier beispielsweise die Arbeiten von Kimms und anderen (vgl. [Kim96b]; [Kim96a]; [Kim97a]; [Kim97b], S. 31 ff.; [KD98]; [Kim99])

Eine abgeänderte Formulierung des PLSP ergibt sich durch das Aufteilen der Produktionsmengen in eine Menge, die zu Beginn produziert werden kann und eine Menge, die gegen Ende einer Periode produziert werden kann. Für die erste Menge muss die Ressource direkt zu Beginn der Periode eingerüstet sein, für die zweite Menge zum Ende der Periode. Solch eine Formulierung findet sich auch für mehrstufige Planungsprobleme in der Literatur (vgl. [Kim97b], S. 63 ff.; [KD98]; [Sta11]; [SS13]).

Die verwendeten Lösungsmethoden sind vielfältig und reichen von heuristischen Lösungsmethoden (vgl. beispielsweise [Kim96b] und [SS13]) über Metaheuristiken (vgl. z. B. [Kim96a]; [Kim99]; [CCC04]) bis hin zur Nutzung von Standardsolvern (vgl. [Sta11]).

#### **3.3.3. Hybride Modelle**

Für das GLSP existieren viele Veröffentlichungen, die eine mehrstufige Fertigung abbilden. Hierunter fallen auch Prozesse, die nur aus zwei aufeinanderfolgenden Arbeitsgängen bestehen, wie beispielsweise in der Verpackungsindustrie (vgl. [MNS07]), in Zellstoff- und Papierwerken (vgl. [SA12]; [FSA13]; [Fur+15]) oder bei der Herstellung von Softdrinks. Bei letzterem handelt es sich um ein relativ häufig aufgegriffenes Praxisproblem (vgl. [FMR09]; [Fer+12]; [Tol+14]). Die direkte Integration der beiden Stufen steigert die Komplexität der Modellierung in einem überschaubaren Rahmen.

Mit Hilfe des GLSP lassen sich aber auch Produktionsprozesse abbilden, die mehr als zwei Arbeitsgänge beinhalten und denen eine komplexere Erzeugnisstruktur zugrunde liegt. So modellieren Seeanner u. a. sowohl ein Losgrößen- und Reihenfolgeplanungsproblem, wie es in der Konsumgüterindustrie eingesetzt werden könnte, als auch ein Planungsproblem der Fließfertigung. Die mehrstufige Produktion wird dabei jeweils mit Hilfe eines Produktionskoeffizienten abgebildet (vgl. [SAM13] und [SM13a]). Auch Mohammadi und Poursabzi ([MP14]) und Rohaninejad u. a. ([RKF15]) nutzen einen Produktionskoeffizienten, um eine Erzeugnisstruktur abzubilden.

Zur Lösung der verschiedenen mehrstufigen GLSP wird häufig auf mathematische Methoden zurückgegriffen. Neben der Lösung mit Hilfe eines Solvers (vgl. [MNS07]; [Fer+12]; [SM13a]) finden sich besonders häufig Relax-and-Fix- und Fix-and-Optimize-Ansätze (vgl. [FMR09]; [SA12]; [SAM13]; [SM13a]). Aber auch heuristische Suchverfahren und Metaheuristiken werden häufiger genutzt. In den Veröffentlichungen werden mehrere genetische Algorithmen (vgl. [Tol+14]; [Fur+15]; [RKF15]), aber auch andere Metaheuristiken, wie Variable Neighborhood Search (vgl. [FSA13]) und Variable Neighborhood Decomposition Search (vgl. [SAM13]) beschrieben. Mohammadi und Poursabzi beschreiben einen anderen Ansatz, indem sie einen rollierenden Planungshorizont zur Lösung ihres mehrstufigen GLSP benutzen (vgl. [MP14]).

#### 3.3.4. Zusammenfassung

Alle in Abschnitt 3.2 vorgestellten klassischen Modellformulierungen wurden in der Literatur auch für mehrstufige Erzeugnisstrukturen erweitert. Die resultierenden Planungsprobleme sind allerdings schwieriger zu lösen, da Vorrangbeziehungen zwischen den Produkten berücksichtigt werden müssen. Diese werden häufig über einen sogenannten Gozintographen modelliert.

Zur Lösung der Planungsprobleme existiert kein Verfahren, welches generell besser als alle anderen Lösungsmethoden ist. Meist werden heuristische Verfahren, wie Metaheuristiken, Dekompositionsheuristiken oder Kombinationen mit optimalen Lösungsverfahren angewendet. Es existieren aber auch Ansätze, die zur Lösung auf Standardsolver, Reformulierungen und valide Ungleichungen setzen.

## 3.4. Losgrößen- und Reihenfolgeplanungsprobleme mit parallelen Ressourcen

Dieser Abschnitt stellt den Stand der Forschung für Probleme der Losgrößen- und Reihenfolgeplanung mit parallelen Ressourcen dar. Der Aufbau dieses Abschnittes ist angelehnt an die Strukturierung der grundlegenden Losgrößen- und Reihenfolgepla-

nungsmodelle in Abschnitt 3.2. Dabei werden nur Arbeiten aus der Literatur betrachtet mit Problemstellungen, die mehrere parallele Ressourcen beinhalten. Es kann sich dabei sowohl um identische als auch um unterschiedliche Ressourcen handeln.

#### 3.4.1. Big-Bucket-Modelle

Trotz der Menge an Veröffentlichungen zur Losgrößen- und Reihenfolgeplanung mit Hilfe des CLSP und Erweiterungen des CLSP existiert nur wenig Literatur, die sich mit der parallelen Produktion von Produkten beschäftigt. Gopalakrishnan u. a. nutzen 1995 eine erweiterte Modellierung des CLSP-L um parallele, identische Ressourcen abzubilden. Mit diesem Ansatz soll die Planung der Produktion innerhalb einer Papierfabrik verbessert werden (vgl. [GMS95]). Andere Arbeiten mit Big-Bucket-Formulierungen sind beispielsweise von Clark und Clark ([CC00]) oder Toledo und Armentano ([TA06]). Erstere untersuchen eine Formulierung des CLSP, welche eine komplette Bearbeitungsreihenfolge bestimmt und somit reihenfolgeabhängige Rüstzeiten in die Planung einbezieht. Der Arbeit liegt allerdings keine direkte praktische Planungssituation zugrunde. In der Veröffentlichung von Toledo und Armentano wird das klassische CLSP einzig um parallele Ressourcen erweitert und keine zusätzlichen Aspekte in die Planung integriert.

Parallele Ressourcen können aber auch anders abgebildet werden. So lassen sich mehrere Produktionsstandorte, sofern sie dieselben Produkte produzieren können, als parallele Ressourcen auffassen. Eben dies wird in den Veröffentlichungen von Sambasivan und Schmidt ([SS02]) und Sambasivan und Yahya ([SY05]) getan. Zusätzliche Beachtung findet hier der notwendige Transport zwischen den verschiedenen Standorten. Die Arbeiten basieren auf der Planungssituation eines Stahlunternehmens.

Einzig zwei Veröffentlichungen formalisieren die Produktion auf parallelen Ressourcen von mehrstufigen Fertigungsprozessen in einem Modell. Özdamar und Barbarosoğlu nutzen hierfür das Multi-stage Capacitated Lot Sizing and Loading Problem (MCLSLP). Es ist ähnlich dem mehrstufigen CLSP und beinhaltet neben der Bestimmung der Losgrößen auch die Zuweisung von Produktionsmengen auf die parallelen Ressourcen. Die Mehrstufigkeit wird durch aufeinanderfolgende Fertigungsstufen modelliert. Die beiden Autoren integrieren sowohl mögliche Überstunden als auch Auftragsrückhang von Endprodukten in ihre Planung (vgl. [ÖB99]). Auch Belvaux und Wolsey veröffentlichen ein Modell, welches parallele Ressourcen und mehrstufige Fertigungsprozesse vereint. Im Gegensatz zu Özdamar und Barbarosoğlu ist ihr Modell als generelles Modell formuliert und umfasst neben möglichem Auftragsrückhang auch Zu- und Abflüsse von Endprodukten durch andere Standorte. Weiterhin wird neben Aufwendungen für das Einrüsten einer Ressource auch das Reinigen der Ressourcen modelliert. Das Modell basiert nicht explizit auf dem CLSP sondern ist eine generelle Formulierung und kann mit angepassten und zusätzlichen Nebenbedingungen auch auf Small-Bucket-Modelle angewendet werden (vgl. [BW00]).

Weitere Veröffentlichungen, welche parallele Ressourcen modellieren, sind die Arbeiten von Quadt und Kuhn aus den Jahren 2005 und 2009. Während erstere Veröffentlichung eine Reihenfolge der Produktionen herstellt um explizit reihenfolgeabhängige Rüstkosten und -zeiten zu modellieren, wird bei der zweiten Arbeit darauf verzichtet. Einzig eine Teilreihenfolge wird dort durch die Modellierung als CLSP-L gebildet (vgl. [QK05] und [QK09]).

Zur Lösung der Planungsprobleme mit parallelen Ressourcen kommen wiederum unterschiedlichste Methoden zum Einsatz. Neben der optimalen Lösung mit Hilfe eines Standardsolvers (vgl. [GMS95]) oder Branch-and-Bound- und Branch-and-Cut-Verfahren (vgl. [BW00]) werden häufig heuristische Methoden angewendet. Zwei kombinierte Metaheuristiken finden sich bspw. in der Veröffentlichung von Özdamar und Barbarosoğlu ([ÖB99]), andere problemspezifische, heuristische Ansätze in den Arbeiten von Quadt und Kuhn (vgl. [QK05] und [QK09]). Clark und Clark ([CC00]) verwenden eine Fix-and-Relax-Heuristik um die Komplexität des Modells zu verringern. Besonders häufig genutzt werden Lagrange-Ansätze. So kombinieren Özdamar und Barbarosoğlu einen Simulated Annealing-Algorithmus mit einer Lagrange-Relaxation. Es entstehen zwei kleinere Teilmodelle, mit deren Hilfe die Losgrößen und die Verteilung der Produktionen auf unterschiedlichen Ressourcen unter Beachtung der Kapazitäten bestimmt werden sollen. Die Autoren berichten, dass sich die Kombination dieser beiden Verfahren für die getesteten Probleminstanzen als besser herausgestellt hat, als die Nutzung reiner Metaheuristiken. Auch Sambasivan und Yahya ([SY05]) verwenden zur Lösung ihres Planungsproblems eine Lagrange-Heuristik. Durch relaxierte Kapazitäten und verschiedene Methoden um Produktionen zu verschieben, aufzuteilen oder zusammenzufassen soll eine gute Lösung gefunden werden. Das zugrunde liegende Planungsproblem umfasst mehrere Fertigungsanlagen oder Werke. Im Vergleich zu parallelen Ressourcen innerhalb eines Werkes fallen hier Transportkosten zwischen diesen Werken an. Im Jahr 2006 veröffentlichen Toledo und Armentano eine Lagrange-Heuristik, bei der ebenfalls die Kapazitätsrestriktionen relaxiert werden. Die Autoren testen ihr Verfahren sowohl für Probleme mit nur einer Ressource, als auch für Probleme mit mehreren parallelen Ressourcen. Es erweist sich als konkurrenzfähig und findet auch für Probleme mit parallelen Ressourcen gute Lösungen (vgl. [TA06]).

#### 3.4.2. Small-Bucket-Modelle

##### **DLSP:**

Auch das DLSP wurde um parallele Ressourcen erweitert. Als eine der ersten Autoren sind hier Salomon u. a. zu nennen. Sie untersuchen die Komplexität verschiedener Erweiterungen des DLSP, einschließlich eines Modells mit unabhängigen, parallelen Ressourcen (vgl. [Sal+91]). Göthe Lundgren u. a. formulieren ein etwas spezielleres DLSP für ein Planungsproblem einer Ölraffinerie. Das Modell enthält ebenfalls paral-

le Ressourcen und betrachtet verschiedene Modi der Ressourcen (vgl. [GLP02]). Ein um reihenfolgeabhängige Rüstkosten erweitertes, ähnliches Modell nutzen die Autoren auch in Persson u. a. ([Per+04b]). Pereira u. a. ([Per+04a]) formalisieren in ihrer Arbeit ein Modell ähnlich dem von Salomon u. a. ([Sal+91]). Neben den parallelen Ressourcen enthält dieses auch reihenfolgeabhängige Rüstkosten und die Möglichkeit des Auftragsrückhangs.

Auch für Praxisprobleme eignet sich das DLSP. Jans und Degraeve ([JD04]) nutzen es, um ein Planungsproblem eines Reifenherstellers zu modellieren und zu lösen. Zusätzlich zu mehreren parallelen Ressourcen wird auch der Rückhang von Aufträgen modelliert. Unterschiede in der Modellierung zu Pereira u. a. ([Per+04a]) finden sich in der Betrachtung von Rüstkosten und Rüstzeiten (vgl. [JD04]). Auch die Modellierung von Gicquel u. a. aus dem Jahr 2011 enthält parallele Ressourcen. Sie ist sehr einfach gehalten und ohne Rüstzeiten, Auftragsrückhang oder reihenfolgeabhängige Kosten formuliert (vgl. [GMD11]).

Die Planungsprobleme in den Veröffentlichungen von Göthe Lundgren u. a. ([GLP02]) und Persson u. a. ([Per+04b]) entstammen einer Ö raffinerie. Entsprechend können reale oder realitätsnahe Szenarien zum Testen des Modells und der Lösungsverfahren genutzt werden. Hierbei finden sowohl valide Ungleichungen als auch eine Tabu-Suche Anwendung. Pereira u. a. nutzen 2004 für die Lösung des DLSP mit parallelen Ressourcen ebenfalls eine Heuristik. Ihr Modell wird mit Hilfe der lokalen Suche und einer Tabu-Suche gelöst. Die Autoren entwickeln zwei Methoden zur Generierung von Initialen Lösungen und zwei unterschiedliche Nachbarschaftsfunktionen. Sie evaluieren die verschiedenen Methoden sowohl an kleineren, als auch an großen Instanzen und geben jeweils eine Empfehlung ab, welche ihrer Kombinationen am besten funktioniert (vgl. [Per+04a]).

Jans und Degraeve verwenden zur Lösung ihres DLSP mit parallelen Ressourcen keine klassischen Heuristiken, sondern eine Kombination aus Spaltengenerierung, dynamischer Programmierung und Lagrange-Heuristik. Neue Spalten werden dabei mit Hilfe der dynamischen Programmierung gesucht, während die Lagrange-Heuristik den Lösungsprozess beschleunigen soll. Getestet haben die Autoren ihren Lösungsprozess anhand von realen Daten. Ein Vergleich mit anderen Verfahren wurde nicht gemacht (vgl. [JD04]).

Eine exakte Lösung des DLSP mit parallelen Ressourcen wird von Gicquel u. a. fokussiert. Hierfür verwenden die Autoren valide Ungleichungen und einen kommerziellen Solver. Damit sind sie in der Lage Instanzen mittlerer Größe optimal zu lösen (vgl. [GMD11]).

#### **CSLP:**

In der Literatur finden sich auch etliche Veröffentlichungen, in denen das CSLP genutzt wurde um Produktionen mit parallelen Ressourcen abzubilden. Hierunter fallen

beispielsweise die Arbeiten von Ghosh Dastidar und Nagi ([GN05]) und Gaglioppa u. a. ([GMB08]). Erstere nutzt das CSLP als Basis für die Planung einer Spritzgussproduktion. Zusätzlich wird die Modellierung um Auftragsrückhang und reihenfolgeabhängige Rüstkosten und -zeiten erweitert. Das formalisierte Modell von Gaglioppa u. a. enthält diese Erweiterungen dagegen nicht. Almada-Lobo u. a. ([Alm+10]) und Toledo u. a. ([Tol+13b]) stellen ebenfalls Modelle auf Basis des CSLP vor, die parallele Ressourcen beinhalten. Die beiden Modelle ähneln sich und basieren auf der Losgrößen- und Reihenfolgeplanung für die Glasbehälterindustrie.

Auch die Arbeit von Matta und Guignard lässt sich als CSLP mit parallelen Ressourcen klassifizieren. Ihr Modell entspricht nicht der I&L-Formulierung (vgl. [MG95]).

Die verschiedenen Modelle des CLSP mit parallelen Ressourcen werden auf unterschiedliche Art und Weise gelöst. Während sowohl Matta und Guignard ([MG95]) als auch Almada-Lobo u. a. ([Alm+10]) auf eine Lagrange-Relaxation in Kombination mit einer Heuristik setzen, benutzen Ghosh Dastidar und Nagi ([GN05]) und Gaglioppa u. a. ([GMB08]) einen Solver für den Lösungsprozess. Letztere nutzen zusätzlich valide Ungleichungen, wie auch Almada-Lobo u. a. Einzig Toledo u. a. setzen vollständig auf eine Heuristik, einen hybriden genetischen Algorithmus (vgl. [Tol+13b]).

#### **PLSP:**

Es existieren nur einige wenige Arbeiten, die Problemstellungen der Losgrößen- und Reihenfolgeplanung mit parallelen Ressourcen als PLSP modellieren. Haase erweitert 1994 das klassische PLSP um mehrere Maschinen. Eine zusätzliche Ressource bildet den Ankauf von Produkten ab. Diese Ressource ist nicht durch eine Kapazität beschränkt und garantiert die Lösbarkeit von Probleminstanzen (vgl. [Haa94], S. 38 ff.). Drexl und Haase ([DH95]) veröffentlichen eine ähnliche Formulierung des PLSP mit parallelen Ressourcen, allerdings ohne die Integration einer zusätzlichen Ressource für Produktankäufe. 1997 veröffentlicht Kimms eine Formulierung des PLSP mit mehrstufiger Erzeugnisstruktur und parallelen, unterschiedlichen Ressourcen. Zusätzliche Aspekte, wie Rüstzeiten, Auftragsrückhang oder Überstunden werden in der vorgestellten Formulierung nicht betrachtet (vgl. [Kim97b], S. 60 ff.). Die gleiche Formulierung findet sich auch in Kimms und Drexl ([KD98]). Kaczmarczyk veröffentlicht in den Jahren 2011 und 2013 erweiterte Modellformulierungen des PLSP mit zwei Entscheidungsvariablen für die Produktionsmenge in einer Periode. Modelliert werden darin unter anderem identische, parallele Ressourcen. Durch Zusammenfassung mehrerer identischer Ressourcen im gleichen Zustand lassen sich Binärvariablen durch ganzzahlige Entscheidungsvariablen ersetzen und Einsparungen bei der Anzahl der Entscheidungsvariablen und Nebenbedingungen erreichen (vgl. [Kac11] und [Kac13]).

Zur Lösung des PLSP mit parallelen Ressourcen passt Haase ([Haa94]) seine in der Arbeit genutzte „Backward Add“-Methode an. Die Methode wird in seiner Arbeit auch

für die Lösung anderer Problemstellungen rund um das PLSP verwendet. Zum Testen nutzt Haase einen Instanzgenerator. Auch Drexl und Haase ([DH95]) nutzen diese Methode der heuristischen Lösungssuche für ihre Problemstellung. Kimms hingegen entwickelt in seiner Veröffentlichung von 1997 einen „Demand-Shuffle“-Algorithmus. Entsprechend angepasst kann er auch für die Lösung des PLSP mit parallelen Ressourcen genutzt werden. Hierfür wird eine spezielle Datenstruktur verwendet. Diese verknüpft die externe und interne Nachfrage nach Produkten mit einer Periode, die als Deadline für die Nachfrage fungiert. Aus dieser speziellen Repräsentation wird im Zusammenspiel mit der Konstruktion eines Produktionsplanes und dem Verschieben der Deadlines in mehreren Iterationen eine möglichst gute Lösung gesucht. Getestet wird dieser Algorithmus für Instanzen mit parallelen Ressourcen nur anhand eines kleinen Testsets, welches mit dem ebenfalls in der Veröffentlichung vorgestellten Instanzgenerator erzeugt wurde (vgl. [Kim97b], S. 227 ff.). Kimms und Drexl ([KD98]) testen eine generalisierte Form des Lösungsalgorithmus von Drexl und Haase ([DH95]). Probleminstanzen mit parallelen Ressourcen werden allerdings nicht explizit gelöst. Kaczmarczyk nutzt in seinen Veröffentlichungen einen Standardsolver, um die Modellformulierungen zu testen. Zum Einsatz kommen hierbei Testinstanzen, die auf der Basis von praktischen Problemstellungen aus der Elektronikindustrie generiert wurden. Die speziellen Formulierungen, die identische Ressourcen mit Hilfe von ganzzahligen Entscheidungsvariablen zusammenfassen, erweisen sich dabei besonders für viele Ressourcen als vorteilhaft (vgl. [Kac11] und [Kac13]).

#### 3.4.3. Hybride Modelle

Das GLSP lässt sich ebenso wie die Small-Bucket- und Big-Bucket-Modelle für die Modellierung mehrerer paralleler Ressourcen nutzen. Angefangen bei den Arbeiten von Meyr (vgl. bspw. [Mey99] und [Mey02]) bis hin zu Veröffentlichungen neueren Datums (vgl. bspw. [RKF15] und [Tol+15a]) existiert auch eine große Anzahl an Literatur zu diesem Modellierungsaspekt. Zusammen mit anderen Planungsaspekten ergeben sich unterschiedliche Modelle für verschiedene Planungssituationen. Einen guten Überblick über die entsprechende Literatur findet sich in ([Cop+16]).

So vielfältig wie die Literatur zum GLSP mit parallelen Ressourcen sind auch die angewandten Lösungsverfahren. Zumeist beinhalten die modellierten Probleme der Losgrößen- und Reihenfolgeplanung weitere Aspekte, die auch die Lösungsfindung verkomplizieren. Eine generelle Aussage zu den verwendeten Ansätzen lässt sich demnach nur schwer treffen. Heuristische Lösungsverfahren finden ebenso Anwendung (vgl. z. B. [Mey02] und [Tol+09]), wie die Nutzung von Solvern (vgl. z. B. [AA11] und [CTA12]). Für einen weitergehenden Überblick wird ebenfalls auf die Arbeit von Copil u. a. ([Cop+16]) verwiesen.

#### 3.4.4. Zusammenfassung

Zu allen klassischen Losgrößen- und Reihenfolgeplanungsproblemen existieren Modellerweiterungen, welche die Produktion auf parallelen Ressourcen ermöglichen. Dabei ist durchaus von Bedeutung, ob es sich um mehrere identische Ressourcen handelt oder nicht. Gegebenenfalls lassen sich dadurch Ressourcen zusammenfassen und gemeinsam modellieren.

Die verwendeten Lösungsmethoden sind dabei sehr unterschiedlich und abhängig von der speziellen Problemstellung. Daher lässt sich eine generelle Überlegenheit einer oder mehrerer Lösungsmethoden nicht ausmachen.

Arbeiten zu Problemstellungen mit mehrstufiger Erzeugnisstruktur und parallelen Ressourcen finden sich deutlich seltener in der Literatur. Die Komplexität der zugrunde liegenden Probleme muss insbesondere auch bei der Kombination dieser beiden Aspekte berücksichtigt werden und bei der Entwicklung von Lösungsverfahren Beachtung finden.

### 3.5. Periodenübergreifendes Rüsten

In ihrer einfachsten Form haben alle in Abschnitt 3.2 vorgestellten Modelle eine gemeinsame Schwachstelle. Sofern das Planungsproblem Rüstvorgänge enthält und diese in einer Modellformulierung durch Rüstzeiten modelliert sind, muss die Rüstzeit eines jeden Produktes kleiner als die zur Verfügung stehende Kapazität einer einzelnen Periode sein. Anders ausgedrückt wird vorausgesetzt, dass sich ein kompletter Rüstvorgang in einer einzigen Periode vollständig durchführen lässt. Eine Aufteilung des Rüstens auf mehrere Perioden ist nicht vorgesehen. Dies stellt eine Einschränkung des Lösungsraumes dar, die unter Umständen gute Lösungen als ungültig ausschließt oder eine lösbare Probleminstanz als nicht lösbar modelliert. Von Bedeutung ist vor diesem Hintergrund vor allem das Verhältnis der Rüstzeiten zu den Kapazitäten der Perioden, denn auch eine „kurze“ Rüstzeit kann für eine Periode mit geringer Kapazität zu lang sein. Suerie definiert „lange“ Rüstzeiten als solche, falls sie einen wesentlichen Anteil der Periodenkapazität einnehmen (vgl. [Sue06]).

Um derartigen Planungsproblemen gerecht zu werden, existiert die Möglichkeit den Rüstvorgang auf zwei oder mehr Perioden zu verteilen. In der Literatur wird dies als Aufteilen des Rüstvorganges (engl.: „setup splitting“) oder als periodenübergreifendes Rüsten (engl.: „period overlapping setups“ oder „setup cross over“) bezeichnet. Eine Unterbrechung der einzelnen Teilvorgänge durch andere Rüst- oder Produktionsvorgänge ist dabei unzulässig (vgl. [Sue06]; [See13], S. 53; [SM08]).

Als eine der ersten Arbeiten, die sich mit periodenübergreifendem Rüsten beschäftigen, sind Cattrysse u. a. ([Cat+93]) und Brüggemann und Jahnke ([BJ94]) zu nennen.

Beide Arbeiten integrieren diesen Aspekt in die Modellformulierung des DLSP. Bei den Rüstzeiten handelt es sich, aufbauend auf der „All-or-Nothing“-Bedingung der Produktion, um Vielfache der Periodenkapazität. Jordan und Drexl nutzen 1998 eine ähnliche Formulierung, die sie um reihenfolgeabhängige Rüstkosten und -zeiten erweitern (vgl. [JD98]). Weitere Veröffentlichungen des DLSP mit Rüstvorgängen über mehrere Perioden sind bspw. ([BJ00]) und ([GMD09]).

Die Lösungsverfahren für die zugrunde liegenden Planungsprobleme sind vielfältig und reichen von Spaltengenerierungsverfahren (vgl. [Cat+93]), über Metaheuristiken, wie Simulated Annealing (vgl. [BJ94] und [BJ00]), bis hin zur Nutzung von validen Ungleichungen und kommerziellen Solvern (vgl. [GMD09]). Einen Vergleich mit anderen Veröffentlichungen und Lösungsansätzen nehmen Jordan und Drexl vor. Ihr Ansatz basiert auf der Beziehung des DLSP zu dem kontinuierlichen Modell des Batch Sequencing Problems (BSP) und erweist sich für Instanzen mit wenigen Produkten, die aufgrund der Kapazitäten und Rüstzeiten schwierig zu lösen sind, als vergleichsweise effizient (vgl. [JD98]).

Die ersten Arbeiten, die ein Aufteilen des Rüstvorganges über mehrere Perioden im PLSP modellieren, sind von Haase ([Haa94], S. 31 ff.) bzw. Drexl und Haase ([DH95]). Die benötigte Zeit zum Einrüsten einer Ressource für ein Produkt wird in dem Modell über mehrere Perioden verteilt. Die maximal benötigte Anzahl an Perioden muss dabei extern errechnet und vorgegeben werden. Zur Lösung verwenden die beiden Autoren eine angepasste Version ihres zuvor für das klassische PLSP entwickelten Lösungsverfahrens. Dieses verteilt die Produkte beginnend bei der letzten Periode und arbeitet sich bis zur ersten Periode vor. Die Verteilung der Produkte erfolgt hierbei zufällig mit Hilfe sogenannter „random regrets“. Diese stellen eine Art Bewertung für mögliche Kosteneinsparungen dar (vgl. [DH95]).

Aus dem Jahr 2006 stammt eine Veröffentlichung von Suerie, welche sich komplett dem Thema des periodenübergreifenden Rüstens widmet. Er führt ein Beispiel an, bei welchem die Modellformulierung von Drexl und Haase ([DH95]) nicht wie beabsichtigt funktioniert. Die optimale Lösung des Modells ist zulässig, übersteigt aber in der Realität die Kapazitäten der Ressource. Suerie formuliert zwei andere Modellerweiterungen für das PLSP, in denen er Rüstvorgänge über mehrere Perioden modelliert. Das erste Modell (POST1) summiert die bereits geleistete Rüstzeit eines Rüstvorganges und enthält eine neue Binärvariable, die angibt, ob ein Rüstvorgang an Ende einer Periode andauert und in der nächsten Periode fortgesetzt werden kann. Das zweite Modell (POST2) verwendet einen anderen Ansatz und teilt die Rüstzeit auf in zwei Variablen. Eine enthält den Anteil der Rüstzeit, der in der Periode auftritt, in der der Rüstvorgang abgeschlossen wird. Die Andere enthält den Anteil der in den vorhergehenden Perioden geleisteten Rüstzeit, pro Periode. Diese muss aufsummiert werden, um zu bestimmen, ob ein Rüstvorgang vollendet ist. Hierfür ist, genau wie bei Drexl und Haase ([DH95]), die maximale Anzahl an Perioden zu bestimmen, über die sich

ein Rüstvorgang erstrecken kann. Die zweite Modellformulierung erfordert konstante Kapazitäten für alle Perioden. Suerie testet und vergleicht die verschiedenen Modellformulierungen anhand von generierten Probleminstanzen (vgl. [Sue06]). Sowohl das erste Modell, als auch eine Erweiterung des zweiten Modells, für Probleme in denen sich die Kapazitäten im Zeitverlauf erhöhen können, beschreibt Suerie in ([Sue05b], S. 104 ff.). Für diesen besonderen Fall sind zusätzliche Nebenbedingungen von Nöten. Kaczmarczyk veröffentlicht 2009 ebenfalls Erweiterungen des PLSP für Rüstvorgänge über mehrere Perioden. Hierzu nutzt er sowohl das klassische PLSP als Grundlage als auch ein erweitertes Modell von Kimms und Drexl ([KD98]), welches er als PLSP/E bezeichnet. Seiner Veröffentlichung liegt die Annahme von konstanten Kapazitäten aller Perioden zugrunde. Durch die Erweiterung der Modelle mit Indikatoren, die das Ende bzw. die Fortführung eines Rüstvorganges abbilden, ergeben sich Formulierungen, deren Konzepte denen von POST1 und POST2 ähneln. Auch eine Erweiterung des CSLP für lange Rüstzeiten wird von Kaczmarczyk formalisiert. Ein Vergleich auf verschiedenen Testinstanzen von Suerie ([Sue06]) und realen Problemstellungen stellt die Lösungsqualität der verschiedenen Modelle gegenüber und zeigt die unterschiedlichen Lösungszeiten mit Hilfe eines Standardsolvers auf. Die Modelle auf Basis des PLSP/E schneiden dort, im Vergleich zu den bestehenden Modellen, insbesondere für Probleminstanzen mit langen Rüstzeiten gut ab (vgl. [Kac09]).

In einer weiteren Veröffentlichung kombiniert Kaczmarczyk periodenübergreifende Rüstvorgänge mit dem PLSP mit mehreren identischen Ressourcen. Die Anzahl der Perioden, in denen zusammenhängend gerüstet werden kann, beschränkt er dabei auf zwei. Ein Vergleich des erweiterten Modells mit der Formulierung ohne periodenübergreifendes Rüsten zeigt mögliche Kosteneinsparungen auf. Die getesteten Instanzen sind generiert, orientieren sich aber an den Erfahrungen mit Losgrößenplanungsproblemen im Bereich der Elektronikindustrie (vgl. [Kac13]).

Für die Fragestellung eines Pharmaunternehmens, ob die vorhandenen Ressourcen auch bei einer erweiterten Produktpalette ausreichen, nutzt Stadtler 2011 ebenfalls das PLSP. Auch er erweitert die Formulierung derart, dass ein Rüstvorgang in der nächsten Periode fortgesetzt werden kann und orientiert sich dabei an den Formulierungen von Suerie (vgl. [Sue05b], S. 105 f.). Als Voraussetzung müssen alle Rüstzeiten kleiner als die kürzeste Periodendauer sein. Gelöst wird das Problem mit Hilfe von validen Ungleichungen und einem Solver (vgl. [Sta11]). 2013 veröffentlicht Stadtler gemeinsam mit Sahling eine weitere Arbeit, die periodenübergreifendes Rüsten nutzt. Anders als bei der Formulierung von 2011 entfällt die restriktive Voraussetzung über das Verhältnis von Rüstzeit zu Periodenlänge. Zur Lösung nutzen die beiden Autoren Fix-and-Relax- und Fix-and-Optimize-Verfahren (vgl. [SS13]).

Sung und Maravelias beschreiben in ihrer Arbeit aus dem Jahr 2008 ebenfalls ein Modell mit Rüstvorgängen, die nicht auf eine Periode schränkt sein müssen. Als Basis dient ihnen das General Capacitated Lot Sizing Problem (GCLSP). Die entwickelte

Formulierung wird zusätzlich um andere Aspekte erweitert. Hier zu nennen sind u. a. ungleiche Perioden und parallele Ressourcen. In der Veröffentlichung werden einige Beispiele vorgestellt und ihre Lösung analysiert. Ein Vergleich mit ähnlichen Veröffentlichungen findet nicht statt (vgl. [SM08]).

2011 veröffentlichen Menezes u. a. eine erweiterte Formulierung des CLSP, welche periodenübergreifendes Rüsten zulässt. Eine zusätzliche kontinuierliche Entscheidungsvariable gibt die zur Vollendung des Rüstvorganges noch zu leistende Rüstzeit am Ende einer Periode an. Ihr Modell betrachtet weiterhin auch die Einhaltung minimaler Losgrößen und reihenfolgeabhängiges Rüsten. Ein Lösungsverfahren oder Tests der neuen Formulierung sind allerdings nicht in der Veröffentlichung zu finden (vgl. [MCA11]).

Es existiert kaum Literatur die über beliebig viele Mikroperioden aufgeteilte Rüstvorgänge des GLSP betrachtet. Seeanner veröffentlicht 2013 eine Erweiterung des GLSP, welche reihenfolgeabhängige Rüstvorgänge über mehrere Mikroperioden modelliert. Er führt auch ein Beispiel an, für welches diese Erweiterung von entscheidender Bedeutung ist. Modelliert wird dies mit Hilfe einer zusätzlichen Binärvariable, die angibt, dass eine Mikroperiode ausschließlich für einen Rüstvorgang genutzt wird. Die Rüstzeit wird hierbei kumuliert, bis der Rüstvorgang vollendet ist (vgl. [See13], S. 148 ff.).

#### **Zusammenfassung:**

Zusammenfassend ist festzustellen, dass periodenübergreifendem Rüsten in der Literatur bisher wenig Beachtung geschenkt wurde. Dennoch existieren zu fast allen Modellformulierungen Erweiterungen, die diesen Planungsaspekt ergänzen und somit eine detailliertere Problemabbildung zulassen. Die Formulierungen unterscheiden sich dabei teilweise deutlich voneinander. Häufig wird der bereits geleistete Rüstaufwand summiert oder der noch zu leistende Aufwand bestimmt. Die aufgeführten Arbeiten enthalten teilweise auch zusätzliche weitere Modellaspekte, die für das in dieser Arbeit betrachtete Planungsproblem von Bedeutung sind. Hier sind u. a. reihenfolgeabhängige Rüstzeiten oder parallele Maschinen zu nennen.

### **3.6. Losgrößen- und Reihenfolgeplanungsprobleme mit ganzzahligen Produktionsmengen**

Es existiert wenig Literatur, welche die Ganzzahligkeit von Produktionsmengen explizit behandelt. Diese Anforderung ist notwendig, falls die Produktion eines Produktes nicht unterbrochen werden kann und die Bearbeitungszeiten der Produkte im Vergleich zu den Periodenkapazitäten besonders groß sind. Auch das Aufteilen der Produktion eines Einzelteils auf mehrere Ressourcen ist als unzulässige Planung denkbar und kann durch die Formulierung ganzzahliger Produktionsmengen verhindert werden.

Die Ganzzahligkeit kann, insbesondere für Big-Bucket-Modelle, sehr einfach umgesetzt werden, indem die Produktionsmengen als ganzzahlige Entscheidungsvariablen modelliert werden. Diese Möglichkeit schränkt allerdings den Lösungsraum der Modelle ein und stellt ein Problem dar, falls die Kapazität der Perioden nicht ausreicht, um eine ganze Mengeneinheit eines Produktes zu produzieren. Abhilfe schafft die Betrachtung von zusammenhängenden Produktionsmengen über mehrere benachbarte Perioden. Je nach Planungssituation sind solche Anforderungen aber auch überflüssig oder können teilweise vernachlässigt werden, wie etwa bei einer kontinuierlichen Produktion, mit einem kontinuierlichen Materialfluss. In der chemischen Industrie ist beispielsweise eine natürliche Fließproduktion anzutreffen, die Fließgüter kontinuierlich weiterleitet (vgl. [GT13], S. 16).

Ein verwandtes Problem findet sich in der Chargenproduktion oder Batch-Produktion. Die Chargenproduktion ist ein „Produktionsverfahren, bei dem die Werkstoffe mit zeitlicher Unterbrechung (diskontinuierlich) in das Arbeitssystem eingegeben und chargen- oder partieweise be- und verarbeitet werden. Eine Charge oder Partie ist eine bestimmte nach oben begrenzte Menge von Einsatzgütern, die als Ganzes den Produktionsprozess durchlaufen“ ([Spr13], S. 81). Dort können sich die Produktionsmengen für eine Charge auch auf aufeinanderfolgende Perioden verteilen und in Summe den gewünschten Anforderungen entsprechen. Solch ein Vorgehen kann gegebenenfalls auch für die Beschränkung der Ausbringungsmenge auf ganzzahlige Mengen genutzt werden.

1999 veröffentlicht Kallrath eine Arbeit welche eine Erweiterung für bestimmte Produktionsplanungsmodelle enthält. Sie erlaubt die Modellierung von Batches bzw. Kampagnen. Ein Batch stellt dabei die kleinste herstellbare Menge eines Produktes dar. Eine Kampagne besteht aus einer diskreten Anzahl von Batches. Motiviert ist das Problem beispielsweise durch die chemische Prozessindustrie. Modelliert wird dies durch das Verbinden von aneinander anschließenden Produktionsmengen zu einer gemeinsamen Produktionsmenge. Diese kann den Anforderungen entsprechend beschränkt sein und garantiert die Produktion in Batches und Kampagnen. Der Formulierung liegt keines der in Abschnitt 3.2 vorgestellten klassischen Losgrößen- und Reihenfolgeplanungsprobleme zugrunde, sondern wird allgemein für Produktionsplanungsmodelle mit diskreter Zeiteinteilung vorgestellt (vgl. [Kal99]).

Auch Suerie betrachtet 2005 diese Problemstellung. Er veröffentlicht eine Modellerweiterung für das PLSP, welche diese Elemente umsetzt. Ein Vergleich mit der Formulierung von Kallrath ([Kal99]) rundet seine Arbeit ab. Demnach verwendet seine Modellformulierung weniger Variablen und Nebenbedingungen und die Anzahl der möglichen Kampagnen muss nicht a priori angegeben werden. Im direkten Vergleich der beiden Modelle auf angepassten Testinstanzen zeigt die Modellierung von Suerie deutliche Vorteile (vgl. [Sue05a]). In einer weiteren Veröffentlichung beschäftigt sich Suerie ebenfalls mit der Produktion in Batches und Kampagnen. Um die Produk-

tion von zwei oder mehr aufeinanderfolgenden Kampagnen desselben Produktes zu ermöglichen, stellt er verschiedene Ansätze vor. In einem dieser Ansätze teilt er die Entscheidungsvariable der Produktionsmenge in zwei. Eine Variable für die Produktion zu Beginn einer Periode und eine für die Produktion am Ende, ähnlich wie es auch Kimms und Drexl ([KD98]) gemacht haben (vgl. [Sue05b], S. 94 ff.). Eben diesen Ansatz nutzt auch Stadler 2011 für seine Problemstellung. Er reduziert die Menge der ganzzahligen Entscheidungsvariablen, welche die Anzahl der vollständigen Batches enthält (vgl. [Sta11]).

#### **Zusammenfassung:**

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die explizite Modellierung von ganzzahligen Produktionsmengen bisher kaum Beachtung in der Literatur gefunden hat. Dennoch lassen sich im Bereich der Batch- und Kampagnenproduktion vergleichbare Problemstellungen identifizieren und die in diesen Bereichen veröffentlichten Formulierungen und Erfahrungen als Grundlage für die Umsetzung der ganzzahligen Produktionsmengen nutzen. Die aufgeführten Arbeiten bieten hierfür eine solide Basis.

### **3.7. Synchronisation des Materialflusses bei mehrstufiger Produktion**

Bei allen in Abschnitt 3.2 vorgestellten Modellen wird von der sofortigen Nutzbarkeit der produzierten Erzeugnisse ausgegangen. Für mehrstufige Erzeugnisstrukturen bedeutet dies, dass produzierte Mengen augenblicklich für nachfolgende Produktionen zur Verfügung stehen und genutzt werden können. In der Realität ist dies nicht immer der Fall. Falls Produkte beispielsweise nur in Batches produziert werden oder verschiedene Produkte eines mehrstufigen Erzeugnisses auf mehreren Ressourcen verteilt gefertigt werden ist eine Koordination der einzelnen Produktionen notwendig, um einen realisierbaren Produktionsplan zu erhalten.

Um die Koordination zu gewährleisten, werden in den Losgrößen- und Reihenfolgeplanungsmodellen häufig minimale Vorlaufzeiten verwendet. Sie werden als Parameter in das Modell integriert und sorgen dafür, dass produzierte Mengen erst in den nachfolgenden Perioden zur weiteren Produktion verwendet werden können. Häufig wird eine minimale Vorlaufzeit von einer Periode für jede Stufe bzw. jedes Produkt vorgegeben (vgl. z. B. [Haa94], S. 14 ff.; [HS10]; [SS13]).

Haase zeigt in seiner Veröffentlichung von 1994 ein schönes Beispiel für das CLSP, in dem die Realisierung des Materialflusses für die errechnete Lösung nicht möglich ist. Er zeigt, wie solche Lösungen mit Hilfe einer minimalen Vorlaufzeit von einer Periode ausgeschlossen werden können (vgl. [Haa94], S. 14 ff.). Auch Helber und Sahling führen ein einfaches Szenario an, um positive Vorlaufzeiten zu motivieren (vgl. [HS10]).

Ein weiteres Szenario, in dem der Materialfluss koordiniert werden muss, findet sich in der Produktion von Batches. Hier steht die produzierte Menge erst zur Weiterverarbeitung zur Verfügung, sobald die Produktion des gesamten Batches abgeschlossen ist (vgl. z. B. [Sta11]).

Durch die Verwendung von minimalen Vorlaufzeiten kann es insbesondere bei großen Perioden, wie sie in Big-Bucket-Modellen zu finden sind, zu unnötig langen Durchlaufzeiten kommen. Ein schönes Beispiel zu dieser Problematik mitsamt der entsprechenden mathematischen Formulierung findet sich ebenfalls in ([Haa94], S. 14 ff.). Trotz dieses Nachteils existieren viele Veröffentlichungen, deren Formulierungen minimale Vorlaufzeiten einplanen. Zu nennen sind hier beispielsweise ([BMT83]; [Hel95]; [TD96]; [BFA05]; [TB09]; [Alm10]; [HS10] und [Che15]).

Im Jahr 2015 veröffentlichen Almeder u. a. eine Arbeit, in der sie sowohl kurze Durchlaufzeiten für die Produkte, als auch die Umsetzbarkeit der Lösungen garantieren wollen. Hierfür entwickeln sie zwei Modellformulierungen, die diesen Zielen gerecht werden sollen. Die erste erweitert das MLCLSP derart, dass erst nach der Fertigstellung eines Loses die nachfolgenden Fertigungsschritte produziert werden können (engl. batch production). Beim zweiten Modell hingegen dürfen Vorprodukte und Nachfolgeprodukte gleichzeitig gefertigt werden, falls sie auf unterschiedlichen Ressourcen gefertigt werden (engl.: lot-streaming). Gelöst werden die Modelle von Almeder u. a. mit Hilfe eines Solvers. Zusätzlich werden bereits bekannte valide Ungleichungen zur Lösungssuche verwendet. Diese entstammen einer Veröffentlichung von Clark und Armentano ([CA95]) (vgl. [Alm+15]).

Auch für alle in Abschnitt 3.2 vorgestellten Small-Bucket-Modelle existieren Veröffentlichungen, die die Synchronisation des Materialflusses betrachten. So entwickeln Brüggemann und Jahnke 1994 eine Formulierung für das zweistufig DLSP, welche die Produktion des Endproduktes nur unter der Voraussetzung der Produktion abgeschlossener Lose des Vorproduktes zulässt (vgl. [BJ94]). In einer weiteren Veröffentlichung formulieren die beiden Autoren ein Modell, welches produzierte Mengen erst nach Vollendung des entsprechenden Batches in das Lager überführt. Zur Lösung der Problemstellung verwenden sie einen Simulated Annealing-Algorithmus, der sich aus zwei Phasen zusammensetzt (vgl. [BJ00]).

Mit Hilfe des CSLP modellieren Gaglioppa u. a. ein Planungsproblem der Prozessindustrie, in der die Erzeugnisse in Chargen produziert werden. Jede Produktion nutzt dabei eine Menge von Materialien als Input und erzeugt eine Menge von Materialien als Output. Die Chargen sind derart modelliert, dass die Verbräuche zu Beginn einer Produktion stattfinden, während die Erzeugnisse erst nach Abschluss der Produktion zur Verfügung stehen. Die Produktionsdauer kann hierbei mehrere Perioden betra-

gen. Zusätzlich erweitern die Autoren ihr Modell um mehrere parallele Ressourcen. Zur Unterstützung der Lösungsfindung verwenden sie valide Ungleichungen, die auf einer Umformulierung der Lagerhaltung beruhen (vgl. [GMB08]).

Das PLSP bildet bei der Synchronisation des Materialflusses keine Ausnahme. Minimale Vorlaufzeiten finden sich hier in relativ vielen Veröffentlichungen, wie beispielsweise ([Haa94], S. 45 ff.; [Kim96b]; [Kim96a]; [Kim97a]; [Kim97b], S. 31 ff.; [KD98]; [Kim99]; [CCC04]). Stadtler veröffentlicht 2011 eine Arbeit, die den Materialfluss ohne die Vorgabe einer minimalen Vorlaufzeit koordinieren soll. Dafür nutzt er eine Formulierung von Suerie ([Sue05b], S. 101 ff.), die die Entscheidungsvariablen für die Produktionsmengen aufteilt. In seiner Formulierung können Produkte nur zu Beginn einer Periode produziert werden, wenn am Ende der Vorperiode genügend Vorgänger im Lager vorhanden sind. Darüber hinaus kann eine Produktion am Ende einer Periode, also direkt nach einem Rüstvorgang, auch die zu Beginn der Periode produzierten Vorprodukte verwenden. In Kombination ermöglicht dies, für den Fall einer einzelnen Ressource und unter den Prämissen des PLSP, einen realisierbaren Materialfluss. Im Verlauf seiner Arbeit erweitert Stadtler die Formulierung für die Produktion in Batches bzw. Kampagnen, wie sie häufig in der Prozessindustrie vorkommt. Hierbei werden unvollständige Batches nicht ins Lager übernommen und stehen somit nicht für die Produktion von Nachfolgern zur Verfügung. Sie werden in die nachfolgende Periode übernommen und stehen dort für Produkte zur Verfügung, die am Ende der Periode, also nach einem Rüstvorgang, produziert werden (vgl. [Sta11]). Eine weitere Veröffentlichung, ohne die Vorgabe einer minimalen Vorlaufzeit, ist aus dem Jahr 2013 von Stadtler und Sahling. Anders als Stadtler ([Sta11]) betrachten die beiden Autoren mehrere Ressourcen. Hier ist die Synchronisation des Materialflusses deutlich komplexer. Auch sie verwenden eine Aufteilung der Entscheidungsvariablen der Produktionsmengen. Sowohl eine Produktion in Batches als auch parallele Produktionsmöglichkeiten werden nicht betrachtet (vgl. [SS13]).

Abgesehen von der Erweiterung des mehrstufigen GLSP um minimale Vorlaufzeiten wurden noch weitere Formulierungen veröffentlicht, die sich mit der Synchronisation des Materialflusses beschäftigen. Hierfür wird beispielsweise die Produktion in zwei Mengen aufgeteilt: Eine Menge, die direkt von den folgenden Arbeitsgängen genutzt werden kann und eine Menge, die erst in der nachfolgenden Periode genutzt werden kann (vgl. z. B. [Mey04] und [Lan10], S. 44 ff.). Benötigt wird dies für die zeitlich korrekte Verfügbarkeit von Vorprodukten. Trotzdem ist bei diesen Modellen die gleichzeitige Produktion von zwei aufeinanderfolgenden Arbeitsgängen möglich. Diese Art der Formulierung wird auch von Seanner u. a. genutzt (vgl. z. B. [SAM13] und [SM13a]). 2014 veröffentlichen Baldo u. a. eine Arbeit, die sich mit der Planung der Produktion im Brauereiwesen beschäftigt. Die beiden aufeinanderfolgenden Arbeitsgänge müssen hierbei ebenfalls synchronisiert werden. Betrachtet werden die Herstellung der Flüs-

sigkeit und das Abfüllen. Der vorgelagerte Arbeitsschritt benötigt eine bestimmte Zeit zur Herstellung und kann erst danach abgefüllt werden. Dies wird im Modell durch zusätzliche Variablen formalisiert, die die Lagerhaltung von fertig produzierter Flüssigkeit abbilden. Die Dauer der Produktion der Flüssigkeit wird in Perioden angegeben (vgl. [Bal+14]).

Auch Mohammadi ([Moh10]) und Mohammadi und Poursabzi ([MP14]) modellieren in ihren Modellen nachfolgende Produktionen unter der Beschränkung, dass der vorherige Produktionsprozess abgeschlossen sein muss. Modelliert wird dies mit Hilfe der benötigten Produktionszeit und dem Startzeitpunkt der nachfolgenden Produktion. Hierdurch wird die Fertigstellung des gesamten Loses von Vorprodukten sichergestellt, bevor nachfolgende Produkte produziert werden können.

Zur Lösung der Probleme kommen unterschiedliche Algorithmen und Vorgehensweisen zum Einsatz. Eine Tendenz oder Überlegenheit lässt sich nicht feststellen.

#### **Zusammenfassung:**

Werden mehrstufige Erzeugnisse produziert, muss der Materialfluss der Erzeugnisse beachtet werden. Dies gilt insbesondere dann, wenn mehrere verschiedene Produkte in einer Periode produziert werden können. Findet die Produktion auf mehreren Ressourcen statt oder ist gar die parallele Produktion eines Produktes auf mehreren Ressourcen möglich, verkompliziert sich der Materialfluss weiter.

In der Literatur werden häufig minimale Vorlaufzeiten genutzt, um dieses Problem vereinfacht zu lösen. Dies stellt besonders bei großen Perioden ein Problem dar, denn die minimalen Durchlaufzeiten der mehrstufigen Produkte werden dadurch erheblich verlängert.

Veröffentlichungen, die diese künstliche Vorlaufzeit nicht verwenden, versuchen den Materialfluss auf anderem Wege zu modellieren und einen realisierbaren Produktionsplan zu erhalten. Zu erwähnen sind hier vor allem die Arbeiten von Stadtler ([Sta11]), Stadtler und Sahling ([SS13]) und Almeder u. a. ([Alm+15]). Während die erste Arbeit nur eine Ressource betrachtet, betrachten die anderen beiden mehrere Ressourcen. Ein Produkt kann aber auch in diesen Arbeiten nur auf einer Ressource gefertigt werden. Eine etwas andere Synchronisationsmöglichkeit des Materialflusses ist die Produktion in Batches. Hier werden die Produktionsmengen erst nach Fertigstellung des Batches für nachfolgende Produktionsprozesse verfügbar. Dies verhindert dennoch nicht, dass Situationen auftreten können, in denen der Materialfluss innerhalb einer Periode nicht realisierbar ist.

### 3.8. Rollierende Losgrößen- und Reihenfolgeplanung

Alle in Abschnitt 3.2 vorgestellten Modelle der Losgrößen- und Reihenfolgeplanung umfassen einen endlichen Planungshorizont, für welchen ein möglichst kostengünstiger Produktionsplan erstellt werden soll. In der Realität ist das Erstellen eines einzigen Produktionsplans aber meist nicht genug. Folgende Gründe sind unter anderem dafür aufzuführen (vgl. [Kim97b], S. 239; [Kim98]; [CB98]; [KGW03]; [Ber+08]; [PS12]).

- Der Planungshorizont der Losgrößen- und Reihenfolgeplanung deckt nicht die gesamte Laufzeit einer Unternehmung ab.
- Nicht planbare Ereignisse, wie beispielsweise Maschinenausfälle oder Lieferverzögerungen, treten auf.
- Unsicherheiten in den Daten, wie beispielsweise Änderungen der Auftragslage, führen zu einer veränderten Planungssituation.

Eine fortschreitende, sich wiederholende Planung kann auf mehreren Wegen erfolgen. Kimms führt einen Ansatz an, bei dem die Planungsprobleme unabhängig voneinander sind und nur durch den initialen Rüstzustand des jeweils nachfolgenden Planungsproblems miteinander verbunden sind. Hierfür werden in jedem Planungsdurchlauf die jeweils  $T$  nächsten Perioden als Planungsintervall angenommen, bevor das Planungsintervall um eben diese  $T$  Perioden verschoben wird. Ein solcher Ansatz kann allerdings keine unvorhergesehenen Ereignisse und Änderungen der Daten innerhalb des aktuellen Planungsintervalls mit einbeziehen. Dies entspricht nicht der Realität (vgl. [Kim97b], S. 239).

Ein Ansatz der die Realität besser abbildet, ist die rollierende Planung mit überlappenden Planungsintervallen. Hierfür wird nicht abgewartet, bis das gesamte Planungsintervall eines Planungsdurchlaufes umgesetzt wurde, sondern es wird schon nach  $\Delta T$  Perioden, mit  $T > \Delta T \geq 1$ , erneut geplant. Dies kann dazu führen, das Perioden mehr als einmal neu geplant werden. Diese Vorgehensweise bietet allerdings einen Nachteil, der auch in der Literatur weithin untersucht wurde und unter der Bezeichnung „nervousness“ bekannt ist. Gemeint sind häufige Änderungen an den Bereichen des Produktionsplanes, der zwar schon geplant aber noch nicht umgesetzt wurde (vgl. beispielsweise [BKM87] und [Kim98]). Im Folgenden wird nicht weiter auf dieses Phänomen eingegangen, wenngleich es durchaus wichtig ist und bei der Planung ebenfalls Beachtung finden sollte (vgl. [Kim97b], S. 239 f.). Abbildung 3.2 verdeutlicht die verschiedenen fortschreitenden Planungen. Auf der oberen Abbildung ist eine Planung ohne Überlappung abgebildet, auf der unteren eine überlappende Planung.

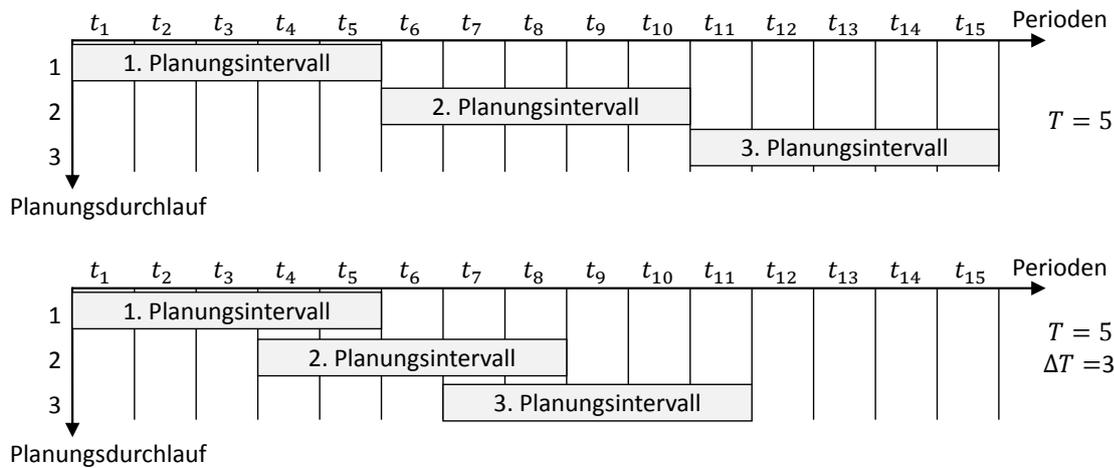


Abbildung 3.2.: Verschiedene Möglichkeiten der fortschreitenden Planung (angelehnt an [Sta03]).

Neben diesen beiden grundlegenden Möglichkeiten der fortschreitenden Planung muss gegebenenfalls auch kurzfristig auf Ereignisse reagiert werden. Dies erzwingt eine schnelle Reaktion und Umplanung, die im Gegensatz zu den zuvor vorgestellten Ansätzen nicht in regelmäßigen Abständen von  $T$  oder  $\Delta T$  Perioden erfolgen kann.

Grundsätzlich ist die rollierende Planung nicht auf die Anwendung in einem dynamischen Umfeld beschränkt, sondern kann auch zur Lösung von Planungsproblemen eingesetzt werden, die statischer Natur sind, und bei denen sich die Datenlage nicht ändert. Hierfür wird iterativ jeweils nur ein Teil des Planungshorizontes, das aktuelle Planungsintervall, (detailliert) geplant. In jeder weiteren Iteration werden die Lösungen der bereits geplanten Planungsintervalle teilweise oder komplett übernommen und ein anderes Planungsintervall des Planungshorizontes, unter den Voraussetzungen der bereits übernommenen Lösungen, (detailliert) geplant. Für eine Iteration ergeben sich die folgenden Bereiche des Planungshorizontes (vgl. bspw. [DSP97]; [SS03]; [MF03]; [AM09]).

- Der bereits in vorangegangenen Durchläufen detailliert geplante Bereich (Fixierter Bereich).
- Das aktuelle Planungsintervall, für den eine detaillierte Lösung gesucht wird (Detaillierter Bereich).
- Der in nachfolgenden Durchläufen detailliert zu planende Bereich (Relaxierter Bereich).

Nachfolgend wird die Literatur näher betrachtet, die eine solche rollierende Planung für die Lösung von statischen, deterministischen Problemen verwendet. Der fixierte Be-

reich kann dabei unterschiedlich gestaltet werden. Denkbar ist neben einer kompletten Fixierung auch die Fixierung eines bestimmten Teilbereichs oder einer Auswahl. Auch der relaxierte Bereich kann frei gestaltet werden. Neben Relaxierungen auf der Ebene von Nebenbedingungen oder Entscheidungsvariablen in einer Modellformulierung sind auch Vereinfachungen oder strukturelle Veränderungen, wie der Detailgrad, in diesem Bereich möglich.

Genau dieser Ansatz findet sich auch in der Literatur. So stellt sich insbesondere im dynamischen Umfeld die Frage, warum eine detaillierte Planung für spätere Perioden durchgeführt werden sollte, wenn der entworfene Plan höchstwahrscheinlich nicht oder nur mit Änderungen umgesetzt werden wird. Eine einfachere Modellierung oder eine gröbere Planung der späten Perioden wäre einfacher zu lösen und größere, realitätsnähere Probleme könnten gelöst werden (vgl. [AAC07]). Aus diesem Gedanken ergibt sich eine „natürliche“ rollierende Planung und die Fortschreibung des Planungsintervalls, um eine detaillierte Planung für spätere Perioden genau dann sicherzustellen, wenn sie benötigt wird.

Dillenberger u. a. veröffentlichen 1993 einen Lösungsansatz für das CLSP-L, der als Fix-and-Relax-Ansatz bekannt ist. Hierbei wird die Reihenfolge der Verzweigungen im Branch-and-Bound-Baum anhand der Periodenreihenfolge bestimmt. Dadurch entsteht auch in diesem einfachen Ansatz eine gewisse rollierende Planung (vgl. [Dil+93]). Belvaux und Wolsey nutzen in ihrer Arbeit aus dem Jahr 2000 eine Aufteilung des Planungshorizontes in mehrere unabhängige Planungsintervalle. Mit ihrer Hilfe wird das Planungsproblem nach und nach in einer rollierenden Art und Weise gelöst. Dabei wird immer ein Planungsintervall als das aktuelle angesehen und ohne Relaxierungen oder Fixierungen betrachtet. In den Planungsintervallen davor werden die binären Rüstentscheidungen aus vorangegangenen Iterationen fixiert. In den Planungsintervallen der Zukunft werden die binären Rüstentscheidungen relaxiert. Diese Aufteilung wird für jede Iteration fortgeschrieben bis der gesamte Planungshorizont durchlaufen wurde. Änderungen der Nachfrage oder Kapazitäten treten hier nicht auf (vgl. [BW00]). Auch Clark und Clark nutzen diese Art der Heuristik um größere Planungsprobleme zu lösen. Als Grundlage dient ihnen das klassische CLSP, erweitert um eine begrenzte Anzahl reihenfolgeabhängiger Rüstvorgänge in einer Periode. Zusätzlich relaxieren und approximieren sie die Rüstvorgänge späterer Perioden in Form von verschiedenen Formulierungen. Die Fix-and-Relax-Heuristik mitsamt den verschiedenen Modellen testen die Autoren anhand generierter Testinstanzen. Diese lassen erkennen, dass das Verfahren schnell eine gute Lösung findet, aber bei größeren Probleminstanzen an seine Grenzen stößt (vgl. [CC00]). In einer weiteren Arbeit setzt Clark ebenfalls auf die Fix-and-Relax-Methode, um ein Planungsproblem für das „Material Requirement Planing“ zu lösen. Ebenso wie beim CLSP ist die Produktion mehrerer Produkte pro Ressource und Periode erlaubt. Auch in dieser Arbeit erweist sich die Kombination aus Approximierung des Modells und Fix-and-Relax-Methode als besonders geeignet (vgl. [Cla03]).

Mercé und Fontan nutzen für das einstufige CLSP mit Rüstzeiten, Auftragsrückhang und Mindestmengen für Lose ebenfalls einen rollierenden Ansatz. Dieser umfasst, wie auch die bereits vorgestellten Fix-and-Relax-Heuristiken, drei verschiedene Bereiche. Die Autoren nutzen in den drei Bereichen eine Fixierung, eine detaillierte Planung und eine Vereinfachung der entsprechenden Modellbereiche und Entscheidungsvariablen. Den Terminus Fix-and-Relax benutzen sie nicht. Evaluieren werden verschiedene Heuristiken und Parameter, wie beispielsweise die Länge des detailliert geplanten Bereiches. Es zeigt sich, dass eine Fixierung der Perioden mit Produktion, nicht aber die Produktionsmengen einer ganzheitlichen Fixierung in Bezug auf die Lösungsqualität vorzuziehen ist. Die Lösungsqualität hängt dabei insbesondere von den gewählten Parametern ab. Die Größe des detailliert geplanten Bereichs bestimmt maßgeblich die Größe des Modells, während die Größe des überlappenden, erneut zu planenden Bereichs die Anzahl der Iterationen bestimmt (vgl. [MF03]).

Für mehrstufige Erzeugnisstrukturen veröffentlicht Stadler 2003 eine Arbeit, die eine rollierende Planung beinhaltet. Ein Zeitfenster umfasst dabei mehrere Perioden in einem detailliert zu planenden Bereich. Dieses kann auch Perioden umfassen, deren ganzzahlige Modellelemente relaxiert werden. Wie bei anderen Fix-and-Relax-Ansätzen werden Teile der Lösungen aus vorherigen Iterationen fixiert. Stadler nutzt für diesen Ansatz unterschiedliche Formulierungen desselben Modells für unterschiedliche Bereiche. Rüstentscheidungen werden nur in dem aktuellen Planungsintervall bestimmt, während die Kapazitätsrestriktionen über den gesamten Planungshorizont Beachtung finden. Eine Überlappung der Planungsintervalle bei aufeinanderfolgenden Iterationen soll die Lösungsqualität erhöhen, da Entscheidungen revidiert werden können. Stadler testet die Methode unter anderem an Testinstanzen von Tempelmeier und Derstroff ([TD96]). Im Vergleich mit der Heuristik der beiden zeigt der rollierende Ansatz seine Stärken. Der Ansatz erweist sich als vielversprechend und flexibel und lässt sich somit auch auf andere Probleme der Losgrößenplanung anwenden (vgl. [Sta03]). Folglich wird er auch in einer weiteren Veröffentlichung von Suerie und Stadler zur Lösung des CLSP-L verwendet. Insbesondere für einstufige Erzeugnisstrukturen und nur eine Ressource liefert der Ansatz gute Ergebnisse (vgl. [SS03]). In mehreren Veröffentlichungen entwickeln auch Araujo u. a. (vgl. [AAC07] und [AAC08]) jeweils eine Relax-and-Fix-Methode. Modelliert sind die zugrunde liegenden Planungsprobleme mit einer Modellformulierung ähnlich dem GLSP. Weitere Veröffentlichungen, die Lösungsmethoden wie Fix-and-Relax einsetzen und somit auf eine interne Fortschreibung eines Planungsintervalls setzen, sind beispielsweise ([Ber+08]; [BFH09]; [Moh+10a]; [Moh+10b]; [SS13]; [Lu+15]; [Tol+15b]).

#### **Zusammenfassung:**

Es existiert eine Menge Literatur zur rollierenden Planung. Sich verändernde Gegebenheiten stellen dabei häufig die Motivation dar, sich mit diesem Aspekt der Planung

zu beschäftigen. Weiterhin werden rollierende Ansätze aber auch zur Lösungsfindung statischer Probleme genutzt. Durch sie ist das Lösen größerer oder detaillierterer Planungsprobleme möglich. Dies geschieht häufig durch die Einteilung des Planungshorizontes in verschiedene Bereiche in Kombination mit einem iterativen Planungsverfahren, welches unterschiedliche Teile des Planungshorizontes nach und nach detaillierter plant. In der Literatur findet sich besonders oft das Konzept des Fix-and-Relax-Verfahrens, wobei die Umsetzung verschieden gestaltet sein kann.

### 3.9. Fazit und Zusammenfassung

Der Betrachtungsgegenstand dieser Arbeit enthält viele verschiedene Anforderungen und Aspekte. Der aktuelle Stand der Literatur umfasst diese in unterschiedlicher Art und Weise. In den vorangegangenen Abschnitten wurden die relevanten Arbeiten für die einzelnen Aspekte strukturiert dargestellt und miteinander in Beziehung gesetzt. Die Modellierung von Losgrößen- und Reihenfolgeplanungsproblemen mit mehrstufigen Erzeugnisstrukturen und Planungsproblemen mit alternativen, parallelen Ressourcen ist in der Literatur weit verbreitet, wenngleich die Kombination aus beiden Aspekten nicht für jede Modellformulierung formalisiert wurde. Beide Planungsaspekte erhöhen die Komplexität des Planungsproblems deutlich und erschweren die Lösungsfindung entsprechend. Für die Modellierung ist sowohl die Art der Erzeugnisstrukturen, als auch die Gleichartigkeit der Ressourcen von Belang. Für den zugrunde liegenden Betrachtungsgegenstand lassen sich entsprechende Formulierungen aus der Literatur kombinieren und nutzen.

Die Modellierung von Rüstvorgängen über mehrere benachbarte Perioden hinweg ist ein Schritt in Richtung einer realitätsnahen Abbildung und ermöglicht für Modellformulierungen mit diskreter Zeiteinteilung einen erweiterten Lösungsraum. Insbesondere die vergleichsweise langen Rüstzeiten des Betrachtungsgegenstandes lassen sich dadurch umsetzen. Es existieren mehrere gute Arbeiten, die sich mit diesem Modellierungsaspekt auseinandersetzen und die sich für die Abbildung des Betrachtungsgegenstandes anpassen und nutzen lassen.

Entsprechend den Anforderungen muss auch die korrekte Modellierung der Bearbeitung von Werkstücken und der korrekte Materialfluss über den gesamten Produktionsprozess sichergestellt werden. Die Modellierung von ganzzahligen Produktionsmengen wurde in der Literatur der Losgrößen- und Reihenfolgeplanung zumeist vernachlässigt und ist insbesondere für Produkte mit großer Nachfrage und geringer Bearbeitungszeit auch nicht von Belang. Trotzdem existieren auch Veröffentlichungen, deren Inhalt gegebenenfalls für eine Modellierung ganzzahliger Produktionsmengen verwendet werden kann. Zur Synchronisation des Materialflusses für mehrstufige Erzeugnisse hingegen wird meist auf minimale Vorlaufzeiten zurückgegriffen. Besonders für große Perioden kann diese Art der Synchronisation aber zu Nachteilen und langen Durchlaufzeiten führen. In der Literatur sind durchaus einige Arbeiten vorhanden, die diese Problema-

tik aufgreifen und versuchen diese anderweitig zu modellieren und zu lösen. Dennoch fehlt hierbei eine vollständige Lösung für mehrstufige Erzeugnisse mit parallelen Ressourcen.

Auch der Aspekt der fortschreitenden, wiederholten Planung findet sich in vielen Arbeiten zur Losgrößen- und Reihenfolgeplanung. Meist wird hierbei von einem dynamischen Kontext ausgegangen, aber auch für statische Probleme existieren häufig genutzte Verfahren, die eine solche rollierende Planung zur Lösung einsetzen. Die Vorgehensweise und die Aufteilung des Planungshorizontes ist dabei variabel, wird in vielen Arbeiten allerdings ähnlich umgesetzt. Die vorgestellten Arbeiten bieten eine gute Grundlage um mit möglichen planbaren und unvorhergesehenen Ereignissen, wie sie sich aus dem Betrachtungsgegenstand ergeben, umzugehen.

Keine der vorgestellten Arbeiten bildet alle Anforderungen des betrachteten Untersuchungsgegenstandes gänzlich ab. Dennoch existieren viele verschiedene Ansätze, um die einzelnen Aspekte des Betrachtungsgegenstandes teilweise oder komplett zu modellieren und zu lösen.

### **3.10. Handlungsbedarf und Ziele der Arbeit**

In Kapitel 2 wurde der Betrachtungsgegenstand dieser Arbeit vorgestellt und die Grundlagen der Produktion, der Produktionsplanung und der Losgrößen- und Reihenfolgeplanung erläutert. Vor diesem Hintergrund wurden in Kapitel 3 verschiedene Aspekte des zugrunde liegenden Planungsproblems mit dem Stand der Forschung verglichen und die Modellierung anhand unterschiedlicher Literatur untersucht. In diesem Abschnitt sollen der daraus resultierende Handlungsbedarf und die Ziele dieser Arbeit abgeleitet werden.

#### **3.10.1. Handlungsbedarf**

Bereits im ersten Kapitel wurde das Optimierungspotential herausgestellt, welches im Bereich der spanenden Fertigung, insbesondere unter Berücksichtigung einer Produktion mit Werkzeugmaschinen, vorhanden ist. Eine flexible Fertigung von unterschiedlichen Produkten bietet bei der ganzheitlichen Planung der Produktion Möglichkeiten für Effizienzsteigerungen und gegebenenfalls Kosteneinsparungen. In den Abschnitten 3.1 bis 3.9 wurde deutlich, dass die Planung der Produktion und insbesondere die Losgrößen- und Reihenfolgeplanung einen intensiv erforschten Bereich der Literatur darstellen. Die vorhandene Literatur ist dabei sehr vielfältig, was darauf zurückzuführen ist, dass die einzelnen Arbeiten je nach Betrachtungsgegenstand stark variieren können. Der Fokus der vorliegenden Arbeit soll auf der operativen Planungsebene liegen und eine detaillierte Losgrößen- und Reihenfolgeplanung für den zugrunde liegenden Betrachtungsgegenstand umfassen.

Besondere Beachtung soll in dieser Arbeit der möglichst realitätsgetreuen Modellierung des Betrachtungsgegenstandes zukommen. Dies ist insbesondere wichtig für eine in der Realität umsetzbare Planung, die möglichst ohne große manuelle Nachbearbeitung verwirklicht werden kann. Solch eine Planung beinhaltet neben der Beachtung von Vorrangbeziehungen der mehrstufigen Produkte und der Erstellung einer Reihenfolge innerhalb der Planung auch die Umsetzung von reihenfolgeabhängigen Rüstvorgängen. Aus den vorangegangenen Abschnitten wird ersichtlich, dass diese Aspekte bereits vielfach in der Literatur untersucht wurden, allerdings selten in Kombination miteinander. Weniger gut erforschte Praxisaspekte des Betrachtungsgegenstandes stellen die korrekte Modellierung von Produktionen mit langen Bearbeitungs- und Rüstvorgängen und die Synchronisation des Materialflusses dar. Insbesondere in Kombination mit mehreren, parallelen Ressourcen ergeben sich hier Herausforderungen, die in der Literatur praktisch nicht vorhanden sind, oder nur vereinfacht behandelt werden. Darüber hinaus existieren auch keine Literaturquellen, die alle genannten Praxisaspekte kombinieren oder eine ganzheitliche Lösung der Problemstellung ermöglichen. Nichts desto trotz bieten die in den Abschnitten 3.1 bis 3.9 vorgestellten Arbeiten eine solide Basis und bieten zumindest teilweise Ansätze, die für den Betrachtungsgegenstand dieser Arbeit übernommen oder angepasst werden können.

Auch die im Grundlagenkapitel beschriebenen häufigen Änderungen der Planungssituation durch planbare und nicht-planbare Ereignisse sollen in dieser Arbeit berücksichtigt werden. In der Literatur existieren bereits einige Ansätze und Vorschläge, die sich meist im Rahmen der rollierenden Planung mit diesem Problem auseinandersetzen. Hierfür wurde bereits vorgeschlagen, den Aufwand für die Planung späterer Perioden zu reduzieren, da die Wahrscheinlichkeit einer erneuten Planung für diese Perioden erhöht ist. Die daraus resultierenden Ansätze in der Literatur setzen zumeist auf die Reduzierung des Detailgrades der Planung für diese Perioden. Häufig kommen hierfür Relaxierungen oder Vereinfachungen zum Einsatz. Im Rahmen dieser Arbeit soll dieser Gedanke in einem Konzept aufgegriffen werden und für die detaillierte Planung der Losgrößen und Reihenfolgen angepasst werden.

Im nachfolgenden Abschnitt sollen die Ziele dieser Arbeit abgeleitet werden, die sich aus den aufgeführten Erkenntnissen und dem Handlungsbedarf ergeben.

#### **3.10.2. Ziele dieser Arbeit**

Das Ziel dieser Arbeit ist eine integrierte Losgrößen- und Reihenfolgeplanung, die den Betrachtungsgegenstand möglichst realitätsgetreu abbildet und gleichzeitig Bezug auf Anforderungen durch häufige Um- und Neuplanungen nimmt. Solch eine Planung ist

bisher nicht in der Literatur zu finden. Einer prototypischen Umsetzung wird aufgrund der häufigen Um- und Neuplanungen ein speziell entwickeltes Konzept zugrunde gelegt. Die entstandene Planung soll mit Hilfe einiger Testinstanzen evaluiert werden, um Rückschlüsse auf das zugrunde liegende Konzept und die Lösungsgüte zuzulassen.

### **1. Entwicklung eines Planungskonzeptes, welches den Anforderungen von häufigen Änderungen der Planungssituation gerecht wird**

Ein Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines Konzeptes, welches den unnötigen Aufwand für eine Planung unter der Prämisse häufiger planbarer und unvorhergesehener Ereignisse reduziert. Gemeint sind hierbei die Rechnerressourcen und die für die Planung genutzte Zeit, um Teile des Plans zu optimieren, die sich durch die Ereignisse wahrscheinlich noch ändern werden. Weiterhin soll für die anderen Teile des Plans eine detaillierte Planung ermöglicht werden. Dies soll durch eine unterschiedlich detaillierte Abbildung des Planungsproblems im Zeitverlauf geschehen. Das Konzept soll allgemein gehalten sein und sich für unterschiedliche Planungsaufgaben anpassen lassen. Mögliche Stärken und Schwächen des Konzeptes sollen dabei herausgestellt werden.

### **2. Ausarbeitung einer auf dem Konzept basierenden Losgrößen- und Reihenfolgeplanung, zugeschnitten auf die Anforderungen des Betrachtungsgegenstandes**

Das entwickelte allgemeine Konzept soll im nächsten Schritt an den Betrachtungsgegenstand angepasst werden, der dieser Arbeit zugrunde liegt. Hieraus resultierend ergibt sich ein Konzept für eine detaillierte Losgrößen- und Reihenfolgeplanung, die auch die praxisrelevanten Anforderungen realitätsnah abbildet.

### **3. Umsetzung der Losgrößen- und Reihenfolgeplanung in einem mathematischen Modell**

Die Losgrößen- und Reihenfolgeplanung soll entsprechend des ausgearbeiteten Konzeptes in einem mathematischen Modell umgesetzt werden. Hierfür wird auf Basis einiger bereits in der Literatur vorhandener Modelle oder Modellelemente ein Optimierungsmodell entwickelt. Ziel des Modells ist eine kostenminimale Produktion einer gegebenen Auftragslage unter Verwendung der eigenen Ressourcen und falls nötig der Vergabe von Produkten an externe Partner. Als weitere Freiheitsgrade sollen bei der Modellierung die Nutzung von Überstunden und der Rückhang von Endprodukten berücksichtigt werden. Die Modellierung soll dabei alle relevanten Aspekte des Betrachtungsgegenstandes umfassen und auch auf die Besonderheiten, die sich durch das

zugrunde liegende Konzept ergeben, eingehen. Der Detailgrad bei der Modellierung soll für frühe Planungsperioden derart hoch sein, dass eine größere manuelle Nachbearbeitung vermieden werden kann bzw. eine unmittelbare Umsetzung möglich wäre.

#### **4. Machbarkeitsstudie und Evaluierung der Lösungsgüte und des Lösungsaufwandes der prototypischen Umsetzung**

In einer Machbarkeitsstudie soll anhand der prototypischen Umsetzung evaluiert werden, ob das zugrunde liegende Konzept funktioniert. Weiterhin soll untersucht werden, ob sich die für das allgemeine Konzept herausgestellten Stärken und Schwächen nachvollziehen lassen. Hierfür werden Testdaten verwendet, die mit Hilfe von realen Daten generiert wurden. Die Lösungsqualität und der Lösungsaufwand unterschiedlicher Testinstanzen wird zum Vergleich herangezogen. Als Maßstab dient ein Modell, welches dieselben Modellelemente enthält und dessen gesamter Planungshorizont im höchsten Detailgrad modelliert ist.

#### **5. Analyse von Grenzen und Verbesserungsmöglichkeiten des Ansatzes anhand der prototypischen Umsetzung**

Das letzte Ziel ist die Analyse des Konzeptes. Hierbei sollen Grenzen und Verbesserungsmöglichkeiten der prototypischen Umsetzung anhand einiger Testinstanzen evaluiert und beschrieben werden. Einige der Schwächen des Konzeptes können gegebenenfalls mit Hilfe der Modellformulierung oder anderweitigen Verbesserungsmöglichkeiten entfernt oder gemildert werden, andere nicht. Hierbei soll der Fokus insbesondere auch auf die Komplexität des Modells und die Modellgröße gelegt werden.

## 4. Kombination verschiedener Modelle in einem mehrstufigen integrierten Planungsansatz

In Abschnitt 3.10 wurden der Handlungsbedarf, der sich aus der Problemstellung, dem Betrachtungsgegenstand und dem Stand der Forschung ergibt, sowie die Ziele dieser Arbeit dargelegt. In diesem Kapitel wird die Umsetzung der Ziele beschrieben. Hierfür wird ein auf den Betrachtungsgegenstand angepasstes Konzept entwickelt, welches eine adäquate Planung unterstützen soll. Dieses Konzept wird in einem ersten Schritt in einer allgemeinen Form vorgestellt und analysiert und in einem weiteren Schritt auf die Anforderungen der Losgrößen- und Reihenfolgeplanung zugeschnitten.

### 4.1. Allgemeines Konzept

Simultane Losgrößen- und Reihenfolgeplanung ist eine komplexe Problemstellung und mit den in Abschnitt 3.2 vorgestellten Modellen nicht trivial zu lösen. Zumeist fallen diese Modelle in die Komplexitätsklasse der NP-schweren Probleme (vgl. z. B. [Bus+10] und [Kim97b], S. 36). Dies hat Auswirkungen auf die zur Lösungsfindung benötigte Rechenleistung und bedeutet, dass größere Instanzen gar nicht oder nur mit großem Aufwand optimal gelöst werden können. Daher erscheint es erstrebenswert, die zu lösenden Probleme durch möglichst kleine Modelle oder Instanzen zu modellieren und den benötigten Lösungsaufwand so gering wie möglich zu halten.

Bereits in Abschnitt 2.1.2 wurde auf die Umsetzbarkeit eines erstellten Produktionsplans eingegangen. Verschiedene planbare und unvorhersehbare Ereignisse können dabei einen Einfluss auf den Fertigungsablauf oder die Realisierbarkeit der aktuellen Planung haben. Lässt sich der erstellte Produktionsplan nicht mehr wie geplant umsetzen, so ist eine erneute Planung unumgänglich und ein Teil des zuvor erstellten Produktionsplanes muss revidiert werden. Die Zeit und Rechenleistung, die zum Erstellen dieses Teils des Produktionsplanes verwendet wurde, ist demnach unnötig aufgewendet worden. Auf der anderen Seite würde ein reibungsloser Fertigungsablauf, ohne solche Ereignisse, eine entsprechend detaillierte Planung rechtfertigen.

Aus diesen Überlegungen heraus soll ein Konzept entwickelt werden, welches eine sinnvolle Planung unter Beachtung der genannten Aspekte unterstützt. Für das Konzept ergeben sich einige allgemeine Anforderungen, die im Folgenden aufgeführt sind.

#### 4. Kombination verschiedener Modelle in einem mehrstufigen integrierten Planungsansatz

---

- Das Konzept soll eine möglichst detaillierte Planung für die nähere Zukunft innerhalb des Planungshorizontes bieten. Die Planung muss detailliert genug sein, um realisiert werden zu können.
- Unnötiger Aufwand für die detaillierte Planung von späten Planungsperioden soll vermieden oder verringert werden. Hierbei ist im Vorfeld ungewiss, ob und wie häufig Umplanungen stattfinden werden.

Die zugrunde liegenden Gedanken finden sich auch in der Literatur wieder, beispielsweise in Araujo u. a. ([AAC07]), mit Bezug auf die rollierende Planung. Dort wird gefragt, warum für späte Perioden ein detaillierter Ablaufplan erstellt werden soll, wenn dieser wahrscheinlich doch nicht umgesetzt wird. Durch eine vereinfachte Repräsentation für spätere Perioden könnte die Lösungsfindung begünstigt werden, was eine Lösung größerer Probleminstanzen ermöglichen könnte (vgl. [AAC07]). Die Idee des Konzeptes ist es demnach, den Detailgrad der Modellierung im Zeitverlauf zu senken.

Die Anpassung des Detailgrades über den Planungshorizont hinweg kann auf vielerlei Arten gestaltet werden. Drei verschiedene Möglichkeiten sind in Abbildung 4.1 schematisch aufgeführt. Die obere Abbildung ist charakterisiert durch keinerlei Änderung des Detailgrades. Sie entspricht dem klassischen Modell, in dem jede Periode unabhängig von ihrer zeitlichen Einordnung im Planungshorizont dieselben Planungselemente und denselben Detailgrad aufweist. Die mittlere Abbildung zeigt eine kontinuierliche, lineare Senkung des Detailgrades. Dieses Schema lässt sich nicht oder nur bedingt in einem diskreten Modell umsetzen. Die untere Abbildung zeigt eine stufenweise Senkung des Detailgrades. Hierbei wird der Detailgrad über einen gewissen Zeitraum konstant gehalten, bevor er abgesenkt wird. Dieses Vorgehen ist insbesondere auch für Modelle mit diskreter Zeitabbildung umsetzbar.

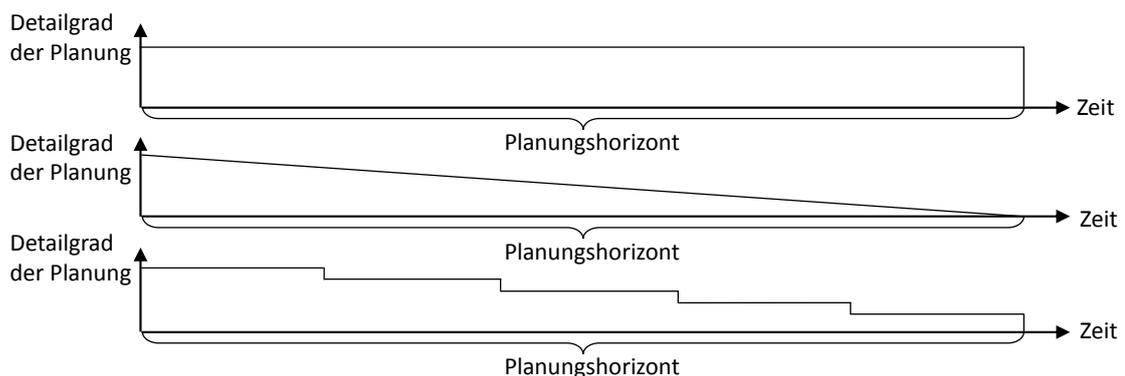


Abbildung 4.1.: Schematische Darstellung verschiedener Änderungsmöglichkeiten des Detailgrades über den Planungshorizont

In der Literatur finden sich bereits viele Beispiele, die eine stufenweise Senkung des Detailgrades nutzen. Hierzu zählen unter anderem viele Fix-and-Relax-Verfahren. Sie setzen häufig auf die Relaxierung von Binärvariablen oder ganzzahligen Entscheidungsvariablen oder relaxieren die Rüstvorgänge oder Kapazitäten für späte Perioden des Planungshorizontes (vgl. z. B. [CC00]; [Sta03] oder [AAC07]). Die Relaxierung entspricht dabei der Senkung des Detailgrades innerhalb der Modellierung, wie die untere Darstellung der Abbildung 4.1 zeigt. Häufig existiert nur eine Trennung in zwei Detailgrade, einen relaxierten und einen nicht relaxierten Abschnitt des Planungshorizontes. Die Relaxierungen sind meist durch den Wegfall von Ganzzahligkeitsbedingungen der Entscheidungsvariablen oder die Vereinfachung der Rüstvorgänge umgesetzt (siehe beispielsweise ebenfalls [CC00]; [Sta03] oder [AAC07]). Die Modellierung der verschiedenen Abschnitte des Planungshorizontes basiert dennoch auf demselben Modell.

In dieser Arbeit soll ein anderer Ansatz verwendet werden. Dazu wird der Planungshorizont durch die Verknüpfung mehrerer unterschiedlicher Modellformulierungen mit unterschiedlichem Detailgrad abgebildet. Die verwendeten Modelle werden dabei so ausgewählt, dass ihre Eigenarten, Eigenschaften und der Lösungsraum derart kombiniert werden können, dass sich eine natürliche Senkung des Detailgrades über den Planungshorizont hinweg ergibt. Dabei bietet das Konzept viele Möglichkeiten den Planungshorizont abzubilden und individuell zu gestalten und anzupassen. Die folgenden Freiheitsgrade bestehen:

- Anzahl unterschiedlicher Modelle
- Auswahl der Modellformulierungen
- Horizonte der verschiedenen Modelle
- Detailgrad der Modellformulierungen

Die schematische Abbildung 4.2 verdeutlicht diesen Ansatz und zeigt die Kombination unterschiedlicher Modelle anhand einer schematischen Abbildung. Auch die beschriebenen Freiheitsgrade können in der Abbildung gefunden werden.

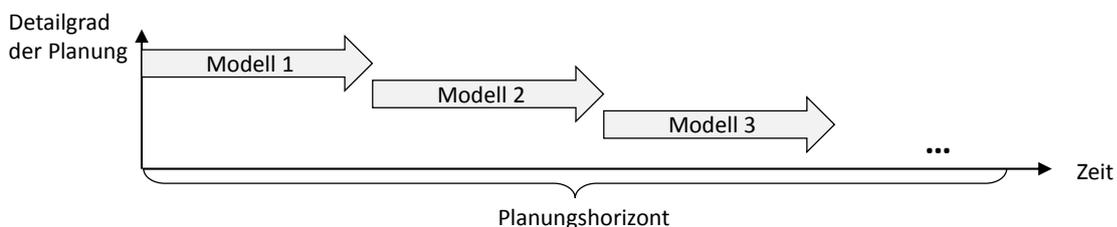


Abbildung 4.2.: Schematische Darstellung des Konzeptes

Ein solcher Ansatz findet sich bereits in der Literatur. Im Bereich der Losgrößen- und Reihenfolgeplanung sind hier die Arbeiten von Dangelmaier ([Dan10]) und Brodkorb ([Bro11]) zu nennen. Sie kombinieren jeweils zwei verschiedene Modelle zu einem. Jedes Modell hat dabei einen eigenen Fokus und einen unterschiedlichen Teilbereich des Planungshorizontes.

#### **4.1.1. Stärken und Schwächen des Konzeptes**

Im Folgenden sollen die Vor- und Nachteile des allgemeinen Konzeptes detaillierter betrachtet werden.

##### **Vorteile:**

Der wichtigste Vorteil, den solch ein Konzept bietet, ist die vorteilhafte Kombination der Modelle. Hierdurch ist eine natürliche Trennung zwischen den einzelnen Planungsabschnitten gegeben, die eine separate Betrachtung eines einzelnen Abschnittes zulässt. Dies kann für eine schnellere Umplanung des Abschnittes verwendet werden und lässt insbesondere die Nutzung bereits existierender Lösungsverfahren für diese Umplanung zu.

Weiterhin kann über die einzelnen Modelle ein unterschiedlicher Fokus für die verschiedenen Zeitintervalle gesetzt werden. Hierdurch ist es möglich verschiedene Schwerpunkte, wie beispielsweise eine Reihenfolgeplanung und eine grobe Planung der Kapazitätsauslastung, miteinander zu kombinieren.

Darüber hinaus kann durch den sinkenden Detailgrad gegebenenfalls eine schnellere oder ressourcenschonendere Lösungssuche umgesetzt werden, da weniger Rechenaufwand für die Planung späterer Zeitintervalle notwendig ist. Daraus ergibt sich, dass bei gleichem Rechenaufwand die Planung von größeren Modellen oder von Modellen mit mehr Produkten oder einem erhöhten Detailgrad oder einem größeren Planungsintervall denkbar sind.

Ferner bietet dieses Konzept auch einige Vorteile, die bei der einheitlichen Modellierung nicht möglich sind. So sind die unterschiedlichen verwendeten Modelle einzeln wartbar und modular. Ein einzelnes Modell kann bei Bedarf erweitert oder ausgetauscht werden, ohne die anderen Modelle groß anzupassen.

##### **Nachteile:**

Das vorgestellte Konzept bietet allerdings nicht nur Vorteile. Durch die Kombination mehrerer unterschiedlicher Modelle ist eine Integration notwendig. Diese kann unter Umständen aufwändig ausfallen, da die unterschiedlichen Detailgrade beachtet werden müssen.

Durch die Modellierung mehrerer Modelle entsteht darüber hinaus eine deutliche Mehrarbeit.

Auch für die konsistente Abbildung unterschiedlicher Detailgrade, ist ein gewisser Zu-

satzaufwand notwendig. Für jede Detailstufe ist eine eigene Transformation und die Anpassung von Parametern und Daten an den Detailgrad notwendig. Bedingt durch den sinkenden Detailgrad im Zeitverlauf ist ein Informationsverlust für spätere Perioden gegeben, welcher zu einer verringerten Lösungsqualität gegenüber einer vollständig detailliert modellierten Planung führen kann.

Auch die Interpretation der Modelllösung muss unter Beachtung der unterschiedlichen Detailgrade geschehen und ist aufwändiger als die Interpretation eines einzelnen Modells.

Wird für die Umplanung eines Teils des Planungsproblems nicht das gesamte Problem erneut optimiert, sondern nur einzelne Modelle, so ist eine Optimalität der Lösung in Bezug auf das gesamte Planungsproblem nicht garantiert.

### 4.1.2. Datenaufbereitung und Datenkonsistenz

Das in Abschnitt 4.1 vorgestellte Konzept stellt einige Anforderungen an die dem Planungsproblem zugrunde liegenden Daten. Die Datenaufbereitung, im Vorfeld der Problemlösung, stellt bei dem Konzept mit mehreren kombinierten Modellen eine besondere Herausforderung dar. Sie ist zwingend notwendig, falls sich der Detailgrad der Planung über den Planungshorizont verändert. Hierbei müssen die Parameter entsprechend angepasst werden, um eine konsistente Planung zu gewährleisten.

Verwenden unterschiedliche Modelle beispielsweise unterschiedlich große Perioden, so müssen alle periodenabhängigen Modellparameter entsprechend angepasst und berechnet werden. Weiterhin muss bei der Verwendung eines Parameters, der nicht in allen Modellen Verwendung findet, sichergestellt sein, dass dieser auch für die korrekten Modelle zur Verfügung steht. Beispielsweise wären hier reihenfolgeabhängige Parameter und reihenfolgeunabhängige Parameter zu nennen.

Ferner müssen die verwendeten Modellformulierungen miteinander kompatibel sein. Die Übergänge innerhalb des Planungshorizontes, bei dem zwei unterschiedliche Modelle miteinander kombiniert werden, muss dabei besonders beachtet werden. Die Modelle müssen derart integriert werden, dass der Informationsgehalt der Entscheidungsvariablen der vorangehenden Modelle in späteren Modellen genutzt werden kann und nicht verloren geht.

## 4.2. Ausarbeitung des Konzeptes für den Betrachtungsgegenstand

In diesem Abschnitt soll das zuvor vorgestellte allgemeine Konzept auf die Anforderungen und Ansprüche des Betrachtungsgegenstandes dieser Arbeit angepasst werden. Hierfür sollen neben der Anzahl an unterschiedlichen Modellformulierungen auch die Basismodelle ausgewählt werden, die zur Modellierung verwendet werden. Beide

Schritte sind von entscheidender Bedeutung für die Modellierung des Planungsproblems, auch hinsichtlich der Größe des integrierten Modells. Ferner wird auch auf die zugrunde liegende Datenbasis eingegangen und etwaige Schritte zur Aufbereitung und Transformation der Daten werden erklärt.

#### **4.2.1. Anzahl der Modelle**

Die Nutzung eines einzelnen Modells entspricht nicht dem in Abschnitt 4.1 vorgestellten Konzept, obgleich sich auch bei einem einzelnen Modell mit Hilfe von unterschiedlichen Periodengrößen oder einer Relaxierung von Entscheidungsvariablen für bestimmte Abschnitte des Planungshorizontes eine Abstufung des Detailgrades erreichen ließe. Der unterschiedliche Betrachtungsbedarf der nahen und fernen Zukunft lässt sich allerdings durch die Verknüpfung unterschiedlicher Modelle natürlicher darstellen, da bereits eine Abgrenzung zwischen den unterschiedlichen Modellen existiert. Eine Integration von zwei oder mehr Modellen ist demzufolge notwendig.

Auch die Integration vieler unterschiedlicher Modelle ist nicht ohne Weiteres möglich. Da die Kompatibilität der Modelle von benachbarten Teilabschnitten gewährleistet sein muss, kann die Integration unter Umständen komplex sein, was die Kombination vieler unterschiedlicher Modelle fehleranfällig erscheinen lässt.

Die Länge des Planungshorizontes spielt bei der Auswahl der Anzahl der verschiedenen Modelle eine entscheidende Rolle. Beispielsweise erscheint es wenig sinnvoll, für einen kleinen Planungshorizont viele verschiedene Modelle zu kombinieren und den Planungshorizont in zu viele Teilabschnitte zu untergliedern. Andererseits sollte die Anzahl unterschiedlicher Modelle auch für einen längeren Planungshorizont adäquat gewählt werden, um eine passende Abstufung des Detailgrades zu ermöglichen.

Im Gegensatz zu bisherigen Ansätzen, welche zwei unterschiedliche Modelle kombinieren, werden in dieser Arbeit drei verschiedene Modelle zur Abbildung des Planungshorizontes genutzt. Neben einem Planungsabschnitt mit sehr detaillierter Planung für die nahe Zukunft und einem Planungsabschnitt mit nur grober Einplanung für die weit entfernte Zukunft wird ein mittlerer Planungsabschnitt zur Abstufung genutzt. Dieser zusätzliche Abschnitt soll gegebenenfalls nachteilige Effekte des groben Planungsabschnittes kompensieren und einen sanfteren Übergang zwischen der sehr detaillierten und der groben Planung bilden. Der mittlere Planungsabschnitt dient darüber hinaus der Umsetzung einer Reihenfolgeplanung über einen größeren Zeitraum. Dies geschieht in einem größeren Detailgrad als der, der für die nächsten Stunden und Tage vorgesehen ist.

#### 4.2.2. Auswahl der Basismodelle

Im Folgenden werden die Basismodelle ausgewählt, die zu einem Modell integriert werden sollen. Im vorherigen Abschnitt 4.2.1 wurde die Anzahl der zu verwendenden Modelle auf drei festgelegt. Somit ergeben sich drei verschiedene Teilabschnitte im Planungsintervall, deren Fokus sich unterscheidet. Jeder Teilabschnitt stellt unterschiedliche Anforderungen an ein Modell und nur durch eine sorgfältige Auswahl der Modelle kann eine entsprechend harmonische Kombination zu einem integrierten Modell erfolgen. Die Anforderungen und der Fokus der Teilabschnitte sind aufgeführt in der folgenden Auflistung.

- Das erste Modell soll den unmittelbar umzusetzenden Produktionsplan für die nächsten Stunden und Tage enthalten. Eine möglichst detaillierte Planung soll die Realisierbarkeit sicherstellen und neben der Planung von Losgrößen auch die Reihenfolge auf den Ressourcen bestimmen. Weiterhin sollen auch die Rüstvorgänge reihenfolgeabhängig abgebildet werden.
- Das mittlere Modell bildet den Übergang zwischen einer sehr detaillierten Planung und einer groben Einteilung der Produktionsvorgänge. Hierbei soll ebenfalls eine Reihenfolge geplant werden. Der erstellte Plan soll nicht so detailliert sein, wie beim ersten Modell und umfasst gröbere Zeitperioden.
- Das letzte Modell stellt nur eine grobe Planung dar. Im Vergleich zu den beiden anderen Modellen ist hier keine Reihenfolgebildung vorgesehen, einzig eine Einteilung in groben Zeitabschnitten soll durchgeführt werden. Darüber hinaus wird auch der Rüstaufwand nicht näher betrachtet, sondern für alle Produktionsvorgänge gemeinsam approximiert.

In Kapitel 3 wurden bereits verschiedene Modelle in einer einfachen Form vorgestellt und ein detaillierter Einblick in die Literatur zu verschiedenen Aspekten des zugrunde liegenden Planungsproblems gegeben. Dabei sind die vorgestellten Modelle zur Abbildung der drei Teilabschnitte unterschiedlich gut geeignet. Entscheidend ist hierbei sowohl die Art des Modells als auch die in der Literatur bereits untersuchten Aspekte. Nachfolgend werden die Modelle für jeden Teilabschnitt geprüft und das Modell ausgewählt, welches die Anforderungen des Teilabschnittes bestmöglich erfüllt. Zur eindeutigen Bezeichnung werden die drei Teilabschnitte in dieser Arbeit als short term-, medium term- und long term-Bereich bezeichnet.

##### **Short term-Bereich:**

Eine möglichst detaillierte Planung zeichnet diesen Teilabschnitt aus. Zusammen mit der Anforderung der Reihenfolgebildung kommt nur ein Small-Bucket-Modell oder ein hybrides Modell in Frage. Für die detaillierte Planung sind kleine Perioden notwendig. Der Abschnitt 3.2.4 verdeutlicht, dass das PLSP den größten Lösungsraum der Small-Bucket-Modelle bietet und die Lösungsräume des CSLP und DLSP nur eine Teilmenge

davon darstellen. Begründet ist dies durch die Möglichkeit bis zu zwei verschiedene Produkte in einer Periode zu produzieren. Bezüglich des Detailgrades wäre das PLSP für den short term-Bereich bei gleicher Periodengröße den anderen Modellen vorzuziehen.

Auch in der Literatur des PLSP sind einige Aspekte des Planungsproblems bereits detaillierter untersucht. Hierzu zählen beispielsweise das periodenübergreifende Rüsten (vgl. [Sue05b], S. 105 f.) oder Ansätze die erweiterbar erscheinen für die ganzzahlige Modellierung (vgl. [Sue05a]). Für die anderen vorgestellten Modelle existieren solche Arbeiten nicht oder nur teilweise, sodass auch hier das PLSP heraussticht.

**Medium term-Bereich:**

Für den medium term-Bereich wird ebenfalls eine Reihenfolge gebildet. Auch hier bieten sich die Small-Bucket-Modelle an, da sie diesen Aspekt, im Gegensatz zu den Big-Bucket-Modellen und den hybriden Modellen, implizit modellieren. Dieser Bereich umfasst eine gröbere Planung, weshalb nicht zwangsläufig das Modell mit dem größten Lösungsraum verwendet werden muss. Somit kommen auch CSLP oder DLSP für diesen Teilbereich in Frage. In beiden Modellen kann nur ein Produkt pro Periode produziert werden, was eine Abgrenzung hinsichtlich des Detailgrades des short term-Bereiches darstellt. Das CSLP bietet dabei den Vorteil einer variablen Produktionsmenge in einer Periode, denn die starre Beschränkung der Produktionszeit des DLSP auf ein Vielfaches der Periodengröße stellt für Perioden unterschiedlicher Größe und unterschiedliche Produktions- und Rüstzeiten ein Problem dar. Bezüglich des Detailgrades bietet sich somit das CSLP für den medium term-Bereich an.

Leider sind nur wenige Aspekte des Planungsproblems in der Literatur des CSLP aufgeführt. Dennoch scheint eine Anpassung und Umsetzung bestehender Ansätze anderer Modelle, wie beispielsweise dem PLSP, für das CSLP möglich.

**Long term-Bereich:**

Dieser letzte Bereich umfasst die späteren Perioden des Planungsintervalls. Sein Detailgrad ist eher von grober Natur und eine Reihenfolgebildung ist nicht nötig. Für diese Art der Planung bietet sich das CLSP als Big-Bucket-Modell an. Es bietet eine Einordnung von Produktionsvorgängen und die Bestimmung von Losgrößen. Auch die Produktion mehrerer verschiedener Produkte ist in einer Periode erlaubt. Hierdurch ergibt sich die Möglichkeit große grobe Perioden zu modellieren und den Detailgrad auf natürliche Weise weiter zu senken.

Für das CLSP existiert viel Literatur, wodurch die meisten Aspekte dieser Detailstufe des Planungsproblems bereits untersucht wurden und nachgelesen werden können.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die drei ausgewählten Modelle eine natürliche Änderung des Detailgrades über das Planungsintervall hinweg ergeben und bei der Auswahl neben dem Detailgrad auch auf die Literatur Bezug genommen wurde, um

eine anforderungsgerechte Modellierung zu ermöglichen. Kombiniert bilden die drei Modelle das gesamte Planungsintervall ab. Eine schematische Darstellung des Zusammenspiels ist zu sehen in der Abbildung 4.3.

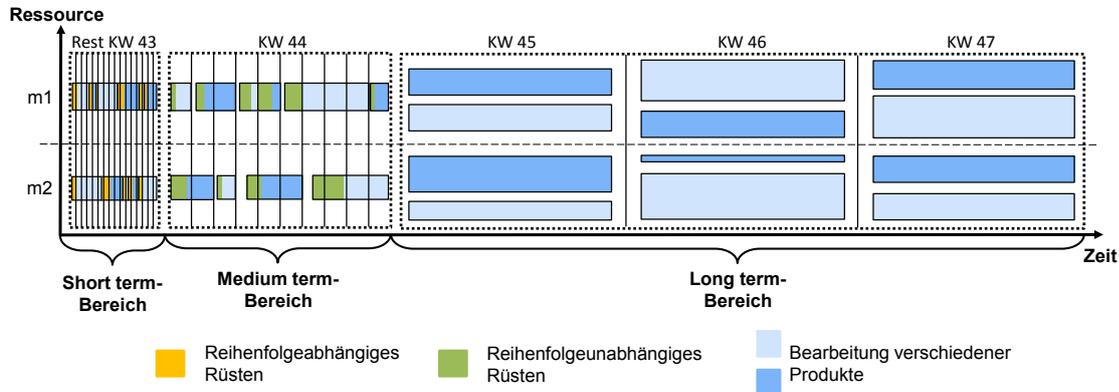


Abbildung 4.3.: Schematische Abbildung der aus mehreren Modellen kombinierten, integrierten Losgrößen- und Reihenfolgeplanung

### 4.2.3. Aufbereitung der Daten

Für die Formalisierung der verschiedenen Modelle sind konsistente Daten notwendig. Diese werden anhand der realen Daten bestimmt und für die unterschiedlichen Detailgrade angepasst.

#### Periodeneinteilung:

Die verschiedenen Modelle enthalten unterschiedlich große Perioden, deren Größe jeweils durch einen Parameter festgelegt werden kann. Die Periodeneinteilung geschieht anhand der realen Zeit, was zur Folge hat, dass sich die Kapazität für zwei verschiedene Perioden deutlich voneinander unterscheiden kann. Einfluss auf die Kapazität einer Periode haben neben dem Schichtplan, wann ein Werker zur Verfügung steht, auch Maschinenausfallzeiten, geplante Wartungen, Urlaub oder Wochenende.

Es ergibt sich für jede Periode eine Kapazität, in der sowohl der Werker als auch die Ressource zur Verfügung stehen. Darüber hinaus gibt eine zusätzliche Kapazität die möglichen Überstunden an, in der eine Ressource mit einem Werker besetzt werden kann. Die restliche Zeit steht als Kapazität zur Verfügung, in der kein Werker für die Bedienung der Ressource zu Verfügung steht. Wartungsintervalle und Maschinenausfall werden von den Kapazitäten abgezogen.

#### Zeitabhängige Parameter:

Da die Kapazität nicht der realen Periodengröße entspricht, müssen auch die zeitabhängigen Parameter an die reale Periodengröße angepasst werden und nicht an die

Kapazität. Hierunter fallen die Kosten für die Lagerhaltung und die Kosten für Produkte im Auftragsrückhang.

#### **Änderungen des Detailgrades:**

Darüber hinaus müssen auch die Rüstzeiten als reihenfolgeabhängige und als reihenfolgeunabhängige Zeiten vorliegen. Für den long term-Bereich werden keine Rüstzeiten im Modell berücksichtigt. Sie werden durch eine allgemeine Kapazitätssenkung der Perioden um 20% approximiert. Dies stellt einen Erfahrungswert aus der Praxis dar, welcher aber für unterschiedliche Unternehmen variieren kann.

### **4.3. Herausforderungen bei der Evaluierung**

Die Evaluierung des Konzeptes stellt eine Herausforderung dar. Insbesondere die Vergleichbarkeit unterschiedlicher Pläne muss sichergestellt werden. Dabei muss der unterschiedliche Detailgrad der drei Modelle ebenso Beachtung finden, wie die zeitliche Einteilung der Modelle. In den nachfolgenden Abschnitten wird auf diese Aspekte näher eingegangen und eine Lösungsstrategie, basierend auf der rollierenden Planung, vorgestellt.

#### **4.3.1. Parameterwahl und Vergleichbarkeit von Lösungen**

Die Kombination mehrerer Modelle bietet über die Änderungen des Detailgrades hinaus auch mehrere Freiheitsgrade bei der Einteilung der Perioden und der zeitlichen Zuordnung der einzelnen Modelle. Folgende Freiheitsgrade bestehen:

- Die Periodengröße für die drei Modelle kann beliebig gewählt werden. Im Sinne des Konzeptes enthält der short term-Bereich die kleinsten Perioden, während der long term-Bereich die größten Perioden enthält. Die Größe einer Periode wird in Stunden angegeben.
- Die Aufteilung des Planungsintervalls auf die drei Modelle kann ebenfalls beliebig gestaltet werden. Jedes Modell umfasst somit einen Bereich des Planungsintervalls. Die Bereiche dürfen sich nicht überlappen. Ihre Größe wird in Tagen angegeben.

Beide Freiheitsgrade haben einen Einfluss auf die Größe des jeweiligen Modells und somit auch auf die Größe des kombinierten Modells. Darüber hinaus hat insbesondere die Periodengröße einen großen Einfluss auf den Detailgrad des zugrunde liegenden Modells und muss mit Bedacht gewählt werden. Die Ausprägungen der beiden Freiheitsgrade können sich für unterschiedliche Planungssituationen oder unterschiedliche

Unternehmen deutlich voneinander unterscheiden und müssen entsprechend angepasst werden, um der Realität gerecht zu werden.

Die Parameterwahl stellt eine Herausforderung dar, da unterschiedliche Parameter zu einer unterschiedlichen oder zumindest verschobenen Planung führen können. Abbildung 4.4 stellt zwei Pläne gegenüber, in der die Perioden des short term-Bereichs unterschiedlich groß sind. Die Vergleichbarkeit der beiden Pläne ist nicht ohne Weiteres möglich, da sich Produktionen späterer Perioden bei einer detaillierteren Betrachtung aufgrund der Mehrstufigkeit verschieben können und zusätzliche Kosten verursachen können.

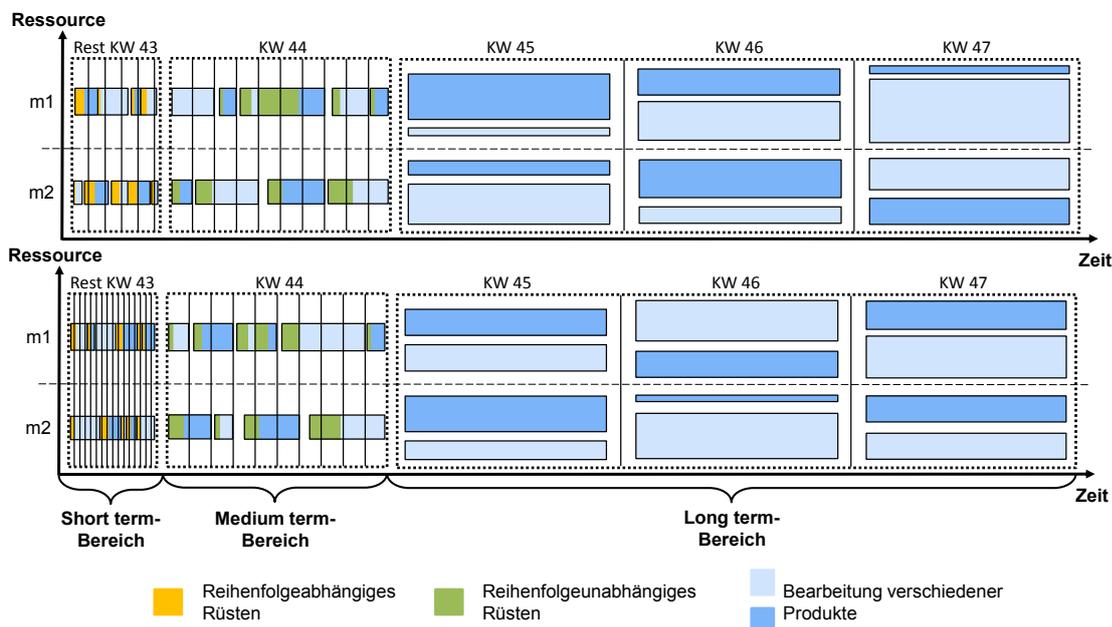


Abbildung 4.4.: Vergleich zweier Pläne mit unterschiedlichen Parametern

### 4.3.2. Evaluierung mit Hilfe der Rollierenden Planung

Die Evaluierung des Konzeptes und der Vergleich von Plänen ist möglich, falls jeder Plan vollständig in einem festen Detailgrad vorliegt. Hierfür wird das detailreichste Modell genutzt, das short term-Modell.

Um für das gesamte Planungsintervall einen Plan auf dem Detailgrad des short term-Modells zu generieren, muss das Modell in einem rollierenden Verfahren mehrfach gelöst werden und der short term-Bereich für alle weiteren Iterationen der rollierenden Planung fixiert werden. Dies setzt voraus, dass die Rüst- und Produktionsvorgänge des short term-Bereichs in den initialen Zustand der nächsten Iteration einfließen. Somit wird in der nachfolgenden Iteration der vordere Teil des ehemaligen medium

#### 4. Kombination verschiedener Modelle in einem mehrstufigen integrierten Planungsansatz

term-Bereichs als short term-Bereich der nächsten Iteration modelliert. Abbildung 4.5 verdeutlicht diesen Vorgang über mehrerer Iterationen.

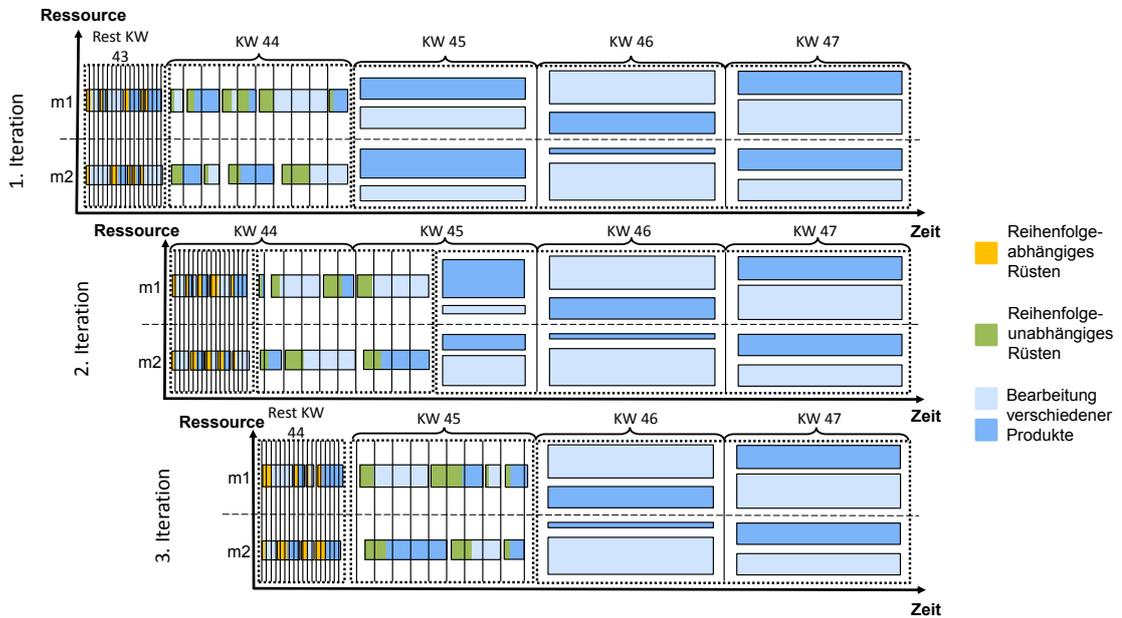


Abbildung 4.5.: Schematischer Ablauf der Evaluation eines statischen Problems, mit Hilfe der Rollierenden Planung

Es entsteht eine Planung des gesamten Planungshorizontes auf der detailreichsten Modellierungsebene. Für zwei verschiedene Parametereinstellungen lassen sich diese Pläne vergleichen, selbst, wenn sich der Detailgrad unterscheidet.

## 5. Umsetzung in einem mathematischen Optimierungsmodell

In diesem Abschnitt wird das zuvor vorgestellte Konzept für den Betrachtungsgegenstand dieser Arbeit umgesetzt. Dazu werden die in Abschnitt 4.2 ausgewählten Modelle kombiniert. Nach der Definition der Anforderungen des Betrachtungsgegenstandes und der Einführung der Mengen, Parameter und Entscheidungsvariablen, die für die Modellierung verwendet werden, wird das Modell erläutert. Dafür werden die Modelle der drei Bereiche nacheinander vorgestellt. Jedes Modell wird entsprechend seinen Anforderungen Schritt für Schritt aufgebaut und entwickelt, um ihre Funktionsweise nachvollziehbar zu machen.

### 5.1. Anforderungen des Betrachtungsgegenstandes

Jedes der drei Modelle stellt andere Anforderungen an die Modellierung. Nachfolgend sind die Unterschiede aufgeführt. Darüber hinaus sollen alle drei Modelle mehrstufige Produktionsprozesse abbilden können und die Produktion auf parallelen Ressourcen modellieren. Weiterhin sollen auch Überstunden und eine verspätete Produktion modelliert werden können.

#### Short term-Modell:

- Modellierung reihenfolgeabhängiger Rüstvorgänge
- Modellierung periodenübergreifender Rüstvorgänge
- Modellierung ganzzahliger Produktionsmengen
- Modellierung von Produktionsmöglichkeiten ohne die Anwesenheit von Werkern
- Modellierung eines korrekten Materialflusses

#### Medium term-Modell:

- Modellierung reihenfolgeunabhängiger Rüstvorgänge
- Modellierung periodenübergreifender Rüstvorgänge
- Modellierung ganzzahliger Produktionsmengen
- Modellierung von Produktionsmöglichkeiten ohne die Anwesenheit von Werkern
- Modellierung eines korrekten Materialflusses

**Long term-Modell:**

- Keine zeitliche Modellierung von Rüstvorgängen
- Modellierung ganzzahliger Produktionsmengen
- Modellierung der Möglichkeit der Fremdvergabe von Produkten

## 5.2. Formale Beschreibung der Mengen, Parameter und grundlegender Entscheidungsvariablen

Nachfolgend werden die Mengen, die Parameter und die grundlegenden Entscheidungsvariablen formal beschrieben und zusammengefasst dargestellt. Zusätzliche Entscheidungsvariablen werden dort, wo sie gebraucht werden, definiert und erläutert.

### 5.2.1. Mengen

Sei  $J$  die Menge aller Produkte, die im Planungsintervall produziert werden sollen. Diese bilden die Auftragssituation ab und beinhalten sowohl Endprodukte  $J_E \subseteq J$  als auch Zwischenprodukte  $J \setminus J_E$ . Ein Endprodukt wird als solches bezeichnet, wenn es kein Vorprodukt eines nachfolgenden anderen Produktes ist. Die Produktion eines mehrstufigen Produktes ist eine komplexe Aufgabe, da gegebenenfalls Beziehungen zwischen den Produkten berücksichtigt werden müssen. So kann eine Menge an Vorprodukten  $P_j$  notwendig sein, um ein Produkt  $j \in J$  herzustellen. Die Vorprodukte werden für die Herstellung des Nachfolgeproduktes  $j$  verwendet und gehen bei der Herstellung in dessen Produktion ein. Ein Produkt  $j \in J$  kann für die Produktion von mehreren verschiedenen Nachfolgeprodukten benötigt werden. Die Menge an Nachfolgeprodukten  $S_j$  ist leer, falls das Produkt  $j$  ein Endprodukt ist.

Zur Produktion aller Produkte sei eine Menge  $M$  an Ressourcen gegeben. Hierbei kann es sich neben dem Maschinenpark auch um Arbeitsplätze oder Bearbeitungsstationen ohne maschinelle Tätigkeit handeln. Hierunter fallen beispielsweise Montagetätigkeiten oder andere manuelle Arbeiten eines Werkers. Jede Ressource  $m \in M$  ist in der Lage eine bestimmte Menge verschiedener Produkte zu fertigen  $J_m \subseteq J$ , während alle anderen Produkte  $J \setminus J_m$  nicht von dieser Ressource produziert werden können. Ferner kann auch ein Produkt  $j \in J$  auf einer Menge alternativer Ressourcen  $M_j \subseteq M$  hergestellt werden.

Dem Planungsintervall liegt eine diskrete Zeiteinteilung zugrunde. Das Intervall umfasst eine endliche Menge an Perioden  $T$  und wird modelliert mit Hilfe von drei verschiedenen Modellformulierungen. Entsprechend ist auch die Menge der Perioden den verschiedenen Modellen zuzuordnen. So bilden die Perioden  $T_S = \{1, \dots, t_{e_S}\}$

5.2. Formale Beschreibung der Mengen, Parameter und grundlegender Entscheidungsvariablen

die Perioden für das short term-Modell. Die Mengen  $T_M = \{te_S + 1, \dots, te_M\}$  und  $T_L = \{te_M + 1, \dots, te_L\}$  stellen die Perioden für das medium term-Modell und das long term-Modell dar. Abbildung 5.1 stellt den Zusammenhang schematisch dar. Entsprechend der Eigenschaften der Modelle und dem Detailgrad der Modellierung kann auch die Größe der Perioden und die Kardinalität dieser Mengen sehr große Unterschiede aufweisen.

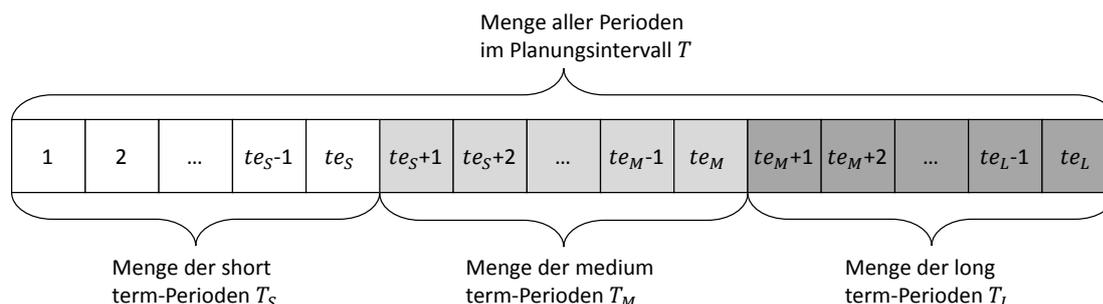


Abbildung 5.1.: Darstellung der diskreten Zeiteinteilung des Planungsintervalls

Die vorgestellten Mengen sind in Tabelle 5.1 noch einmal übersichtlich aufgeführt und kurz beschrieben.

| Name              | Beschreibung   |
|-------------------|--|
| $J$               | Menge aller Produkte.  |
| $J_0$             | Menge aller Produkte, inklusive dem Dummy-Produkt 0.                         |
| $J_E \subseteq J$ | Menge aller Endprodukte.   |
| $M$               | Menge aller Ressourcen.  |
| $M_j \subseteq M$ | Menge aller Ressourcen, auf denen Produkt $j \in J$ produziert werden kann.  |
| $J_m \subseteq J$ | Menge aller Produkte, die auf Ressource $m \in M$ hergestellt werden können. |
| $P_j \subset J$   | Menge aller Vorprodukte, die in Produkt $j \in J$ eingehen.                  |
| $S_j \subset J$   | Menge aller Nachfolgeprodukte, in die das Produkt $j \in J$ eingeht.         |
| $T$               | Menge aller Perioden.  |
| $T_S \subseteq T$ | Menge aller short term-Perioden.   |
| $T_M \subseteq T$ | Menge aller medium term-Perioden.  |
| $T_L \subseteq T$ | Menge aller long term-Perioden.  |

Tabelle 5.1.: Mengen des Optimierungsmodells

### 5.2.2. Parameter

Eine externe Nachfrage  $d_{jt}$  nach einem Produkt  $j \in J$  kann nicht nur für die Endprodukte gegeben sein, sondern auch für die Zwischenprodukte. Hierbei wird jede Nachfrage einer Periode  $t \in T$  zugeordnet und sollte, sofern möglich, am Ende der Periode erfüllt werden können. Für Endprodukte besteht ferner die Möglichkeit, die Nachfrage am Ende einer späteren Periode zu erfüllen. Die gesamte nachgefragte Menge, oder eine Teilmenge davon, wird in der Zwischenzeit im Auftragsrückhang geführt. Für Zwischenprodukte mit einer externen Nachfrage ist dies nicht möglich, ihre Nachfrage muss rechtzeitig gedeckt werden. Alle Produkte, die Vorprodukt eines oder mehrerer anderer Produkte sind, dürfen nicht im Auftragsrückhang geführt werden, da sie für die Produktion der Nachfolgeprodukte physisch vorhanden sein müssen. Die Nachfrage muss am Ende des Planungshorizontes für alle Produkte erfüllt sein. Weiterhin müssen nicht nur diese Fälligkeitstermine berücksichtigt werden, sondern gegebenenfalls auch frühestmögliche Starttermine für die Produktion eines Produktes. Diese spiegeln beispielsweise die Verfügbarkeit von Rohmaterialien wider und verhindern eine vorzeitige Produktion.

Es existieren mehrere Alternativen, wie eine Nachfrage erfüllt werden kann. Neben der direkten Produktion der erforderlichen Produkte können diese auch aus dem Produktlager stammen, falls sie bereits früher produziert wurden. Sollten die eigenen Produktionskapazitäten nicht ausreichen, können die Produkte gegebenenfalls von externen Partnern produziert werden. Diese Fremdvergabe ist allerdings nur für bestimmte Produkte und in begrenzter Menge möglich. Der Parameter  $EC_{jt}$  vereint diese beiden Einschränkungen für ein Produkt  $j \in J$  und eine Periode  $t \in T$  in einer Schranke.

Für den Fertigungsprozess eines Produktes  $j \in J$  auf einer eigenen Ressource  $m \in M_j$  muss eine gewisse Bearbeitungszeit  $p_{jm}$  veranschlagt werden. Dies beinhaltet sowohl die Abarbeitung maschineller Bearbeitungsprozesse, als auch gegebenenfalls notwendige manuelle Arbeiten. Für unterschiedliche Ressourcen kann die Bearbeitungsgeschwindigkeit und die Dauer des Herstellungsprozesses dabei variieren. Um ein Produkt auf einer Ressource überhaupt fertigen zu können, muss die Ressource für die Herstellung bzw. Bearbeitung des Produktes gerüstet werden. Bei der Bearbeitung mit Hilfe von Werkzeugmaschinen beinhaltet dies beispielsweise das Einmessen der Werkzeuge und das Bestücken der Werkzeugmagazine. Der Aufwand dieser Rüstvorgänge lässt sich als Rüstzeit  $st_{jm}$  angeben und ist sowohl abhängig von dem zu produzierenden Produkt  $j \in J$ , als auch von der Ressource  $m \in M$ , auf der dieses Produkt gefertigt werden soll. Bereits für die Fertigung eines Produktes  $i \in J$  genutzte Werkzeuge brauchen nicht erneut für ein anderes Produkt  $j \in J$  gerüstet werden, falls die beiden Produkte auf derselben Ressource  $m \in M$  direkt nacheinander gefertigt werden. Dieser Fall kann durch die reihenfolgeabhängige Rüstzeit  $st_{ijm}$  abgebildet werden.

Die Ressourcen und Werker, die für die Fertigung der Produkte benötigt werden, stehen im Allgemeinen nur in begrenztem Umfang zur Verfügung. Wann und wie lange dies ist, hängt von unterschiedlichen Faktoren ab. Neben den Arbeitszeiten, beispielsweise auf Basis von Schichtplänen, müssen auch Unterbrechungen durch Wartungen, Maschinenausfall oder Urlaub berücksichtigt werden. Für eine gegebene Ressource  $m \in M$  und eine Periode  $t \in T$  lässt sich mit Hilfe dieser Elemente die verfügbare Kapazität  $C_{mt}$  berechnen. Sie gibt die zeitliche Nutzbarkeit der Ressource innerhalb der Periode an. Ist die Kapazität vollständig ausgenutzt, muss die Produktion pausieren. Es existieren allerdings zwei Möglichkeiten, um diese Kapazität zu erhöhen und die Produktion fortzusetzen. Erstens ist es möglich die Produktion fortzusetzen, indem die Werker Überstunden leisten. Die Umsetzbarkeit ist dabei abhängig von den Arbeitszeiten bzw. dem Schichtplan und den Absprachen und der Bereitschaft der Werker. Auch diese zusätzliche Kapazität an Überstunden  $OC_{mt}$  ist begrenzt. Eine zweite Möglichkeit bietet sich noch für einige wenige Produkte. Die Werkzeugmaschinen besitzen die Fähigkeit, Produkte eigenständig durch die Abarbeitung von NC-Code zu bearbeiten. Für bereits erprobte Produkte bietet sich hieraus die Gelegenheit, diese ohne Beisein eines Werkers zu fertigen. Hierzu muss die Werkzeugmaschine vorher entsprechend gerüstet werden. Die Kapazität, die hierfür zusätzlich genutzt werden kann, ist ebenfalls begrenzt und wird im Folgenden mit  $AC_{mt}$  bezeichnet. Der Parameter  $w_j$  kennzeichnet, ob ein Produkt  $j \in J$  nur unter Aufsicht eines Werkers produziert werden kann oder auch ohne einen Werker.

Für die mehrstufige Produktion sind die Vorrangbeziehungen der Produkte von entscheidender Bedeutung. Erst wenn die entsprechende Anzahl an Einheiten  $a_{ij}$  eines jeden Vorproduktes  $i \in P_j$  vorhanden ist, kann mit der Produktion des Produktes  $j \in J$ , mit  $i \neq j$ , begonnen werden.

Die Kosten, die in die Planung einfließen, sind unterschiedlicher Natur. Unter der Annahme, dass die Bedarfe früher oder später sowieso durch die Produktion auf eigenen Ressourcen gedeckt werden, lassen sich die Produktionskosten vernachlässigen. Etwaige Abweichungen durch unterschiedliche Bearbeitungszeiten auf verschiedenen Ressourcen können vernachlässigt werden. Auch Fremdbezug hat einen Einfluss auf die Kosten. Der Einfluss auf die eigenen Produktionskosten durch die Nutzung externer Ressourcen soll hier vernachlässigt werden. Diese externe Nutzung verursacht vergleichsweise hohe Kosten  $ec_j$ . Diese übersteigen in der Regel die Kosten für die Produktion mit Hilfe der eigenen Ressourcen.

Zu den für die Planung relevanten Kosten gehören sowohl die Lagerhaltungskosten  $h_{jt}$ , als auch die Kosten für Rüstaufwände  $s_{jm}$ . Die Lagerhaltungskosten sind abhängig vom zugrunde liegenden Produkt  $j \in J$  und der Zeitspanne oder Periode  $t \in T$ , in der das Produkt eingelagert ist. Die Rüstkosten werden neben dem zu rüstenden

Produkt  $j \in J$  maßgeblich durch die zu rüstende Ressource  $m \in M$  und die benötigte Rüstzeit bestimmt. Weitere Kosten  $oc_m$  entstehen durch die Nutzung von Überstundenkapazität. Diese ist den Werkern zusätzlich zu vergüten und kann deshalb nicht wie die Produktionskosten vernachlässigt werden.

Kann die Nachfrage nach einem Produkt  $j \in J$  nicht rechtzeitig gedeckt werden, so entstehen auch in diesem Fall Kosten  $bc_{jt}$ . Sie beinhalten neben Kosten für die verspätete Erfüllung auch Kosten für einen möglichen Reputationsverlust und sind neben dem Produkt auch abhängig von der Periode bzw. der Periodengröße. Für die Kosten wird eine einheitliche Währung zugrunde gelegt.

Tabelle 5.2 führt die beschriebenen Parameter zusammengefasst in einer Übersicht auf.

### 5.2.3. Grundlegende Entscheidungsvariablen

Das Planungsproblem enthält mehrere unterschiedliche Entscheidungsmöglichkeiten, die jeweils unterschiedliche Auswirkungen auf den resultierenden Produktionsplan haben. Die wichtigste Entscheidung ist die Produktionsmenge  $q_{jmt}$  eines Produktes  $j \in J$  auf einer Ressource  $m \in M_j$ . Sie wird angegeben für jede Periode  $t \in T$  und bestimmt neben der zeitlichen Verteilung der Produktionen über das Planungsintervall auch die räumliche Aufteilung auf unterschiedliche Ressourcen. Durch diese zeitliche Verteilung wird ebenfalls bestimmt, ob ein Bedarf gedeckt werden kann oder nicht.

Die Entscheidungsvariable  $r_{jt}$  gibt die Anzahl an Einheiten eines Produktes an, die sich am Ende einer Periode  $t \in T$  im Auftragsrückhang befinden.

Es kann nur produziert werden, falls die Ressource  $m \in M$  für die Produktion eines Produktes  $j \in J_m$  gerüstet ist. Die Entscheidungsvariablen  $x_{jmt}$  und  $xs_{ijmt}$  geben einen abgeschlossenen reihenfolgeunabhängigen oder reihenfolgeabhängigen Rüstvorgang an. Um die Ressource für ein Produkt zu rüsten, ist ein entsprechender Rüstaufwand zu leisten. Der Rüstzustand der Ressource ändert sich erst nach der Vollendung des gesamten Rüstvorganges. Er wird am Ende einer Periode  $t \in T$  durch die Entscheidungsvariable  $y_{jmt}$  angegeben und zeigt, ob eine Ressource  $m \in M$  für ein Produkt  $j \in J_m$  eingerüstet ist oder nicht.

Die Kapazitätsnutzung durch Rüst- und Produktionsvorgänge in einer Periode  $t \in T$  auf einer Ressource  $m \in M$  bestimmt, ob die Nutzung von Überstunden notwendig ist oder nicht. Die für Überstunden genutzte Anzahl an Kapazitätseinheiten wird mit Hilfe der Entscheidungsvariable  $O_{mt}$  bestimmt.

Neben der eigenen Herstellung eines Produktes  $j \in J$  kann in einer Periode  $t \in T$  zusätzlich eine gewisse Menge  $e_{jt}$  durch Fremdvergabe an externe Partner zugekauft

5.2. Formale Beschreibung der Mengen, Parameter und grundlegender  
Entscheidungsvariablen

| Name       | Beschreibung   |
|------------|--|
| $s_{jm}$   | Kosten für einen Rüstvorgang von Produkt $j \in J$ auf Ressource $m \in M_j$ .   |
| $h_{jt}$   | Lagerhaltungskosten für die Lagerung einer Mengeneinheit von Produkt $j \in J$ am Ende von Periode $t \in T$ .   |
| $oc_m$     | Für Überstunden pro Zeiteinheit auf Ressource $m \in M$ anfallende Kosten.   |
| $bc_{jt}$  | Bei Auftragsrückhang am Ende von Periode $t \in T$ anfallende Kosten für eine Mengeneinheit von Produkt $j \in J$ .  |
| $ec_j$     | Kosten für den Fremdbezug einer Mengeneinheit von Produkt $j \in J$ .  |
| $p_{jm}$   | Benötigte Kapazität, um eine Mengeneinheit von Produkt $j \in J$ auf Ressource $m \in M_j$ herzustellen.   |
| $st_{jm}$  | Benötigte Kapazität, um einen vollständigen Rüstvorgang für Produkt $j \in J$ auf Ressource $m \in M_j$ durchzuführen.   |
| $st_{ijm}$ | Benötigte Kapazität, um einen vollständigen Rüstvorgang für Produkt $j \in J$ auf Ressource $m \in M_j$ durchzuführen, falls zuvor Produkt $i \in J_m$ , mit $i \neq j$ , produziert wird. |
| $C_{mt}$   | Verfügbare Kapazität von Ressource $m \in M$ in Periode $t \in T$ .  |
| $OC_{mt}$  | Für Überstunden nutzbare Kapazität von Ressource $m \in M$ in Periode $t \in T$ .  |
| $AC_{mt}$  | Kapazität von Ressource $m \in M$ in Periode $t \in T$ , die für die Produktion ohne Werker genutzt werden kann.   |
| $EC_{jt}$  | Mögliche Liefermenge von Produkt $j \in J$ in Periode $t \in T$ , durch Fremdbezug.  |
| $a_{ij}$   | Für die Produktion einer Mengeneinheit von Produkt $j \in J$ benötigte Mengeneinheiten von Vorprodukt $i \in P_j$ .  |
| $d_{jt}$   | Externe Nachfrage für Produkt $j \in J$ am Ende von Periode $t \in T$ .  |
| $w_j$      | 1, falls ein Werker für die Produktion des Produkts $j \in J$ benötigt wird, sonst 0.  |

Tabelle 5.2.: Parameter des Optimierungsmodells

werden. Aus der zugekauften Menge, den eigenen Produktionsmengen, dem Auftragsrückhang und der Erfüllung des Bedarfs ergibt sich am Ende einer jeden Periode  $t \in T$  für jedes Produkt  $j \in J$  ein Lagerbestand  $I_{jt}$ .

Tabelle 5.3 stellt die vorgestellten Entscheidungsvariablen zusammengefasst mit einer kurzen Beschreibung dar. Darüber hinaus werden zusätzliche Entscheidungsvariablen dort definiert, wo sie benötigt werden.

| Name        | Beschreibung   |
|-------------|--|
| $q_{jmt}$   | Produzierte Menge von Produkt $j \in J$ auf Ressource $m \in M_j$ in Periode $t \in T$ .   |
| $I_{jt}$    | Gelagerte Menge von Produkt $j \in J$ am Ende von Periode $t \in T$ .  |
| $O_{mt}$    | Anzahl Kapazitätseinheiten, die auf Ressource $m \in M$ in Periode $t \in T$ für Überstunden genutzt werden.   |
| $r_{jt}$    | Im Auftragsrückhang befindliche Mengeneinheiten von Produkt $j \in J$ am Ende von Periode $t \in T$ .  |
| $e_{jt}$    | Durch Fremdvergabe hinzugekaufte Menge von Produkt $j \in J$ in Periode $t \in T$ .  |
| $x_{jmt}$   | Binärvariable, welche angibt, ob ein Rüstvorgang auf Ressource $m \in M$ für Produkt $j \in J_m$ in Periode $t \in T$ abgeschlossen wurde ( $x_{jmt} = 1$ ) oder nicht ( $x_{jmt} = 0$ ).  |
| $y_{jmt}$   | Binärvariable, welche angibt, ob Ressource $m \in M$ für Produkt $j \in J_m$ am Ende einer Periode $t \in T$ gerüstet ist ( $y_{jmt} = 1$ ) oder nicht ( $y_{jmt} = 0$ ).  |
| $xs_{ijmt}$ | Binärvariable, welche angibt, ob ein Rüstvorgang auf Ressource $m \in M$ von Produkt $i \in J_m$ auf Produkt $j \in J_m$ , mit $i \neq j$ , in Periode $t \in T$ abgeschlossen wurde ( $xs_{ijmt} = 1$ ) oder nicht ( $xs_{ijmt} = 0$ ). |

Tabelle 5.3.: Grundlegende Entscheidungsvariablen des Optimierungsmodells

### 5.3. Formulierung der Basismodelle

In den folgenden Abschnitten werden die drei Optimierungsmodelle beschrieben und ihren Anforderungen entsprechend weiterentwickelt. Erweiterungen oder Änderungen am Modell werden Schritt für Schritt durchgeführt und erläutert.

#### 5.3.1. Short term-Modell

##### Grundmodell

Das short term-Modell basiert auf dem PLSP. Da in der Literatur keine Modellformulierung des PLSP vorhanden ist, welche die Gesamtheit der Anforderungen adäquat abbildet, wird für diese Arbeit auf eine Basisformulierung zurückgegriffen, die Stück für Stück um die entsprechenden Anforderungen erweitert wird. Als Basisformulierung dient das von Kimms beschriebene PLSP-PM (vgl. [Kim97b], S. 61 ff.). Es handelt sich um ein Modell für mehrstufige Erzeugnisse mit mehreren parallelen Ressourcen. Eine leicht angepasste Version des Modells ist nachfolgend aufgeführt, siehe Modell PLSP-PM. Die Lagerhaltungskosten werden, im Gegensatz zur Quelle, als periodenabhängige Kosten modelliert und es werden keine minimalen Vorlaufzeiten betrachtet.

**PLSP-PM:**

$$\text{Min} \quad \sum_{j \in J} \sum_{m \in M_j} \sum_{t \in T_S} s_{jm} \cdot x_{jmt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_S} h_{jt} \cdot I_{jt} \quad (5.1)$$

s.t.

$$\begin{aligned} I_{jt} = I_{j(t-1)} + \sum_{m \in M_j} q_{jmt} \\ - d_{jt} - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot q_{imt} \end{aligned} \quad \forall j \in J, t \in T_S \quad (5.2)$$

$$\sum_{j \in J_m} y_{jmt} \leq 1 \quad \forall m \in M, t \in T_S \quad (5.3)$$

$$x_{jmt} \geq y_{jmt} - y_{jm(t-1)} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.4)$$

$$p_{jm} \cdot q_{jmt} \leq C_{mt}(y_{jm(t-1)} + y_{jmt}) \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.5)$$

$$\sum_{j \in J_m} p_{jm} \cdot q_{jmt} \leq C_{mt} \quad \forall m \in M, t \in T_S \quad (5.6)$$

$$y_{jmt} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.7)$$

$$I_{jt} \geq 0 \quad \forall j \in J, t \in T_S \quad (5.8)$$

$$q_{jmt} \geq 0 \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.9)$$

$$x_{jmt} \geq 0 \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.10)$$

**Beschreibung:**

Die Zielfunktion und alle Nebenbedingungen des grundlegenden PLSP (3.21) - (3.28) finden sich auch in dieser Formulierung wieder. Das hier formulierte Modell wurde zusätzlich um die Menge der Ressourcen und entsprechende Indizes für einige der Entscheidungsvariablen und Parameter erweitert. Ziel des Modells ist die Minimierung der Rüst- und Lagerhaltungskosten, siehe Zielfunktion (5.1). Die korrekte Lagerhaltung inklusive der Produktion und Nachfrage wird durch die Nebenbedingungen (5.2) modelliert. Im Gegensatz zu den entsprechenden Nebenbedingungen des grundlegenden PLSP (3.23) wird zusätzlich die interne Nachfrage mitsamt der mehrstufigen Erzeugnisstruktur  $\sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot q_{imt}$  in die Modellierung integriert und die parallele Produktion auf mehreren Ressourcen  $\sum_{m \in M_j} q_{jmt}$  ermöglicht. Die Nebenbedingungen (5.3) bis (5.6) entsprechen den Nebenbedingungen des grundlegenden Modells (3.25), (3.26), (3.23) und (3.24). Sie stellen den Zustand der Ressourcen, den Rüstvorgang, den Zusammenhang zwischen Rüsten und Produktion und die Kapazitätsbegrenzung korrekt dar. Darüber hinaus werden auch die Nichtnegativitätsbedingungen der Entscheidungsvariablen abgebildet, siehe Nebenbedingungen (5.8) bis (5.10).

### Reihenfolgeabhängige Rüstzeiten

Im zuvor aufgeführten Modell werden keine Rüstzeiten modelliert. Einzig reihenfolgeunabhängige Rüstkosten sind in der Zielfunktion berücksichtigt. Um den Anforderungen gerecht zu werden, werden im Folgenden reihenfolgeabhängige Rüstzeiten in das Modell integriert. Die folgenden Modelländerungen sind angelehnt an die Abbildung reihenfolgeabhängiger Rüstzeiten in anderen Literaturquellen, beispielsweise in Wolsey ([Wol97]) oder Ghosh Dastidar und Nagi ([GN05]).

Für die Modellierung wird die reihenfolgeunabhängige Entscheidungsvariable  $x_{jmt}$ , die einen abgeschlossenen Rüstvorgang der Ressource  $m \in M$  für Produkt  $j \in J_m$  in Periode  $t \in T_S$  modelliert, durch eine reihenfolgeabhängige Entscheidungsvariable  $xs_{ijmt}$  ersetzt. Sie enthält einen zusätzlichen Index  $i \in J_m$ , welcher das zuvor gerüstete Produkt angibt und somit eine Reihenfolgebildung ermöglicht. Ein Rüstvorgang von einem Produkt  $j \in J$  zu demselben Produkt  $j$  ist nicht möglich und wird aus der nachfolgenden Modellierung ausgeschlossen.

Das PLSP bietet den Vorteil, dass eine entsprechende Reihenfolge der Produktionen auf einer Ressource implizit durch das Modell bestimmt wird und dementsprechend auch für die Modellierung der reihenfolgeabhängigen Rüstzeiten zur Verfügung steht. Je nach vorherigem Rüstzustand einer Ressource können die Rüstzeiten stark voneinander abweichen. Sie haben somit Auswirkungen auf die Kapazitätsausnutzung und auf die optimale Lösung. Um dies auch in den Rüstkosten der Zielfunktion zu berücksichtigen, werden die Rüstzeiten in die Berechnung der Rüstkosten einbezogen, siehe Zielfunktion (5.11).

$$\text{Min} \quad \sum_{i \in J} \sum_{\substack{j \in J \\ i \neq j}} \sum_{m \in M_i \cap M_j} \sum_{t \in T_S} (s_{jm} \cdot st_{ijm}) \cdot xs_{ijmt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_S} h_{jt} \cdot I_{jt} \quad (5.11)$$

ersetzt  
(5.1)

Ferner müssen für die korrekte Modellierung der Rüstzeiten einige der Nebenbedingungen angepasst werden. Ein reihenfolgeabhängiger Rüstvorgang muss durchgeführt werden, wenn die Ressource  $m \in M$  in Periode  $(t - 1) \in T_S$  für Produkt  $i \in J_m$  und am Ende der nachfolgenden Periode  $t \in T_S$  für Produkt  $j \in J_m$ , mit  $i \neq j$ , eingerüstet ist. Die Nebenbedingungen (5.12) garantieren diesen Zusammenhang (vgl. [Wol97]; [GN05]).

$$1 + xs_{ijmt} \geq y_{jmt} + y_{im(t-1)} \quad \forall i \in J, j \in J, i \neq j, \quad (5.12)$$

$$m \in M_i \cap M_j, t \in T_S \quad \text{ersetzt} \quad (5.4)$$

Der Rüstaufwand wird durch die Modellierung der Rüstzeiten derart in das Modell integriert, dass er Auswirkungen auf die Kapazitätsnutzung hat. Dabei wird die in einer Periode  $t \in T_S$  zur Verfügung stehende Kapazität sowohl für die Produktion als auch für die Rüstvorgänge genutzt und darf in der Summe nicht überschritten werden. Ein Rüstvorgang muss dabei vollständig in einer Periode durchgeführt werden. Die Nebenbedingungen (5.13) modellieren diesen Sachverhalt (vgl. [Sue05b], S. 22).

$$\sum_{j \in J_m} p_{jm} \cdot q_{jmt} + \sum_{i \in J_m} \sum_{\substack{j \in J_m \\ i \neq j}} st_{ijm} \cdot xs_{ijmt} \leq C_{mt} \quad \forall m \in M, t \in T_S \quad (5.13)$$

$$\text{ersetzt} \quad (5.6)$$

Zusätzlich müssen auch die Nichtnegativitätsbedingungen der Rüstvariablen angepasst werden, siehe Nebenbedingungen (5.14).

$$xs_{ijmt} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in J, j \in J, i \neq j, m \in M_i \cap M_j, t \in T_S \quad (5.14)$$

$$\text{ersetzt} \quad (5.10)$$

Die Modellierung von reihenfolgeabhängigen Rüstvorgängen bedeutet, dass für jeden Rüstvorgang neben dem Produkt, für welches gerüstet wird, auch das zuvor produzierte Produkt bekannt sein muss. Dies hat wiederum zur Folge, dass für jede Ressource  $m \in M$  am Ende einer jeden Periode  $t \in T_S$  ein eindeutiger Zustand gegeben sein muss (vgl. [Sue05b], S. 88). Falls dieser Zustand nicht bekannt ist, wird ein Dummy-Produkt 0 eingeführt, mit  $0 \notin J$  und  $0 \in J_0$ , mit  $J_0 = J \cup \{0\}$ . Dieses zusätzliche Produkt kann somit genutzt werden, um beispielsweise Situationen abzubilden, in denen die Ressource  $m$  am Ende der Periode  $t$  für kein Produkt eingerüstet ist ( $y_{0mt} = 1$ ). Es

## 5. Umsetzung in einem mathematischen Optimierungsmodell

---

kann für jede Ressource genutzt werden, womit gilt  $M_0 = M$ . Die reihenfolgeabhängige Rüstzeit für das Einrüsten einer Ressource, die vorher für kein Produkt eingerüstet ist, wird durch die reihenfolgeunabhängige Rüstzeit angegeben. Somit ist die reihenfolgeabhängige Rüstzeit  $st_{0jm}$  definiert als die reihenfolgeunabhängige Rüstzeit  $st_{jm}$ .

$$st_{0jm} \hat{=} st_{jm} \quad \forall j \in J, m \in M_j$$

Ein Rüstvorgang zum Einrüsten einer Ressource für das Dummy-Produkt ist nicht erlaubt ( $\sum_{i \in J_m} x_{s_{i0mt}} = 0$ ). Somit kann dieser Zustand nur zu Beginn der Planung auftreten und es gilt die in den Nebenbedingungen (5.15) formulierte Einschränkung des Rüstzustandes am Ende einer jeden Periode.

$$y_{0mt} \leq y_{0m(t-1)} \quad \forall m \in M, t \in T_S \quad (5.15)$$

Das zusätzliche Dummy-Produkt wird in die Zielfunktion (5.16) und die verschiedenen Nebenbedingungen (5.17) bis (5.21) integriert. Änderungen finden sich hierbei bei den Mengen und Indizes. Einzig die Nebenbedingungen (5.17) erfahren durch die Vorgabe, dass jede Ressource  $m \in M$  am Ende einer Periode  $t \in T_S$  immer einen klar definierten Zustand haben muss, größere Veränderung. Mit Hilfe des Dummy-Produktes kann diese Bedingung entsprechend formuliert umgesetzt werden (vgl. [Sue05b], S. 88).

$$\text{Min} \sum_{i \in J_0} \sum_{\substack{j \in J \\ i \neq j}} \sum_{m \in M_i \cap M_j} \sum_{t \in T_S} (s_{jm} \cdot st_{ijm}) \cdot x_{s_{ijmt}} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_S} h_{jt} \cdot I_{jt} \quad (5.16)$$

ersetzt  
(5.11)

$$\sum_{j \in J_m \cup \{0\}} y_{jmt} = 1 \quad \forall m \in M, t \in T_S \quad (5.17)$$

ersetzt  
(5.3)

$$1 + x_{s_{ijmt}} \geq y_{jmt} + y_{im(t-1)} \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \\ m \in M_i \cap M_j, t \in T_S \quad (5.18)$$

ersetzt  
(5.12)

$$\sum_{j \in J_m} p_{jm} \cdot q_{jmt} + \sum_{i \in J_m \cup \{0\}} \sum_{\substack{j \in J_m \\ i \neq j}} st_{ijm} \cdot xs_{ijmt} \leq C_{mt} \quad \forall m \in M, t \in T_S \quad (5.19)$$

ersetzt  
(5.13)

$$xs_{ijmt} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, m \in M_i \cap M_j, t \in T_S \quad (5.20)$$

ersetzt  
(5.14)

$$y_{jmt} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J_0, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.21)$$

ersetzt  
(5.7)

Insgesamt ergibt sich das mehrstufige PLSP mit parallelen Ressourcen und reihenfolgeabhängigen Rüstzeiten durch die Zielfunktion (5.16) und die Nebenbedingungen (5.2), (5.5), (5.8), (5.9), (5.15) sowie die Nebenbedingungen (5.17) - (5.21).

### Periodenübergreifendes Rüsten

Falls ein Rüstvorgang nicht komplett in einer Periode durchgeführt werden kann oder soll, muss das Modell entsprechend angepasst werden. Hierfür wird auf die Ausführungen von Suerie zu periodenübergreifenden Rüstvorgängen bei reihenfolgeunabhängigen Rüstzeiten zurückgegriffen (vgl. [Sue05b], S. 104 ff.). Die entsprechenden Entscheidungsvariablen und Nebenbedingungen werden für reihenfolgeabhängige Rüstvorgänge erweitert und angepasst. Durch die Möglichkeit, auch über mehrere Perioden hinweg zu rüsten, wird der Lösungsraum vergrößert. Die Summierung der bereits geleisteten Rüstzeit in einer Variable dient im Folgenden als Basis, sie entspricht der Modellierung, die Suerie als POST1 bezeichnet (vgl. [Sue05b], S. 105).

Zur Modellierung dieses Sachverhaltes sind zusätzliche Entscheidungsvariablen notwendig. Der in einer Periode  $t \in T_S$  geleistete Rüstaufwand für das Umrüsten der Ressource  $m \in M$  von der Produktion des Produktes  $i \in J_m$  auf die Produktion des Produktes  $j \in J_m$ , mit  $i \neq j$ , wird mit Hilfe der Entscheidungsvariable  $ST_{ijmt}$  dargestellt. Der geleistete Aufwand wird ebenso in Zeiteinheiten angegeben wie die Kapazitäten. Die für einen solchen Rüstvorgang bereits über mehrere Perioden geleistete Arbeit wird in der Entscheidungsvariable  $KS_{ijmt}$  anteilig aufsummiert. Erst wenn die gesamte Rüstzeit eines Rüstvorganges  $st_{ijm}$  abgearbeitet wurde, ist ein Abschluss des Rüstvorganges ( $xs_{ijmt} = 1$ ) und eine Produktion des Produktes  $j \in J_m$  möglich. Für das Fortsetzen des Rüstvorganges einer Ressource  $m \in M$  wird ein zusätzlicher Zustand  $ys_{ijmt}$  benötigt, der erkennen lässt, dass ein Rüstvorgang vollzogen wird. Dieser Zustand wird ebenfalls als Entscheidungsvariable modelliert und zeigt an, dass der Rüstvorgang der Ressource  $m \in M$  von der Produktion des Produktes  $i \in J_m$  auf die

## 5. Umsetzung in einem mathematischen Optimierungsmodell

---

Produktion des Produktes  $j \in J_m$ , mit  $i \neq j$ , in Periode  $t \in T_S$  durchgeführt wird und noch nicht abgeschlossen ist.

Die zusätzlichen Entscheidungsvariablen sind in der folgenden Tabelle 5.4 erneut zusammengefasst.

| Name        | Beschreibung   |
|-------------|--|
| $ST_{ijmt}$ | Anzahl Kapazitätseinheiten, die für das Rüsten von Ressource $m \in M$ von Produkt $i \in J_m$ auf Produkt $j \in J_m$ , mit $i \neq j$ , in Periode $t \in T_S$ aufgewendet werden.   |
| $KS_{ijmt}$ | Summierter Anteil des bereits geleisteten Rüstaufwands im aktuellen Rüstvorgang der Ressource $m \in M$ von Produkt $i \in J_m$ auf Produkt $j \in J_m$ , mit $i \neq j$ , bis einschließlich Periode $t \in T_S$ .  |
| $ys_{ijmt}$ | Gibt an, ob ein Rüstvorgang der Ressource $m \in M$ von Produkt $i \in J_m$ auf Produkt $j \in J_m$ , mit $i \neq j$ , am Ende von Periode $t \in T_S$ vollzogen wird und darüber hinaus weitergeführt werden kann ( $ys_{ijmt} = 1$ ) oder nicht ( $ys_{ijmt} = 0$ ). |

Tabelle 5.4.: Für periodenübergreifende Rüstvorgänge des PLSP zusätzlich benötigte Entscheidungsvariablen

Weiterhin wird durch die periodenübergreifenden Rüstvorgänge eine kleine Definitionsänderung bezüglich des PLSP nötig (vgl. [Sue05b], S. 105). Demnach ist in einer Periode nur der Abschluss eines einzigen Rüstvorganges möglich. Hiermit wird dem erweiterten Lösungsraum Rechnung getragen. Das periodenübergreifende Rüsten bietet zusammen mit dieser Definitionsänderung verschiedene Alternativen, wie Rüstvorgänge über benachbarte Perioden verteilt sein können. Diese Alternativen sind in Abbildung 5.2 aufgeführt. Die obere Darstellung der Abbildung zeigt einen Rüstvorgang, wie er auch beim klassischen PLSP mit Rüstzeiten umgesetzt wird. Der gesamte Rüstaufwand liegt innerhalb einer Periode, in der der Rüstvorgang auch abgeschlossen wird. Solch ein Szenario ist auch mit periodenübergreifenden Rüstvorgängen möglich. Die zweite Abbildung zeigt einen Rüstvorgang über mehrere Perioden. Der Abschluss des Rüstvorganges liegt in einer späteren Periode als der Beginn. Der Beginn eines weiteren Rüstvorganges findet nach der Produktion nicht statt. Solch ein Szenario ist in der Lösung des klassischen PLSP nicht möglich. Die unteren beiden Darstellungen sind ähnlich den oberen beiden, beinhalten in einer Periode allerdings den Beginn eines zweiten Rüstvorganges. Dies ist möglich, da nur die Anzahl der fertig gestellten Rüstvorgänge auf eins begrenzt ist. Entsprechend der Definition des PLSP können hierdurch weiterhin auch nur zwei verschiedene Produkte produziert werden (vgl. [Sue05b], S. 105).

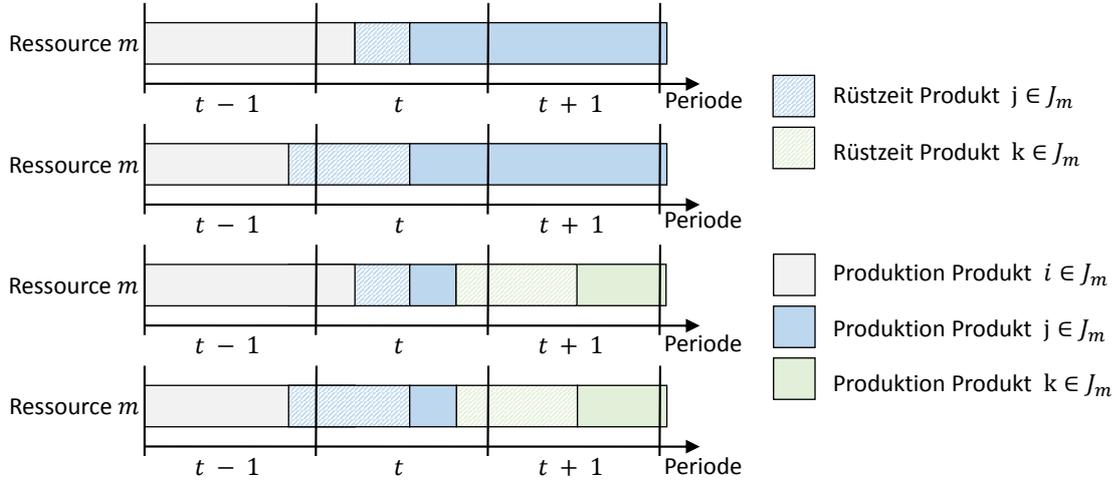


Abbildung 5.2.: Darstellung verschiedener Rüstmöglichkeiten der Ressourcen im PLSP mit periodenübergreifenden Rüstvorgängen (angelehnt an [Sue05b], S. 105).

Die folgenden Ausführungen sind angelehnt an den Fall eines PLSP mit reihenfolgeunabhängigen, periodenübergreifenden Rüstvorgängen (vgl. [Sue05b], S. 105 ff.). Sie werden für den reihenfolgeabhängigen Fall angepasst und erweitert.

Ein Rüstvorgang kann sich in dieser Modellformulierung über mehrere Perioden erstrecken. Dementsprechend muss der Rüstaufwand, der in einer Periode  $t \in T_S$  für einen aktuellen Rüstvorgang der Ressource  $m \in M$  von Produkt  $i \in J_m$  auf Produkt  $j \in J_m$ , mit  $i \neq j$ , aufgewendet wird, nicht mehr dem gesamten Rüstaufwand  $st_{ijm}$  entsprechen. Er wird nun durch die Entscheidungsvariable  $ST_{ijmt}$  dargestellt. Dies führt zu einer Anpassung der Nebenbedingungen, die den Kapazitätsverbrauch limitieren. Es ergeben sich die angepassten Nebenbedingungen (5.22).

$$\sum_{j \in J_m} p_{jm} \cdot q_{jmt} + \sum_{i \in J_m \cup \{0\}} \sum_{\substack{j \in J_m \\ i \neq j}} ST_{ijmt} \leq C_{mt} \quad \forall m \in M, t \in T_S \quad (5.22)$$

ersetzt  
(5.19)

Die Fortführung eines Rüstvorganges am Ende einer Periode wird durch einen Zustand gekennzeichnet. Für eine Ressource  $m \in M$  muss am Ende einer Periode  $t \in T_S$  immer genau ein Zustand gelten. Dies kann die Fortführung einer Produktion oder die Fortführung eines reihenfolgeabhängigen Rüstvorganges sein, siehe Nebenbedingungen (5.23).

$$\sum_{j \in J_m \cup \{0\}} y_{jmt} + \sum_{i \in J_m \cup \{0\}} \sum_{\substack{j \in J_m \\ i \neq j}} y_{s_{ijmt}} = 1 \quad \forall m \in M, t \in T_S \quad (5.23)$$

ersetzt  
(5.17)

Aufgrund der Definitionsänderung ist neben der Fertigstellung eines Rüstvorganges in einer Periode  $t \in T_S$  der Beginn eines weiteren Rüstvorganges in derselben Periode auf derselben Ressource  $m \in M$  möglich. Deshalb kann der Rüstzustand der Ressource  $m$  am Ende der Periode  $t$  gegebenenfalls als Fortsetzung des zweiten Rüstvorganges definiert sein (vgl. Abbildung (5.2), untere Darstellung). Entsprechend ändert sich der Zusammenhang zwischen der Produktion auf einer Ressource und dem Zustand dieser Ressource. Die Produktion eines Produktes  $j \in J_m$  auf einer Ressource  $m \in M$  in einer Periode  $t \in T_S$  ist demnach nur möglich, wenn die Produktion des Produktes auf der Ressource am Ende der Vorperiode  $(t-1) \in T_S$  fortgeführt wird ( $y_{jm(t-1)} = 1$ ), oder die Ressource in Periode  $t \in T_S$  erfolgreich gerüstet wurde ( $\sum_{i \in J_m \cup \{0\}, i \neq j} x_{s_{ijmt}} = 1$ ). Die Nebenbedingungen (5.24) formalisieren dies.

$$q_{jmt} \leq \frac{C_{mt}}{p_{jm}} (y_{jm(t-1)} + \sum_{\substack{i \in J_m \cup \{0\} \\ i \neq j}} x_{s_{ijmt}}) \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.24)$$

ersetzt  
(5.5)

Der für einen Rüstvorgang bereits geleistete Rüstaufwand wird als Anteil an dem insgesamt zu leistenden Aufwand aufsummiert. Er umfasst neben dem summierten Anteil aus der Vorperiode  $KS_{ijm(t-1)}$  auch die in der aktuellen Periode  $t \in T_S$  geleisteten Zeiteinheiten  $ST_{ijmt}$ , umgerechnet auf den Gesamtaufwand ( $\frac{1}{st_{ijm}} \cdot ST_{ijmt}$ ). Ist die gesamte Rüstzeit abgearbeitet ( $KS_{ijmt} = 1$ ), so kann der Rüstvorgang abgeschlossen werden ( $x_{s_{ijmt}} = 1$ ). Die Nebenbedingungen (5.25) modellieren diesen Zusammenhang.

$$KS_{ijm(t-1)} + \frac{1}{st_{ijm}} \cdot ST_{ijmt} = x_{s_{ijmt}} + KS_{ijmt} \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \quad m \in M_i \cap M_j, t \in T_S \quad (5.25)$$

Wird ein Rüstvorgang für die Produktion eines Produktes  $k \in J_m$  auf einer Ressource  $m \in M$  in einer Periode  $t \in T_S$  vollendet, so wird der Rüstfortschritt  $KS_{ijmt}$  eines jeden anderen Produktes  $j \in J_m$  auf den in dieser Periode geleisteten Rüstaufwand  $\frac{1}{st_{ijm}} \cdot ST_{ijmt}$  zurückgesetzt, siehe Nebenbedingungen (5.26).

$$KS_{ijmt} \leq 1 - \sum_{l \in J_m \cup \{0\}} \sum_{\substack{k \in J_m \\ l \neq k}} x_{slkmt} + \frac{1}{st_{ijm}} \cdot ST_{ijmt} \quad \begin{array}{l} \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \\ m \in M_i \cap M_j, t \in T_S \end{array} \quad (5.26)$$

Um zu gewährleisten, dass eine Ressource  $m \in M$  nur für ein Produkt  $j \in J_m$  gerüstet wird, werden die Nebenbedingungen (5.27) hinzugefügt. Zusammen mit den zuvor eingeführten Nebenbedingungen und dem eindeutigen Rüstzustand am Ende einer jeden Periode (vgl. Nebenbedingungen (5.23)) genügt dies, um eine korrekte Modellierung der Rüstzeiten zu gewährleisten.

$$KS_{ijmt} \leq ys_{ijmt} \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, m \in M_i \cap M_j, t \in T_S \quad (5.27)$$

Falls ein Rüstvorgang für die Produktion eines Produktes  $k \in J_m$  auf einer Ressource  $m \in M$  in einer Periode  $t \in T_S$  erfolgreich abgeschlossen wurde ( $\sum_{i \in J_m \cup \{0\}, i \neq k} x_{sikmt} = 1$ ), so kann am Ende dieser Periode kein anderes Produkt  $j \in J_m$ , mit  $k \neq j$ , produziert werden ( $y_{jmt} = 1$ ). Dies wird modelliert durch die Nebenbedingungen (5.28).

$$y_{jmt} \leq 1 - \sum_{i \in J_m \cup \{0\}} \sum_{\substack{k \in J_m \\ j \neq k \\ i \neq k}} x_{sikmt} \quad \forall j \in J_0, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.28)$$

Arbeitszeit für einen Rüstvorgang der Ressource  $m \in M$  von Produkt  $i \in J_m \cup \{0\}$  nach Produkt  $j \in J_m$ , mit  $i \neq j$ , in einer Periode  $t \in T_S$  kann nur aufgewendet werden, falls der Rüstvorgang in dieser Periode beendet wird ( $xs_{ijmt} = 1$ ) oder in der nachfolgenden Periode fortgesetzt werden kann ( $ys_{ijmt} = 1$ ). Die für den Rüstvorgang aufgewendeten Zeiteinheiten sind durch die Kapazität der Periode beschränkt. Die Nebenbedingungen (5.29) beschreiben diesen Sachverhalt.

$$ST_{ijmt} \leq C_{mt} \cdot (xs_{ijmt} + ys_{ijmt}) \quad \begin{array}{l} \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \\ m \in M_i \cap M_j, t \in T_S \end{array} \quad (5.29)$$

Durch die zusätzlichen Zustände einer Ressource am Ende einer Periode entstehen vielfältige Möglichkeiten der Zustandsänderungen. Für die Modellformulierung muss

eine korrekte Abbildung der Planungsaufgabe sichergestellt werden. Dies bedeutet, dass für die Produktion eines Produktes  $j \in J$  auf einer Ressource  $m \in M_j$  die Ressource immer zuvor für die Produktion des Produktes gerüstet sein muss. Ein solcher Rüstvorgang kann durch unterschiedliche Zustandsübergänge vollzogen werden, da unterschiedliche Zustände am Ende der vorherigen Periode denkbar sind. Die Abbildung 5.3 stellt mögliche Zustandsübergänge dar. Dabei ist zu beachten, dass nicht alle Zustandsänderungen möglich sind. Dies liegt an der Definition des PLSP, die in einer Periode den Abschluss höchstens eines Rüstvorganges vorsieht. Die rot markierten Pfeile geben Zustandsübergänge an, die die Vollendung eines Rüstvorganges von Produkt  $i \in J_m$  zu Produkt  $j \in J_m$ , mit  $i \neq j$ , erfordern ( $xs_{ijmt} = 1$ ).

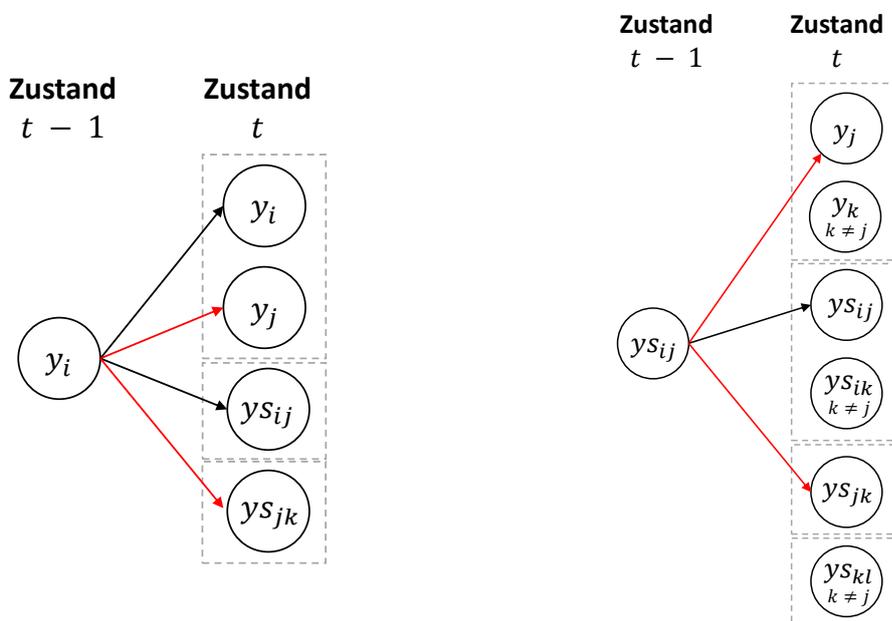


Abbildung 5.3.: Schematische Darstellung verschiedener Zustandsübergänge von einer short term-Periode zur nächsten.

Die Abbildung 5.4 stellt diese Übergänge anhand von beispielhaften Planungssituationen dar. Zur besseren Übersicht wurden die Indizes für die Ressource  $m \in M$  und die Periode  $t$  bzw.  $t \in T_S$  nicht an den Entscheidungsvariablen aufgeführt.

Zusätzlich zu den Nebenbedingungen (5.17) setzen die Nebenbedingungen (5.30) bis (5.32) diese Forderung im Modell um. Die Reihenfolge der Nebenbedingungen entspricht der in der Abbildung 5.4 verwendeten Reihenfolge, wobei der erste dargestellte Fall den Nebenbedingungen (5.17) entspricht.

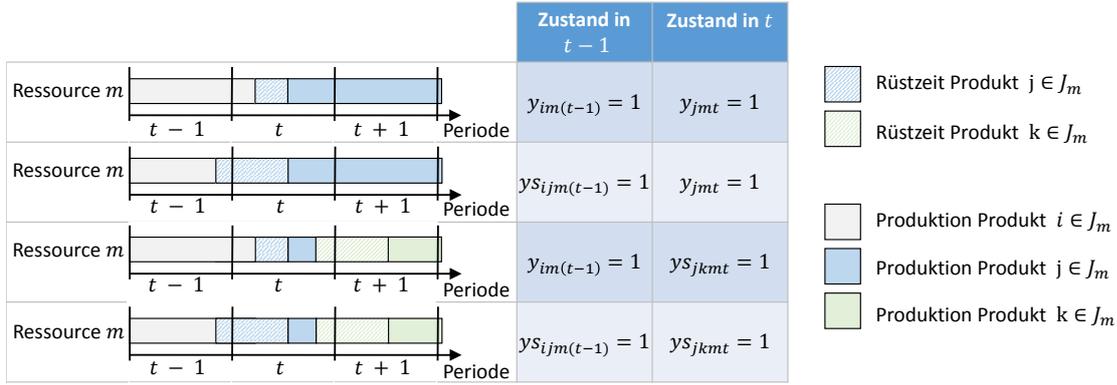


Abbildung 5.4.: Übersicht über verschiedene Änderungen des Rüstzustandes einer Ressource, die das Vollenden eines Rüstvorganges erfordern.

$$1 + x_{s_{ijm}t} \geq y_{s_{ijm}(t-1)} + y_{jmt} \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \quad (5.30)$$

$$m \in M_i \cap M_j, t \in T_S$$

$$1 + x_{s_{ijm}t} \geq y_{im(t-1)} + \sum_{\substack{k \in J_m \\ j \neq k}} y_{s_{jkm}t} \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \quad (5.31)$$

$$m \in M_i \cap M_j, t \in T_S$$

$$1 + x_{s_{ijm}t} \geq y_{s_{ijm}(t-1)} + \sum_{\substack{k \in J_m \\ j \neq k}} y_{s_{jkm}t} \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \quad (5.32)$$

$$m \in M_i \cap M_j, t \in T_S$$

Auch die Zustandsübergänge, die aufgrund der Definition des PLSP nicht möglich sind, werden im Modell berücksichtigt. Sie werden durch die Nebenbedingungen (5.33) und (5.34) aus dem Modell ausgeschlossen (vgl. hierzu auch Abbildung 5.3).

$$y_{s_{ijm}(t-1)} + \sum_{\substack{k \in J_m \\ j \neq k}} y_{kmt} \leq 1 \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \quad (5.33)$$

$$m \in M_i \cap M_j, t \in T_S$$

$$y_{s_{ijm}(t-1)} + \sum_{\substack{k \in J_m \cup \{0\} \\ k \neq j}} \sum_{\substack{l \in J_m \\ k \neq l \\ k \neq i \vee l \neq j}} y_{s_{klm}t} \leq 1 \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \quad (5.34)$$

$$m \in M_i \cap M_j, t \in T_S$$

Ferner müssen auch die Nichtnegativitätsbedingungen der zusätzlichen Entscheidungsvariablen in das Modell integriert werden, siehe Nebenbedingungen (5.35) und (5.36).

$$ST_{ijmt}, KS_{ijmt} \geq 0 \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, m \in M_i \cap M_j, t \in T_S \quad (5.35)$$

$$y_{s_{ijmt}} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, m \in M_i \cap M_j, t \in T_S \quad (5.36)$$

Insgesamt besteht das mehrstufige PLSP mit parallelen Ressourcen und reihenfolgeabhängigen, periodenübergreifenden Rüstvorgängen aus der Zielfunktion (5.16) und den Nebenbedingungen (5.2), (5.8), (5.9) sowie den Nebenbedingungen (5.15), (5.18) und (5.20) - (5.36).

### Ganzzahlige Produktionsmengen

Die Produktion von ganzzahligen Produktionsmengen ist bei den zuvor vorgestellten Modellen nicht gegeben. Insbesondere für die Produktion auf parallelen Ressourcen und bei langen Produktionszeiten kann dies zu fehlerhaften Produktionsplänen führen, wie die Abbildung 5.5 zeigt.

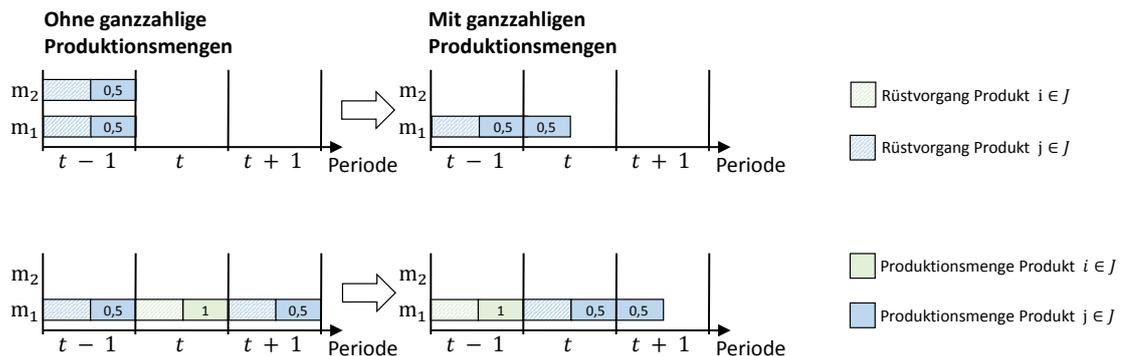


Abbildung 5.5.: Schematische Darstellung einer fehlerhaften Planung, die sich nicht in die Realität umsetzen lässt.

Um solche Planungssituationen zu verhindern, wird auf bestehende Modellelemente zurückgegriffen und diese entsprechend den Anforderungen verändert. Die Produktion ganzzahliger Mengen ist vergleichbar mit der Produktion in Batches. Die Größe eines Batches ist in diesem Fall eins. Entsprechend wird auf eine Formulierung von Suerie zurückgegriffen (vgl. [Sue05b], S. 95 ff.)

Um eine ganzzahlige Losgröße zu garantieren sind drei Schritte notwendig:

1. Die auf einer Ressource  $m \in M$  produzierte Menge eines Produktes  $j \in J_m$  muss über alle benachbarten Perioden summiert werden, beginnend nach der

Vollendung des Rüstvorgangs für diese Produktion bis zur Vollendung des Rüstvorgangs für die nachfolgende Produktion.

2. Die summierte Menge lässt sich zerlegen in einen ganzzahligen Anteil und einen nicht ganzzahligen Restanteil.
3. Für eine ganzzahlige Produktionsmenge muss gewährleistet sein, dass der nicht ganzzahlige Restanteil bei Abschluss des nachfolgenden Rüstvorgangs null ist.

Alle drei Schritte finden sich auch bei der Planung von Batches. Das Summieren der Produktionsmenge erfolgt dabei über eine Entscheidungsvariable  $K_{jmt}$ . Hierbei wird die summierte Produktionsmenge zurückgesetzt, sobald ein Rüstvorgang für dasselbe Produkt vollendet wurde. Analog zu Suerie ergeben sich für einen reihenfolgeunabhängigen Rüstvorgang die folgenden drei Nebenbedingungen.  $M$  stellt hierbei eine ausreichend große Zahl dar, die bei Abschluss eines Rüstvorganges von Produkt  $j$  ( $x_{jm(t+1)} = 1$ ) das Zurücksetzen von  $K_{jmt}$  auf null ermöglicht. Die Nebenbedingungen werden im Folgenden nur zur Veranschaulichung genutzt und werden deshalb nicht in das short term-Modell übernommen.

$$\begin{aligned} K_{jmt} &\leq K_{jm(t-1)} + q_{jmt} && \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \\ K_{jmt} &\geq K_{jm(t-1)} + q_{jmt} - M \cdot x_{jm(t+1)} && \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \\ K_{jmt} &\leq M \cdot (1 - x_{jm(t+1)}) && \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \end{aligned}$$

Danach wird die summierte Produktionsmenge aufgeteilt in einen ganzzahligen Anteil und eine nicht ganzzahlige Restmenge, wie die folgende Nebenbedingung zeigt (abgeändert von [Sue05b], S. 96).  $R_{jmt}$  entspricht einer ganzzahligen Entscheidungsvariablen, während  $S_{jmt}$  den kontinuierlichen Rest mit  $S_{jmt} < 1$  angibt. Auch diese Nebenbedingungen werden nicht in das Modell integriert.

$$K_{jm(t-1)} + q_{jmt} = R_{jmt} + S_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S$$

Im Folgenden wird von der Annahme ausgegangen, dass die zuvor produzierte Menge eines Produktes  $j \in J$  auf einer Ressource  $m \in M_j$  bei Beginn einer neuen Produktion desselben Produktes in Periode  $t \in T_S$  ganzzahlig ist. Dementsprechend muss nur sichergestellt werden, dass in der nächsten Produktion ab Periode  $t$  ebenfalls eine ganzzahlige Menge hergestellt wird.

Die summierte Produktionsmenge des Produktes  $j$  auf der Ressource  $m$  für eine beliebige Periode  $t \in T_S$  lässt sich darstellen als die Anzahl zuvor bereits fertiggestellter Einheiten des Produktes auf der Ressource  $int_{jmt}$  zusammen mit dem bereits fertig

gestellten Anteil einer zusätzlichen Mengeneinheit, die sich in Bearbeitung befindet  $slack_{jmt}$ . Die Entscheidungsvariablen ähneln damit denen in ([Sue05b], S. 96). Einzig die Entscheidungsvariable für das Summieren der Produktionsmengen entfällt, siehe Tabelle 5.5.

| Name          | Beschreibung  |
|---------------|---|
| $int_{jmt}$   | Anzahl Einheiten, die von Produkt $j \in J$ auf Ressource $m \in M_j$ bis zum Ende der Periode $t \in T_S$ hergestellt werden.  |
| $slack_{jmt}$ | Fertiggestellter Anteil der am Ende der Periode $t \in T_S$ in Bearbeitung befindlichen Einheit von Produkt $j \in J$ auf Ressource $m \in M_j$ (nicht ganzzahliger Anteil der Produktionsmenge). |

Tabelle 5.5.: Für die Modellierung ganzzahliger Produktionsmengen zusätzlich benötigte Entscheidungsvariablen (vgl. [Sue05b], S. 96)

Die beiden ersten Schritte, das Summieren der Produktionsmengen und das Aufteilen in einen ganzzahligen Anteil und eine Restmenge, lassen sich vereinen und rekursiv in einer Gleichung modellieren.

Die summierte Produktionsmenge  $int_{jmt} + slack_{jmt}$  von Produkt  $j \in J$  auf Ressource  $m \in M_j$  am Ende von Periode  $t \in T_S$  entspricht demnach der summierten Produktionsmenge der vorherigen Periode  $int_{jm(t-1)} + slack_{jm(t-1)}$  zusammen mit der in Periode  $t$  produzierten Menge  $q_{jmt}$ . Für das Modell ergeben sich hieraus die folgenden Nebenbedingungen (5.37). Die summierte Produktionsmenge wird dabei monoton steigend modelliert, um eine korrekte Funktionsweise des Modells zu garantieren, siehe Nebenbedingungen (5.38).

$$int_{jmt} = int_{jm(t-1)} + slack_{jm(t-1)} + q_{jmt} - slack_{jmt} \quad \begin{array}{l} \forall j \in J, m \in M_j, \\ t \in T_S \end{array} \quad (5.37)$$

$$int_{jm(t-1)} \leq int_{jmt} \quad \begin{array}{l} \forall j \in J, m \in M_j, \\ t \in T_S \end{array} \quad (5.38)$$

Im dritten Schritt muss gewährleistet sein, dass nach Beendigung der Produktion eines Produktes  $j \in J$  auf einer Ressource  $m \in M_j$  in Periode  $t \in T_S$  eine ganzzahlige Menge produziert wurde. Dies bedeutet, dass der Anteil einer zusätzlichen Mengeneinheit, die am Ende der Periode gegebenenfalls noch nicht fertiggestellt ist, null sein muss ( $slack_{jmt} = 0$ ). Dies muss für jeden Rüstvorgang, der vollendet oder begonnen wird, sichergestellt werden. Eine Ausnahme bildet hier der Rüstvorgang beim Start einer Produktion, siehe Nebenbedingungen (5.39) und (5.40) (vgl. auch [Sue05b], S. 96). Die ganzzahligen Produktionsmengen werden auch als solche modelliert, siehe Nebenbedingungen (5.41). Zusätzlich gilt die Nichtnegativitätsbedingung für den restlichen Produktionsanteil, siehe Nebenbedingungen (5.42).

$$slack_{jmt} \leq 1 - \sum_{i \in J_m \cup \{0\}} \sum_{\substack{k \in J_m \\ j \neq k \\ i \neq k}} x_{sikmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.39)$$

$$slack_{jmt} \leq 1 - \sum_{i \in J_m \cup \{0\}} \sum_{\substack{k \in J_m \\ i \neq k}} y_{sikmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.40)$$

$$int_{jmt} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.41)$$

$$slack_{jmt} \geq 0 \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.42)$$

### Integration von Auftragsrückhang und Überstunden

Um den Anforderungen des Betrachtungsgegenstandes gerecht zu werden und auch mit knappen Kapazitäten planen zu können, wird die Nutzung von Überstunden in das Modell integriert. Weiterhin wird dem Modell, für den Fall unzureichender Kapazitäten, die Möglichkeit des Auftragsrückhanges hinzugefügt. Die für die Umsetzung benötigten Parameter und Entscheidungsvariablen sind bereits in den Tabellen 5.2 und 5.3 definiert.

Die beiden Möglichkeiten der Kapazitätserweiterung sind jeweils mit Kosten verbunden. Diese müssen in der Zielfunktion berücksichtigt werden. Die Überstunden verursachen dabei pro zusätzlich genutzter Kapazitätseinheit einen bestimmten ressourcenabhängigen Betrag  $oc_m$ , während die Kosten des Auftragsrückhanges von der Menge des Produktes und der entsprechenden Periodenlänge abhängig sind  $bc_{jt}$ . Es ergibt sich die folgende Zielfunktion (5.43).

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{i \in J_0} \sum_{\substack{j \in J \\ i \neq j}} \sum_{m \in M_i \cap M_j} \sum_{t \in T_S} (s_{jm} \cdot st_{ijm}) \cdot x_{sijmt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_S} h_{jt} \cdot I_{jt} \\ & + \sum_{j \in J_E} \sum_{t \in T_S} bc_{jt} \cdot r_{jt} + \sum_{m \in M} \sum_{t \in T_S} oc_m \cdot O_{mt} \end{aligned} \quad \begin{array}{l} (5.43) \\ \text{ersetzt} \\ (5.16) \end{array}$$

Falls ein Produkt  $j \in J_E$  am Ende einer Periode  $t \in T_S$  im Auftragsrückhang geführt wird ( $r_{jt} > 0$ ), bedeutet dies, dass eine entsprechende Nachfrage nach diesem Produkt nicht erfüllt werden konnte. Diese fehlende Menge  $r_{jt}$  muss in den nachfolgenden Pe-

rieden durch eigene Produktion oder Fremdbezug zur Verfügung gestellt werden, um die Nachfrage nachträglich zu erfüllen. Eine solche Fehlmenge ist nur temporär und nur für die Endprodukte möglich. Sie muss entsprechend in den Nebenbedingungen der Lagerhaltung berücksichtigt werden. Dies geschieht durch die angepassten Nebenbedingungen (5.44) und (5.45).

$$I_{jt} = I_{j(t-1)} + \sum_{m \in M_j} q_{jmt} - d_{jt} - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot q_{imt} \quad \forall j \in J \setminus J_E, t \in T_S \quad (5.44)$$

ersetzt  
(5.2)

$$I_{jt} = I_{j(t-1)} + \sum_{m \in M_j} q_{jmt} - d_{jt} + r_{jt} - r_{j(t-1)} - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot q_{imt} \quad \forall j \in J_E, t \in T_S \quad (5.45)$$

ersetzt  
(5.2)

Die Nutzung von Überstunden hingegen hat einen Einfluss auf die zur Verfügung stehende Kapazität. Sie kann hierdurch erweitert werden und ermöglicht die Herstellung einer größeren Produktionsmenge desselben Produktes in einer Periode oder die Steigerung des Rüstaufwandes in dieser Periode, siehe Nebenbedingungen (5.46). Zugleich ist aber auch die mögliche Anzahl an zusätzlichen Kapazitätseinheiten durch die Nutzung von Überstunden begrenzt. Die Nebenbedingungen (5.47) modellieren diese Begrenzung.

$$\sum_{j \in J_m} p_{jm} \cdot q_{jmt} + \sum_{i \in J_m \cup \{0\}} \sum_{\substack{j \in J_m \\ i \neq j}} ST_{ijmt} \leq C_{mt} + O_{mt} \quad \forall m \in M, t \in T_S \quad (5.46)$$

ersetzt  
(5.2)

$$O_{mt} \leq OC_{mt} \quad \forall m \in M, t \in T_S \quad (5.47)$$

Durch die mögliche Erhöhung der Kapazität müssen weitere Nebenbedingungen angepasst werden, die sonst zu restriktiv wären. Hierzu zählen die Nebenbedingungen (5.48) und (5.49).

$$q_{jmt} \leq \frac{C_{mt} + OC_{mt}}{p_{jm}} \cdot (y_{jm(t-1)} + \sum_{\substack{i \in J_m \cup \{0\} \\ i \neq j}} x_{s_{ijmt}}) \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.48)$$

ersetzt  
(5.24)

$$ST_{ijmt} \leq (C_{mt} + OC_{mt}) \cdot (xs_{ijmt} + ys_{ijmt}) \quad \begin{array}{l} \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \\ m \in M_i \cap M_j, t \in T_S \end{array} \quad \begin{array}{l} (5.49) \\ \text{ersetzt} \\ (5.29) \end{array}$$

Weiterhin müssen auch die Nichtnegativitätsbedingungen der zusätzlichen Entscheidungsvariablen in das Modell integriert werden, siehe Nebenbedingungen (5.50) und (5.51).

$$r_{jt} \geq 0 \quad \forall j \in J_E, t \in T_S \quad (5.50)$$

$$O_{mt} \geq 0 \quad \forall m \in M, t \in T_S \quad (5.51)$$

### Produktion ohne Beisein eines Werkers

Für einige Produkte ist die Produktion ohne das Beisein eines Werkers ( $w_j = 0$ ) möglich. Dies gilt nur für die Produktion, nicht aber den Rüstvorgang. Hierfür kann die zusätzliche Kapazität  $AC_{mt}$  einer Ressource  $m \in M$  in Periode  $t \in T_S$  genutzt werden. Für diesen Zweck werden die Nebenbedingungen abgeändert, die den Kapazitätsverbrauch einer Periode dem Kapazitätsangebot gegenüberstellen und eine Überschreitung des Angebots verhindern. Die Nebenbedingungen (5.52) stellen dies auch für diese Kapazitätserweiterung sicher. Darüber hinaus muss sichergestellt werden, dass das normale Kapazitätsangebot inklusive den möglichen Überstunden ausreicht, um alle Rüstaufwände und alle Produktionen, die einen Arbeiter erfordern, abzudecken. Dies ist modelliert in den Nebenbedingungen (5.53).

$$\sum_{j \in J_m} p_{jm} \cdot q_{jmt} + \sum_{i \in J_m \cup \{0\}} \sum_{\substack{j \in J_m \\ i \neq j}} ST_{ijmt} \leq C_{mt} + O_{mt} + AC_{mt} \quad \begin{array}{l} \forall m \in M, \\ t \in T_S \end{array} \quad \begin{array}{l} (5.52) \\ \text{ersetzt} \\ (5.46) \end{array}$$

$$\sum_{j \in J_m} (p_{jm} \cdot w_j) \cdot q_{jmt} + \sum_{i \in J_m \cup \{0\}} \sum_{\substack{j \in J_m \\ i \neq j}} ST_{ijmt} \leq C_{mt} + O_{mt} \quad \begin{array}{l} \forall m \in M, \\ t \in T_S \end{array} \quad \begin{array}{l} (5.53) \\ \text{ersetzt} \\ (5.46) \end{array}$$

Durch die mögliche Erhöhung der Kapazität müssen die Nebenbedingungen (5.48) angepasst werden, da sie sonst zu restriktiv wären, siehe Nebenbedingungen (5.54). Die Nebenbedingungen (5.49), die die Rüstzeit begrenzen, können dagegen unverändert bestehen bleiben.

$$q_{jmt} \leq \frac{C_{mt} + OC_{mt} + AC_{mt}(1 - w_j)}{p_{jm}} \cdot (y_{jm(t-1)} + \sum_{\substack{i \in J_m \cup \{0\} \\ i \neq j}} x_{s_{ijmt}}) \quad \begin{array}{l} \forall j \in J, \\ m \in M_j, \\ t \in T_S \end{array} \quad \begin{array}{l} (5.54) \\ \text{ersetzt} \\ (5.48) \end{array}$$

### Synchronisation des Materialflusses

Die Synchronisation des Materialflusses ist insbesondere bei der Planung von Produkten mit langen Bearbeitungszeiten in Kombination mit Perioden mit geringer Kapazität notwendig. Dies ist insbesondere auch der Fall, falls mehrstufige Produkte auf verschiedenen Ressourcen produziert werden können. Andernfalls können beispielsweise die drei in Abbildung 5.6 dargestellten fehlerhaften Produktionspläne entstehen.

Die linke Darstellung des oberen Beispiels zeigt eine zweistufige Produktion, bei der das Endprodukt gleichzeitig mit dem Vorprodukt gefertigt wird. Unter der Annahme, dass das Vorprodukt in die Produktion des Endproduktes eingeht, stellt dies einen nicht realisierbaren Plan dar. Eine solche Unzulässigkeit lässt sich durch die Modellierung von minimalen Vorlaufzeiten relativ einfach beheben und es ergibt sich ein umsetzbarer Plan, wie die mittlere Darstellung des oberen Beispiels zeigt.

Die linke Darstellung des mittleren Beispiels stellt ein ähnliches Problem dar. Die lange Bearbeitungszeit des Vorproduktes führt zu einer Produktion des Endproduktes mit vielen Unterbrechungen. In diesem Fall kann auch die Modellierung minimaler Vorlaufzeiten von einer Periode keinen umsetzbaren Plan erzeugen, wie die mittlere Darstellung des mittleren Beispiels zeigt. Eine minimale Vorlaufzeit von drei Perioden wäre notwendig.

Die linke Darstellung des unteren Beispiels zeigt ein anderes Problem, welches durch die Modellierung paralleler Ressourcen auftreten kann. Die in Periode  $(t - 1) \in T_S$  produzierte Menge an Vorprodukten auf den beiden Ressourcen  $m_1$  und  $m_3$  reicht theoretisch für die Produktion eines Endproduktes. Die beiden Vorprodukte sind allerdings beide noch in Bearbeitung, weshalb solch ein Plan ebenfalls nicht realisierbar ist. Auch hier hilft die Modellierung von minimalen Vorlaufzeiten von einer Periode nicht weiter, wie die mittlere untere Darstellung zeigt.

Die rechte Seite der drei Beispiele zeigt mögliche Produktionspläne auf, die auch in die Realität umsetzbar wären und einen korrekten Materialfluss beinhalten.

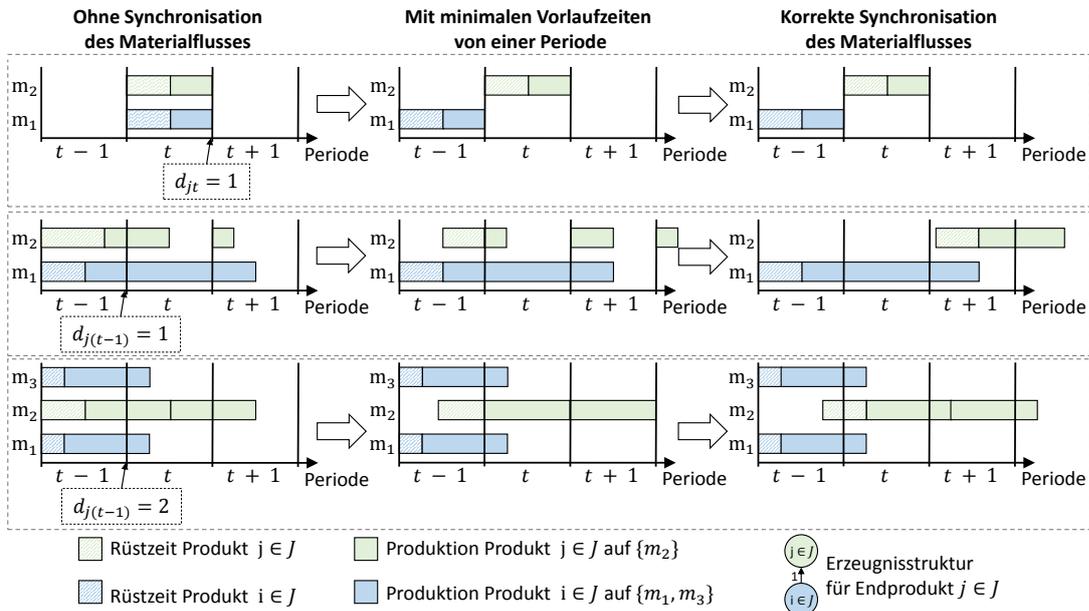


Abbildung 5.6.: Verschiedene Planungssituationen mit einem fehlerhaften Materialfluss, die in der Realität nicht umgesetzt werden können.

In der in Abschnitt 3.7 aufgeführten Literatur wird neben wenigen anderen Ansätzen häufig auf die Modellierung minimaler Vorlaufzeiten zurückgegriffen, um diese Probleme zu vermeiden. An den drei gezeigten Beispielen ist ersichtlich, dass auch dieser Ansatz nicht immer fehlerfrei funktioniert. Auch für diese Arbeit ist er nur bedingt geeignet. Einerseits unterscheiden sich die Periodengrößen entsprechend des zugrunde liegenden Konzeptes über die verschiedenen Modelle stark voneinander, weshalb eine starre Festlegung einer minimalen Vorlaufzeit schwierig ist. Andererseits kann auch der in Abbildung 5.6 beschriebene untere Fall nicht in jedem Fall verhindert werden.

Um die fehlerhafte Synchronisation des Materialflusses zu korrigieren, wird eine zusätzliche Entscheidungsvariable  $ai_{jt}$  eingeführt, die den ganzzahligen Materialfluss überwacht und die Verfügbarkeit von Produkteinheiten für nachfolgende Produkte angibt. Weiterhin wird eine Binärvariable  $slx_{jmt}$  benötigt, die angibt, ob sich am Ende einer Periode  $t \in T_S$  noch eine Einheit von Produkt  $j \in J$  auf Ressource  $m \in M_j$  in Bearbeitung befindet oder nicht. Tabelle 5.6 führt die zusätzlichen Entscheidungsvariablen zusammengefasst auf.

Die Menge an Einheiten von Produkt  $j \in J$ , die am Ende der Periode  $t \in T_S$  für eine Produktion von nachfolgenden Produkten zur Verfügung steht ( $ai_{jt}$ ), soll eine Synchronisation auf Stückbasis ermöglichen. Sie setzt sich aus der Menge zusammen, die in der Vorperiode zur Verfügung standen  $ai_{j(t-1)}$  und den in der aktuellen Periode  $t$  fertig produzierten Einheiten  $\sum_{m \in M_j} (int_{jmt} - int_{jm(t-1)})$ . Abgezogen werden alle

| Name        | Beschreibung   |
|-------------|--|
| $a_{jt}$    | Ganzzahlige Lagermenge von Produkt $j \in J$ am Ende der Periode $t \in T_S$ , die noch für die interne und externe Bedarfsdeckung genutzt werden kann.  |
| $slx_{jmt}$ | Gibt an, ob sich am Ende einer Periode $t \in T_S$ noch eine Einheit von Produkt $j \in J$ auf Ressource $m \in M_j$ in Bearbeitung befindet ( $slx_{jmt} = 1$ ) oder nicht ( $slx_{jmt} = 0$ ). |

Tabelle 5.6.: Für die Modellierung eines synchronisierten Materialflusses zusätzlich benötigte Entscheidungsvariablen

Einheiten, die zur Deckung der externen Nachfrage  $d_{jt}$  oder der internen Nachfrage genutzt werden. Für die Endprodukte braucht diese Menge nicht berechnet werden, da keine Synchronisation mit nachfolgenden Produkten notwendig ist.

Für die Produktion eines Produktes  $j \in J$  müssen bei Produktionsbeginn genügend Einheiten  $a_{ij}$  von jedem Vorprodukt  $i \in P_j$  zur Verfügung stehen. Den Produktionsbeginn einer Einheit von Produkt  $j$  zu bestimmen stellt dabei eine Herausforderung dar. Möglich wäre beispielsweise die Bestimmung bzw. Modellierung über die Vollendung des Rüstvorganges  $\sum_{k \in J_m \cup \{0\}: k \neq j} xs_{kjmt} = 1$  für die erste Einheit und die Vollendung einer ganzzahligen Einheit  $int_{jmt} - int_{jm(t-1)} > 0$  für jede weitere Einheit. Allerdings muss die Vollendung der letzten Einheit in einer Produktionsmenge gesondert behandelt werden, da der Produktionsbeginn einer weiteren Einheit nicht vorgesehen ist. Da keine weitere Einheit des Produktes produziert wird, ist ein Verbrauch an Vorprodukten für diese Einheit nicht notwendig.

Eine alternative Möglichkeit, um zu bestimmen, wann die Produktion einer Einheit beginnt, basiert auf der bereits integrierten Modellierung der Produktionsmenge als eine ganzzahlige Anzahl fertig gestellter Einheiten  $int_{jmt}$  und einer noch in der Bearbeitung befindlichen Einheit  $slack_{jmt}$ . Hierüber wird geprüft, ob zu Beginn einer Periode die Produktion einer neuen Einheit möglich ist und ob sich am Ende der Periode noch eine Einheit in der Produktion befindet oder nicht.

Befindet sich am Ende der Periode  $(t-1) \in T_S$  noch eine Einheit von Produkt  $j \in J$  in der Bearbeitung auf Ressource  $m \in M_j$  ( $slack_{jm(t-1)} > 0$ ), so kann in der nachfolgenden Periode  $t \in T_S$  nicht unmittelbar die Produktion einer neuen Einheit beginnen. Befindet sich allerdings keine Einheit in Bearbeitung ( $slack_{jm(t-1)} = 0$ ), wird angenommen, dass unmittelbar die Produktion einer neuen Einheit beginnt oder beginnen kann.

Für das Ende der Periode  $t \in T$  gilt, dass die Produktion einer Einheit von Produkt  $j \in J$  auf Ressource  $m \in M_j$  abgeschlossen wird, falls sich keine Einheit mehr in

Bearbeitung befindet ( $slack_{jm(t-1)} = 0$ ). Andernfalls wird davon ausgegangen, dass sich noch eine Einheit in Bearbeitung befindet ( $slack_{jm(t-1)} > 0$ ).

Zur Bestimmung, ob sich am Ende einer Periode  $t \in T_S$  noch eine Einheit eines Produktes  $j \in J$  auf einer Ressource  $m \in M_j$  in Bearbeitung befindet, wird eine zusätzliche Binärvariable  $slx_{jmt}$  genutzt. Sie ist in den Nebenbedingungen (5.55) und (5.56) definiert. Dabei spielt es keine Rolle, ob eine Produktion in der Periode stattfindet oder nicht. Ein Schwellenwert  $\epsilon$  wird für die Modellierung verwendet. Für diese Arbeit wird  $\epsilon = 0,001$  angenommen.

$$0,001 \cdot slx_{jmt} \leq slack_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.55)$$

$$slack_{jmt} \leq slx_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.56)$$

Unter der Annahme, dass die Entscheidungsvariablen  $slack_{jmt}$  und folglich auch  $slx_{jmt}$  durch die Nebenbedingungen (5.37) bis (5.42), (5.55) und (5.56) korrekt berechnet werden, lässt sich die Anzahl an neu begonnenen Einheiten eines Produktes  $j \in J$  auf Ressource  $m \in M_j$  in Periode  $t \in T_S$  in Kombination mit der Menge an fertig gestellten Einheiten  $int_{jmt} - int_{jm(t-1)}$  berechnen. Nachfolgend wird dies als Aussage formuliert und ihre Korrektheit bewiesen.

Aussage:

Gibt  $int_{jmt} - int_{jm(t-1)}$  die Anzahl abgeschlossener Einheiten von Produkt  $j \in J$  auf Ressource  $m \in M_j$  in Periode  $t \in T_S$  an und gibt  $slx_{jmt}$  bzw.  $slx_{jm(t-1)}$  an, ob sich am Ende der Periode  $t$  bzw.  $(t-1)$  noch eine Einheit von Produkt  $j$  auf Ressource  $m$  in Bearbeitung befindet ( $slx_{jmt} = 1$  bzw.  $slx_{jm(t-1)} = 1$ ) oder nicht ( $slx_{jmt} = 0$  bzw.  $slx_{jm(t-1)} = 0$ ), so lässt sich durch die Formel  $(1 - slx_{jm(t-1)}) + (int_{jmt} - int_{jm(t-1)}) - (1 - slx_{jmt})$  die Anzahl der neu begonnenen Einheiten von Produkt  $j$  auf Ressource  $m$  in Periode  $t$  bestimmen.

Die Korrektheit dieser Aussage lässt sich mit Hilfe einer vollständigen Fallunterscheidung beweisen. Es werden die vier folgenden Fälle unterschieden.

1.  $slx_{jm(t-1)} = 0$  und  $slx_{jmt} = 0$
2.  $slx_{jm(t-1)} = 0$  und  $slx_{jmt} = 1$
3.  $slx_{jm(t-1)} = 1$  und  $slx_{jmt} = 0$
4.  $slx_{jm(t-1)} = 1$  und  $slx_{jmt} = 1$

Da sowohl  $slx_{jm(t-1)}$  als auch  $slx_{jmt}$  jeweils nur die Werte 0 oder 1 annehmen können, muss einer der vier Fälle auftreten.

**Fall 1** ( $slx_{jm(t-1)} = 0$  und  $slx_{jmt} = 0$ ):

In Periode  $t$  startet eine neue Bearbeitung ( $slx_{jm(t-1)} = 0$ ) und am Ende der Periode ist keine Einheit mehr in Bearbeitung ( $slx_{jmt} = 0$ ). Falls keine Einheit produziert wurde, so gilt  $(int_{jmt} - int_{jm(t-1)}) = 0$ . Andernfalls gibt  $(int_{jmt} - int_{jm(t-1)})$  die Anzahl begonnener und auch fertig gestellter Einheiten an. Korrekterweise gilt somit:  $1 + (int_{jmt} - int_{jm(t-1)}) - 1 = int_{jmt} - int_{jm(t-1)}$ .

**Fall 2** ( $slx_{jm(t-1)} = 0$  und  $slx_{jmt} = 1$ ):

In Periode  $t$  startet eine neue Bearbeitung ( $slx_{jm(t-1)} = 0$ ) und am Ende der Periode ist noch immer eine Einheit in Bearbeitung ( $slx_{jmt} = 1$ ). Falls es sich um die einzige Einheit handelt, so gilt  $(int_{jmt} - int_{jm(t-1)}) = 0$ . Andernfalls gibt  $(int_{jmt} - int_{jm(t-1)})$  die Anzahl begonnener und auch fertig gestellter Einheiten an. Darüber hinaus muss die zusätzliche neu begonnene Einheit, die sich am Ende der Periode noch in Bearbeitung befindet, berücksichtigt werden. Korrekterweise gilt somit:  $1 + (int_{jmt} - int_{jm(t-1)}) - 0$ .

**Fall 3** ( $slx_{jm(t-1)} = 1$  und  $slx_{jmt} = 0$ ):

In Periode  $t$  startet keine neue Bearbeitung, sondern eine noch nicht vollendete Bearbeitung wird fortgesetzt ( $slx_{jm(t-1)} = 1$ ) und am Ende der Periode ist keine Einheit mehr in Bearbeitung ( $slx_{jmt} = 0$ ). Die fortgeführte Bearbeitung muss in  $t$  demnach abgeschlossen werden, weshalb  $(int_{jmt} - int_{jm(t-1)}) > 0$  die Anzahl fertig gestellter Einheiten angibt. Die bereits in einer der Vorperioden begonnene Einheit darf nicht mit gezählt werden. Korrekterweise gilt somit:  $0 + (int_{jmt} - int_{jm(t-1)}) - 1$ .

**Fall 4** ( $slx_{jm(t-1)} = 1$  und  $slx_{jmt} = 1$ ):

In Periode  $t$  startet keine neue Bearbeitung, sondern eine noch nicht vollendete Bearbeitung wird fortgesetzt ( $slx_{jm(t-1)} = 1$ ) und am Ende der Periode ist noch immer eine Einheit in Bearbeitung ( $slx_{jmt} = 1$ ). Falls es sich um dieselbe Einheit handelt, so gilt  $(int_{jmt} - int_{jm(t-1)}) = 0$ . Andernfalls gibt  $(int_{jmt} - int_{jm(t-1)})$  die Anzahl fertig gestellter Einheiten an. Die in einer vorherigen Periode begonnene Einheit und die noch nicht vollendete Einheit am Ende der Periode  $t$  können als gegenseitige Aufhebung angesehen werden. Korrekterweise gilt somit:  $0 + (int_{jmt} - int_{jm(t-1)}) - 0 = int_{jmt} - int_{jm(t-1)}$ .

In jedem der Fälle konnte bewiesen werden, dass die Aussage unter der Bedingung der jeweiligen Fallunterscheidung korrekt ist. Da die Fallunterscheidung vollständig ist, ist die Aussage unabhängig vom jeweiligen Fall gültig.

Abbildung 5.7 verdeutlicht die vier verschiedenen Fälle graphisch.

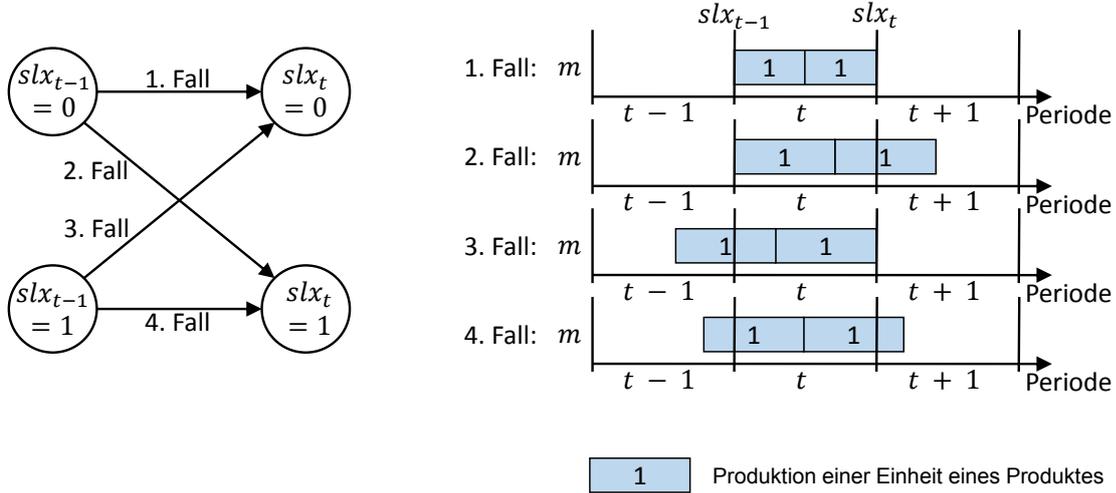


Abbildung 5.7.: Darstellung einer schematischen Fallunterscheidung bei der Berechnung der Anzahl begonnener Bearbeitungsvorgänge eines Produktes, inklusive Beispielen.

Die von Produkt  $j \in J$  am Ende von Periode  $t \in T_S$  für eine Produktion von nachfolgenden Produkten zur Verfügung stehende Menge an Einheiten ( $ai_{jt}$ ) wird demnach wie in den Nebenbedingungen (5.57) formalisiert. Sie setzt sich aus den verfügbaren Einheiten der vorherigen Periode und der Produktion, der externen Nachfrage und dem internen Verbrauch zusammen.

$$\begin{aligned}
 ai_{jt} &= ai_{j(t-1)} + \sum_{m \in M_j} (int_{jmt} - int_{jm(t-1)}) \\
 &\quad - d_{jt} - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (1 - slx_{im(t-1)}) \\
 &\quad - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (int_{imt} - int_{im(t-1)}) \\
 &\quad + \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (1 - slx_{imt})
 \end{aligned}
 \quad \forall j \in J \setminus J_E, t \in T_S \quad (5.57)$$

Die korrekte Berechnung der verfügbaren ganzzahligen Vorprodukte reicht für die Synchronisation des Materialflusses alleine nicht aus. Hierfür muss sichergestellt werden,

dass keine gleichzeitige Produktion möglich ist. Modelliert wird dies wiederum mit Hilfe der verfügbaren ganzzahligen Vorprodukte  $ai_{jt}$ . Ähnlich wie bei der Nutzung minimaler Vorlaufzeiten kann ein nachfolgendes Produkt  $i \in S_j$  in einer Periode  $t \in T_S$  nur produziert werden, falls genügend Vorprodukte  $j \in J$  am Ende der Vorperiode  $(t-1) \in T_S$  zur Verfügung stehen. Dabei wird der interne Verbrauch wie schon in den Nebenbedingungen (5.57) über die Anzahl Einheiten von  $i$ , deren Bearbeitung startet, bestimmt. Es ergeben sich die Nebenbedingungen (5.58).

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (1 - slx_{im(t-1)}) \\
 & + \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (int_{imt} - int_{im(t-1)}) \quad \forall j \in J \setminus J_E, t \in T_S \quad (5.58) \\
 & - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (1 - slx_{imt}) \leq ai_{j(t-1)}
 \end{aligned}$$

Ebenso wie bei den anderen Entscheidungsvariablen gelten auch für die neu eingeführten Variablen einige Beschränkungen, siehe Nebenbedingungen (5.59) und (5.60).

$$ai_{jt} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall j \in J \setminus J_E, t \in T_S \quad (5.59)$$

$$slx_{jmt} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.60)$$

Insgesamt umfasst das short term-Modell die Zielfunktion (5.43), sowie die Nebenbedingungen (5.8), (5.9), (5.15), (5.18), (5.20), (5.21), (5.23), (5.25) - (5.28), (5.30) - (5.42), (5.44), (5.45), (5.47) und (5.49) - (5.60).

### 5.3.2. Medium term-Modell

#### Grundmodell

Das medium term-Modell basiert auf dem CSLP. Auch für dieses Modell findet sich in der Literatur keine Quelle, die alle Anforderungen erfüllt, die durch das Konzept und den zugrunde liegenden Betrachtungsgegenstand an das Modell gestellt werden. Als Basismodell dient ein mehrstufiges CSLP mit parallelen Ressourcen, das CSLP-PM. Es kann abgeleitet werden von der Formulierung des PLSP-PM-Modells unter Beachtung der Definition des CSLP (vgl. bspw. [Kim97b], S. 35) oder durch die Erweiterung und Änderung anderer Modelle (vgl. hierzu bspw. [Con00]). Änderungen im Vergleich zum PLSP-PM finden sich in den Nebenbedingungen (5.65), welche sowohl die Nutzung der Ressource beschränken als auch die Einhaltung der Kapazitätsbeschränkung sicherstellen. Im PLSP-PM sind dies zwei getrennte Bereiche. Da im CSLP die Produk-

tion von nur einem Produkt pro Periode erlaubt ist, entfällt hier die Notwendigkeit die Einhaltung der Kapazitätsgrenze für die Summe aller Produkte zu prüfen. Die restlichen Nebenbedingungen entsprechen denen des PLSP-PM mit angepassten Indizes. In den folgenden Abschnitten werden ähnlich wie beim short term-Modell Erweiterungen vorgenommen, wobei hauptsächlich auf die Unterschiede zu diesem eingegangen wird.

### CSLP-PM:

$$\text{Min} \quad \sum_{j \in J} \sum_{m \in M_j} \sum_{t \in T_M} s_{jm} \cdot x_{jmt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_M} h_{jt} \cdot I_{jt} \quad (5.61)$$

s.t.

$$\begin{aligned} I_{jt} &= I_{j(t-1)} + \sum_{m \in M_j} q_{jmt} \\ &\quad - d_{jt} - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot q_{imt} \end{aligned} \quad \forall j \in J, t \in T_M \quad (5.62)$$

$$\sum_{j \in J_m} y_{jmt} \leq 1 \quad \forall m \in M, t \in T_M \quad (5.63)$$

$$x_{jmt} \geq y_{jmt} - y_{jm(t-1)} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.64)$$

$$p_{jm} \cdot q_{jmt} \leq C_{mt} \cdot y_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.65)$$

$$y_{jmt} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.66)$$

$$I_{jt} \geq 0 \quad \forall j \in J, t \in T_M \quad (5.67)$$

$$q_{jmt} \geq 0 \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.68)$$

$$x_{jmt} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.69)$$

### Reihenfolgeunabhängige Rüstzeiten

Der Rüstvorgang wird auch im medium term-Modell durch Rüstzeiten modelliert. Dem Konzept entsprechend wird der Detailgrad der Modellierung für dieses Modell ein wenig gesenkt und die Rüstzeiten im Gegensatz zum short term-Modell reihenfolgeunabhängig modelliert. Für die Modellierung der Rüstzeiten werden weniger Entscheidungsvariablen benötigt, da hier nicht der vorherige Rüstzustand berücksichtigt werden muss. Ähnlich zum short term-Bereich wird die Zielfunktion angepasst, siehe Zielfunktion (5.70). Auch für diese Modellierung der Rüstvorgänge muss der Fall berücksichtigt werden, in dem eine Ressource  $m \in M$  für kein Produkt eingerüstet ist. Das aus dem short term-Modell bekannte Dummy-Produkt 0 wird auch zur Modellierung des „neutralen“ Rüstzustandes in das medium term-Modell integriert. Es ergeben sich hieraus die Nebenbedingungen (5.71) und (5.72), welche die Definition

eines Rüstzustandes für eine Ressource  $m \in M$  am Ende jeder Periode  $t \in T_M$  durchsetzen und die Rüstzeit als kapazitätsverbrauchenden Vorgang ( $st_{jm} \cdot x_{jmt}$ ) modellieren. Eine Ressource kann dabei nicht aktiv für das Dummy-Produkt gerüstet werden, siehe Nebenbedingungen (5.73) und (5.74).

$$\text{Min} \sum_{j \in J} \sum_{m \in M_j} \sum_{t \in T_M} (s_{jm} \cdot st_{jm}) \cdot x_{jmt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_M} h_{jt} \cdot I_{jt} \quad (5.70)$$

ersetzt  
(5.61)

$$\sum_{j \in J_m \cup \{0\}} y_{jmt} = 1 \quad \forall m \in M, t \in T_M \quad (5.71)$$

ersetzt  
(5.63)

$$p_{jm} \cdot q_{jmt} + st_{jm} \cdot x_{jmt} \leq C_{mt} \cdot y_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.72)$$

ersetzt  
(5.65)

$$y_{0mt} \leq y_{0m(t-1)} \quad \forall m \in M, t \in T_M \quad (5.73)$$

$$y_{jmt} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J \cup \{0\}, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.74)$$

ersetzt  
(5.66)

### Periodenübergreifendes Rüsten

Auch für das medium term-Modell soll ein Rüstvorgang über mehrere Perioden modelliert werden. Hierfür wird auf die bereits in Abschnitt 5.3.1 formulierten Nebenbedingungen zurückgegriffen. Da diese reihenfolgeabhängige Entscheidungsvariablen und Parameter enthalten, müssen diese entsprechend angepasst werden.

Der in einer Periode  $t \in T_M$  geleistete Rüstaufwand, um eine Ressource  $m \in M$  für die Produktion eines Produktes  $j \in J_m$  zu rüsten, wird in Form geleisteter Zeiteinheiten angegeben. Diese geleistete Rüstzeit  $ST_{jmt}$  wird in der Entscheidungsvariable  $KS_{jmt}$  über mehrere benachbarte Perioden anteilig summiert, bis der Rüstvorgang vollständig durchgeführt wurde. Die Fortsetzung des Rüstvorganges am Ende einer Periode wird durch einen zusätzlichen Zustand  $ys_{jmt}$  dargestellt. Tabelle 5.7 fasst die zusätzlichen Entscheidungsvariablen zusammen.

| Name       | Beschreibung  |
|------------|---|
| $ST_{jmt}$ | Anzahl Kapazitätseinheiten, die in Periode $t \in T_M$ für das Rüsten von Ressource $m \in M$ für Produkt $j \in J_m$ aufgewendet werden.   |
| $KS_{jmt}$ | Summierter Anteil des bis Periode $t \in T_M$ bereits geleisteten Rüstaufwandes im aktuellen Rüstvorgang von Ressource $m \in M$ für die Produktion von Produkt $j \in J_m$ .   |
| $ys_{jmt}$ | Gibt an, ob ein Rüstvorgang der Ressource $m \in M$ für Produkt $j \in J_m$ am Ende von Periode $t \in T_M$ vollzogen wird und darüber hinaus weitergeführt werden kann ( $ys_{jmt} = 1$ ) oder nicht ( $ys_{jmt} = 0$ ). |

Tabelle 5.7.: Für periodenübergreifende Rüstvorgänge des CSLP zusätzlich benötigte Entscheidungsvariablen

Die periodenübergreifenden Rüstvorgänge lassen sich mit ähnlichen Nebenbedingungen umsetzen, wie sie auch in ([Sue05b], S. 105 ff.) zu finden sind. Einzig der Definitionsunterschied zwischen dem PLSP und CSLP ist zu beachten. Das CSLP verbietet per Definition die Produktion zweier unterschiedlicher Produkte auf einer Ressource in einer Periode. Auch der Beginn eines weiteren Rüstvorganges soll in dieser Arbeit nicht möglich sein. Dementsprechend entfallen die in Abbildung 5.2 aufgeführten Möglichkeiten des Rüstens und der Produktion, die sich im PLSP bieten. Stattdessen kann nur gerüstet werden, falls keine Produktion und kein Rüstvorgang eines anderen Produktes auf derselben Ressource in derselben Periode geplant ist. Weiterhin kann ein Produkt nur produziert werden, falls die Produktion am Ende der Periode fortgeführt werden kann ( $y_{jmt} = 1$ ). Abbildung 5.8 zeigt verschiedene Planungssituationen mit unterschiedlicher Aufteilung der Rüstvorgänge.

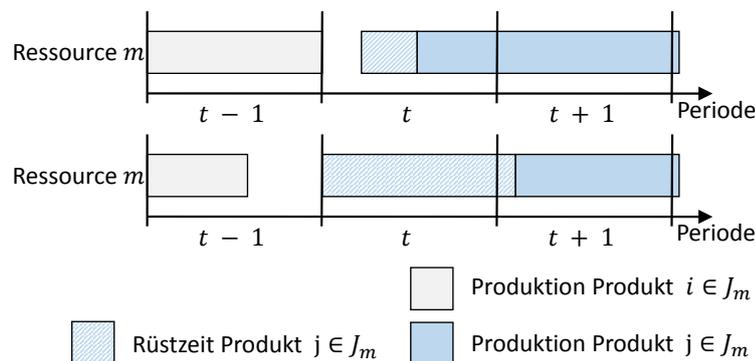


Abbildung 5.8.: Darstellung verschiedener Rüstmöglichkeiten im CSLP mit periodenübergreifenden Rüstvorgängen (angelehnt an [Sue05b], S. 105).

Bei Rüstvorgängen über mehrere Perioden muss nicht mehr der gesamte Rüstaufwand in einer Periode geleistet werden. Entsprechend werden die zusätzlichen Entscheidungsvariablen genutzt, um die Fortführung des Rüstvorganges in der nachfolgenden Periode zu ermöglichen. Die Nebenbedingungen (5.75) und (5.76) formalisieren dies. Sie entsprechen in der reihenfolgeabhängigen Modellierung des short term-Modells den Nebenbedingungen (5.23) und (5.22). Anders als in diesen Nebenbedingungen kann die Kapazität einer Periode nicht für die Produktions- oder Rüstvorgänge unterschiedlicher Produkte genutzt werden. Entsprechend muss für die Einhaltung der Kapazität keine Summe über alle Produkte gebildet werden, siehe Nebenbedingungen (5.76). Rüstzeit kann nur für Perioden  $t \in T_M$  eingeplant werden, falls der Rüstvorgang in der Periode abgeschlossen wird ( $x_{jmt} = 1$ ) oder in der nachfolgenden Periode fortgesetzt werden kann ( $ys_{jmt} = 1$ ). Diese Beschränkung wird umgesetzt durch die Nebenbedingungen (5.78). Zeitgleich muss auch die Produktion beschränkt werden. Zusätzlich zu den umformulierten Nebenbedingungen (5.76) geschieht dies durch die Nebenbedingungen (5.77). Die Produktion eines Produktes  $j \in J$  auf einer Ressource  $m \in M_j$  ist für eine Periode  $t \in T_M$  demnach nur erlaubt, falls der Rüstzustand von  $m$  am Ende von  $t$  eine Fortführung der Produktion in der nachfolgenden Periode ( $t + 1$ ) zulässt.

$$\sum_{j \in J_m \cup \{0\}} y_{jmt} + \sum_{j \in J_m} ys_{jmt} = 1 \quad \forall m \in M, t \in T_M \quad \begin{array}{l} (5.75) \\ \text{ersetzt} \\ (5.71) \end{array}$$

$$p_{jm} \cdot q_{jmt} + ST_{jmt} \leq C_{mt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad \begin{array}{l} (5.76) \\ \text{ersetzt} \\ (5.72) \end{array}$$

$$p_{jm} \cdot q_{jmt} \leq C_{mt} \cdot y_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad \begin{array}{l} (5.77) \\ \text{ersetzt} \\ (5.72) \end{array}$$

$$ST_{jmt} \leq C_{mt} \cdot (x_{jmt} + ys_{jmt}) \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.78)$$

Ähnlich wie bei den reihenfolgeabhängigen Rüstzeiten des short term-Modells wird auch bei den reihenfolgeunabhängigen Rüstzeiten des medium term-Modells die bereits geleistete Rüstzeit anteilig aufsummiert, siehe Nebenbedingungen (5.79). Die Summe wird auch hier auf null zurückgesetzt, sobald ein Rüstvorgang abgeschlossen ist, siehe Nebenbedingungen (5.80). Der Anteil eines neu begonnenen Rüstvorganges eines an-

deren Produktes braucht hierbei nicht betrachtet werden, da eine Ressource in einer Periode nur für ein Produkt gerüstet werden darf.

$$KS_{jm(t-1)} + \frac{1}{st_{jm}} \cdot ST_{jmt} = x_{jmt} + KS_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.79)$$

$$KS_{jmt} \leq 1 - \sum_{i \in J_m} x_{imt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.80)$$

Die Nebenbedingungen (5.81) und (5.82) setzen den summierten Rüstaufwand auf null, falls der Rüstvorgang nicht in der Folgeperiode fortgesetzt wird und beschränken den Rüstzustand am Ende der Periode, falls ein Rüstvorgang für ein anderes Produkt in der Periode vollendet wurde.

$$KS_{jmt} \leq ys_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.81)$$

$$y_{jmt} \leq 1 - \sum_{\substack{i \in J_m \\ i \neq j}} x_{imt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.82)$$

Durch die zusätzlichen Zustände  $ys_{jmt}$  sind auch für das medium term-Modell zusätzliche Zustandsübergänge möglich. Der korrekte Abschluss eines Rüstvorganges vor der Produktion eines neuen Produktes ist bereits sichergestellt durch die Nebenbedingungen (5.64). Ferner sind ähnlich wie beim short term-Modell auch hier nicht alle Zustandsübergänge möglich. Abbildung 5.9 stellt alle Zustandsübergänge dar. Die rot markierten Übergänge geben Zustandsübergänge an, die die Vollendung eines Rüstvorganges von Ressource  $m \in M$  für Produkt  $j \in J_m$  bzw.  $i \in J_m$  erfordern. Die fehlenden Zustandsübergänge sind aufgrund der Definition des CSLP nicht möglich. Die Nebenbedingungen (5.83) bis (5.85) schließen diese Übergänge aus dem Modell aus.

$$y_{jm(t-1)} + ys_{jmt} \leq 1 \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.83)$$

$$ys_{jm(t-1)} + \sum_{\substack{i \in J_m \\ i \neq j}} ys_{imt} \leq 1 \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.84)$$

$$ys_{jm(t-1)} + \sum_{\substack{i \in J_m \cup \{0\} \\ i \neq j}} y_{imt} \leq 1 \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.85)$$

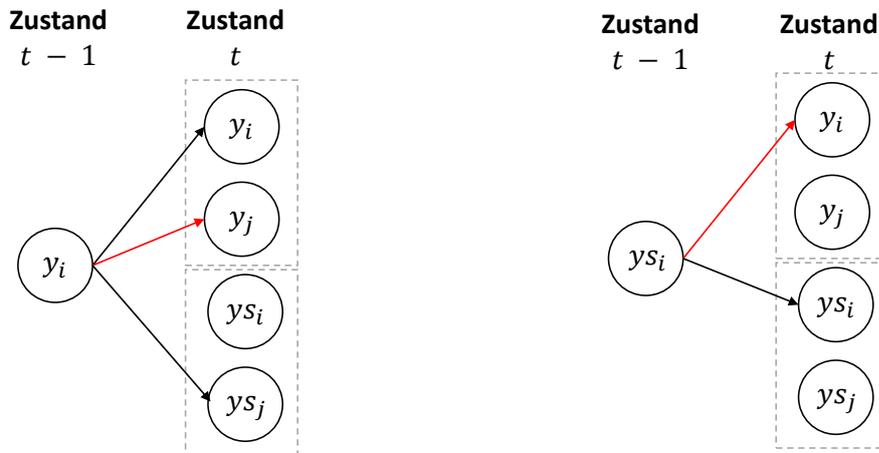


Abbildung 5.9.: Schematische Darstellung verschiedener Zustandsübergänge von einer medium term-Periode zur nächsten.

Auch für das medium term-Modell werden entsprechende Nichtnegativitätsbedingungen für die zusätzlichen Entscheidungsvariablen in das Modell integriert, siehe Nebenbedingungen (5.86) und (5.87).

$$ST_{jmt}, KS_{jmt} \geq 0 \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.86)$$

$$y_{s_{jmt}} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.87)$$

Insgesamt setzt sich das mehrstufige CSLP mit parallelen Ressourcen und reihenfolgeunabhängigen, periodenübergreifenden Rüstvorgängen aus der Zielfunktion (5.70) und den Nebenbedingungen (5.62), (5.64), (5.67) - (5.69), (5.73) - (5.87) zusammen.

### Ganzzahlige Produktion

Das Modellieren ganzzahliger Produktionsmengen kann für das CSLP nach demselben Schema erfolgen, wie beim PLSP. Hierzu werden wiederum zusätzliche Entscheidungsvariablen eingeführt. Sie sind aufgelistet in der Tabelle 5.8.

| Name          | Beschreibung  |
|---------------|---|
| $int_{jmt}$   | Anzahl Einheiten, die von Produkt $j \in J$ auf Ressource $m \in M_j$ bis zum Ende der Periode $t \in T_M$ hergestellt werden.  |
| $slack_{jmt}$ | Fertiggestellter Anteil der am Ende der Periode $t \in T_M$ in Bearbeitung befindlichen Einheit von Produkt $j \in J$ auf Ressource $m \in M_j$ (nicht ganzzahliger Anteil der Produktionsmenge). |

Tabelle 5.8.: Für die Modellierung ganzzahliger Produktionsmengen im CSLP zusätzlich benötigte Entscheidungsvariablen (vgl. [Sue05b], S. 96)

Die auf einer Ressource  $m \in M$  bis zum Ende einer Periode  $t \in T_M$  produzierte Menge eines Produktes  $j \in J_m$  wird aufsummiert und in den beiden Entscheidungsvariablen  $int_{jmt}$  und  $slack_{jmt}$  gespeichert. Dies ist modelliert in den Nebenbedingungen (5.88) und (5.89). Erstere gibt dabei die ganzzahlige Anzahl vollendeter Einheiten an, während letztere den fertiggestellten Anteil der zum Ende der Periode  $t$  in Produktion befindlichen Einheit angibt. Bei einem Produktwechsel muss sichergestellt werden, dass alle Einheiten fertig produziert sind und dass der Restanteil  $slack_{jmt}$  null ist. Dies geschieht, sobald die Ressource für ein anderes Produkt gerüstet wird, siehe Nebenbedingungen (5.90) und (5.91).

$$int_{jmt} = int_{jm(t-1)} + slack_{jm(t-1)} + q_{jmt} - slack_{jmt} \quad \begin{array}{l} \forall j \in J, m \in M_j, \\ t \in T_M \end{array} \quad (5.88)$$

$$int_{jm(t-1)} \leq int_{jmt} \quad \begin{array}{l} \forall j \in J, m \in M_j, \\ t \in T_M \end{array} \quad (5.89)$$

$$slack_{jmt} \leq 1 - \sum_{\substack{i \in J_m \\ i \neq j}} x_{imt} \quad \begin{array}{l} \forall j \in J, m \in M_j, \\ t \in T_M \end{array} \quad (5.90)$$

$$slack_{jmt} \leq 1 - \sum_{\substack{i \in J_m \\ i \neq j}} y_{s_{imt}} \quad \begin{array}{l} \forall j \in J, m \in M_j, \\ t \in T_M \end{array} \quad (5.91)$$

Weiterhin müssen auch die zusätzlichen Entscheidungsvariablen korrekt in das Modell integriert werden, siehe Nebenbedingungen (5.92) und (5.93).

$$int_{jmt} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.92)$$

$$slack_{jmt} \geq 0 \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.93)$$

### Integration von Auftragsrückhang und Überstunden

Dem Konzept entsprechend werden die Möglichkeiten des Auftragsrückhanges und der optionalen Nutzung von Überstunden ebenfalls in das medium term-Modell integriert. Die Nebenbedingungen sind analog zu denen des short term-Modells. Durch die zusätzlichen Möglichkeiten wird die Zielfunktion angepasst und die neuen Kostenstrukturen integriert, siehe Zielfunktion (5.94).

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & \sum_{j \in J} \sum_{m \in M_j} \sum_{t \in T_M} (s_{jm} \cdot st_{jm}) \cdot x_{jmt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_M} h_{jt} \cdot I_{jt} & (5.94) \\
 & + \sum_{j \in J_E} \sum_{t \in T_M} bc_{jt} \cdot r_{jt} + \sum_{m \in M} \sum_{t \in T_M} oc_m \cdot O_{mt} & \begin{array}{l} \text{ersetzt} \\ (5.70) \end{array}
 \end{aligned}$$

Ferner müssen auch die Nebenbedingungen der Lagerhaltung und die Kapazitätsrestriktionen angepasst werden. Sie werden ähnlich den entsprechenden Nebenbedingungen (5.44) bis (5.46) des short term-Modells angepasst. Hierbei wird die Lagerhaltung separat für Endprodukte und Zwischenprodukte betrachtet, siehe Nebenbedingungen (5.95) und (5.96). Die Kapazität wird in der Nebenbedingung (5.97) um die Überstunden erweitert. Auch für die Perioden des medium term-Modells ist die Anzahl der Überstunden beschränkt, siehe Nebenbedingungen (5.98).

$$\begin{aligned}
 I_{jt} = I_{j(t-1)} + \sum_{m \in M_j} q_{jmt} - d_{jt} & & \forall j \in J \setminus J_E, t \in T_M & (5.95) \\
 - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot q_{imt} & & \text{ersetzt} & (5.62)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{jt} = I_{j(t-1)} + \sum_{m \in M_j} q_{jmt} - d_{jt} & & \forall j \in J_E, t \in T_M & (5.96) \\
 + r_{jt} - r_{j(t-1)} - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot q_{imt} & & \text{ersetzt} & (5.62)
 \end{aligned}$$

$$p_{jm} \cdot q_{jmt} + ST_{jmt} \leq C_{mt} + O_{mt} \quad \forall m \in M, t \in T_M \quad \begin{array}{l} (5.97) \\ \text{ersetzt} \\ (5.76) \end{array}$$

$$O_{mt} \leq OC_{mt} \quad \forall m \in M, t \in T_M \quad (5.98)$$

Die Erweiterung der in einer Periode nutzbaren Kapazität durch Überstunden muss wie im short term-Modell auch in diesem Modell beachtet werden und wirkt sich auf andere Nebenbedingungen aus, die durch eine obere Schranke begrenzt sind. Hierzu zählen die Nebenbedingungen, die die Verbindung zwischen dem Rüstzustand einer Ressource und der Produktion bzw. dem Rüstvorgang modellieren. Sie müssen daran angepasst werden. Es ergeben sich die folgenden Nebenbedingungen (5.99) und (5.100).

$$p_{jm} \cdot q_{jmt} \leq (C_{mt} + OC_{mt}) \cdot y_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad \begin{array}{l} (5.99) \\ \text{ersetzt} \\ (5.77) \end{array}$$

$$ST_{jmt} \leq (C_{mt} + OC_{mt}) \cdot (x_{jmt} + ys_{jmt}) \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad \begin{array}{l} (5.100) \\ \text{ersetzt} \\ (5.78) \end{array}$$

Wie bei allen anderen zusätzlichen Entscheidungsvariablen gilt auch für die beiden neu hinzugekommenen, dass sie keine negativen Werte annehmen dürfen. Entsprechend werden die Nichtnegativitätsbedingungen (5.101) und (5.102) in das Modell integriert.

$$r_{jt} \geq 0 \quad \forall j \in J_E, t \in T_M \quad (5.101)$$

$$O_{mt} \geq 0 \quad \forall m \in M, t \in T_M \quad (5.102)$$

### Produktion ohne Beisein eines Werkers

Auch für den medium term-Bereich wird der Produktionsvorgang ohne eine Beaufsichtigung durch einen Werker integriert. Es ergeben sich die geänderten Nebenbedingungen (5.103) und (5.104). Eine Anpassung der Beschränkung der Rüstzeit ist nicht notwendig, da immer ein Werker benötigt wird, und eine Ressource nur für ein Produkt pro Periode eingerüstet werden kann. Dies ist bereits modelliert durch die Nebenbedingungen (5.100).

$$p_{jm} \cdot q_{jmt} + ST_{jmt} \leq C_{mt} + O_{mt} + AC_{mt} \cdot (1 - w_j) \quad \begin{array}{l} \forall j \in J, \\ m \in M_j, \\ t \in T_M \end{array} \quad \begin{array}{l} (5.103) \\ \text{ersetzt} \\ (5.97) \end{array}$$

$$p_{jm} \cdot q_{jmt} \leq (C_{mt} + OC_{mt} + AC_{mt} \cdot (1 - w_j)) \cdot y_{jmt} \quad \begin{array}{l} \forall j \in J, \\ m \in M_j, \\ t \in T_M \end{array} \quad \begin{array}{l} (5.104) \\ \text{ersetzt} \\ (5.99) \end{array}$$

### Synchronisation des Materialflusses

Auch die Synchronisation des Materialflusses kann von dem short term-Modell übernommen und adaptiert werden, siehe Abschnitt 5.3.1. Hierfür werden dem Modell die entsprechenden Entscheidungsvariablen hinzugefügt, siehe Tabelle 5.9.

| Name        | Beschreibung   |
|-------------|--|
| $ai_{jt}$   | Ganzzahlige Lagermenge von Produkt $j \in J$ am Ende der Periode $t \in T_M$ , die noch für die interne und externe Bedarfsdeckung genutzt werden kann.  |
| $slx_{jmt}$ | Gibt an, ob sich am Ende einer Periode $t \in T_M$ noch eine Einheit von Produkt $j \in J$ auf Ressource $m \in M_j$ in Bearbeitung befindet ( $slx_{jmt} = 1$ ) oder nicht ( $slx_{jmt} = 0$ ). |

Tabelle 5.9.: Zusätzliche Entscheidungsvariablen für die Synchronisation des Materialflusses im medium term-Modell

Die Modellierung der verfügbaren ganzzahligen Einheiten für die Produktion von nachfolgenden Produkten wird ebenfalls entsprechend dem Ansatz im short term-Modell modelliert. Hierfür wird die binäre Entscheidungsvariable  $slx_{jmt}$  genutzt. Ihre Funktionsweise ist in den Nebenbedingungen (5.105) und (5.106) definiert.

$$0,001 \cdot slx_{jmt} \leq slack_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.105)$$

$$slack_{jmt} \leq slx_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.106)$$

Die Nebenbedingungen (5.107) und (5.108) formalisieren die korrekte Berechnung der verfügbaren Einheiten am Ende einer Periode  $t \in T_M$  und beschränken den Verbrauch derart, dass nachfolgende Produkte nur produziert werden können, falls genügend Einheiten der Vorprodukte am Ende der vorherigen Periode vorhanden sind.

$$\begin{aligned}
 ai_{jt} = & ai_{j(t-1)} + \sum_{m \in M_j} (int_{jmt} - int_{jm(t-1)}) \\
 & - d_{jt} - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (1 - slx_{im(t-1)}) \\
 & - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (int_{imt} - int_{im(t-1)}) \\
 & + \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (1 - slx_{imt})
 \end{aligned} \quad \forall j \in J \setminus J_E, t \in T_M \quad (5.107)$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (1 - slx_{im(t-1)}) \\
 & + \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (int_{imt} - int_{im(t-1)}) \quad \forall j \in J \setminus J_E, t \in T_M \quad (5.108) \\
 & - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (1 - slx_{imt}) \leq ai_{j(t-1)}
 \end{aligned}$$

Weiterhin müssen auch die Entscheidungsvariablen mit ihren Einschränkungen und den Nichtnegativitätsbedingungen in das Modell integriert werden, siehe Nebenbedingungen (5.109) bis (5.110).

$$ai_{jt} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall j \in J \setminus J_E, t \in T_M \quad (5.109)$$

$$slx_{jmt} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.110)$$

Insgesamt umfasst das medium term-Modell die Zielfunktion (5.94), sowie die Nebenbedingungen (5.64), (5.67) - (5.69), (5.73) - (5.75), (5.79) - (5.93), (5.95), (5.96), (5.98) und (5.100) - (5.110).

### 5.3.3. Long term-Modell

#### Grundmodell

Das long term-Modell basiert auf dem CLSP. Ausgehend von einem leicht abgewandelten grundlegenden Modell aus der Literatur wird es entsprechend den Anforderungen der Problemstellung erweitert. Eine Integration der drei Modelle findet erst im nachfolgenden Abschnitt 5.3.4 statt.

Als Basis dient das MLCLSP-L von Sahling u. a. ([Sah+09]). Die entsprechenden Mengen, Parameter und Entscheidungsvariablen sind den in dieser Arbeit bereits verwendeten Bezeichnungen angeglichen, siehe Tabelle 5.1, 5.2 und 5.3. Bei dem Modell von Sahling u. a. handelt es sich um ein mehrstufiges CLSP mit einer Übernahme von Rüstzuständen von einer Periode in die nachfolgende Periode. Somit wird eine Teilreihenfolge gebildet. Um diesen Modellaspekt zu modellieren, werden zusätzliche Entscheidungsvariablen in das Modell integriert. Eine Übernahme des Rüstzustandes der Ressource  $m \in M$  von Periode  $(t-1) \in T_L$  nach Periode  $t \in T_L$  wird für das Produkt  $j \in J_m$  durch die Entscheidungsvariable  $z_{jmt} = 1$  modelliert. Eine Übernahme über mehrere Perioden wird modelliert durch die Entscheidungsvariable  $v_{jmt}$ . Um eine zwischenzeitliche Produktion eines anderen Produktes  $i \in J_m$ , mit  $i \neq j$ , zu verhindern, darf die Ressource  $m$  für kein anderes Produkt als  $j$  in der Periode  $t$  gerüstet werden. Die zusätzlichen Entscheidungsvariablen sind zusammengefasst beschrieben in Tabelle 5.10.

Durch einige Anpassungen und Erweiterungen entsteht das Modell MLCLSP-L-PM. Es dient als Grundlage für das long term-Modell.

**MLCLSP-L-PM:**

$$\begin{aligned} \text{Min } & \sum_{j \in J} \sum_{m \in M_j} \sum_{t \in T_L} (s_{jm} \cdot st_{jm}) \cdot (x_{jmt} - z_{jmt}) \\ & + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_L} h_{jt} \cdot I_{jt} + \sum_{m \in M} \sum_{t \in T_L} oc_m \cdot O_{mt} \end{aligned} \quad (5.111)$$

s.t.

$$\begin{aligned} I_{jt} = I_{j(t-1)} + \sum_{m \in M_j} q_{jmt} \\ - d_{jt} - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot q_{imt} \end{aligned} \quad \forall j \in J, t \in T_L \quad (5.112)$$

$$\sum_{j \in J_m} p_{jm} \cdot q_{jmt} \leq C_{mt} + O_{mt} \quad \forall m \in M, t \in T_L \quad (5.113)$$

$$p_{jm} \cdot q_{jmt} \leq (C_{mt} + OC_{mt}) \cdot x_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_L \quad (5.114)$$

$$\sum_{j \in J_m} z_{jmt} \leq 1 \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_L \quad (5.115)$$

$$z_{jmt} \leq x_{jm(t-1)} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_L \quad (5.116)$$

$$z_{jmt} \leq x_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_L \quad (5.117)$$

$$z_{jmt} + z_{jm(t+1)} \leq 1 + v_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, \\ t \in T_L \setminus \{te_L\} \quad (5.118)$$

$$\sum_{\substack{i \in J_m \\ i \neq j}} x_{imt} \leq |J_m| * (1 - v_{jmt}) \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_L \quad (5.119)$$

$$O_{mt} \leq OC_{mt} \quad \forall m \in M, t \in T_L \quad (5.120)$$

$$I_{jt} \geq 0 \quad \forall j \in J, t \in T_L \quad (5.121)$$

$$q_{jmt} \geq 0 \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_L \quad (5.122)$$

$$v_{jmt} \geq 0 \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_L \quad (5.123)$$

$$O_{mt} \geq 0 \quad \forall m \in M, t \in T_L \quad (5.124)$$

$$x_{jmt} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_L \quad (5.125)$$

$$z_{jmt} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_L \quad (5.126)$$

| Name      | Beschreibung   |
|-----------|--|
| $z_{jmt}$ | Gibt an, ob der Rüstzustand der für Produkt $j \in J$ gerüsteten Ressource $m \in M_j$ von Periode $(t - 1) \in T_L$ zu Periode $t \in T_L$ übernommen wird ( $z_{jmt} = 1$ ) oder nicht ( $z_{jmt} = 0$ ).                                      |
| $v_{jmt}$ | Gibt an, ob der Rüstzustand der für Produkt $j \in J$ gerüsteten Ressource $m \in M_j$ über zwei benachbarte Perioden von Periode $(t - 1) \in T_L$ zu Periode $(t + 1) \in T_L$ übernommen wird ( $v_{jmt} = 1$ ) oder nicht ( $v_{jmt} = 0$ ). |

Tabelle 5.10.: Für die Modellierung der Übernahme von Rüstzuständen im CLSP zusätzlich benötigte Entscheidungsvariablen (vgl. [Sah+09]).

### Beschreibung:

Ziel des Modells ist die Minimierung der Kosten, unter der Prämisse der Erfüllung der Nachfrage. Die Kosten setzen sich in der Zielfunktion (5.111) aus den Rüstkosten, den Lagerhaltungskosten und den Kosten der Nutzung von Überstunden zusammen. Erstere sind ähnlich wie die Rüstkosten des short term- und medium term-Modells mit Hilfe der Rüstzeit  $st_{jm}$  modelliert. Ferner findet auch hier schon die Übernahme des Rüstzustandes über eine Periodengrenze hinweg Beachtung. Ist eine Ressource  $m \in M$  am Ende einer Periode  $(t - 1) \in T_L$  für ein Produkt  $j \in J_m$  gerüstet und wird dieser Zustand in die nachfolgende Periode übernommen ( $z_{jmt} = 1$ ), so werden für ein erneutes Rüsten ( $x_{jmt} = 1$ ) keine zusätzlichen Rüstkosten berechnet. Die Nebenbedingungen (5.112) modellieren den Zusammenhang zwischen dem Lager, der Produktion und der Nachfrage. Im Vergleich zu Sahling u. a. ([Sah+09]) enthält diese Formulierung die Möglichkeit auf parallelen Ressourcen zu produzieren und verzichtet auf die Modellierung minimaler Vorlaufzeiten. Die Nebenbedingungen (5.113) formalisieren die Einhaltung der zur Verfügung stehenden Kapazität. In diesem Modell werden keine Rüstzeiten berücksichtigt. Trotzdem darf ein Produkt auf einer Ressource nur produziert werden, falls die Ressource in der entsprechenden Periode zuvor gerüstet wurde, siehe Nebenbedingungen (5.114). Die weiteren Nebenbedingungen (5.115) bis (5.119) modellieren die Übernahme eines Rüstzustandes über die Periodengrenze von  $t - 1$  hinweg. Pro Ressource kann nur ein Rüstzustand übernommen werden. Weiterhin muss auch in den beiden betreffenden Perioden  $(t - 1)$  und  $t$  ein Rüstvorgang für das Produkt durchgeführt werden. Die Nebenbedingungen (5.118) und (5.119) werden genutzt, um eine Übernahme des Rüstzustandes über mehrere Perioden zu modellieren. Hierfür muss derselbe Rüstzustand über zwei benachbarte Perioden übernommen werden und es darf kein anderes Produkt in der Zwischenzeit auf der Ressource produziert werden. Ferner enthält das Modell einige Schranken und Nichtnegativitätsbedingungen, siehe Nebenbedingungen (5.120) bis (5.126).

### Ganzzahlige Produktion

Auch für das long term-Modell wird die Anforderung einer ganzzahligen Produktion umgesetzt. Die großen Perioden würden eine einfache Modellierung durch ganzzahlige Entscheidungsvariablen für die Produktionsmengen zulassen. Stattdessen wird auch hier auf den Ansatz zurückgegriffen, der auch bei der Modellierung des short term- und des medium term-Modells genutzt wurde, da die Ganzzahligkeit der Produktionsmengen hierdurch periodenübergreifend modelliert wird. Die zusätzlich benötigten Entscheidungsvariablen, die auch schon in den beiden anderen Modellen genutzt wurden, sind in der Tabelle 5.11 aufgeführt.

| Name          | Beschreibung  |
|---------------|---|
| $int_{jmt}$   | Anzahl Einheiten, die von Produkt $j \in J$ auf Ressource $m \in M_j$ bis zum Ende der Periode $t \in T_L$ hergestellt werden.  |
| $slack_{jmt}$ | Fertiggestellter Anteil der am Ende der Periode $t \in T_L$ in Bearbeitung befindlichen Einheit von Produkt $j \in J$ auf Ressource $m \in M_j$ (nicht ganzzahliger Anteil der Produktionsmenge). |

Tabelle 5.11.: Für die Modellierung ganzzahliger Produktionsmengen im CLSP zusätzlich benötigte Entscheidungsvariablen (vgl. [Sue05b], S. 96)

Die ganzzahlige Produktion wird durch die Nebenbedingungen (5.127) bis (5.129) modelliert. Dazu wird die summierte Produktionsmenge eines Produktes in eine Menge an fertig produzierten Einheiten und einen Restanteil, der am Ende einer Periode in Bearbeitung ist, zerlegt. Anders als im short term- und medium term-Modell können im long term-Modell mehrere Produkte auf einer Ressource in einer Periode produziert werden. Falls dies zutrifft, müssen alle Produktionsmengen am Ende der Periode ganzzahlig sein. Falls die Produktion eines Produktes  $j \in J$  auf einer Ressource  $m \in M_j$  allerdings in einer Periode  $t \in T_L$  nicht umgerüstet wird, so kann die Produktionsmenge am Ende der Periode auch nicht ganzzahlig sein ( $slack_{jmt} > 0$ ). Da nur die Übernahme eines Rüstzustandes pro Periode und Ressource möglich ist, kann die Ganzzahligkeitsbedingung auch nur für dieses eine Produkt am Ende der Periode verletzt sein. In den folgenden Perioden muss das unvollständige Produkt dann fertig produziert werden.

$$int_{jmt} = int_{jm(t-1)} + slack_{jm(t-1)} + q_{jmt} - slack_{jmt} \quad \begin{array}{l} \forall j \in J, m \in M_j, \\ t \in T_L \end{array} \quad (5.127)$$

$$int_{jm(t-1)} \leq int_{jmt} \quad \begin{array}{l} \forall j \in J, m \in M_j, \\ t \in T_L \end{array} \quad (5.128)$$

$$slack_{jm(t-1)} \leq z_{jmt} \quad \begin{array}{l} \forall j \in J, m \in M_j, \\ t \in T_L \end{array} \quad (5.129)$$

Die zusätzlichen Entscheidungsvariablen werden durch die Nebenbedingungen (5.130) und (5.131) korrekt in das Modell integriert.

$$int_{jmt} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_L \quad (5.130)$$

$$slack_{jmt} \geq 0 \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_L \quad (5.131)$$

### Integration von Auftragsrückhang und Fremdvergabe

Das für den long term-Bereich verwendete Grundmodell 5.3.3 enthält bereits die Möglichkeit Überstunden für die Kapazitätserweiterung zu nutzen. Im Folgenden sollen auch der Auftragsrückhang und die Vergabe von Produktionen an externe Partner als Mittel der Kapazitätserweiterung in das Modell integriert werden. Entsprechende zusätzliche Kosten sind in der Zielfunktion (5.132) berücksichtigt. Durch die Nebenbedingungen (5.133) und (5.134) wird auch die Lagerhaltung an die neuen Möglichkeiten angepasst. Darüber hinaus ist die Menge begrenzt, die ein externer Partner in einer Periode liefern kann, siehe Nebenbedingungen (5.135).

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{j \in J} \sum_{m \in M_j} \sum_{t \in T_L} (s_{jm} \cdot st_{jm}) \cdot (x_{jmt} - z_{jmt}) + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_L} h_{jt} \cdot I_{jt} \\ & + \sum_{j \in J_E} \sum_{t \in T_L} bc_{jt} \cdot r_{jt} + \sum_{m \in M} \sum_{t \in T_L} oc_m \cdot O_{mt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_L} ec_j \cdot e_{jt} \end{aligned} \quad \begin{array}{l} (5.132) \\ \text{ersetzt} \\ (5.111) \end{array}$$

Für die Modellierung eines möglichen Auftragsrückhanges muss auch in diesem Modell zwischen Endprodukten und allen anderen Produkten unterschieden werden. Die Möglichkeit des Fremdbezugs von Produkten muss allerdings in beiden Fällen berücksichtigt werden. Darüber hinaus ist die maximale Menge eines Produktes, welche durch externe Partner produziert werden kann, begrenzt. Die Nebenbedingungen (5.133) bis (5.135) bilden dies ab.

$$I_{jt} = I_{j(t-1)} + \sum_{m \in M_j} q_{jmt} + e_{jt} - d_{jt} - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot q_{imt} \quad \forall j \in J \setminus J_E, t \in T_L \quad (5.133)$$

ersetzt  
(5.112)

$$I_{jt} = I_{j(t-1)} + \sum_{m \in M_j} q_{jmt} + e_{jt} - d_{jt} + r_{jt} - r_{j(t-1)} - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot q_{imt} \quad \forall j \in J_E, t \in T_L \quad (5.134)$$

ersetzt  
(5.112)

$$e_{jt} \leq EC_{jt} \quad \forall j \in J, t \in T_L \quad (5.135)$$

Auch diese neuen Entscheidungsvariablen dürfen keine negativen Werte annehmen. Dies wird sichergestellt durch die Nebenbedingungen (5.136) und (5.137). Die Menge, die von externen Partnern zusätzlich zur eigenen Produktion bezogen wird, wird als ganzzahlige Entscheidungsvariable modelliert, um die Realität bestmöglich abzubilden.

$$r_{jt} \geq 0 \quad \forall j \in J_E, t \in T_L \quad (5.136)$$

$$e_{jt} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall j \in J, t \in T_L \quad (5.137)$$

Insgesamt umfasst das long term-Modell die Zielfunktion (5.132), sowie die Nebenbedingungen (5.113) bis (5.131) und (5.133) bis (5.137).

### 5.3.4. Integration der Modelle

Jedes der drei entwickelten Modelle kann genutzt werden, um das Planungsproblem mit einem gewissen Detailgrad abzubilden. Das zugrunde liegende Konzept sieht vor, dass jedes Modell nur einen Teil des Planungshorizontes abdeckt und erst gemeinsam ein entsprechender Plan mit Produktionsmengen und Reihenfolgen entsteht. Deshalb werden die drei entwickelten Modelle zu einem gemeinsamen Modell integriert.

Dabei bieten die drei Modelle eine gute Grundlage, um auch gemeinsam das Planungsproblem zu lösen. So basieren alle drei auf denselben Mengen und Indizes und verwenden meist dieselben Parameter. Auch die zur Modellierung genutzten Entscheidungsvariablen weisen Gemeinsamkeiten auf und unterscheiden sich häufig nur in der Indexmenge oder den Perioden, für die sie definiert sind. Durch die gleichartige Modellierung der Lagerhaltung ist ein natürliches Zusammenspiel der Modelle möglich.

Einzig durch die Änderung des Detailgrades oder die Verwendung anderer Entscheidungsvariablen können Probleme bei der Integration entstehen. Zur Vollendung der Umsetzung des Konzeptes muss eine Verzahnung der Modelle garantiert und die Änderungen des Detailgrades und der Modelle berücksichtigt werden. Dies geschieht unter der Annahme, dass die Perioden der drei Modelle sortiert sind und in ihrer Gesamtheit den Planungshorizont abdecken,  $T = T_S \cup T_M \cup T_L$  mit  $T_S = \{1, \dots, te_S\}$ ,  $T_M = \{te_S + 1, \dots, te_M\}$  und  $T_L = \{te_M + 1, \dots, te_L\}$ .

Jede Nebenbedingung, die mindestens eine Entscheidungsvariable einer vorherigen oder nachfolgenden Periode beinhaltet, muss für die erste bzw. letzte Periode des Modells geprüft werden. Bei Entscheidungsvariablen, die in gleicher Form und mit derselben Bedeutung im angrenzenden Modell vorliegen, stellen die Nebenbedingungen kein Problem dar und können ohne Anpassung genutzt werden. Aufzuführen sind hier beispielsweise die Nebenbedingungen der Lagerhaltung (5.95), (5.96), (5.133), (5.134) oder auch die Nebenbedingungen der ganzzahligen Produktion (5.88), (5.89), (5.127), (5.128). Selbst Nebenbedingungen, die auf den Rüstzuständen der vorherigen Periode aufbauen, brauchen nicht zwangsläufig angepasst werden, wenn sie im Vorgängermodell vorhanden sind, siehe beispielsweise Nebenbedingungen (5.64), (5.83).

Anpassungen oder Änderungen des Modells werden allerdings notwendig, falls mindestens eine der folgenden Situationen vorliegt.

1. Eine Nebenbedingung enthält eine Entscheidungsvariable aus dem vorherigen oder nachfolgenden Modell, die dort nicht vorhanden ist oder eine unterschiedliche Funktion und Bedeutung aufweist.
2. Eine Änderung des Detailgrades liegt bei zwei benachbarten Modellen vor und muss für eine korrekte Funktionsweise entsprechend berücksichtigt werden.

Der erste Punkt trifft auf einige der Nebenbedingungen zu. Hierzu zählen beispielsweise die Nebenbedingungen (5.84) und (5.85), die eine ungültige Zustandsänderung einer Ressource verhindern. Für die erste medium term-Periode  $t = te_S + 1$  enthalten diese Nebenbedingungen die Entscheidungsvariable  $ys_{jm(t-1)} = ys_{jm(te_S)}$ , welche im short term-Modell nicht vorhanden ist. Durch die Anpassung der Nebenbedingungen wird dieses Problem gelöst, siehe Nebenbedingungen (5.138) bis (5.141).

$$ys_{jm(t-1)} + \sum_{\substack{i \in J_m \\ i \neq j}} ys_{imt} \leq 1 \quad \begin{array}{l} \forall j \in J, m \in M_j, \\ t \in T_M \setminus \{te_S + 1\} \end{array} \quad \begin{array}{l} (5.138) \\ \text{ersetzt} \\ (5.84) \end{array}$$

$$\sum_{\substack{k \in J_m \\ k \neq j}} y_{skjm(te_S)} + \sum_{\substack{i \in J_m \\ i \neq j}} y_{sim(te_S+1)} \leq 1 \quad \forall j \in J, m \in M_j \quad (5.139)$$

$$y_{sjm(t-1)} + \sum_{\substack{i \in J_m \cup \{0\} \\ i \neq j}} y_{imt} \leq 1 \quad \forall j \in J, m \in M_j, \quad (5.140)$$

ersetzt  
(5.85)

$$\sum_{\substack{k \in J_m \\ k \neq j}} y_{skjm(te_S)} + \sum_{\substack{i \in J_m \cup \{0\} \\ i \neq j}} y_{im(te_S+1)} \leq 1 \quad \forall j \in J, m \in M_j \quad (5.141)$$

Weiterhin existiert auch für die Übernahme des Rüstzustandes in die erste long term-Periode  $t = te_M + 1$  eine solche Situation, da der Rüstzustand einer Ressource im medium term-Modell durch die Entscheidungsvariable  $y_{jmt}$  definiert ist. Durch eine kleine Anpassung der Nebenbedingungen lässt sich dies leicht ändern und es entstehen die Nebenbedingungen (5.142) und (5.143).

$$z_{jmt} \leq x_{jm(t-1)} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_L \setminus \{te_M + 1\} \quad (5.142)$$

ersetzt  
(5.116)

$$z_{jm(te_M+1)} \leq y_{jm(te_M)} \quad \forall j \in J, m \in M_j \quad (5.143)$$

ersetzt  
(5.116)

Auch für die korrekte Abbildung der ganzzahligen Produktionsmengen und der noch in Bearbeitung befindlichen Einheit muss eine zusätzliche Nebenbedingung eingeführt werden. Die Ganzzahligkeit muss sichergestellt werden, falls keine Übernahme des Rüstzustandes zwischen der letzten Periode des medium term-Bereichs und der ersten Periode des long term-Bereichs stattfindet, siehe Nebenbedingungen (5.144).

$$slack_{jm(te_M)} \leq z_{jm(te_M+1)} \quad \forall j \in J, m \in M_j \quad (5.144)$$

Die Änderung des Detailgrades muss insbesondere für die Modellierung der Rüstzeiten berücksichtigt werden. So darf der im short term-Bereich bereits geleistete reihenfolgeabhängige Rüstaufwand nicht in der ersten medium term-Periode verloren gehen. Der bereits geleistete Aufwand wird als reihenfolgeunabhängig angesehen und der Rüstvorgang wird reihenfolgeunabhängig fortgesetzt, bis er beendet ist. Dies geht einher mit einem Informationsverlust. Eine zeitliche Abweichung zwischen dem reihenfolgeabhängigen und dem reihenfolgeunabhängigen Rüstaufwand stellt hierbei kein Problem dar. Die Nebenbedingungen (5.145) und (5.146) modellieren diesen Übergang.

$$KS_{jm(t-1)} + \frac{1}{st_{jm}} \cdot ST_{jmt} = x_{jmt} + KS_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, \quad (5.145)$$

$$t \in T_M \setminus \{te_S + 1\} \quad \text{ersetzt} \quad (5.79)$$

$$\sum_{\substack{i \in J_m \cup \{0\} \\ i \neq j}} KS_{ijm(te_S)} + \frac{1}{st_{jm}} \cdot ST_{j m(te_S+1)} \quad \forall j \in J, m \in M_j \quad (5.146)$$

$$= x_{jm(te_S+1)} + KS_{jm(te_S+1)} \quad \text{ersetzt} \quad (5.79)$$

Zusätzlich zu den Übergängen zwischen den einzelnen Modellen muss auch der initiale Zustand und der Endzustand des Systems beachtet werden. Für jede Planung existiert ein gewisser initialer Zustand, der für eine korrekte Planung mit in die Modellformulierung integriert werden muss. Dies ist insbesondere für die rollierende Planung zwingend erforderlich. Hierdurch werden die Informationen aus vergangenen Planungsläufen und der Umsetzung dieser Pläne mit der fortgeführten Planung vereint. Der initiale Zustand umfasst die folgenden Elemente.

1. Der Zustand des Lagers inklusive der Menge an verfügbaren Einheiten und Einheiten, die sich vor Planungsbeginn in Bearbeitung auf einer Ressource befinden.
2. Der Rüstzustand jeder einzelnen Ressource.

Sei 0 die Periode vor Beginn des Planungshorizontes. Dann umfasst der Zustand des Lagers die eingelagerte Menge eines Produktes  $j \in J$  vor Planungsbeginn  $I_{j0}$ , sowie die für nachfolgende Produkte zur Verfügung stehende Anzahl an Einheiten des Produktes  $ai_{j0}$ . Weiterhin muss auch der bereits fertig gestellte Anteil der Einheiten von Produkt  $j$  angegeben werden, die sich unmittelbar vor Planungsbeginn in der Bearbeitung auf einer Ressource  $m \in M_j$  befinden,  $slack_{jm0}$ . Die Menge bereits fertiggestellter Einheiten  $int_{jm0}$  kann auf null gesetzt werden. Darüber hinaus wird auch der Auftragsrückhang auf null gesetzt. Er wird gegebenenfalls in der ersten Periode durch eine nicht erfüllbare Nachfrage erneut erzeugt.

## 5. Umsetzung in einem mathematischen Optimierungsmodell

---

Ferner existiert für jede Ressource ein klar definierter Zustand. Hierfür ist zu unterscheiden, ob die Ressource  $m \in M$  vor Planungsbeginn gerüstet wird ( $ys_{ijm0}$ ) oder ob der Rüstvorgang bereits abgeschlossen ist ( $y_{jm0}$ ). Darüber hinaus kann die Ressource auch für kein Produkt gerüstet sein. Dies wird mit Hilfe des Dummy-Produktes abgebildet. Für jede Ressource liegt dabei genau ein Zustand vor.

Wird die Ressource zu Beginn eingerüstet, so muss der bereits anteilig geleistete Rüstaufwand  $KS_{ijm0}$  angegeben werden. Hierdurch kann die Rüstzeit vor Planungsbeginn  $ST_{ijm0}$  auf null gesetzt werden. Der initiale Zustand lässt sich somit insgesamt durch mehrere Parameter beschreiben. Dies ist möglich, da er unveränderlich ist. Die Tabelle 5.12 führt diese Parameter auf und erläutert sie.

| Name          | Beschreibung  |
|---------------|---|
| $I_{j0}$      | Lagermenge von Produkt $j \in J$ zu Beginn des Planungsintervalls.  |
| $ai_{j0}$     | Lagermenge von Produkt $j \in J$ zu Beginn des Planungsintervalls, welche für die interne und externe Bedarfsdeckung genutzt werden kann.   |
| $y_{jm0}$     | Gibt an, ob die Ressource $m \in M$ zu Beginn des Planungsintervalls für ein Produkt $j \in J_m$ gerüstet ist ( $y_{jm0} = 1$ ) oder nicht ( $y_{jm0} = 0$ ). Jede Ressource kann für höchstens ein Produkt zu Beginn eingerüstet sein. |
| $y_{0m0}$     | Gibt an, ob die Ressource $m \in M$ zu Beginn des Planungsintervalls für ein Produkt $j \in J_m$ gerüstet ist ( $y_{0m0} = 0$ ) oder nicht ( $y_{0m0} = 1$ ).   |
| $ys_{ijm0}$   | Gibt an, ob die Ressource $m \in M$ zu Beginn des Planungsintervalls von Produkt $i \in J$ zu Produkt $j \in J$ , mit $i \neq j$ , umgerüstet wird ( $ys_{ijm0} = 1$ ) oder nicht ( $ys_{ijm0} = 0$ ).                                  |
| $KS_{ijm0}$   | Gibt die bereits geleistete Arbeit für die Umrüstung von Ressource $m \in M$ von Produkt $i \in J_m$ auf Produkt $j \in J_m$ , mit $i \neq j$ , anteilig an.  |
| $slack_{jm0}$ | Gibt den Anteil der bereits geleisteten Bearbeitungszeit für die laufende Produktion von Produkt $j \in J$ auf Ressource $m \in M_j$ an.  |
| $r_{j0}$      | Für alle Produkte $j \in J$ ist die sich im Auftragsrückhang befindliche Menge null. Der Auftragsrückhang ergibt sich für jede Periode des Planungsintervalls durch die Nachfrage und die verfügbare Menge.                             |
| $int_{jm0}$   | Die Menge der bereits fertig gestellten Einheiten eines Produktes $j \in J$ auf einer Ressource $m \in M_j$ kann auf null gesetzt werden.   |
| $ST_{ijm0}$   | Der bereits geleistete Rüstaufwand beim Umrüsten einer Ressource $m \in M$ von Produkt $i \in J$ zu Produkt $j \in J$ , mit $i \neq j$ , ist bereits in dem Parameter $KS_{ijm0}$ enthalten und kann deshalb auf null gesetzt werden.   |

Tabelle 5.12.: Parameter des initialen Zustandes des Optimierungsmodells

Auch das Ende des Planungshorizontes muss beachtet werden. So soll am Ende des Planungshorizontes jegliche Nachfrage gedeckt sein. Darüber hinaus sollen keine weiteren Produkte produziert werden. Es ergeben sich die folgenden zusätzlichen Nebenbedingungen (5.147) bis (5.149).

$$r_{j(te_L)} = 0 \quad \forall j \in J \quad (5.147)$$

$$I_{j(te_L)} = 0 \quad \forall j \in J \quad (5.148)$$

$$slack_{jm(te_L)} = 0 \quad \forall j \in J, m \in M_j \quad (5.149)$$

## 5.4. Erweiterung um zusätzliche Kosten bei Auftragsrückhang von Vor- und Zwischenprodukten

Das im vorigen Abschnitt 5.3.4 integrierte Modell kann verwendet werden, um eine Losgrößen- und Reihenfolgeplanung durchzuführen. Als Resultat ergibt sich ein Produktionsplan, dessen Detailgrad variiert, je nachdem welcher Teil des Planes betrachtet wird. Der Produktionsplan, der sich ergibt, ist korrekt, kann aber für bestimmte Planungssituationen ein Problem darstellen.

Als Beispiel sei eine zweistufige Produktion angeführt. Produkt  $j$  ist ein Endprodukt mit einer Nachfrage von einer Einheit in Periode  $t_1 \in T_S$ . Es kann auf Ressource  $m_1 \in M$  produziert werden, während sein Vorgänger  $i \in P_j$  auf Ressource  $m_2 \in M$  produziert werden kann. Für die Produktion von Produkt  $j$  ist eine Einheit von Produkt  $i$  notwendig. Für die vollständige Bearbeitung von Produkt  $i$  sind 7 Zeiteinheiten notwendig, für Produkt  $j$  sind fünf Zeiteinheiten notwendig. Es existieren zwei short term-, zwei medium term- und eine long term-Periode. Beide Ressourcen besitzen in den beiden short term-Perioden jeweils eine Kapazität von eins, in den beiden medium term-Perioden eine Kapazität von zwei und in der long term-Periode eine Kapazität von zehn. Rüstzeiten werden in diesem Beispiel vernachlässigt. Abbildung 5.10 zeigt einen möglichen optimierten Produktionsplan für diese Planungssituation.

Trotz der frühen Nachfrage ist es nicht möglich die Produktion des Endproduktes in einer der short term- oder medium term-Perioden zu beginnen. Entsprechend wird die nachgefragte Mengeneinheit von Produkt  $j$  über diese Perioden im Auftragsrückhang geführt und erst in der long term-Periode produziert. Aufgrund der Lagerhaltungskosten wird darüber hinaus die Produktion des Vorproduktes  $i$  so spät wie möglich begonnen. So ist es möglich, dass folgender Produktionsplan entsteht.

Die dargestellte Situation stellt aber insbesondere für einen rollierenden Planungshorizont und eine wiederholte rollierende Planung ein kritisches Problem dar. Dies ist durch folgendes begründet.

## 5. Umsetzung in einem mathematischen Optimierungsmodell

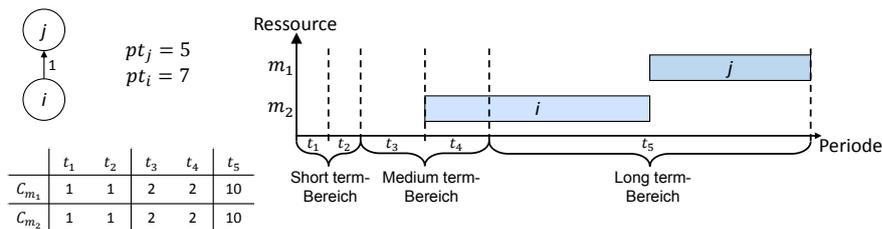


Abbildung 5.10.: Beispielhafte Darstellung eines Produktionsplanes mit Auftragsrückhang

1. Die Produktion des Endproduktes oder ihrer Vorprodukte wurde nicht im short term-Bereich begonnen.
2. Bei der nächsten Iteration der rollierenden Planung wird nur der Teil des short term-Bereiches fixiert und fließt über den initialen Zustand in die nächste Planung mit ein.
3. Die Periodeneinteilung der nächsten Iteration wird ähnlich ausfallen wie die der letzten. Einzig eine Verschiebung um die Länge des short term-Bereiches ist vorhanden.

Demnach ist es denkbar, dass die Produktion des Produktes  $j$  in der optimalen Lösung jeder Iteration nach diesem Schema eingeplant wird. Die Produktion wird somit immer weiter in die Zukunft verschoben und dadurch nie gestartet. Abbildung 5.11 verdeutlicht diese Situation bei der rollierenden Planung.

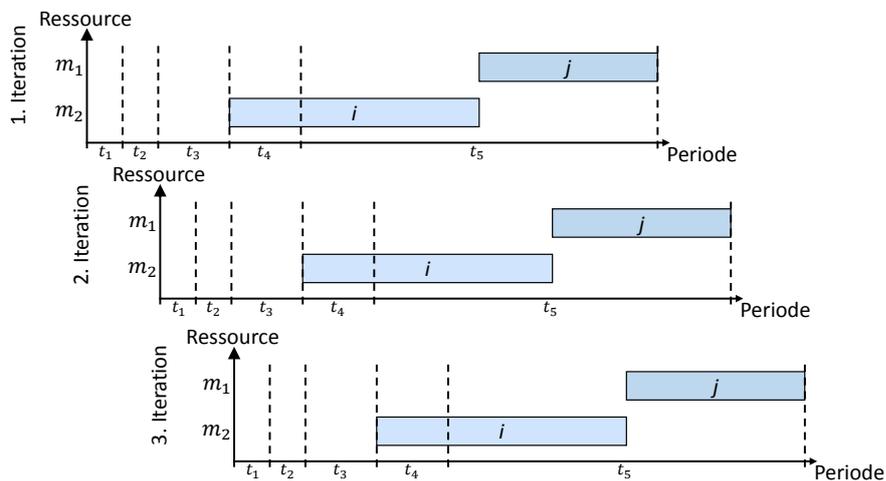


Abbildung 5.11.: Darstellung einer problematischen rollierenden Planung

Die rollierende Planung würde bei solch einem Szenario nicht terminieren. Darüber hinaus fallen für jede Iteration zusätzliche Kosten für den Auftragsrückhang des End-

produktes an. Insgesamt kommt dies einer Verfälschung der Kosten gleich. Um diesen Sachverhalt aufzulösen und einer solchen Situation vorzubeugen, ist es notwendig, dass die Produktion der Vorprodukte frühestmöglich beginnt. Dies lässt sich über zusätzliche, fiktive Kosten für die Vorprodukte von im Auftragsrückhang befindlichen Endprodukten gewährleisten. Diese zusätzlichen, fiktiven Kosten müssen die Kosten der Lagerhaltung übersteigen. Die Nebenbedingungen (5.150) formalisieren die Berechnung des Auftragsrückhanges von Vor- und Zwischenprodukten.

$$r_{jt} \geq \sum_{i \in S_j} a_{ji} \cdot r_{it} - i_{jt} \quad \forall j \in J \setminus J_E, t \in T \quad (5.150)$$

Die Kosten für den Auftragsrückhang eines Vor- oder Zwischenproduktes  $j$  werden rekursiv anhand der Nachfolgeprodukte bestimmt und entsprechen in dieser Arbeit jeweils dem Nachfolgeprodukt mit dem kleinsten Bezeichner ( $\min(S_j)$ ).

$$bc_{jt} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} bc_{jt} & \text{wenn } j \in J_E, \\ bc_{(\min(S_j))t}, & \text{wenn } j \notin J_E. \end{cases}$$

Darüber hinaus müssen diese Kosten in der Zielfunktion übernommen werden, allerdings nur zur Lösungsfindung. Bei der Bewertung der Lösung können diese fiktiven Kosten außer Acht gelassen werden. Umgesetzt wird die Zielfunktion als Summe der Zielfunktionen der drei Teilmodelle, siehe (5.43), (5.94) und (5.132).

$$\text{Min} \sum_{i \in J_0} \sum_{\substack{j \in J \\ i \neq j}} \sum_{m \in M_i \cap M_j} \sum_{t \in T_S} (s_{jm} \cdot st_{ijm}) \cdot x_{s_{ijmt}} \quad (5.43),$$

$$+ \sum_{j \in J} \sum_{m \in M_j} \sum_{t \in T_M} (s_{jm} \cdot st_{jm}) \cdot x_{jmt} \quad (5.94)$$

$$+ \sum_{j \in J} \sum_{m \in M_j} \sum_{t \in T_L} (s_{jm} \cdot st_{jm}) \cdot (x_{jmt} - z_{jmt}) + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} h_{jt} \cdot I_{jt} \quad \text{und} \quad (5.132)$$

$$+ \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} bc_{jt} \cdot r_{jt} + \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} oc_m \cdot O_{mt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_L} ec_j \cdot e_{jt}$$

## 5.5. Einschränkung des Lösungsraumes mithilfe domänenspezifischen Wissens

Die entwickelte mehrstufige Losgrößen- und Reihenfolgeplanung enthält neben der Einplanung der Produktion auch die Einplanung der Rüstvorgänge. Für die reihenfol-

geabhängige Planung dieser Prozesse im short term-Bereich kann auf domänenspezifisches Wissen des Betrachtungsgegenstandes zurückgegriffen werden.

Jede Ressource kann zu jedem Zeitpunkt nur für ein Produkt eingerüstet werden oder die Bearbeitung eines Produktes durchführen. Weiterhin ist ein Rüstvorgang für ein Produkt nur notwendig, wenn er auch vollendet wird, sodass eine Produktion des Produktes beginnen kann. Darüber hinaus ist auch ein erneuter Rüstvorgang für dasselbe Produkt nicht sinnvoll. Dieses Wissen kann genutzt werden, um mögliche Lösungen auszuschließen. Es werden nur die Lösungen ausgeschlossen, die nicht den vorgestellten Bedingungen entsprechen und mindestens eine der Aussagen verletzen. Diese Lösungen können somit keine optimale Lösung für das Planungsproblem darstellen.

Die Fortführung eines Rüstvorganges einer Ressource  $m \in M$  von Produkt  $i \in J_m$  auf Produkt  $j \in J_m$ , mit  $i \neq j$ , in einer Periode  $t \in T_S$  setzt eine der drei folgenden Situationen voraus. Entweder war die Ressource am Ende der Vorperiode für Produkt  $i$  eingerüstet oder der Rüstvorgang wurde bereits in der Vorperiode begonnen oder innerhalb der Periode  $t$  wurde die Ressource zuerst für Produkt  $i$  gerüstet. Für das Dummy-Produkt entfällt die letzte Situation. Auch für das Vollenden eines Rüstvorganges gelten die gleichen Voraussetzungen. Hier entfällt ebenfalls die dritte Situation, da nur das Vollenden eines Rüstvorganges pro Periode erlaubt ist. Die Nebenbedingungen (5.151) bis (5.153) modellieren diese Einschränkung.

$$y_{s_{ijmt}} \leq y_{im(t-1)} + y_{s_{ijm}(t-1)} + \sum_{\substack{k \in J_m \cup \{0\} \\ k \neq i}} x_{skimt} \quad \begin{array}{l} \forall i \in J, j \in J, i \neq j, \\ m \in M_i \cap M_j, t \in T_S \end{array} \quad (5.151)$$

$$y_{s_{0jmt}} \leq y_{0m(t-1)} + y_{s_{0jm}(t-1)} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.152)$$

$$x_{s_{ijmt}} \leq y_{im(t-1)} + y_{s_{ijm}(t-1)} \quad \begin{array}{l} \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \\ m \in M_i \cap M_j, t \in T_S \end{array} \quad (5.153)$$

Soll der Rüstvorgang einer Ressource  $m \in M$  von Produkt  $i \in J_m$  auf Produkt  $j \in J_m$ , mit  $i \neq j$ , am Ende einer Periode  $(t-1) \in T_S$  in die nächste Periode fortgeführt werden ( $y_{s_{ijm}(t-1)} = 1$ ), so muss er in der nachfolgenden Periode  $t$  abgeschlossen werden oder erneut in der darauffolgenden Periode fortgeführt werden ( $y_{s_{ijmt}} = 1$ ). Der Sachverhalt ist modelliert in den Nebenbedingungen (5.154).

$$y_{s_{ijm}(t-1)} \leq x_{s_{ijmt}} + y_{s_{ijmt}} \quad \begin{array}{l} \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \\ m \in M_i \cap M_j, t \in T_S \end{array} \quad (5.154)$$

Wird der Rüstvorgang von Produkt  $i \in J_m$  auf Produkt  $j \in J_m$ , mit  $i \neq j$ , hingegen in einer Periode  $t \in T_S$  abgeschlossen, so kann die Ressource am Ende der Periode nur für die Produktion des Produktes  $j$  eingerüstet oder ein anschließender Rüstvorgang von

Produkt  $j$  zu einem weiteren Produkt  $k$ , mit  $k \neq j$ , begonnen worden sein. Umgesetzt wird dies durch die Nebenbedingungen (5.155).

$$x_{s_{ijmt}} \leq y_{jmt} + \sum_{\substack{k \in J_m \\ k \neq j}} y_{s_{jkmt}} \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \\ m \in M_i \cap M_j, t \in T_S \quad (5.155)$$

Falls eine Ressource  $m \in M$  am Ende einer Periode  $t \in T_S$  für die Produktion eines Produktes  $j \in J_m$  eingerüstet ist, muss dieser Zustand bereits gegen Ende der Vorperiode  $(t-1)$  geherrscht haben oder ein Rüstvorgang muss für Produkt  $j$  in der Periode  $t$  vollendet worden sein, siehe Nebenbedingungen (5.156).

$$y_{jmt} \leq y_{jm(t-1)} + \sum_{\substack{k \in J_m \cup \{0\} \\ k \neq j}} x_{s_{kjmt}} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.156)$$



## **6. Evaluation der Lösungsgüte und des Lösungsprozesses**

Dieses Kapitel dient der Evaluation des in dieser Arbeit entwickelten integrierten Optimierungsmodells und des zugrunde liegenden Konzeptes. Die hierfür verwendeten Testinstanzen werden in Abschnitt 6.1 näher beschrieben. Im darauf folgenden Abschnitt 6.2 wird zuerst die Lösbarkeit der erstellten Modelle mit Hilfe der rollierenden Planung untersucht. Hierzu werden die in den Abschnitten 5.4 und 5.5 vorgestellten zusätzlichen Modellerweiterungen herangezogen. Die gesammelten Erkenntnisse finden im weiteren Verlauf der Evaluation Anwendung. Das Lösungsverhalten und die Qualität der mit der rollierenden Planung erstellten Lösungen wird auf Basis unterschiedlich großer Instanzen bewertet. Darüber hinaus wird auch auf die Komplexität der Modelle eingegangen. Insbesondere wird geprüft, welchen Einfluss die Integration der parallelen Ressourcen auf die Modellgröße und die Lösbarkeit der Instanzen hat. Der letzte Abschnitt 6.3 fasst die Erkenntnisse noch einmal zusammen.

### **6.1. Testinstanzen**

In diesem Abschnitt werden die Testinstanzen vorgestellt, die für die Evaluation des Konzeptes und der prototypischen Umsetzung genutzt werden. Den verschiedenen Instanzen liegen reale Auftragsdaten zugrunde. Fehlende Daten und Parameter werden generiert und an die einzelnen Instanzen angepasst. Im Folgenden sollen die realen Auftragsdaten näher analysiert werden, bevor auf die Generierung der Testinstanzen eingegangen wird.

#### **6.1.1. Reale Auftragsdaten**

Die realen Auftragsdaten stammen aus einem mittelständischen Unternehmen, welches bei der Produktion unter anderem auf unterschiedliche Werkzeugmaschinen zurückgreift. Die Auftragsdaten umfassen einen Zeitraum von etwa einem Monat. Der bereinigte Datensatz enthält insgesamt 101 verschiedene Aufträge mit insgesamt 914 verschiedenen Vor-, Zwischen- und Endprodukten. Die Bearbeitungsfolge der verschiedenen Produkte eines Auftrages ist anhand von Arbeitsvorgangsnummern gegeben. Standardmäßig kann ein Gozinto-Faktor von eins angenommen werden. Jeder Auftrag enthält ein Fälligkeitsdatum. Eine Standardnachfrage von eins wird assoziiert. Der Maschinenpark und etwaige andere Arbeitsstationen sind als Belegungseinheiten

angegeben, für welche eine Kapazität auf Basis der Wochentage vorgegeben ist. Eine Belegungseinheit kann dabei einer oder auch mehreren gleichartigen Ressourcen entsprechen. Jedes Produkt ist genau einer Belegungseinheit zugeordnet und ist mit einer Bearbeitungszeit aufgeführt.

Darüber hinaus existieren auch Daten über die zugrunde liegende Kostenstruktur. So wird ein Maschinenstundensatz von 60 € für jede Ressource angenommen, während für Überstunden ein Aufschlag von 20 % berechnet wird. Eine Überstunde verursacht somit Kosten in Höhe von 72 €. Es ergeben sich umgerechnet für die Produktion und den Rüstvorgang Kosten von 1 € bzw. 1,2 € pro Minute.

Neben den genannten Daten fehlen einige für die Planung notwendige Informationen. In den Daten finden sich keine Angaben über mögliche reihenfolgeabhängige oder -unabhängige Rüstzeiten. Darüber hinaus fehlen auch Informationen zur Fremdvergabe von Aufträgen oder den Kosten für Auftragsrückhang und die Lagerhaltung. Auch die Erzeugnisstruktur und die Mengen der Nachfrage sind nicht explizit in den Daten enthalten. Auch über den Planungszeitraum kann keine Aussage getroffen werden.

### 6.1.2. Generierung zusätzlicher Parameter

Im Folgenden werden die fehlenden Daten behandelt und es wird erläutert, wie diese generiert werden können. In den Daten sind keine einzelnen Ressourcen angegeben, einzig Belegungseinheiten mit einer Kapazitätsbegrenzung pro Wochentag. Diese Kapazität reicht von nur drei Stunden pro Tag bis zu 73 Stunden pro Tag. Anhand der vorhandenen Kapazitäten und Angaben über einzelne Ressourcen kann grob abgeschätzt werden, wie viele gleichartige, parallele Ressourcen eine einzelne Belegungseinheit insgesamt umfasst. Somit kann die verfügbare Kapazitätsbegrenzung auf diese Ressourcen verteilt werden und die Produkte den Ressourcen derart zugeordnet werden, dass sie auf diesen Ressourcen produziert werden können. Die entsprechenden Bearbeitungszeiten sind für die Ressourcen anhand der Belegungseinheiten aus den Daten entnehmbar.

Die Rüstzeiten werden in Abhängigkeit von der Bearbeitungszeit eines Produktes auf einer Ressource generiert, da sie nicht im Datensatz enthalten sind. In der Praxis hat sich gezeigt, dass das Einrüsten einer Ressource, insbesondere auch einer Werkzeugmaschine, sehr zeitaufwändig sein kann und bis zu mehreren Stunden in Anspruch nehmen kann. Für diese Arbeit werden die reihenfolgeunabhängigen Rüstzeiten deshalb auf das Intervall  $st_{jm} \in [5, 240]$  (Minuten) begrenzt. Mit Hilfe einer gleichverteilten Zufallsvariable aus dem Intervall  $[0,05, 0,2)$  bzw.  $[0,8, 1,2)$  werden die Bearbeitungszeiten  $p_{jm}$  mit einbezogen. Die Rüstzeiten werden demnach wie folgt berechnet.

Für alle  $i, j \in J$ , mit  $i \neq j$ , und  $m \in M_i \cap M_j$  gilt:

$$\begin{aligned} st_{jm} &= \min(240, \max(5, p_{jm} \cdot st_{jm}^{Ratio})), & \text{mit } st_{jm}^{Ratio} \text{ zufällig aus } U[0,05, 0,2) \\ st_{ijm} &= st_{jm} \cdot st_{ijm}^{Ratio}, & \text{mit } st_{ijm}^{Ratio} \text{ zufällig aus } U[0,8, 1,2) \end{aligned}$$

Jedes Endprodukt kann mit einer angenommenen Wahrscheinlichkeit von zehn Prozent an externe Partner vergeben werden. Die Kosten werden dabei auf 10000 € für eine Einheit des Endproduktes festgelegt, um sicherzugehen, dass dies nur im Notfall geschieht. Der Rückhang von Aufträgen soll ebenfalls vermieden werden und wird auf 1000 € pro Tag und Einheit festgesetzt.

Die Kosten für die Lagerhaltung pro Einheit und Tag werden mit Hilfe der Erzeugnisstruktur wie folgt generiert (vgl. dazu bspw. [SS03] und [SS13]).

$$h_j = 1 + \sum_{i \in P_j} a_{ij} \cdot h_i, \quad \forall j \in J$$

Für die Gozinto-Faktoren in jeder Erzeugnisstruktur wird ein Standardwert von  $a_{ji} = 1$  für alle  $j \in J$  und  $i \in S_j$ , mit  $i \neq j$ , angenommen. Ebenso ist jeder Nachfrage  $d_{jt}$  eines Endproduktes  $j \in J_E$  standardmäßig eine Menge von eins zugeordnet. Um auch die Bandbreite anderer Nachfragemengen und anderer Erzeugnisstrukturen abzudecken, sind einige der Parameter geändert und enthalten ganzzahlige Nachfragemengen im Intervall von  $[1, 20]$  und ganzzahlige Gozinto-Faktoren im Intervall von  $[1, 5]$ .

Angereichert um die beschriebenen Daten lassen sich Instanzen unterschiedlicher Größe erstellen.

### 6.1.3. Einteilung und Auswahl des Planungshorizontes

Der Planungshorizont und dessen Einteilung erfordert eine gesonderte Betrachtung. Da keine Informationen über den Planungszeitraum in den Daten vorhanden sind, kann dieser variabel gestaltet werden. Als Anhaltspunkt für die Bestimmung dienen die Fälligkeitstermine innerhalb einer Instanz. Der Planungshorizont wird für diese Arbeit anhand des ersten und des letzten Fälligkeitstermins aller Aufträge innerhalb einer Testinstanz festgelegt. Er beginnt  $t_d$  Tage vor dem ersten Fälligkeitstermin und endet sieben Tage nach dem letzten Fälligkeitstermin. Abbildung 6.1 veranschaulicht die Festlegung des Planungshorizontes schematisch.

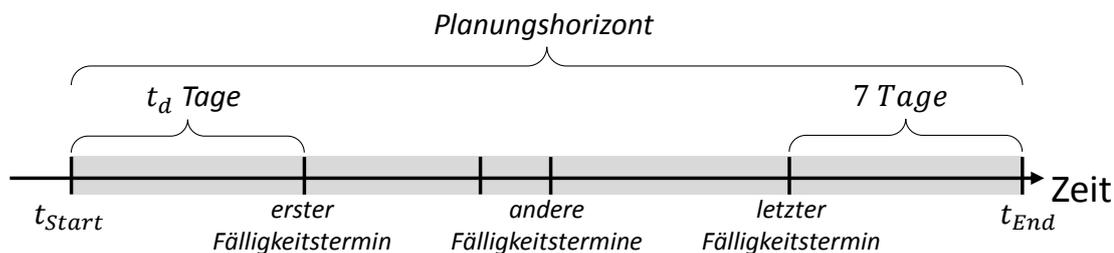


Abbildung 6.1.: Schematische Berechnung des Planungshorizontes mit Hilfe der Fälligkeitstermine

Natürlich kann es vorkommen, dass durch diese grobe Festlegung des Planungshorizontes eine Planungssituation entsteht, die nicht lösbar ist. Dies ist insbesondere abhängig von der verfügbaren Kapazität der Ressourcen und der benötigten Kapazität aller Vor-, Zwischen- und Endprodukte. Eine unlösbare Planungssituation kann aber auch durch das Kapazitätsangebot und die Kapazitätsnachfrage einer einzelnen Ressource entstehen. Tritt eine solche Situation im Lösungsprozess auf, wird der Planungshorizont um eine zusätzliche Woche am Ende des Planungshorizontes erweitert, um das Kapazitätsangebot anzupassen.

Der Planungshorizont umfasst die Bereiche der drei Teilmodelle des in dieser Arbeit entwickelten integrierten Optimierungsmodells. Wie groß die drei Bereiche ausfallen, und wie detailliert diese Bereiche in Perioden unterteilt werden sollen, kann variieren. Diese Einteilung kann mit Hilfe von Parametern angepasst werden. Insbesondere für verschiedene Unternehmen oder verschiedene Planungssituationen sind unterschiedliche Ausprägungen dieser Parameter denkbar und wünschenswert.

Die Parameter  $t_{ST}$  und  $t_{MT}$  definieren die Größe des short term-Bereichs und des medium term-Bereichs in Tagen. Die Größe des long term-Bereichs ergibt sich hierdurch implizit unter Beachtung der Größe des Planungshorizontes. Darüber hinaus geben die Parameter  $t_{pst}$ ,  $t_{pmt}$  und  $t_{plt}$  die Größe einer einzelnen short term-, medium term- und long term-Periode in Stunden an. Die Abbildung 6.2 veranschaulicht die Einteilung des Planungshorizontes durch die Parameter noch einmal grafisch.

#### 6.1.4. Übersicht über die erstellten Testinstanzen

Aus dem erweiterten Datensatz lassen sich Testinstanzen verschiedener Größe erstellen. Hierfür werden einzelne oder auch mehrere Aufträge ausgewählt und ihre Daten extrahiert und zu einer Instanz kombiniert. Solch eine Instanz enthält noch keine Angaben über den Planungshorizont. Tabelle 6.1 führt die erstellten Testinstanzen übersichtlich auf und zeigt die wichtigsten Eigenschaften der Instanzen. Die Testinstanzen

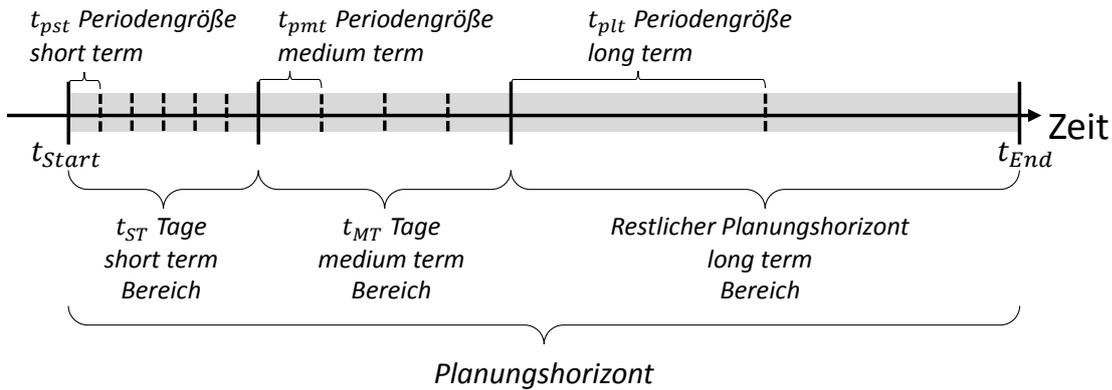


Abbildung 6.2.: Schematische Einteilung des Planungshorizontes in die drei Modellbereiche

der Gruppe „XS“ beinhalten nur ein bis zwei Aufträge mit sehr wenigen Produkten und Ressourcen. Die Gruppe „S“ umfasst dagegen Instanzen mit jeweils fünf Aufträgen und zehn Produkten. Auch die Anzahl der Ressourcen liegt mit 8 bis 19 deutlich über dem Durchschnitt der Gruppe „XS“. Die Instanzen der Gruppe „M“ fallen mit über 20 Produkten und bis zu 20 Aufträgen etwas größer aus, während die Instanzen der Gruppe „L“ mit bis zu 100 Produkten und bis zu 50 Aufträgen deutlich größer ausfallen. Neben den Produkten, Aufträgen und Ressourcen sind in Tabelle 6.1 auch Informationen zu der Anzahl paralleler Ressourcen pro Produkt und den Bearbeitungszeiten der Produkte aufgeführt.

Die Testinstanzen bieten einen guten Querschnitt mit verschiedenen Eigenschaften und Größen. Dennoch basieren sie alle auf demselben Datensatz. Die nachfolgenden Tests sind damit vor allem für diese Daten aussagekräftig. Für eine fundierte generelle Aussage über das zugrunde liegende Konzept und das integrierte Modell müssten deutlich mehr Daten und Testinstanzen evaluiert werden.

Für die Erstellung eines Modells müssen die Parameter des Planungshorizontes angegeben werden. Hierfür werden die folgenden Parameterausprägungen angenommen.

$$t_{ST} \in \{1, 2\}$$

$$t_{MT} \in \{3, 5\}$$

$$t_{pst} \in \{0,25, 0,5, 1\}$$

$$t_{pmt} \in \{2, 4\}$$

$$t_{plt} \in \{168\}$$

| Instanzen | $t_d$ |
|-----------|-------|
| XS        | 7     |
| S         | 10    |
| M         | 14    |
| L         | 21    |

| Name   | #J  | #J <sub>E</sub> | #M | #M <sub>j</sub>    |     |     | pt <sub>j</sub>   |      |      |
|--------|-----|-----------------|----|--------------------|-----|-----|-------------------|------|------|
|        |     |                 |    | $\overline{\#M_j}$ | min | max | $\overline{pt_j}$ | min  | max  |
| XS01   | 2   | 1               | 5  | 2, 5               | 1   | 4   | 3720              | 1800 | 4200 |
| XS02   | 2   | 1               | 4  | 4                  | 4   | 4   | 4500              | 1800 | 7200 |
| XS03   | 2   | 1               | 10 | 5                  | 4   | 6   | 36                | 30   | 40   |
| XS04   | 2   | 1               | 2  | 1                  | 1   | 1   | 225               | 30   | 420  |
| XS05   | 3   | 1               | 6  | 3,67               | 1   | 5   | 3098,18           | 1080 | 4800 |
| XS06   | 3   | 1               | 12 | 4                  | 2   | 6   | 95                | 60   | 120  |
| XS07   | 3   | 1               | 5  | 5                  | 5   | 5   | 1200              | 900  | 1800 |
| XS08   | 3   | 1               | 3  | 1,67               | 1   | 2   | 86                | 10   | 120  |
| XS09   | 3   | 1               | 5  | 5                  | 5   | 5   | 4440              | 1920 | 9300 |
| XS10   | 2   | 2               | 6  | 6                  | 6   | 6   | 1272,5            | 45   | 2500 |
| S01    | 10  | 5               | 8  | 4,2                | 2   | 6   | 481,43            | 120  | 900  |
| S02    | 10  | 5               | 14 | 2,9                | 1   | 6   | 1375,52           | 30   | 6400 |
| S03    | 10  | 5               | 19 | 3,8                | 1   | 6   | 320,53            | 90   | 1200 |
| M01    | 27  | 20              | 10 | 4,26               | 1   | 5   | 1210,17           | 45   | 3900 |
| M02    | 21  | 5               | 15 | 3,1                | 1   | 6   | 255,23            | 30   | 800  |
| L01    | 52  | 20              | 21 | 3,62               | 1   | 6   | 468,24            | 20   | 3600 |
| L02    | 59  | 20              | 16 | 2,9                | 1   | 6   | 232,75            | 30   | 720  |
| L03    | 70  | 50              | 17 | 4,23               | 1   | 6   | 1654,76           | 15   | 7200 |
| L04    | 104 | 50              | 22 | 3,09               | 1   | 6   | 512,66            | 15   | 4800 |
| Gesamt | 914 | 101             | 23 | 3,56               | 1   | 6   | 636,29            | 10   | 9300 |

Tabelle 6.1.: Eigenschaften der Testinstanzen

## 6.2. Evaluation

Anhand der kleinsten Testinstanzen wird im Folgenden auf die Lösbarkeit des Modells im Rahmen der rollierenden Planung eingegangen. Dazu wird insbesondere untersucht, ob eine Integrierung zusätzlicher Kosten für im Auftragsrückhang befindliche Zwischenprodukte, wie in Abschnitt 5.4 beschrieben, notwendig ist oder nicht. Weiterhin wird auch untersucht, ob die zusätzlichen Nebenbedingungen aus Abschnitt 5.5 einen Einfluss auf den Prozess der Lösungsfindung haben. Die Erkenntnisse aus diesen Testläufen kommen bei der weiteren Evaluation zum Einsatz.

Nachfolgend werden auch die anderen Testinstanzen zur Evaluation genutzt. Hiermit soll genauer untersucht werden, ob sich mit Hilfe des in dieser Arbeit entwickelten Modells eine Lösung für die Planungsprobleme finden lässt und wie die gefundenen Lösungen im Vergleich zu einer vollständig detaillierten Planung abschneiden. Insbesondere soll die Lösungszeit und die Lösungsqualität für verschieden große Instanzen analysiert werden.

Zu guter Letzt soll untersucht werden, welche Modellaspekte die Lösungsfindung deutlich erschweren. Hierzu werden die Modelle ohne die Nutzung von parallelen Produktionsmöglichkeiten gelöst und die Lösungen analysiert.

Die Evaluation wurde auf den Ressourcen des Paderborn Center for Parallel Computing durchgeführt. Zur Berechnung wurden Xeon E5 Prozessoren mit 2.6 GHz genutzt. Falls nicht anders angegeben, wurde der Arbeitsspeicher auf 16 GB RAM begrenzt und eine maximale Laufzeit von 96 Stunden vorgegeben. Als Optimierungssoftware wurde Gurobi 5.62, mit der Begrenzung auf nur einen Thread, genutzt.

### 6.2.1. Einfluss von zusätzlichen Kosten durch Auftragsrückhang von Vor- und Zwischenprodukten

Nachfolgend werden die Testinstanzen der Größe „XS“ mit Hilfe der integrierten Modellformulierung untersucht. Hierfür wird die in Abschnitt 5.3.4 beschriebene Formulierung ohne zusätzliche Nebenbedingungen verwendet. Als Parameterausprägungen dienen die in Abschnitt 6.1.4 aufgeführten Kombinationen. Jede Instanz wird demnach durch 24 verschiedene Parametersets evaluiert. Es wird untersucht, wie viele der Testdurchläufe gelöst werden konnten. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.2 zusammengefasst. Die Tabelle enthält zu jeder Testinstanz die Anzahl der Parametersets, die mit Hilfe der rollierenden Planung innerhalb der Zeitvorgabe von 96 Stunden vollständig gelöst werden konnten (# opt.). Darüber hinaus ist die Anzahl der Parametersets, die nicht vollständig innerhalb der Zeitgrenze gelöst werden konnten (# limit), aufgeführt, sowie die Anzahl der Parametersets, die überhaupt nicht gelöst werden konnten, weil sie nicht terminieren (# nicht term.). Zusätzlich ist für jede Instanz die durchschnittliche Lösungszeit für alle komplett gelösten Parametersets angegeben (Zeit opt. (s)).

| Name | # opt. | # limit | # nicht term. | Zeit opt. (s) |
|------|--------|---------|---------------|---------------|
| XS01 | 12     | 12      | 12            | 34,86         |
| XS02 | 23     | 1       | 0             | 21556,02      |
| XS03 | 18     | 6       | 0             | 5300,41       |
| XS04 | 24     | 0       | 0             | 16,75         |
| XS05 | 7      | 17      | 0             | 154736,79     |
| XS06 | 15     | 9       | 0             | 16888,67      |
| XS07 | 0      | 24      | 0             | -             |
| XS08 | 15     | 9       | 0             | 29711,38      |
| XS09 | 0      | 24      | 0             | -             |
| XS10 | 19     | 5       | 0             | 44182,43      |

Tabelle 6.2.: Untersuchung der Lösbarkeit des integrierten Modells ohne zusätzliche Erweiterungen.

Nicht jedes Parameterset von jeder Testinstanz ist innerhalb des Zeitlimits von 96 Stunden optimal lösbar. Hierbei fallen insbesondere die Testinstanzen „XS07“ und „XS09“ auf, da hier alle getesteten Parametersets in diese Kategorie fallen. Als Grund hierfür können verschiedene Eigenschaften oder Kombinationen von Eigenschaften, wie beispielsweise die durchschnittlichen Bearbeitungszeiten oder die durchschnittlichen parallelen Ressourcen oder die Anzahl der Produkte angeführt werden. Eine genauere Betrachtung wird hier nicht vorgenommen.

Einzig bei der Testinstanz „XS01“ ist ersichtlich, dass nicht alle Parametersets terminieren. Darüber hinaus kann trotzdem nicht ausgeschlossen werden, dass weitere Testdurchläufe von anderen Testinstanzen oder Parametersets nicht terminieren, da diese ggf. in die Kategorie eingeordnet wurden, bei der die vorgegebene Lösungszeit überschritten wurde. Eine detaillierte Analyse zeigt, welche Parametersets für Testinstanz „XS01“ nicht terminieren, siehe Tabelle 6.3. Die Bezeichnungen entsprechen den in Abschnitt 6.1.4 verwendeten Bezeichnungen.

| <b>Name</b> | $t_{pst}$ (h) | $t_{pmt}$ (h) | $t_{plt}$ (h) | $t_{ST}$ (d) | $t_{MT}$ (d) |
|-------------|---------------|---------------|---------------|--------------|--------------|
| XS01        | 0,25          | 2             | 168           | 1            | 3            |
| XS01        | 0,25          | 2             | 168           | 2            | 3            |
| XS01        | 0,25          | 4             | 168           | 1            | 3            |
| XS01        | 0,25          | 4             | 168           | 2            | 3            |
| XS01        | 0,5           | 2             | 168           | 1            | 3            |
| XS01        | 0,5           | 2             | 168           | 2            | 3            |
| XS01        | 0,5           | 4             | 168           | 1            | 3            |
| XS01        | 0,5           | 4             | 168           | 2            | 3            |
| XS01        | 1             | 2             | 168           | 1            | 3            |
| XS01        | 1             | 2             | 168           | 2            | 3            |
| XS01        | 1             | 4             | 168           | 1            | 3            |
| XS01        | 1             | 4             | 168           | 2            | 3            |

Tabelle 6.3.: Detaillierte Untersuchung der Parametersets und Testinstanzen, die nicht terminieren.

Es wird ersichtlich, dass bei der Testinstanz „XS01“ alle Parametersets betroffen sind, deren medium term-Bereich ( $t_{MT}$ ) drei Tage umfasst, während die Parametersets mit einem medium term-Bereich von fünf Tagen optimal lösbar sind. Um die Terminierung zu gewährleisten, sollte demnach ein längerer short term- und medium term-Bereich gewählt werden oder die Perioden des long term-Bereichs verkleinert werden. Eine Garantie, dass solche Situationen hierdurch nicht mehr auftreten, kann nicht gegeben werden. Eine andere Möglichkeit die Terminierung der rollierenden Planung für alle Instanzen und Parametersets sicherzustellen ist der frühestmögliche Produktionsbeginn der Vor- und Zwischenprodukte von im Auftragsrückhang befindlichen Endprodukten.

Letzteres kann durch die zusätzliche Modellierung von Kosten für diese Vor- und Zwischenprodukte erreicht werden, wie sie bereits in Abschnitt 5.4 vorgestellt wurde.

Durch diese zusätzlichen Kosten kann sich das Lösungsverhalten ändern, insbesondere da hier eine rollierende Planung genutzt wird. Nachfolgend werden die Ergebnisse untersucht, die sich bei der Lösung derselben Testinstanzen mit denselben Parametersets ergibt, wenn die Modelle um zusätzliche Kosten für den Auftragsrückhang von Vor- und Zwischenprodukten erweitert werden. Auch diese Testdurchläufe werden mit Hilfe der rollierenden Planung durchgeführt. Tabelle 6.4 fasst die Ergebnisse zusammen. Die Spalten innerhalb der Tabelle entsprechen den bereits für Tabelle 6.2 beschriebenen Bezeichnungen.

| <b>Name</b> | <b># opt.</b> | <b># limit</b> | <b># nicht term.</b> | <b>Zeit opt.</b> |
|-------------|---------------|----------------|----------------------|------------------|
| <i>XS01</i> | 24            | 0              | 0                    | 46,45            |
| <i>XS02</i> | 24            | 0              | 0                    | 8823,98          |
| <i>XS03</i> | 18            | 5              | 0                    | 3499,75          |
| <i>XS04</i> | 24            | 0              | 0                    | 15,27            |
| <i>XS05</i> | 3             | 21             | 0                    | 5701,48          |
| <i>XS06</i> | 15            | 9              | 0                    | 15787,43         |
| <i>XS07</i> | 0             | 24             | 0                    | -                |
| <i>XS08</i> | 14            | 10             | 0                    | 20006,73         |
| <i>XS09</i> | 0             | 24             | 0                    | -                |
| <i>XS10</i> | 20            | 4              | 0                    | 46192,92         |

Tabelle 6.4.: Untersuchung der Lösbarkeit des integrierten Modells mit zusätzlichen Kosten für den Auftragsrückhang von Vor- und Zwischenprodukten.

Aus der Tabelle 6.4 wird ersichtlich, dass alle Testdurchläufe terminieren, wenngleich auch hier nicht alle Testläufe innerhalb des Zeitlimits gelöst werden können. Die verwendete Erweiterung sorgt somit dafür, dass die Vor- und Zwischenprodukte früher produziert werden, falls sich die zugehörigen Endprodukte im Auftragsrückhang befinden. Ein Testdurchlauf von Instanz „XS03“ konnte wegen einer `OutOfMemoryException` nicht gelöst werden. Aus dem Vergleich der Tabellen 6.2 und 6.4 wird ersichtlich, dass einige Testdurchläufe nur mit einem der beiden Modelle innerhalb des Zeitlimits gelöst werden konnten. Darüber hinaus zeigen sich auch Unterschiede in der durchschnittlichen Lösungszeit.

Die Erweiterung des Modells kann zu einem geänderten Zielfunktionswert in einer Iteration führen, wodurch sich auch die kombinierte Lösung aller Iterationen ändern kann. Im Folgenden sollen diese Änderungen näher untersucht werden. Die Tabellen 6.5 und 6.6 zeigen einen Vergleich zwischen den beiden Modellen und stellen die

Zielfunktionswerte und die Lösungszeit gegenüber. Um einen Vergleich der Lösungen zu ermöglichen, werden die Lösungen innerhalb der rollierenden Planung eines Parametersets zu einer einzigen Lösung vereinigt. Dies geschieht wie in Abschnitt 4.3.1 beschrieben. Der Zielfunktionswert und die Lösungszeit des Modells ohne die zusätzlichen Erweiterungen werden als  $z1$  bzw.  $t1$  bezeichnet. Für das um die zusätzlichen Kosten erweiterte Modell gelten die Bezeichnungen  $z2$  bzw.  $t2$ . Die Zielfunktionswerte bzw. die Lösungszeiten werden als ungefähr gleich ( $z1 \approx z2$  bzw.  $t1 \approx t2$ ) betrachtet, falls sie eine Differenz von unter einem Prozent aufweisen. Die relative Differenz des Zielfunktionswertes eines Parametersets einer Testinstanz lässt sich durch die Formel (6.1) errechnen. Sie gibt demnach die relative Abweichung des Zielfunktionswertes des erweiterten Modells im Vergleich zum ursprünglichen Modell an.

$$\text{RelDiff} = \frac{z2 - z1}{z1} \tag{6.1}$$

In der Tabelle ist der Mittelwert für jede Testinstanz über alle betrachteten Parametersets angegeben. Betrachtet werden dabei nur Parametersets, die für beide Modelle innerhalb der Zeitvorgabe gelöst werden konnten.

| Name       | # $z1 < z2$ | # $z1 \approx z2$ | # $z1 > z2$ | $\overline{\text{RelDiff}}$ |
|------------|-------------|-------------------|-------------|-----------------------------|
| XS01       | 0           | 0                 | 12          | -0,0436                     |
| XS02       | 0           | 23                | 0           | 0.0                         |
| XS03       | 8           | 2                 | 8           | 0,0174                      |
| XS04       | 0           | 24                | 0           | 0.0                         |
| XS05       | 0           | 3                 | 0           | 0.0                         |
| XS06       | 5           | 3                 | 6           | 0,0165                      |
| XS07       | 0           | 0                 | 0           | -                           |
| XS08       | 1           | 13                | 0           | 0,0017                      |
| XS09       | 0           | 0                 | 0           | -                           |
| XS10       | 0           | 19                | 0           | 0,0                         |
| Mittelwert |             |                   |             | -0,001                      |

Tabelle 6.5.: Vergleich der Zielfunktionswerten des integrierten Modells mit und ohne die zusätzlichen Kosten für den Auftragsrückhang von Vor- und Zwischenprodukten.

Aus den Ergebnissen der Tabelle 6.5 wird ersichtlich, dass die durchschnittliche Abweichung des Zielfunktionswertes bei nur wenigen Prozent liegt. Insbesondere bei den Testinstanzen „XS02“, „XS04“, „XS05“ und „XS10“ sind die Zielfunktionswerte für alle Parametersets identisch oder nahezu identisch. Ersichtlich wird allerdings auch, dass die Erweiterung des Modells sowohl einen geringeren, als auch einen erhöhten

Zielfunktionswert verursachen kann. Ein erhöhter Zielfunktionswert kann beispielsweise durch die zusätzlichen Lagerkosten für eine frühere Produktion von Vor- und Zwischenprodukten erklärt werden. Andererseits ist auch eine Reduzierung der Kosten möglich. Dies ist unter anderem mit der rollierenden Planung zu erklären. Der Auftragsrückhang von Vorprodukten in einer Iteration der rollierenden Planung kann im ersten Moment zu erhöhten Kosten führen. Die frühere Produktion kann aber in den nachfolgenden Iterationen auch freie Kapazitäten schaffen und somit beispielsweise Kosten an anderer Stelle einsparen. Eine detailliertere Darstellung der relativen Abweichungen ist in der Abbildung 6.3 anhand von Boxplots dargestellt. Hier zeigt sich, dass auch die Abweichungen des Zielfunktionswertes für verschiedene Parametersets einer einzelnen Instanz positiv und negativ sein können. Ein Muster lässt sich nicht erkennen.

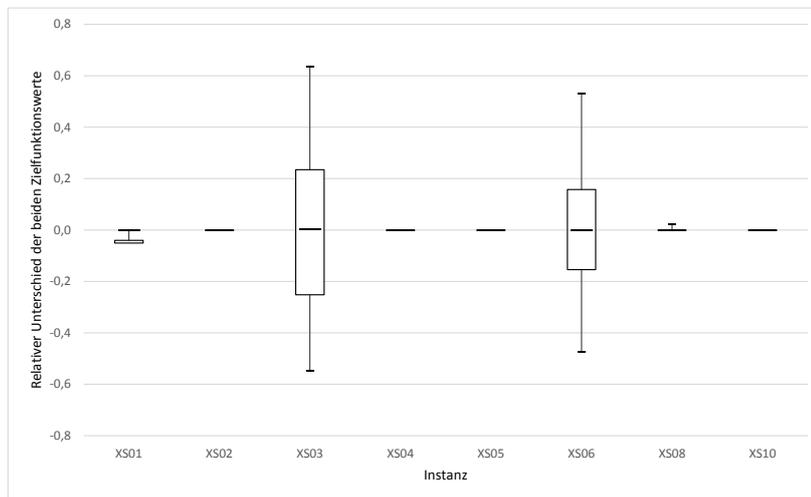


Abbildung 6.3.: Darstellung der relativen Differenz der Zielfunktionswerte des integrierten Modells mit und ohne die zusätzlichen Kosten für den Auftragsrückhang von Vor- und Zwischenprodukten.

Auch zur Berechnung der relativen Abweichung der Lösungszeiten wurde die Formel (6.1) genutzt. Sie ist angepasst auf die Lösungszeiten. Auch hier zeigt sich ein ähnliches Bild wie bei den Zielfunktionswerten, siehe Tabelle 6.6.

Die Abweichung der Lösungszeiten schwankt im Vergleich zu den Zielfunktionswerten deutlich stärker. Die detaillierten Abweichungen sind für die Lösungszeit erneut in einer Abbildung von Boxplots dargestellt. Abbildung 6.4 verdeutlicht die größere Spannweite der Abweichungen der Lösungszeiten. Darüber hinaus lassen sich auch hier keine Muster erkennen.

| Name       | # t1 < t2 | # t1 ≈ t2 | # t1 > t2 | RelDiff |
|------------|-----------|-----------|-----------|---------|
| XS01       | 9         | 0         | 3         | 1,2408  |
| XS02       | 13        | 0         | 10        | 1,8591  |
| XS03       | 10        | 0         | 8         | 0,3901  |
| XS04       | 15        | 0         | 9         | 0,4437  |
| XS05       | 4         | 0         | 3         | 1,1091  |
| XS06       | 6         | 0         | 9         | 4,7095  |
| XS07       | 0         | 0         | 0         | -       |
| XS08       | 4         | 0         | 11        | 0,8172  |
| XS09       | 0         | 0         | 0         | -       |
| XS10       | 4         | 1         | 14        | -0,0464 |
| Mittelwert |           |           |           | 1,3154  |

Tabelle 6.6.: Vergleich der Lösungszeiten des integrierten Modells mit und ohne die zusätzlichen Kosten für den Auftragsrückhang von Vor- und Zwischenprodukten.

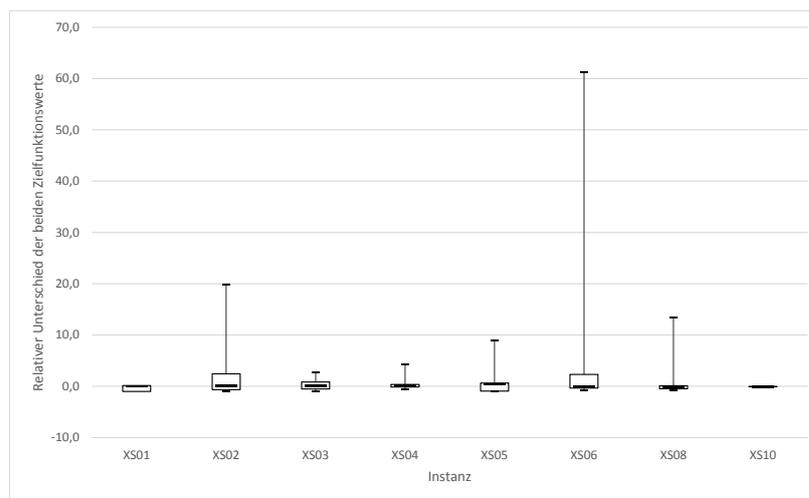


Abbildung 6.4.: Darstellung der relativen Differenz der Lösungszeit des integrierten Modells mit und ohne die zusätzlichen Kosten für den Auftragsrückhang von Vor- und Zwischenprodukten.

Die Untersuchungen zeigen, dass die Erweiterung mit zusätzlichen Kosten für im Auftragsrückhang befindliche Vor- und Zwischenprodukte sinnvoll ist, um einen frühzeitigen Produktionsstart zu gewährleisten und eine nicht endende rollierenden Planung zu verhindern. Aus diesem Grunde wird sie auch für die nachfolgenden Tests verwendet.

### 6.2.2. Vergleich von Lösungen mit und ohne die Einschränkung des Lösungsraumes mithilfe domänenspezifischen Wissens

In diesem Abschnitt wird untersucht, wie die Integration der zusätzlichen Nebenbedingungen aus Abschnitt 5.5 den Lösungsprozess beeinflusst und ob sich Vorteile ergeben, die für nachfolgende Untersuchungen genutzt werden können. Auch hierfür werden wieder nur die kleinsten Testinstanzen genutzt. Als Basis dient das integrierte Modell inklusive der zusätzlichen Kosten für den Auftragsrückhang von Vor- und Zwischenprodukten (vgl. Abschnitt 6.2.1).

Hierzu werden die Zielfunktionswerte und die Lösungszeiten des Modells mit den zusätzlichen Nebenbedingungen aus Abschnitt 5.5 mit den Zielfunktionswerten und den Lösungszeiten des Modells ohne diese zusätzlichen Nebenbedingungen verglichen. Dies geschieht wie schon zuvor durch die Auswertung der gesamten rollierenden Planung. Die Lösungen der einzelnen Iterationen werden dafür zu einer gemeinsamen Lösung verbunden.

Die Tabelle 6.7 zeigt die Lösbarkeit des Modells erweitert um die zusätzlichen Nebenbedingungen. Alle 240 Testdurchläufe konnten innerhalb der vorgegebenen Zeitschranke gelöst werden. Hierbei ist wiederum die rollierende Planung als Grundlage verwendet worden. Darüber hinaus wird aus der Tabelle ersichtlich, dass viele der gelösten Testläufe im Mittel in weniger als einer halben Stunde gelöst worden sind.

| Name | # opt. | # limit | # nicht term. | Zeit opt. |
|------|--------|---------|---------------|-----------|
| XS01 | 24     | 0       | 0             | 17,20     |
| XS02 | 24     | 0       | 0             | 79,52     |
| XS03 | 24     | 0       | 0             | 188,46    |
| XS04 | 24     | 0       | 0             | 8,91      |
| XS05 | 24     | 0       | 0             | 70,02     |
| XS06 | 24     | 0       | 0             | 1527,99   |
| XS07 | 24     | 0       | 0             | 4114,22   |
| XS08 | 24     | 0       | 0             | 579,77    |
| XS09 | 24     | 0       | 0             | 788,02    |
| XS10 | 24     | 0       | 0             | 9079,45   |

Tabelle 6.7.: Untersuchung der Lösbarkeit des integrierten Modells mit zusätzlichen Kosten für den Auftragsrückhang von Vor- und Zwischenprodukten und der Einschränkung des Lösungsraumes mithilfe des domänenspezifischen Wissens.

Im Folgenden wird untersucht, ob sich durch die Erweiterung des Modells Änderungen der Zielfunktionswerte ergeben. Hierfür werden die Teillösungen jeder Iteration der

rollierenden Planung zu einer Lösung zusammengefügt. Die Tabelle 6.8 stellt die Zielfunktionswerte der beiden Modelle gruppiert nach den Testinstanzen gegenüber. Der Zielfunktionswert des Modells ohne die zusätzlichen Nebenbedingungen ist als  $z1$  bezeichnet, während der Zielfunktionswert, der sich aus der Lösung des Modells mit den zusätzlichen Nebenbedingungen ergibt, als  $z2$  bezeichnet ist. Die relative Abweichung der Zielfunktionswerte kann durch die Formel (6.1) berechnet werden. Verglichen werden nur die Parametersets einer Testinstanz, die bei beiden Modellen innerhalb des Zeitlimits gelöst werden konnten, insgesamt sind das 142 Testdurchläufe.

| Name       | # $z1 < z2$ | # $z1 \approx z2$ | # $z1 > z2$ | RelDiff |
|------------|-------------|-------------------|-------------|---------|
| XS01       | 1           | 23                | 0           | 0,0010  |
| XS02       | 0           | 24                | 0           | 0,0     |
| XS03       | 2           | 0                 | 16          | -0,4961 |
| XS04       | 0           | 24                | 0           | 0,0     |
| XS05       | 0           | 3                 | 0           | 0,0     |
| XS06       | 3           | 5                 | 7           | -0,1320 |
| XS07       | 0           | 0                 | 0           | -       |
| XS08       | 1           | 10                | 3           | -0,0038 |
| XS09       | 0           | 0                 | 0           | -       |
| XS10       | 0           | 16                | 4           | -0,0508 |
| Mittelwert |             |                   |             | -0,0842 |

Tabelle 6.8.: Vergleich der Zielfunktionswerte des integrierten Modells mit und ohne den Einschränkungen des Lösungsraumes mithilfe des domänenspezifischen Wissens.

Aus Tabelle 6.8 ist ersichtlich, dass bei den meisten der 142 Testdurchläufe keine Abweichung oder nur eine geringe Abweichung von wenigen Prozent auftritt. Zu erwarten gewesen wäre, dass dies bei allen Testdurchläufen der Fall ist. Bei näherer Betrachtung der Abweichungen zeigt sich, dass diese auf die rollierende Planung zurückzuführen sind. So können zwei Lösungen, die sich nur in der Periode, in der ein Rüstvorgang abgeschlossen wird, unterscheiden, zu unterschiedlichen initialen Zuständen für die nachfolgenden Iterationen der rollierenden Planung führen. Die Zielfunktionswerte in dieser einen Iteration sind dabei trotzdem identisch. Unter Umständen kann dieser unterschiedliche Zustand allerdings zu einem verzögerten Produktionsbeginn führen, der Auftragsrückhang, Überstunden oder geänderte Lagerhaltungskosten verursacht. Diese kleinen Abweichungen können im Vergleich sowohl bessere, als auch schlechtere Zielfunktionswerte bewirken. Neben den beiden Modellen, die hier verglichen wurden, kann dieser Effekt auch bei den vorangegangenen Vergleichen aufgetreten sein.

Eine Möglichkeit dieses Phänomen zu beseitigen wäre, die Rüstvorgänge jeweils vorzuziehen und zum frühestmöglichen Zeitpunkt zu beginnen. Allerdings wird hierdurch

eine Revision in einer der späteren Iterationen verhindert bzw. beeinflusst, weshalb bei den nachfolgenden Tests und der Evaluation darauf verzichtet wird. Bei einer hoher Kapazitätsauslastung sollte das Phänomen seltener auftreten bzw. komplett verschwinden.

Interessant für die weiteren numerischen Experimente ist neben der Untersuchung der Zielfunktionswerte auch das Lösungsverhalten und der Vergleich der Lösungszeiten. Eine Gegenüberstellung ist in Tabelle 6.9 abgebildet. Die Bezeichnung der Spalten ist analog zu den vorherigen Tabellen. So gibt  $t_1$  die Lösungszeit des Modells ohne die zusätzlichen Nebenbedingungen an, während  $t_2$  die Lösungszeit des Modells inklusive der zusätzlichen Nebenbedingungen bezeichnet. Die relative Abweichung kann wiederum mit der angepassten Formel (6.1) berechnet werden. In der Tabelle werden nur die Testdurchläufe gegenüber gestellt, deren rollierende Planung innerhalb des Zeitlimits vollendet werden konnte. Keine Beachtung finden die anderen 98 Testdurchläufe, die nur mit einem Modell innerhalb des Zeitlimits gelöst werden konnten.

| Name       | # $t_1 < t_2$ | # $t_1 \approx t_2$ | # $t_1 > t_2$ | $\overline{\text{RelDiff}}$ |
|------------|---------------|---------------------|---------------|-----------------------------|
| XS01       | 0             | 0                   | 24            | -0,5851                     |
| XS02       | 0             | 0                   | 24            | -0,9102                     |
| XS03       | 1             | 0                   | 17            | -0,6649                     |
| XS04       | 3             | 1                   | 20            | -0,3673                     |
| XS05       | 0             | 0                   | 3             | -0,9963                     |
| XS06       | 2             | 0                   | 13            | -0,7102                     |
| XS07       | 0             | 0                   | 0             | -                           |
| XS08       | 0             | 0                   | 14            | -0,9442                     |
| XS09       | 0             | 0                   | 0             | -                           |
| XS10       | 2             | 0                   | 18            | -0,4350                     |
| Mittelwert |               |                     |               | -0,5664                     |

Tabelle 6.9.: Vergleich der Lösungszeiten des integrierten Modells mit und ohne die Einschränkung des Lösungsraumes mithilfe des domänenspezifischen Wissens.

Aus der Tabelle 6.9 wird ersichtlich, dass die zusätzlichen Nebenbedingungen im Durchschnitt für jede Instanz eine Verbesserung der Laufzeit mit sich bringen. Dies ist deutlich anhand der gemittelten relativen Abweichung zu erkennen.

Eine genauere Betrachtung der relativen Abweichung der Lösungszeiten soll zeigen, wie diese verteilt sind und ob der Mittelwert der relativen Abweichung aussagekräftig ist oder nicht. Abbildung 6.5 stellt die Abweichungen als Boxplot dar. Es wird er-

sichtlich, dass der zentrale Bereich der relativen Abweichung der Lösungszeiten aller Testinstanzen im negativen Bereich und zumeist sehr nah bei minus eins liegt. Dies bedeutet eine deutliche Reduzierung der Lösungszeiten, wenn die zusätzlichen Nebenbedingungen in das Modell integriert werden.

Diese Aussage soll anhand der Testinstanz „XS10“ noch einmal genauer betrachtet werden. Aus der Tabelle 6.9 ist ersichtlich, dass nur zwei Parametersets der Testinstanz „XS10“ eine höhere Lösungszeit beim erweiterten Modell benötigen haben als beim Modell ohne die zusätzlichen Nebenbedingungen. In einem der zwei Fälle wurde für die Lösung beispielsweise 4170 Sekunden benötigt, statt der zuvor benötigten 982 Sekunden. Dies stellt eine relative Abweichung von über drei dar. Ein anderes Parameterset hingegen, welches beispielsweise nur etwa 188 Sekunden, statt der zuvor benötigten 50254 Sekunden für die rollierende Planung benötigt hat, stellt eine relative Abweichung von etwa -0,996 dar. Die Darstellung muss deshalb mit Vorsicht interpretiert werden.

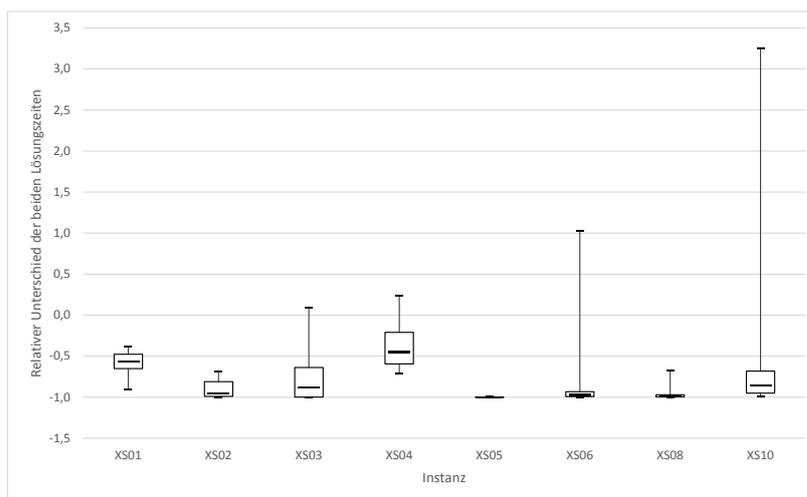


Abbildung 6.5.: Darstellung der relativen Differenz der Lösungszeit des integrierten Modells mit und ohne die Einschränkung des Lösungsraumes mithilfe des domänenspezifischen Wissens.

Aus den Untersuchungen dieses Abschnittes ist ersichtlich, dass sich die Integration der zusätzlichen Nebenbedingungen zur Einschränkung des Lösungsraumes mithilfe des domänenspezifischen Wissens lohnt. Aus diesem Grunde wird dieses erweiterte Modell auch für die weiteren numerischen Tests verwendet.

### 6.2.3. Analyse der Lösungsqualität und der Lösungszeit durch numerische Experimente

Das in dieser Arbeit entwickelte Modell setzt sich aus verschiedenen Modellen zusammen. Durch die Verwendung unterschiedlicher Modelle wird der Detailgrad über den Planungshorizont hinweg gesenkt und Teilaspekte approximiert. In diesem Abschnitt soll untersucht werden, in wie weit sich dieser Informationsverlust auf die Lösungsqualität und den Lösungsprozess auswirkt. Insbesondere soll hierbei geklärt werden, ob mit Hilfe der rollierenden Planung ähnlich gute Pläne erstellt werden können, wie wenn der gesamte Planungshorizont auf Basis des Detailgrades des short term-Bereichs geplant wird.

Hierzu wird jede der Testinstanzen mit jedem der 24 Parametersets gelöst. Die Lösungen der short term-Bereiche der rollierenden Planung werden zu einer detaillierten Lösung des gesamten Planungshorizontes verbunden (RH). Zu Vergleichszwecken wird jeweils ein Modell erstellt, welches über den gesamten Planungshorizont nur detaillierte Perioden auf Basis des short term-Bereichs enthält. Die Lösung dieser Modelle stellt eine Benchmarklösung dar (F). Die Zielfunktionswerte der Lösungen von (F) stellen dabei eine untere Schranke für (RH) dar, falls (F) optimal gelöst werden konnte. Andernfalls kann die Lösung der rollierenden Planung (RH) auch einen besseren Zielfunktionswert enthalten, als die innerhalb des Zeitlimits beste gefundene Lösung von (F).

#### Testinstanzen „XS“

Für die Lösung der Testinstanzen „XS“ wird ein Zeitlimit von 96 Stunden vorgegeben. Tabelle 6.10 stellt den Vergleich der Zielfunktionswerte zusammengefasst dar. Die Zielfunktionswerte werden als annähernd gleich betrachtet, falls sie weniger als ein Prozent voneinander abweichen. Die Zielfunktionswerte der Benchmarkinstanzen (F) werden als  $z_1$  bezeichnet, die der rollierenden Planung (RH) mit  $z_2$ . Die relative Differenz kann mit Hilfe der Formel (6.1) berechnet werden.

Aus der Tabelle 6.10 ist ersichtlich, dass für über die Hälfte der Testläufe der rollierenden Planung eine Lösung gefunden werden konnte, die denselben oder einen ähnlich guten Zielfunktionswert bietet. Insbesondere für die Testinstanzen „XS04“, „XS07“ und „XS10“ konnte für alle Parametersets eine entsprechend gute Lösung gefunden werden. Im Mittel ist eine Abweichung von etwa 3,6% zu verzeichnen, wobei dies je nach Instanz und Parameterset schwanken kann.

| Name       | # $z1 < z2$ | # $z1 \approx z2$ | # $z1 > z2$ | # optimal( $F$ ) | RelDiff( $z$ ) |
|------------|-------------|-------------------|-------------|------------------|----------------|
| XS01       | 1           | 23                | 0           | 24               | 0,0010         |
| XS02       | 16          | 8                 | 0           | 24               | 0,0091         |
| XS03       | 7           | 17                | 0           | 24               | 0,1512         |
| XS04       | 0           | 24                | 0           | 24               | 0,0            |
| XS05       | 24          | 0                 | 0           | 22               | 0,0558         |
| XS06       | 6           | 18                | 0           | 24               | 0,1367         |
| XS07       | 0           | 16                | 8           | 0                | -0,0412        |
| XS08       | 18          | 6                 | 0           | 24               | 0,0246         |
| XS09       | 18          | 2                 | 4           | 8                | 0,0163         |
| XS10       | 0           | 24                | 0           | 24               | 0,0080         |
| Summe      | 90          | 138               | 12          | 198              |                |
| Mittelwert |             |                   |             |                  | 0,0362         |

Tabelle 6.10.: Vergleich der Zielfunktionswerte des integrierten dreistufigen Modells mit denen des komplett detailliert modellierten Modells für die Testinstanzen „XS“.

Alle Testläufe der rollierenden Planung konnten ohne Zeitbeschränkung optimal gelöst werden.

Die Benchmark Testläufe konnten nicht alle innerhalb des Zeitlimits optimal gelöst werden. Das Benchmarkmodell der Testinstanz „XS07“ kann für kein Parameterset innerhalb der 96 Stunden optimal gelöst werden. Am Ende des Zeitlimits ist hier ein relativer Gap zwischen etwa 4% und 60% vorhanden. Die Lösungen der Benchmarkmodelle der Testinstanzen „XS05“ und „XS09“, deren Optimalität ebenfalls nicht innerhalb des Zeitlimits bewiesen werden konnte, haben dagegen einen geringeren relativen Gap. Bei Erreichen des Zeitlimits liegt dieser bei höchstens acht Prozent. Insgesamt wurden 198 der 240 Testdurchläufe der Benchmarkmodelle optimal gelöst.

Nachfolgend sollen auch die relativen Abweichungen der Lösungszeiten untersucht werden. Die Lösungszeit der Benchmark Testläufe ( $F$ ) wird mit  $t1$  bezeichnet, während die Lösungszeiten der rollierenden Planung ( $RH$ ) mit  $t2$  bezeichnet werden. Verglichen werden die Lösungszeiten des Solvers. Etwaiger Aufwand für das Fixieren der Lösung oder den Aufbau des Modells wird hier vernachlässigt. Ein Vergleich der Lösungszeiten findet sich in Tabelle 6.11. Daraus wird ersichtlich, dass alle Testläufe ( $RH$ ) in kürzerer Zeit gelöst werden konnten als die Testläufe ( $F$ ). Im Mittel ergibt sich eine Zeitersparnis von etwa 92%.

Eine besonders hohe Zeitersparnis bietet sich natürlich für die Testdurchläufe, bei denen die Benchmarkmodelle nicht optimal gelöst werden konnten und welche somit das Zeitlimit von 96 Stunden vollständig für die Optimierung ausgenutzt haben. Dies ist beispielsweise anhand der Testinstanz „XS07“ ersichtlich.

| Name       | # t1 < t2 | # t1 ≈ t2 | # t1 > t2 | RelDiff |
|------------|-----------|-----------|-----------|---------|
| XS01       | 0         | 0         | 24        | -0,8091 |
| XS02       | 0         | 0         | 24        | -0,9734 |
| XS03       | 0         | 0         | 24        | -0,8907 |
| XS04       | 0         | 0         | 24        | -0,9019 |
| XS05       | 0         | 0         | 24        | -0,9844 |
| XS06       | 0         | 0         | 24        | -0,9297 |
| XS07       | 0         | 0         | 24        | -0,9881 |
| XS08       | 0         | 0         | 24        | -0,8947 |
| XS09       | 0         | 0         | 24        | -0,9931 |
| XS10       | 0         | 0         | 24        | -0,8752 |
| Summe      | 0         | 0         | 240       |         |
| Mittelwert |           |           |           | -0,9240 |

Tabelle 6.11.: Vergleich der Lösungszeiten des integrierten dreistufigen Modells mit denen des komplett detailliert modellierten Modells.

Ferner soll auch der Zusammenhang zwischen der relativen Abweichung der Zielfunktionswerte und der Lösungszeit untersucht werden. Hierfür werden die 240 Testläufe nach der relativen Abweichung des Zielfunktionswertes zwischen der rollierenden Planung und dem zugehörigen Benchmarkmodell geordnet und gemeinsam mit der relativen Abweichung der Lösungszeit in einem Diagramm dargestellt, siehe Abbildung 6.6. Das Diagramm zeigt deutlich, dass erhebliche Zeiteinsparungen bei annähernd allen Testläufen möglich sind und viele der Testläufe trotzdem gute bis sehr gute Lösungen bzw. Zielfunktionswerte finden. Nur einige wenige Lösungen der rollierenden Planung sind deutlich schlechter als die entsprechende Lösung des Benchmarkmodells.

Zu jeder Testinstanz wurden 24 Parametersets getestet. Entsprechend unterschiedlich kann der Planungshorizont eingeteilt sein. Hierbei wird neben der Größe der drei Modellbereiche auch die Größe der Perioden innerhalb der einzelnen Modellbereiche festgelegt. Welche Auswirkungen diese Einteilung hat, soll im Folgenden untersucht werden. Dafür werden für jeden Parameter die einzelnen Parameterausprägungen gegenüber gestellt. Anhand der gemittelten relativen Abweichung der Zielfunktionswerte kann bestimmt werden, wie sich eine Veränderung eines Parameters im Mittel auswirkt. Abbildung 6.7 stellt diese Veränderung für die relative Abweichung des Zielfunktionswertes dar, während Abbildung 6.8 die relative Abweichung der Lösungszeit abbildet.

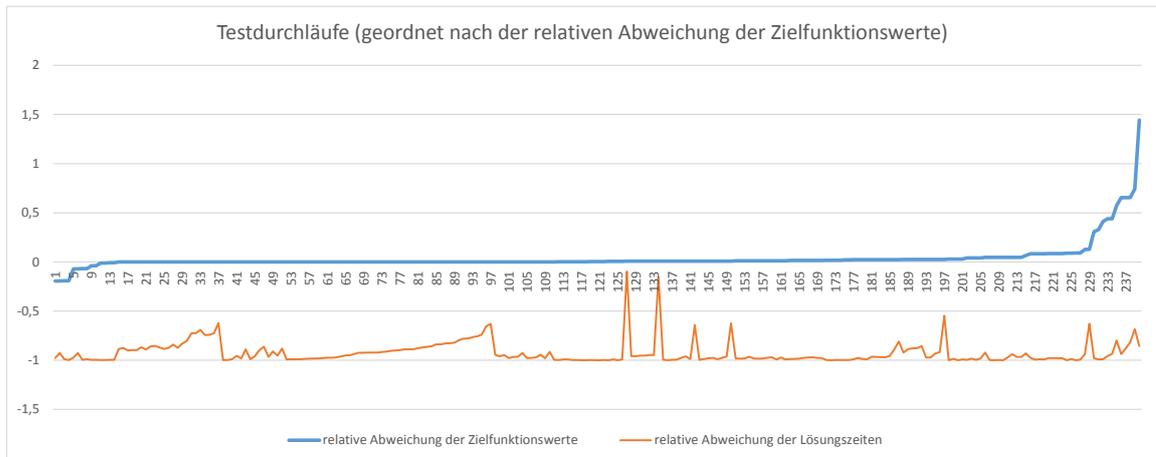


Abbildung 6.6.: Nach der Abweichung des Zielfunktionswertes sortierte Darstellung aller Testdurchläufe der Testinstanzen „XS“ mitsamt der Abweichungen der Lösungszeiten.

Aus der Abbildung 6.7 ist ersichtlich, dass insbesondere die Größe des short term-Bereichs „ $t_{ST}$ “ und des medium term-Bereichs „ $t_{MT}$ “ eine große Auswirkung auf die durchschnittliche Lösungsgüte haben. Welcher der beiden Parameter eine größere Auswirkung auf die Lösungsqualität hat, lässt sich hieraus allerdings nicht eindeutig ableiten.

Auch die Folgen einer Veränderung der Periodengröße sind aus den Abbildungen ersichtlich. Eine Vergrößerung der Perioden führt dabei im Mittel zu einer Verschlechterung des Zielfunktionswertes. Zu sehen ist dies am Parameter „ $t_{pmt}$ “. Für die Periodengröße des short term-Bereichs kann keine eindeutige Aussage getroffen werden, siehe Parameter „ $t_{pst}$ “.

In Bezug auf die Lösungszeiten können aus der Abbildung 6.8 ebenfalls Aussagen abgeleitet werden. Generell scheint hier eine Verbesserung der Lösungsgüte mit einer längeren Laufzeit einher zu gehen. Dies ist beispielsweise bei der Vergrößerung des short term-Bereichs und des medium term-Bereichs ersichtlich.

### Testinstanzen „S“

Für die Testinstanzen „S“ wird ebenfalls ein Zeitlimit von 96 Stunden für die Optimierung vorgegeben. Aufgrund der größeren Instanzen und des damit einhergehenden Planungshorizontes werden die einzelnen Iterationen der rollierenden Planung ebenfalls zeitlich beschränkt. Dies soll auch für eine mögliche höhere Anzahl an Iterationen eine Lösungsfindung für den gesamten Planungshorizont ermöglichen. Die Dauer ei-

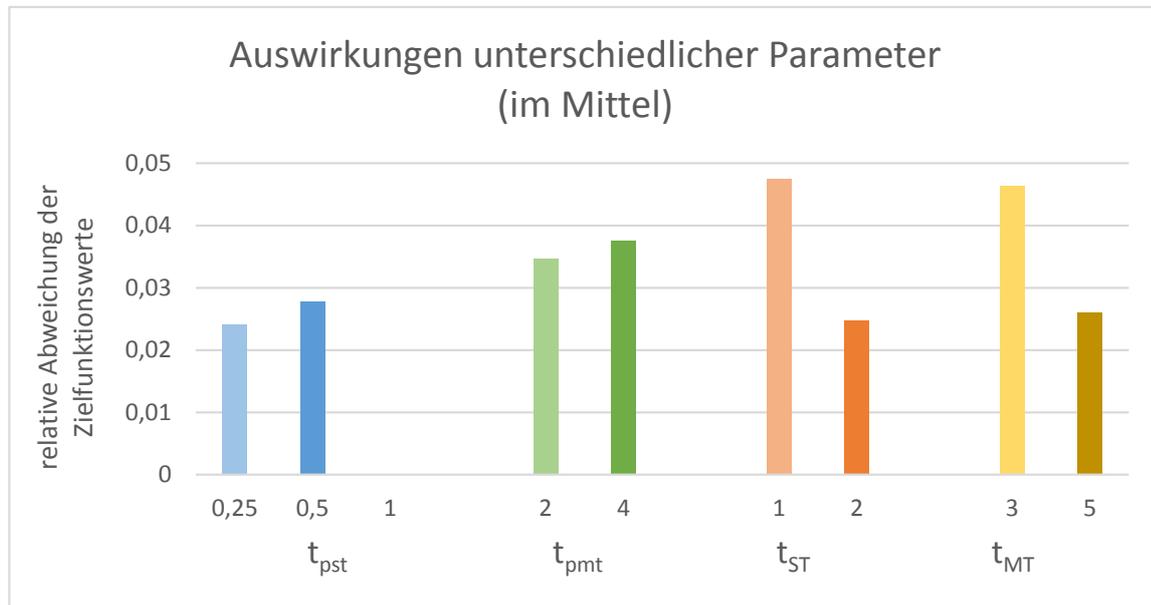


Abbildung 6.7.: Auswirkungen der Änderungen von verschiedenen Parametern auf die Lösungsgüte, anhand der mittleren relativen Abweichung der Testläufe.

ner Iteration im rollierenden Planungsprozess wird dabei auf zwei Stunden begrenzt. Die drei enthaltenen Testinstanzen werden wiederum mit Hilfe der 24 Parametersets gelöst.

Hierbei konnten von den 72 Testdurchläufen der rollierenden Planung nur 69 gelöst werden. Für die restlichen vier Iterationen ist die Zeitbeschränkung von zwei Stunden pro Iteration zu restriktiv. Tabelle 6.12 zeigt die beschriebenen Fälle im Detail. Es ist zu erkennen, dass es sich bei den drei Parametersets jeweils um Testläufe mit einer geringen short term-Periodengröße und einem großen Planungsabschnitt für den short term- und medium term-Bereich handelt. Die zugrunde liegenden Modelle fallen dadurch von Natur aus größer aus.

| Name | $t_{pst}$ (h) | $t_{pmt}$ (h) | $t_{plt}$ (h) | $t_{ST}$ (d) | $t_{MT}$ (d) |
|------|---------------|---------------|---------------|--------------|--------------|
| S01  | 0,25          | 2             | 168           | 2            | 3            |
| S01  | 0,25          | 2             | 168           | 2            | 5            |
| S01  | 0,25          | 4             | 168           | 2            | 5            |

Tabelle 6.12.: Detaillierte Untersuchung der nicht lösbaren Parametersets der Testinstanzen „S“.

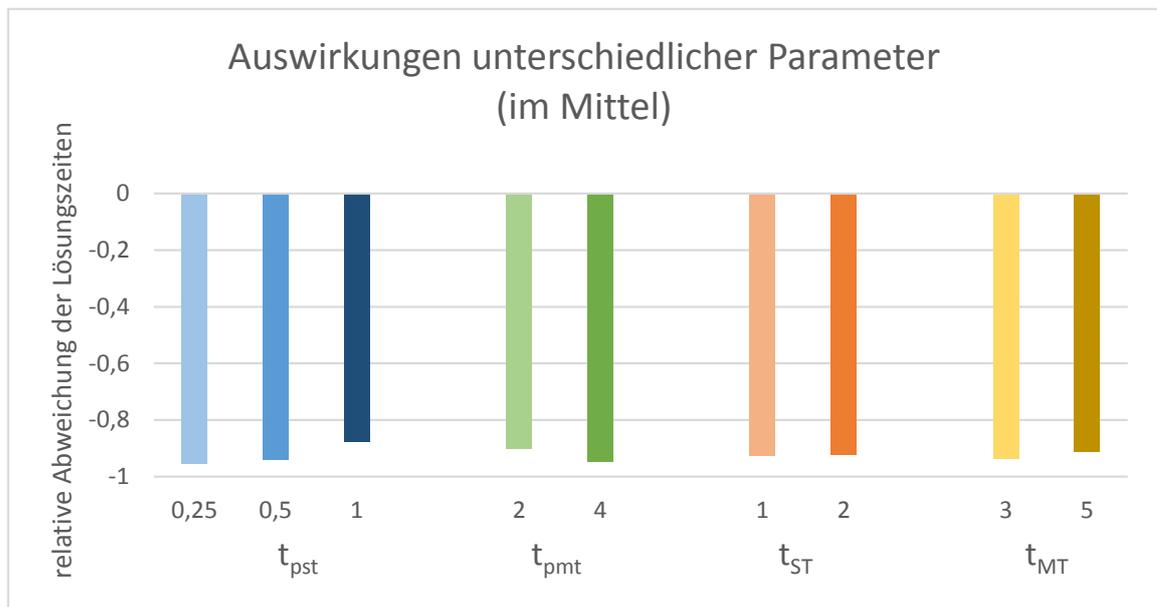


Abbildung 6.8.: Auswirkungen der Änderungen von verschiedenen Parametern auf die Lösungszeiten, anhand der mittleren relativen Abweichung der Testläufe.

Neben der rollierenden Planung (RH) kommt für die 69 gelösten Testdurchläufe eine detaillierte Modellierung als Benchmark zum Einsatz (F). Hierfür wird der gesamte Planungshorizont in short term-Perioden eingeteilt und das entstandene Modell gelöst. Tabelle 6.13 zeigt einen Vergleich der Zielfunktionswerte, wobei ein Unterschied von weniger als einem Prozent als annähernd gleich angesehen werden kann. Die relative Abweichung kann analog zu den Testinstanzen „XS“ berechnet werden. Die Tabelle führt darüber hinaus auch auf, für wie viele der Benchmark Testläufe überhaupt eine gültige Lösung innerhalb der 96 Stunden gefunden werden konnte ( $\# \text{lsg}(F)$ ).

| Name       | $\# z1 < z2$ | $\# z1 \approx z2$ | $\# z1 > z2$ | $\# \text{lsg}(F)$ | $\overline{\text{RelDiff}(z)}$ |
|------------|--------------|--------------------|--------------|--------------------|--------------------------------|
| S01        | 0            | 0                  | 21           | 0                  | -1,0                           |
| S02        | 9            | 11                 | 4            | 20                 | -0,1572                        |
| S03        | 2            | 1                  | 21           | 8                  | -0,6775                        |
| Summe      | 11           | 12                 | 46           | 28                 |                                |
| Mittelwert |              |                    |              |                    | -0,6116                        |

Tabelle 6.13.: Vergleich der Zielfunktionswerte des integrierten dreistufigen Modells mit denen des komplett detailliert modellierten Modells für die Testinstanzen „S“.

Einzig für 28 der 69 Benchmark Modelle konnte überhaupt innerhalb des Zeitlimits eine Lösung gefunden werden. Diese Lösungen weisen allerdings noch einen relativen Gap zwischen etwa 0,1% und 45% auf. Demnach existieren 41 Testdurchläufe für die nur eine Lösung auf Basis der rollierenden Planung gefunden werden konnte. Sie sind ebenfalls in der Tabelle 6.13 abgetragen. Ein Vergleich ist für diese Testdurchläufe nicht möglich. Der Zielfunktionswert des Benchmarkmodells wird in diesem Fall als unendlich angesehen, was eine gewisse Bewertung zulässt. Von den 28 Testdurchläufen bei denen durch beide Lösungsversuche eine gültige Lösung gefunden wurde, konnte die rollierende Planung in 17 Fällen eine bessere oder annähernd gleich gute Lösung finden.

Die relative Differenz der Zielfunktionswerte ( $\overline{\text{RelDiff}(z)}$ ) wird wie zuvor berechnet. Wurde innerhalb der 96 Stunden keine gültige Benchmarklösung gefunden, so wird eine relative Differenz der Zielfunktionswerte von  $-1,0$  angenommen. Unter dieser Prämisse konnte die rollierende Planung für jede der drei Instanzen im Mittel bessere Zielfunktionswerte finden. Über alle Testdurchläufe gemittelt ergibt sich eine relative Abweichung von über 60%.

Nachfolgend sollen auch die Lösungszeiten untersucht werden. Da keine der Benchmarkinstanzen innerhalb des Zeitlimits optimal gelöst werden konnte, soll nur die relative Differenz der Lösungszeiten betrachtet werden. Tabelle 6.14 führt diese übersichtlich auf. Klar erkennbar ist hier die deutliche Zeitersparnis bei der Lösungsfindung mit Hilfe der rollierenden Planung und dem kombinierten Modell.

|                   | S01     | S02     | S03     | Mittelwert |
|-------------------|---------|---------|---------|------------|
| <b>RelDiff(t)</b> | -0,8964 | -0,9681 | -0,8987 | -0,9211    |

Tabelle 6.14.: Vergleich der Lösungszeiten des integrierten dreistufigen Modells mit denen des komplett detailliert modellierten Modells für die Testinstanzen „S“.

Im Folgenden soll auch die Lösungsgüte der beiden Testdurchläufe genauer betrachtet werden. Hierzu werden nur die Tests evaluiert, bei denen mit Hilfe beider Lösungsversuche eine Lösung gefunden werden konnte. Abbildung 6.9 stellt die relative Abweichung der Zielfunktionswerte und der Lösungszeiten graphisch dar.

Die Abbildung verdeutlicht, dass die Abweichung der Zielfunktionswerte für alle dargestellten Testinstanzen nur gering ausfällt. Sie liegt im Intervall von etwa  $-9\%$  bis etwa  $4\%$ . Die Abweichung bei der Lösungszeit fällt hingegen deutlich größer aus. Dies liegt nicht zuletzt an der internen Zeitbeschränkung einzelner Iterationen der rollierenden Planung auf zwei Stunden.

## 6. Evaluation der Lösungsgüte und des Lösungsprozesses

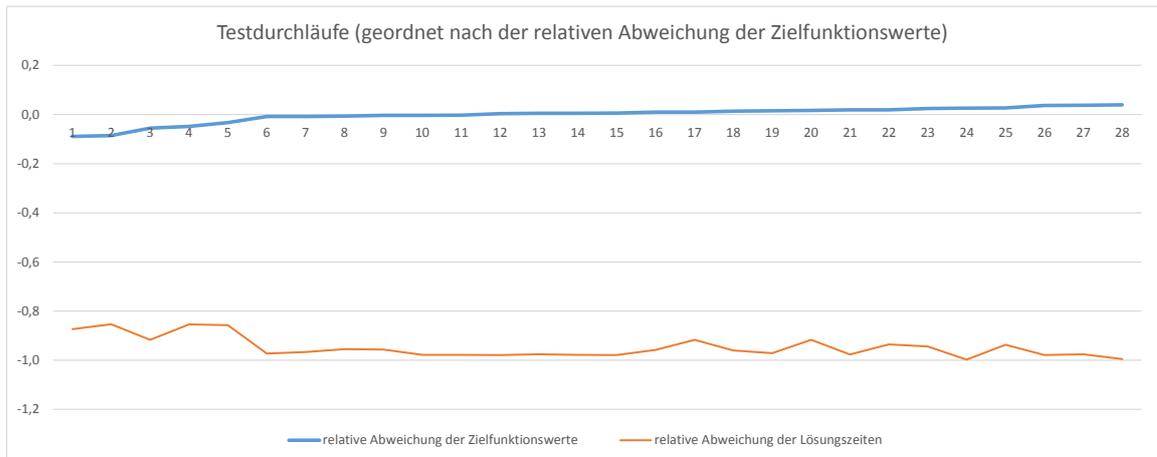


Abbildung 6.9.: Nach der Abweichung des Zielfunktionswertes sortierte Darstellung aller gelösten Testdurchläufe der Testinstanzen „S“ mitsamt der Abweichungen der Lösungszeiten.

Die Auswirkungen der einzelnen Parameter fallen bei den Testinstanzen „S“ nicht ganz so eindeutig aus wie bei den zuvor untersuchten Testinstanzen „XS“. Sie sind dargestellt in den Abbildungen 6.10 und 6.11. Insbesondere bei den Mittelwerten der relativen Abweichung der Zielfunktionswerte ist kein Muster erkennbar, was auf die geringe Fallzahl zurückzuführen sein könnte, bei der eine Benchmarklösung gefunden wurde und die zur Berechnung zur Verfügung steht.

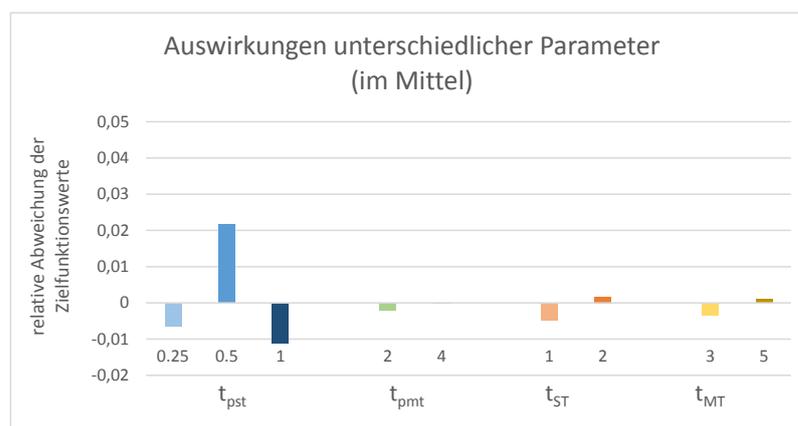


Abbildung 6.10.: Auswirkungen der Änderungen von verschiedenen Parametern auf die Lösungsgüte für die Testinstanzen „S“.

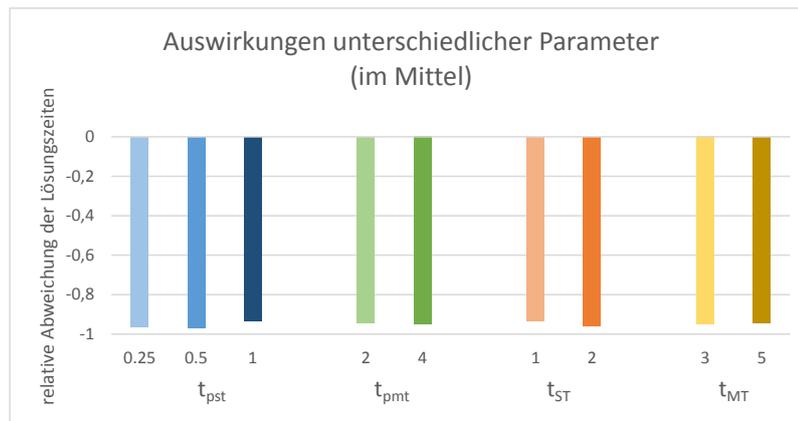


Abbildung 6.11.: Auswirkungen der Änderungen von verschiedenen Parametern auf die Lösungszeiten für die Testinstanzen „S“.

### Testinstanzen „M“

Die Testinstanzen „M“ enthalten über 20 verschiedene Produkte und sind entsprechend schwerer zu lösen als die bisher getesteten Instanzen. Auch hier wurde eine Zeitbeschränkung auf zwei Stunden pro Iteration und auf insgesamt 96 Stunden vorgegeben. Für die Lösungsfindung wurden diesmal 32 GB RAM, statt wie bisher 16 GB, genutzt.

Die zwei enthaltenen Testinstanzen wurden wiederum mit Hilfe der 24 Parametersets gelöst. Hieraus ergeben sich 48 Testdurchläufe, von denen allerdings nur 17 mit Hilfe der rollierenden Planung gelöst werden konnten. Für 27 Testdurchläufe war die interne Zeitbeschränkung auf zwei Stunden pro Iteration zu restriktiv, sodass innerhalb dieser Zeitspanne keine gültige Lösung gefunden werden konnte (Time). Vier weitere Testläufe wurden aufgrund von einer `OutOfMemoryException` (OOM) beendet, obwohl der Arbeitsspeicher bereits erweitert wurde. Tabelle 6.15 gibt eine Übersicht über die Testläufe.

Die erste Testinstanz kann mit keiner der Parametersets gelöst werden. Bei der Auswertung der Lösbarkeit fällt auf, dass die `OutOfMemoryException` nur bei den Testläufen auftritt, die eine besonders detaillierte Modellierung des short term-Bereichs mit einer Periodengröße von 0,25 Stunden enthalten. Dies ergibt Sinn, da hierdurch deutlich mehr Perioden innerhalb des short term-Bereichs modelliert werden, was durch die detaillierte Modellierung dieses Bereichs einen größeren Effekt auf die Modellgröße hat als bei den anderen beiden Planungsbereichen. Eben dieser Effekt lässt sich auch bei der zweiten Testinstanz beobachten. Die Testläufe, die nicht innerhalb des Zeitlimits für eine Iteration gelöst werden konnten, umfassen allesamt ebenfalls eine besonders detaillierte Modellierung des short term-Bereichs mit einer Periodengröße von 0,25 Stunden.

| <b>Instanz</b> | <b># lsg(RH)</b> | <b># Time(RH)</b> | <b># OOM(RH)</b> |
|----------------|------------------|-------------------|------------------|
| M01            | 0                | 20                | 4                |
| M02            | 17               | 7                 | 0                |

Tabelle 6.15.: Übersicht über die Lösbarkeit der Testinstanzen „M“.

Nachfolgend soll nur auf die 17 gelösten Testläufe eingegangen werden. Zur Bewertung des Lösungsverhaltens der rollierenden Planung (RH) wurde auch für diese Testläufe eine detaillierte Modellierung als Benchmark (F) konstruiert. Es besteht wie bei den bereits zuvor untersuchten Testinstanzen nur aus short term-Perioden, die sich über den gesamten Planungshorizont erstrecken.

Jedoch konnte keine der Benchmarkinstanzen innerhalb der Zeitvorgabe von 96 Stunden gelöst werden. Drei der 17 Testläufe wurden mit einer `OutOfMemoryException` beendet. Hierbei handelt es sich um Instanzen mit einer sehr detaillierten Modellierung, beispielsweise mit der Periodengröße von 0,25 Stunden. Aber auch für alle weiteren Instanzen konnte innerhalb der vorgegebenen Zeitspanne keine gültige Lösung gefunden werden.

### **Testinstanzen „L“**

Die Testinstanzen „L“ enthalten zwischen 52 und 104 Produkten, die auf etwa 20 verschiedenen Ressourcen produziert werden können. Sie sind noch einmal deutlich größer als alle vorangegangenen Testinstanzen. Aus den vorangegangenen Tests ist ersichtlich, dass das Konzept und die prototypische Umsetzung hier an seine Grenzen stößt. Von den insgesamt 96 Testdurchläufen konnte keiner beendet werden, obwohl auch hier 32 GB RAM für die Lösung genutzt wurden. Für den Großteil der Testdurchläufe konnte aufgrund der Modellgröße entweder das Modell gar nicht erstellt werden oder der Lösungsversuch musste aufgrund von zu wenig Arbeitsspeicher und einer `OutOfMemoryException` abgebrochen werden. Einzig acht der 96 Tests haben mindestens eine Iteration innerhalb der rollierenden Planung lösen können. Diese acht Testdurchläufe und zwei zusätzliche Durchläufe wurden nicht durch den begrenzten Arbeitsspeicher, sondern die Zeitbeschränkung einer einzelnen Iteration innerhalb der rollierenden Planung beendet. Bei diesen Testdurchläufen handelt es sich vermehrt um die Modelle, die mit Hilfe eines Parametersets modelliert wurden, welches eine gröbere Modellierung zulässt. Hier ist beispielsweise eine Periodengröße von einer Stunde statt einer halben oder einer viertel Stunde zu nennen.

Eine Evaluierung der Lösungsqualität oder der Lösungszeit der Testinstanzen „L“ ist nicht möglich, da kein Testdurchlauf vollständig gelöst werden konnte.

#### 6.2.4. Untersuchungen zur Lösbarkeit der Modelle

Aus dem vorangegangenen Abschnitt 6.2.3 ist ersichtlich, dass das Konzept viel Potential bietet und die prototypische Umsetzung anhand des Betrachtungsgegenstandes für kleinere Instanzen im Mittel gute und schnelle Lösungen finden kann. Dennoch stößt das Konzept aufgrund des sehr komplexen Modells schnell an seine Grenzen. Dies liegt insbesondere an den vielfältigen Anforderungen des Betrachtungsgegenstandes, die im Modell integriert sind.

Im Folgenden soll der Frage nachgegangen werden, welche Teilaspekte des Modells vernachlässigt werden können, um die Modellgröße zu reduzieren und die Lösungszeit zu verkürzen.

Durch die Vernachlässigung von Rüstzeiten ergibt sich eine Lösung, deren Umsetzbarkeit in der Realität nicht garantiert werden kann. Ähnlich verhält es sich bei der Ganzzahligkeit der Produktionsmengen und der Synchronisation des Materialflusses. Eine Modellvereinfachung im Sinne einer in der Realität umsetzbaren Lösung könnte in der Vorauswahl von Ressourcen bestehen. Hierdurch würde jedes Produkt beispielsweise genau einer Ressource zugeordnet und könnte nur noch auf dieser produziert werden. Das Planungsproblem mit parallelen Ressourcen wird hierdurch auf ein Planungsproblem mit mehreren Ressourcen reduziert. Der Lösungsraum des Modells wird dabei verkleinert. Allerdings ist es möglich, dass bisher gültige Lösungen dadurch nicht mehr im Lösungsraum enthalten und somit nicht mehr gültig sind.

Zur Evaluierung dieses abgewandelten Planungsproblems wurde für jedes Produkt einer jeden Instanz genau eine Ressource zufällig festgelegt. Danach wurden diese geänderten Instanzen erneut mit Hilfe der rollierenden Planung gelöst. Die Testdurchläufe wurden mit denselben Bedingungen durchgeführt wie bereits in den entsprechenden Versuchen zuvor. Eine Vergleichbarkeit ist dennoch nicht automatisch gegeben, da sich eine andere optimale Lösung ergeben kann. Es ist möglich, dass für die Berechnung dieser Lösung mehr Iterationen innerhalb der rollierenden Planung notwendig sind als zuvor. Dies liegt daran, dass die Produkte, welche auf einer besonders stark frequentierten Ressource produziert werden sollen, nicht mehr auf andere Ressourcen verschoben werden können. Die möglicherweise unterschiedlichen optimalen Lösungen müssen bei der Interpretation berücksichtigt werden.

Bei den Instanzen der Gruppen „XS“ und „S“ ist die Anzahl der gelösten Instanzen annähernd gleich. Bei den Gruppen „M“ und „L“ hingegen konnten durch die Reduzierung auf je eine Ressource pro Produkt deutlich mehr Testdurchläufe beendet werden. So wurden 48 statt 17 Testdurchläufe der Gruppe „M“ und 22 statt 0 Testdurchläufe der Gruppe „L“ erfolgreich beendet. Es zeigt sich darüber hinaus auch ein deutlicher Unterschied in der benötigten Lösungszeit. Tabelle 6.16 führt die mittlere absolute

(AbsDiff(t)) und die mittlere relative Differenz der Lösungszeiten (RelDiff(t)) für alle Testdurchläufe auf, die in beiden Fällen gelöst werden konnten. Die relative Differenz kann mit der angepassten Formel (6.1) berechnet werden. Für die Gruppe „L“ kann kein Vergleich gezogen werden, da keiner der vorangegangenen Testläufe erfolgreich beendet werden konnte. Beachtet werden muss bei dem Vergleich natürlich auch die Zeiteinschränkung von zwei Stunden pro Iteration für die Instanzgruppen „S“, „M“ und „L“.

| <b>Instanzgruppe</b> | <b>AbsDiff(t)</b> | <b>RelDiff(t)</b> |
|----------------------|-------------------|-------------------|
| <i>XS</i>            | -1631,8268 sek.   | -0,8508           |
| <i>S</i>             | -25378,1744 sek.  | -0,8877           |
| <i>M</i>             | -17891,09 sek.    | -0,3719           |
| <i>L</i>             | -                 | -                 |

Tabelle 6.16.: Mittlere relative Differenz der Lösungszeiten vom integrierten Modell mit und ohne parallele Ressourcen.

Von besonderem Interesse für die Lösbarkeit der Instanzen ohne parallele Ressourcen ist vor allem auch die Modellgröße. Neben dem Einfluss auf die Lösungszeit hat diese hierbei auch Auswirkungen auf den Speicherverbrauch. So wurden viele der Testdurchläufe in Abschnitt 6.2.3 aufgrund von `OutOfMemoryExceptions` beendet, was auf ein besonders großes Modell oder einen unzureichend großen Arbeitsspeicher schließen lässt.

Nachfolgend sollen deshalb insbesondere die Anzahl der Zeilen, Spalten und Variablen der Modelle untersucht werden. Dies ist nur möglich für die erste Iteration, da bereits bei der zweiten Iteration Abweichungen durch eine unterschiedliche Lösung der ersten Iteration möglich sind. Die Tabellen 6.17 und 6.18 führen die verschiedenen Instanzgrößen im Mittel und die mittlere relative Abweichung auf.

Auch diese Auswertung muss mit Vorsicht interpretiert werden, da der Planungshorizont bei einem der Modelle größer ausgefallen sein könnte. Dies ist der Fall, falls die Kapazitäten unzureichend sind und eine Vergrößerung des Planungshorizontes zusätzliche Kapazitäten in das Modell integriert. Hierbei steigt die Anzahl der Zeilen, Spalten und Variablen. Aufgrund des kleineren Lösungsraumes des reduzierten Modells sollte dieser Fall tendenziell eher bei diesem Modell auftreten.

Die Tabelle 6.17 führt die mittlere Anzahl der Zeilen, der Spalten sowie die mittlere Anzahl der kontinuierlichen, der ganzzahligen und der binären Entscheidungsvariablen für das Modell mit parallelen Ressourcen (PR) und das auf eine Ressource pro Produkt reduzierte Modell (SR) auf. Die großen Unterschiede sind dabei deutlich sichtbar.

| Instanzgruppe |      | # Zeilen   | # Spalten  | # kont.   | # int.    | # bin.    |
|---------------|------|------------|------------|-----------|-----------|-----------|
| <i>XS</i>     | - PR | 64775,63   | 26463,73   | 4104,87   | 9903,10   | 9605,90   |
|               | - SR | 13525,03   | 6968,02    | 962,38    | 2137,44   | 1972,13   |
| <i>S</i>      | - PR | 221179,31  | 83686,11   | 24065,25  | 34679,54  | 34396,88  |
|               | - SR | 36807,67   | 18889,06   | 4575,22   | 6847,67   | 6709,85   |
| <i>M</i>      | - PR | 1286620,25 | 423801,71  | 131522,5  | 186729,58 | 185460,25 |
|               | - SR | 148054,67  | 64782,04   | 17829,92  | 24637,67  | 24243,69  |
| <i>L</i>      | - PR | 5165096,97 | 1609329,74 | 256317,27 | 345618,32 | 345326,73 |
|               | - SR | 898171,96  | 321226,71  | 97515,07  | 130246,20 | 130118,76 |

Tabelle 6.17.: Modellgröße des integrierten Modells mit und ohne parallele Ressourcen.

Die Tabelle 6.18 verdeutlicht die Unterschiede noch einmal anhand der mittleren relativen Differenz. Sie kann mit der angepassten Formel (6.1) berechnet werden.

| Instanzgruppe | RelDiff    |             | RelDiff   |          |          |
|---------------|------------|-------------|-----------|----------|----------|
|               | (# Zeilen) | (# Spalten) | (# kont.) | (# int.) | (# bin.) |
| <i>XS</i>     | -0,6749    | -0,6359     | -0,6687   | -0,6839  | -0,6893  |
| <i>S</i>      | -0,7970    | -0,7411     | -0,7810   | -0,7731  | -0,7754  |
| <i>M</i>      | -0,8610    | -0,8177     | -0,8426   | -0,8440  | -0,8451  |
| <i>L</i>      | -0,8769    | -0,8505     | -0,8521   | -0,8482  | -0,8484  |

Tabelle 6.18.: Mittlere relative Differenz der Modellgröße des integrierten Modells mit und ohne parallele Ressourcen.

Anhand der beiden Tabellen und der erhöhten Anzahl an gelösten Testdurchläufen lässt sich sehr gut erkennen, dass durch die Vorgabe von Ressourcen für die Produkte die Lösbarkeit deutlich verbessert werden konnte. Dies geht allerdings einher mit einer Reduzierung des Lösungsraumes und kann zu einer deutlichen Verschlechterung der Lösungsqualität führen, nicht nur bei einer ungünstigen Vorgabe der Ressourcen.

### 6.3. Interpretation und Zusammenfassung der Testergebnisse

In den vorangegangenen Abschnitten wurde die Korrektheit und das Lösungsverhalten des in dieser Arbeit entwickelten Modells auf Basis der rollierenden Planung evaluiert. Verwendet wurden hierfür verschiedene Instanzen, die auf angereicherten Daten aus der Praxis basieren.

Hierzu wurde zuerst untersucht, ob das entwickelte Modell in Kombination mit der rollierenden Planung funktioniert und für welche Fälle dieser Ansatz keine Lösung findet.

Es hat sich herausgestellt, dass das Modell ohne Erweiterungen nicht in allen Situationen eine Lösung findet, die zum Fortschreiben innerhalb der rollierenden Planung genutzt werden kann. So kann es in speziellen Situationen passieren, dass dieser Lösungsansatz nicht terminiert. Abhilfe kann durch das Einbeziehen zusätzlicher Kosten für im Auftragsrückhang befindliche Vor- und Zwischenprodukte geschaffen werden. Die Testergebnisse zeigen, dass hierdurch auch die betroffenen Instanzen gelöst werden konnten. Die Betrachtung dieser zusätzlichen Kosten kann allerdings zu veränderten Lösungen führen. Diese Veränderung kann aufgrund der Lösung von aufeinanderfolgenden Modellen innerhalb der rollierenden Planung sowohl negativ als auch positiv ausfallen.

Nachdem die Lösbarkeit der rollierenden Planung getestet und sichergestellt wurde, wurde der Lösungsprozess weiter untersucht. Interessant war hierbei insbesondere die Frage, ob zusätzliche Nebenbedingungen, die domänenspezifisches Wissen rund um den reihenfolgeabhängigen Rüstvorgang ausnutzen, vorteilhaft für die Lösungsfindung genutzt werden können. Es hat sich herausgestellt, dass diese zusätzlichen Nebenbedingungen für die getesteten Instanzen einen deutlichen Unterschied machen und deshalb genutzt werden sollten.

Für die weitere Evaluation wurde der Lösungsprozess auf Grundlage dieser ersten beiden Abschnitte entsprechend angepasst und sowohl die zusätzlichen Kosten, als auch das domänenspezifische Wissen in das Modell integriert. Die weiteren Tests wurden durchgeführt, um die Lösungsqualität des entwickelten Modells und des zugrunde liegenden Konzeptes mitsamt der rollierenden Planung zu evaluieren. Hierfür wurden verschiedene Instanzen unterschiedlicher Größe genutzt. Zu Vergleichszwecken dienten der rollierenden Planung Modelle, bei denen der gesamte Planungshorizont detailliert modelliert wurde. Die Testergebnisse lassen auf verschiedene Dinge schließen. Insbesondere für die Instanzen mit geringer Größe zeigt das in dieser Arbeit entwickelte Konzept, verschieden detaillierte Modelle zu verknüpfen und in einer rollierenden Planung zu verwenden, viel Potential. Die Lösungen der rollierenden Planung können im Mittel durchaus mit denen einer vollständig detaillierten Planung konkurrieren. Sowohl die Lösungszeit als auch die Lösungsqualität hängen hierbei entscheidend von den gewählten Parametern, also der Einteilung des Planungshorizontes, ab. Einen besonders großen Einfluss scheint hierbei die Länge des short term- und des medium term-Bereichs zu haben, was die Entscheidung, den Planungshorizont in mehr als zwei Planungsbereiche zu unterteilen, unterstützt. Die für die kleineren Instanzen beobachteten Effekte lassen sich auch auf die etwas größeren Instanzen übertragen. Auch hier zeigt sich im Mittel eine Konkurrenzfähigkeit des Konzeptes gegenüber eines komplett detailliert modellierten Optimierungsmodells in Bezug auf die Lösungsqualität und die Lösungszeit.

Trotz dieser vielversprechenden Ergebnisse stößt auch dieses Konzept bei größeren Probleminstanzen schnell an seine Grenzen. Dies kann in einigen Fällen durch zusätz-

liche Rechenkapazitäten oder die Begrenzung der Lösungszeit einer einzelnen Iteration der rollierenden Planung gelöst werden.

Aufgrund der hohen Komplexität des Modells und der Modellgröße wurden die Faktoren untersucht, die das Modell besonders schwer zu lösen macht. Im Sinne einer in der Realität umsetzbaren Lösung wurde die Vorauswahl von Ressourcen für jedes einzelne Produkt näher betrachtet. Hierdurch ergibt sich ein verkleinertes Modell. Falls jedem Produkt nur eine Ressource zugeordnet wird, ergibt sich sogar ein Modell ohne parallele Produktionsmöglichkeiten. Die zuvor verwendeten Testinstanzen wurden genau auf diesen Fall angepasst und es hat sich gezeigt, dass auch für viele größere Instanzen eine Lösung gefunden werden konnte. Ursache hierfür scheint insbesondere eine deutliche Reduzierung der Modellgröße zu sein. Solch eine Vorauswahl an Ressourcen kann allerdings auch die Lösungsqualität deutlich beeinflussen und ist mit Sorgfalt durchzuführen.

Insgesamt zeigt sich aber, dass ab einer gewissen Modellgröße auch mit Hilfe des hier verwendeten Ansatzes keine Lösung mehr gefunden werden kann. Die Weiterentwicklung oder die Kombination mit anderen Lösungstechniken wäre hierfür nötig.



## 7. Zusammenfassung und Ausblick

### 7.1. Zusammenfassung

Das Hauptziel dieser Arbeit war die Konzeption und Entwicklung einer integrierten Losgrößen- und Reihenfolgeplanung, die den Betrachtungsgegenstand möglichst realitätsgetreu abbildet und Bezug auf die zugrunde liegenden Anforderungen nimmt. Hierzu zählen beispielsweise die Beachtung der Reihenfolge beim Einplanen der Rüstvorgänge oder die Berücksichtigung der Häufigkeit von Um- und Neuplanungen. Weiterhin sollten auch die Anforderungen bezüglich der spanenden Fertigung berücksichtigt werden. Besonders lange Rüst- und Produktionszeiten sowie ein mehrstufiger Fertigungsprozess erweitern die Anforderungen, die an die integrierte Losgrößen- und Reihenfolgeplanung gestellt wurden.

In Kapitel 2 wurden die Grundlagen des Betrachtungsgegenstandes und der Planung erläutert, während Kapitel 3 bestehende ähnliche Ansätze untersucht und mit den gestellten Anforderungen abgeglichen hat. Hierbei wurde festgestellt, dass keine bestehende Arbeit allen vorgegebenen Anforderungen genüge tut, aber viele der Anforderungen zumindest in Ansätzen in der Literatur behandelt werden. Auf dieser Basis wurde ein Handlungsbedarf abgeleitet, der durch die Definition von einzelnen Zielen verfeinert wurde.

Für die Umsetzung des Hauptzieles wurde in Kapitel 4 ein Konzept entwickelt, welches insbesondere bei häufigen Um- und Neuplanungen einen Vorteil bieten soll. Dieser neue Ansatz sieht die Kombination verschiedener mathematischer Modelle zur Lösung des Planungsproblems vor. Eine gezielte Auswahl der Modelle soll hierbei den Lösungsprozess unterstützen und die Lösungszeit senken. Die Modelle sollen entsprechend ihrem Detailgrad ausgewählt und derart kombiniert werden, dass der Detailreichtum in der Zukunft abnimmt. Dies soll für die nahe Zukunft eine detaillierte Planung ermöglichen, während die Größe des kombinierten Modells durch den verringerten Detailgrad der weiter entfernten Zukunft nicht übermäßig ansteigt. Auch für die Umplanung dieser weiter entfernten Zukunft bietet das Konzept Vorteile, wenn die Planung der näheren Zukunft unangetastet bleiben kann.

Das entwickelte Konzept wurde im weiteren Verlauf der Arbeit auf die Bedürfnisse des Betrachtungsgegenstandes angepasst. Hierzu wurden die Anzahl und die Auswahl der Modelle entsprechend den Anforderungen festgelegt.

Die Evaluation des Konzeptes stellt eine Herausforderung dar, die mit Hilfe der rollierenden Planung gemeistert werden kann. Der entsprechende Ansatz ist auf das entwickelte Konzept zugeschnitten und in Abschnitt 4.3 ausgeführt.

Eine Umsetzung des angepassten Konzeptes in einem mathematischen Modell wurde in Kapitel 5 konstruiert. Hierfür wurden die drei zuvor ausgewählten Modelle, ausgehend von Basismodellen aus der Literatur, angepasst und erweitert. Das detaillierteste Modell, das short term-Modell, umfasst neben den mehrstufigen Fertigungsprozessen und der Modellierung von parallelen Ressourcen auch reihenfolgeabhängige Rüstzeiten. Darüber hinaus sind bei diesem Modell auch lange Produktions- und Rüstzeiten modelliert. Diese können mehrere Perioden umfassen. Zusätzlich zu den modellierten Aspekten aus der Literatur ist bei den langen Produktionszeiten von besonderer Bedeutung, dass Produktionsprozesse nicht unterbrochen werden können und somit auch über mehrere Perioden ganzzahlige Produktionsmengen produziert werden müssen. Eben diese Anforderung der ganzzahligen Produktion muss auch bei der Mehrstufigkeit des Produktionsprozesses beachtet werden, sodass die Beziehungen von Produkten mit Nachfolgeprodukten entsprechend synchronisiert sind. Um dies zu gewährleisten, wurde das short term-Modell entsprechend erweitert.

Auch die Basismodelle der beiden anderen Modelle, des medium term-Modells und des long term-Modells, wurden in dieser Arbeit erweitert. Für beide Modelle ist die Modellierung langer Bearbeitungszeiten von großer Bedeutung. Dies ist nötig, da die Bearbeitung eines Produktes über den short term-Bereich hinaus gegebenenfalls im medium term- und long term-Bereich fortgeführt werden muss. Das medium term-Modell umfasst weiterhin auch die Synchronisation des Materialflusses. Im Gegensatz zum short term-Modell ist dieses allerdings für reihenfolgeunabhängige Rüstvorgänge konzipiert. Das long term-Modell umfasst diese Erweiterung nicht. Sein Detailgrad wurde bewusst niedrig gehalten.

Zusätzliche Anpassungen und Erweiterungen des medium term- und long term-Modells sind notwendig, um die Modelle zu einem gemeinsamen integrieren zu können. Sie leiten sich von den Anforderungen des jeweils vorherigen Modells ab. Entsprechend dem zugrunde liegenden Konzept wurden die drei Modelle im weiteren Verlauf der Arbeit zu einem gemeinsamen Modell integriert. Hierbei wurde insbesondere auf die Konsistenz geachtet, um eine korrekte Modellierung zu garantieren.

Durch die Kombination der verschiedenen Modelle ergibt sich ein extrem komplexes Modell. Um die Lösbarkeit zu verbessern, wurden zusätzliche potentielle Aspekte zur Integration in das Modell entwickelt. Als erstes wurde hierfür eine Modellerweiterung konzipiert, die die Verwendbarkeit des Modells innerhalb einer rollierenden Planung

garantieren soll. Hierdurch soll die Terminierung der rollierenden Planung sichergestellt werden. Darüber hinaus wurden durch die Nutzung von domänenspezifischem Wissen über den reihenfolgeabhängigen Rüstvorgang weitere Nebenbedingungen konzipiert, die in das Modell integriert werden können. Diese schließen praktisch nicht umsetzbare Rüstvorgänge aus dem Lösungsraum aus und bieten das Potential den Lösungsprozess zu beschleunigen.

Um zu evaluieren, ob das Konzept und das entwickelte mathematische Modell korrekt sind, wurde dieses prototypisch umgesetzt. Die Umsetzung wurde mit Hilfe von verschiedenen Testinstanzen evaluiert. Hierzu wurde zuerst getestet, ob eine Integration der zusätzlichen Erweiterungen in das Modell sinnvoll ist oder nicht. Die Ergebnisse bestätigen, dass die Testinstanzen, welche ohne die Erweiterungen nicht terminierten, durch die Integration ebenfalls korrekt gelöst werden konnten.

Darüber hinaus haben die Tests auch bei der Integration des domänenspezifischen Wissens gute Ergebnisse gezeigt. Es zeigt sich im Mittel eine deutliche Zeitersparnis durch die zusätzlichen Nebenbedingungen.

Um das Lösungsverhalten zu evaluieren, wurden kleine und große Testinstanzen verwendet. Diese wurden jeweils mit vielen verschiedenen Parametern evaluiert, um zu ermitteln, wie sich die Einteilung des Planungshorizontes und der Detailgrad auf das Lösungsverhalten auswirkt. Insbesondere bei den kleinen Testinstanzen hat sich gezeigt, dass das Konzept, mehrere verschiedene Modelle in einem integrierten Modell zu kombinieren und mit Hilfe der rollierenden Planung zu verwenden, Potential bietet. Die Lösungen dieses Verfahrens können mit denen eines vollständig detailliert modellierten Planungshorizontes konkurrieren, bieten dabei aber einen Vorteil bei der Lösungszeit. Da das zugrunde liegende Planungsproblem sehr komplex ist, ist auch das kombinierte Modell entsprechend komplex und schwer zu lösen. Dies gilt trotz des über den Zeitverlauf sinkenden Detailgrades. Ab einer gewissen Größe lassen sich die Instanzen auch mit Hilfe dieses Ansatzes nicht mehr in einer annehmbaren Zeit lösen. Abhilfe kann hierbei durch die Vorauswahl von Ressourcen geschaffen werden. Dies kann zu einer deutlichen Reduzierung der Modellgröße führen, wobei allerdings auch die Lösungsqualität deutlich sinken kann.

Bei der Evaluierung der verwendeten Parameter wurde festgestellt, dass insbesondere die Größe des short und medium term-Bereichs im Planungshorizont von großer Bedeutung für die Lösungsqualität ist. Unter Berücksichtigung des Betrachtungsgegenstandes scheint es lohnenswert diese Größen des Planungshorizontes zu erhöhen, bevor die Periodengröße angepasst wird. Allerdings führt dies auch zu einer Erhöhung der Lösungszeit. Entsprechend sollten diese Parameter mit besonderer Vorsicht ausgewählt werden. Eine generelle Aussage ist nur schwer zu treffen, da auch andere Aspekte der Planungssituation einen Einfluss auf die Lösungsgüte und -zeit haben. Hierunter fallen beispielsweise die Länge der Rüst- und Bearbeitungszeiten, aber auch die nachgefragten Mengen und die Nutzbarkeit und die Anzahl der parallelen Ressourcen.

Insgesamt konnte das Hauptziel der Konzeption und Entwicklung einer auf den Betrachtungsgegenstand zugeschnittenen integrierten Losgrößen- und Reihenfolgeplanung erreicht werden. Auch die notwendigen Schritte, die im Rahmen von Teilzielen formuliert wurden, konnten erfolgreich bearbeitet und umgesetzt werden. Ein vielversprechender, aber durchaus komplexer Ansatz wurde hierfür entwickelt, auf das Planungsproblem angepasst und mit entsprechenden realitätsnahen Testdaten evaluiert. Das Potential, welches sich hierbei gezeigt hat, bestätigt diesen Ansatz, wengleich die Modellgröße einen begrenzenden Faktor hierbei darstellt.

### 7.2. Ausblick

Eine Nutzung des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten und genutzten Konzeptes könnte für viele weitere Problemstellungen sinnvoll sein. Hierzu zählen neben anderen Planungsproblemen im Bereich der Produktion insbesondere all jene Probleme, die sich mit Hilfe von diskreten Zeiteinteilungen wie bspw. Perioden modellieren lassen. Auch andere Probleme, die einen längeren Planungshorizont beinhalten und deren Betrachtungsgegenstand eine Modellierung auf Basis unterschiedlicher Detailgrade zulässt, könnten auf das genutzte Konzept zurückgreifen.

Das verwendete Konzept hat sich als ein guter Ansatz mit Potential herausgestellt. Dennoch kann es sicherlich an einigen Stellen verbessert oder mit anderen Ausprägungen weiter untersucht werden. Hierzu zählen neben der Auswahl und Kombination anderer Modelle auch die Nutzung von nur zwei verschiedenen Modellen oder mehr als drei Modellen. Diese Ausprägungen sind problemspezifisch und lassen keine generelle Aussage über andere Planungsprobleme zu, können aber einen Hinweis auf eine sinnvolle Modellierung geben. Insbesondere eine weitere Verbesserung der Lösungsqualität oder eine Senkung der Lösungszeit ist hier erstrebenswert.

Ferner kann auch der eigentliche Lösungsprozess weiter verbessert werden. Dieser hängt maßgeblich vom zugrunde liegenden Modell ab. Die enorme Komplexität und Größe des Modells kann gegebenenfalls durch eine nur teilweise umgesetzte Modellierung von ganzzahligen Produktionsmengen verringert werden. Hierfür müssten die Produkte mit einer besonders langen Bearbeitungs- oder Rüstzeit gesondert behandelt werden und die Modellierung der Ganzzahligkeit oder der periodenübergreifenden Rüstvorgänge nur für diese Produkte umgesetzt werden. Welche Produkte dies betrifft, kann anhand der minimalen Periodengröße bestimmt werden.

Weitere Möglichkeiten zur Reduktion der Komplexität wären die Integration von bereits bekannten validen Ungleichungen oder die Auflösung von Symmetrien beispielsweise bei gleichartigen Ressourcen. Die Ungleichungen müssten hierfür auf das Planungsproblem angepasst werden. Für beide Verbesserungsmöglichkeiten ist eine sorgfältige Evaluation notwendig, da sich die Modellgröße durch die zusätzlichen Nebenbedingungen erst einmal weiter erhöht.

Eine weitere vielversprechende Möglichkeit der Verbesserung des verwendeten Ansatzes ist die Nutzung von bereits berechneten Lösungen des medium und long term-Bereichs. Sie enthalten bereits Planungen für Produktionsmengen und Produktions- und Rüstzeiten, die unter Umständen in nachfolgenden Iterationen der rollierenden Planung Verwendung finden und so den Lösungsprozess beschleunigen könnten.

Der in dieser Arbeit entwickelte Lösungsansatz kommt ab einer gewissen Modellgröße an seine Grenzen. Ein Vergleich mit anderen Lösungsverfahren, beispielsweise einem reinen Fix-and-Relax Ansatz, wäre aufschlussreich. Darüber hinaus wäre zu überlegen, ob sich bei einer Reduzierung des Detailgrades über den Planungshorizont auch bei einem heuristischen Lösungsverfahren Vorteile bieten würden oder nicht.



## Literaturverzeichnis

- [AA11] ALMEDER, C. und ALMADA-LOBO, B. Synchronisation of scarce resources for a parallel machine lotsizing problem. In: *International journal of production research* 49.24 (2011), S. 7315–7335.
- [AAC07] ARAUJO, S. A. de, ARENALES, M. N. und CLARK, A. R. Joint rolling-horizon scheduling of materials processing and lot-sizing with sequence-dependent setups. In: *Journal of Heuristics* 13.4 (2007), S. 337–358.
- [AAC08] ARAUJO, S. A. de, ARENALES, M. N. und CLARK, A. R. Lot sizing and furnace scheduling in small foundries. In: *Part Special Issue: New Trends in Locational Analysis* 35.3 (2008), S. 916–932.
- [Alm+10] ALMADA-LOBO, B., KLABJAN, D., CARRAVILLA, M. A. und OLIVEIRA, J. F. Multiple machine continuous setup lotsizing with sequence-dependent setups. In: *Computational Optimization and Applications* 47.3 (2010), S. 529–552.
- [Alm+15] ALMEDER, C., KLABJAN, D., TRAXLER, R. und ALMADA-LOBO, B. Lead time considerations for the multi-level capacitated lot-sizing problem. In: *European journal of operational research* 241.3 (2015), S. 727–738.
- [Alm10] ALMEDER, C. A hybrid optimization approach for multi-level capacitated lot-sizing problems. In: *European journal of operational research* 200.2 (2010), S. 599–606.
- [AM09] AKARTUNALI, K. und MILLER, A. A heuristic approach for big bucket multi-level production planning problems. In: *European journal of operational research* 193.2 (2009), S. 396–411.
- [AV68] AUSSCHUSS FÜR WIRTSCHAFTLICHE FERTIGUNG - AWF - E.V. und VERBAND FÜR ARBEITSSTUDIEN - REFA - E.V. Handbuch der Arbeitsvorbereitung. Berlin [u.a.] : Beuth, 1968.
- [Bal+14] BALDO, T. A., SANTOS, M. O., ALMADA-LOBO, B. und MORABITO, R. An optimization approach for the lot sizing and scheduling problem in the brewery industry. In: *Computers & Industrial Engineering* 72 (2014), S. 58–71.

- [Ber+08] BERALDI, P., GHIANI, G., GRIECO, A. und GUERRIERO, E. Rolling-horizon and fix-and-relax heuristics for the parallel machine lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent set-up costs. In: *Part Special Issue: Topics in Real-time Supply Chain Management* 35.11 (2008), S. 3644–3656.
- [BFA05] BERRETTA, R., FRANÇA, P. M. und ARMENTANO, V. A. Metaheuristic approaches for the multilevel resource-constrained lot-sizing problem with setup and lead times. In: *Asia-Pacific Journal of Operational Research* 22.2 (2005), S. 261–286.
- [BFH09] BOULAKSIL, Y., FRANSOO, J. C. und HALM, E. N. G. van. Setting safety stocks in multi-stage inventory systems under rolling horizon mathematical programming models. In: *OR Spectrum* 31.1 (2009), S. 121–140.
- [BJ00] BRÜGGEMANN, W. und JAHNKE, H. The discrete lot-sizing and scheduling problem: Complexity and modification for batch availability. In: *European Journal of Operational Research* 124.3 (2000), S. 511–528.
- [BJ94] BRÜGGEMANN, W. und JAHNKE, H. DLSP for two-stage multi-item batch production. In: *International journal of production research* 32.4 (1994), S. 755–768.
- [BKM87] BLACKBURN, J. D., KROPP, D. H. und MILLEN, R. A. Alternative approaches to schedule instability: a comparative analysis. In: *International Journal of Production Research* 25.12 (1987), S. 1739.
- [Blu+08] BLUM, C., ROLI, A., AGUILERA, M. J. B. und SAMPELS, M. Hybrid Metaheuristics: An Emerging Approach to Optimization. Bd. 114. Studies in computational intelligence. Berlin: Springer, 2008.
- [BMT83] BILLINGTON, P., MCCLAIN, J. L. und THOMAS, J. Mathematical Programming Approaches to Capacity-Constrained MRP Systems: Review, Formulation and Problem Reduction. In: *Management science* 29.10 (1983), S. 1126–1141.
- [BÖ00] BARBAROSOĞLU, G. und ÖZDAMAR, L. Analysis of solution space-dependent performance of simulated annealing: the case of the multi-level capacitated lot sizing problem. In: *Computers & operations research* 27.9 (2000), S. 895–903.
- [Bög15] BÖGE Alfred und Böge, W. Handbuch Maschinenbau: Grundlagen und Anwendungen der Maschinenbau-Technik ; mit 424 Tabellen. Hrsg. von Alfred Böge und Wolfgang Böge. 22., überarb. und erw. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2015.

- 
- [BR04] BERRETTA, R. und RODRIGUES, L. A memetic algorithm for a multistage capacitated lot-sizing problem. In: *International journal of production economics* 87.1 (2004), S. 67–81.
- [Bro11] BRODKORB, D. Two-level capacitated lot sizing in production control to guarantee availability, considering multidimensional restrictions. 2011.
- [Bus+10] BUSCHKÜHL, L., SAHLING, F., HELBER, S. und TEMPELMEIER, H. Dynamic capacitated lot-sizing problems: a classification and review of solution approaches. In: *OR-Spektrum* 32.2 (2010), S. 231–261.
- [BW00] BELVAUX, G. und WOLSEY, L. bc — prod: A Specialized Branch-and-Cut System for Lot-Sizing Problems. In: *Management science* 46.5 (2000), S. 724–738.
- [CA95] CLARK, A. und ARMENTANO, V. The application of valid inequalities to the multi-stage lot-sizing problem. In: *Computers & operations research* 22.7 (1995), S. 669–680.
- [Cat+93] CATTRYSSE, D., SALOMON, M., KUIK, R. und WASSENHOVE, L. van. A Dual Ascent and Column Generation Heuristic for the Discrete Lotsizing and Scheduling Problem with Setup Times. In: *Management science* 39.4 (1993), S. 477–486.
- [CB98] CHAKRAVARTY, A. K. und BALAKRISHNAN, N. Reacting in real-time to production contingencies in a capacitated flexible cell. In: *European Journal of Operational Research* 110.1 (1998), S. 1–19.
- [CC00] CLARK, A. und CLARK, S. Rolling-horizon lot-sizing when set-up times are sequence-dependent. In: *International Journal of Production Research* 38.10 (2000), S. 2287–2307.
- [CCC04] CHANG, P.-T., CHANG, C.-H. und CHEN, C.-T. An extension of the multi-machine multi-level proportional lot sizing and scheduling model for product-life-cycle demand. In: *International Journal of Operations Research* 1 (2004), S. 11–22.
- [Che01] CHEN, I. Planning for ERP systems: analysis and future trend. In: *Business Process Management Journal* 7.5 (2001), S. 374–386.
- [Che15] CHEN, H. Fix-and-optimize and variable neighborhood search approaches for multi-level capacitated lot sizing problems. In: *Omega* 56 (2015), S. 25–36.
- [Chv83] CHVÁTAL, V. Linear programming. [Hauptbd.] 1983.
- [Cla03] CLARK, A. R. Optimization approximations for capacity constrained material requirements planning. In: *International Journal of Production Economics* 84.2 (2003), S. 115–131.

- [Con00] CONSTANTINO, M. A polyhedral approach to a production planning problem. In: *Annals of operations research* 96.1 (2000), S. 75–95.
- [Cop+16] COPIL, K., WÖRBELAUER, M., MEYR, H. und TEMPELMEIER, H. Simultaneous lotsizing and scheduling problems: a classification and review of models. In: *OR Spectrum* (2016), S. 1–64.
- [CTA12] CAMARGO, V. C., TOLEDO, F. M. und ALMADA-LOBO, B. Three time-based scale formulations for the two-stage lot sizing and scheduling in process industries. In: *The Journal of the Operational Research Society* 63.11 (2012), S. 1613–1630.
- [Dan09] DANGELMAIER, W. Theorie der Produktionsplanung und -steuerung: Im Sommer keine Kirschpralinen? Berlin [u.a.]: Springer, 2009.
- [Dan10] DANGELMAIER, W. “A Concept for an Accurate and Closely Coordinated Production”. In: *Advanced Manufacturing and Sustainable Logistics: 8th International Heinz Nixdorf Symposium, IHNS 2010, Paderborn, Germany, April 21-22, 2010. Proceedings*. Hrsg. von Wilhelm Dangelmaier, Alexander Blecken, Robin Delius und Stefan Klöpfer. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010, S. 1–14.
- [Dan99] DANGELMAIER, W. Fertigungsplanung: Planung von Aufbau und Ablauf der Fertigung : Grundlagen, Algorithmen und Beispiele. VDI-Buch. Berlin [u.a.]: Springer, 1999.
- [DH95] DREXL, A. und HAASE, K. Proportional lotsizing and scheduling. In: *International journal of production economics* 40.1 (1995), S. 73–87.
- [Dil+93] DILLENBERGER, C., ESCUDERO, L. F., WOLLENSAK, A. und ZHANG, W. On Solving a Large-Scale Resource Allocation Problem in Production Planning. In: *Operations Research in Production Planning and Control*. Hrsg. von Günter Fandel, Thomas Gullledge und Albert Jones. Springer Berlin Heidelberg, 1993, S. 105–119.
- [DK97] DREXL, A. und KIMMS, A. Lot sizing and scheduling — Survey and extensions. In: *European Journal of Operational Research* 99.2 (1997), S. 221–235.
- [DSP97] DIMITRIADIS, A. D., SHAH, N. und PANTELIDES, C. C. RTN-based rolling horizon algorithms for medium term scheduling of multipurpose plants. In: *Supplement to Computers and Chemical Engineering 6th International Symposium on Process Systems Engineering and 30th European Symposium on Computer Aided Process Engineering* 21, Supplement (1997), S1061–S1066.

- [DSV97] DOMSCHKE, W., SCHOLL, A. und VOSS, S. Produktionsplanung: Ablauforganisatorische Aspekte : mit 134 Abbildungen und 48 Tabellen. 2., überarbeitete und erw. Aufl. Springer-Lehrbuch. Berlin, Heidelberg und New York: Springer, 1997.
- [DT11] DENKENA, B. und TÖNSHOFF, H. K. Spanen: Grundlagen. Berlin und Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011.
- [EM87] EPPEN, G. und MARTIN, R. K. Solving Multi-Item Capacitated Lot-Sizing Problems Using Variable Redefinition. In: *Operations research* 35.6 (1987), S. 832–848.
- [Eve97] EVERSHEIM, W. Organisation in der Produktionstechnik. Bd. 3. Arbeitsvorbereitung. 3., vollst. überarb. Aufl. Berlin [u.a.]: Springer, 1997.
- [Fer+12] FERREIRA, D., CLARK, A. R., ALMADA-LOBO, B. und MORABITO, R. Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production. In: *International journal of production economics* 136.2 (2012), S. 255–265.
- [FFG97] FANDEL, G., FRANÇOIS, P. und GUBITZ, K.-M. PPS- und integrierte betriebliche Softwaresysteme: Grundlagen, Methoden, Marktanalyse. 2., völlig neubearb. und erw. Aufl. Berlin [u.a.]: Springer, 1997.
- [Fle90] FLEISCHMANN, B. The discrete lot-sizing and scheduling problem. In: *European Journal of Operational Research* 44.3 (1990), S. 337–348.
- [Flo95] FLOUDAS, C. A. Nonlinear and mixed-integer optimization: Fundamentals and applications. Topics in chemical engineering. New York: Oxford University Press, 1995.
- [FM97] FLEISCHMANN, B. und MEYR, H. The general lotsizing and scheduling problem. In: *Operations-Research-Spektrum* 19.1 (1997), S. 11–21.
- [FMR09] FERREIRA, D., MORABITO, R. und RANGEL, S. Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. In: *European Journal of Operational Research* 196.2 (2009), S. 697–706.
- [FS10] FRITZ, A. H. und SCHULZE, G. Trennen (Zerteilen; Spanen; Abtragen; thermisches Schneiden). In: *Fertigungstechnik*. Hrsg. von Herbert A. Fritz und Günter Schulze. Berlin und Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010, S. 255–410.
- [FS15] FURLAN, M. M. und SANTOS, M. O. BFO: a hybrid bees algorithm for the multi-level capacitated lot-sizing problem. In: *Journal of Intelligent Manufacturing* (2015), S. 1–16.

- [FSA13] FIGUEIRA, G., SANTOS, M. O. und ALMADA-LOBO, B. A hybrid VNS approach for the short-term production planning and scheduling: A case study in the pulp and paper industry. In: *Computers & Operations Research* 40.7 (2013), S. 1804–1818.
- [Fur+15] FURLAN, M., ALMADA-LOBO, B., SANTOS, M. und MORABITO, R. Unequal individual genetic algorithm with intelligent diversification for the lot-scheduling problem in integrated mills using multiple-paper machines. In: *Computers & Operations Research* 59 (2015), S. 33–50.
- [GLP02] GÖTHE LUNDGREN, M., LUNDGREN, J. T. und PERSSON, J. A. An optimization model for refinery production scheduling. In: *International journal of production economics* 78.3 (2002), S. 255–270.
- [GMB08] GAGLIOPPA, F., MILLER, L. A. und BENJAAFAR, S. Multitask and Multistage Production Planning and Scheduling for Process Industries. In: *Operations research* 56.4 (2008), S. 1010–1025.
- [GMD09] GICQUEL, C., MINOUX, M. und DALLERY, Y. On the discrete lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent changeover times. In: *Operations research letters* 37.1 (2009), S. 32–36.
- [GMD11] GICQUEL, C., MINOUX, M. und DALLERY, Y. Exact solution approaches for the discrete lot-sizing and scheduling problem with parallel resources. In: *International journal of production research* 49.9 (2011), S. 2587–2603.
- [GMS95] GOPALAKRISHNAN, M., MILLER, D. M. und SCHMIDT, C. P. A framework for modelling setup carryover in the capacitated lot sizing problem. In: *International Journal of Production Research* 33.7 (1995), S. 1973–1988.
- [GN05] GHOSH DASTIDAR, S. und NAGI, R. Scheduling injection molding operations with multiple resource constraints and sequence dependent setup times and costs. In: *Computers & Operations Research* 32.11 (2005), S. 2987–3005.
- [GT13] GÜNTHER, H.-O. und TEMPELMEIER, H. Produktion und Logistik [Hauptbd.] 10., erw. und verb. Aufl. Berlin [u.a.]: Springer, 2013.
- [Haa94] HAASE, K. Lotsizing and scheduling for production planning. Berlin [u.a.]: Springer, 1994.
- [Hac10] HACHTEL Günther und Holzbaur, U. Management für Ingenieure: Technisches Management für Ingenieure in Produktion und Logistik. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag / GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden, 2010.

- 
- [Hac89] HACKSTEIN, R. Produktionsplanung und -steuerung (PPS): Ein Handbuch für die Betriebspraxis. 2., überarb. Aufl. Düsseldorf: VDI-Verl, 1989.
- [HC00] HUNG, Y.-F. und CHIEN, K.-L. A Multi-Class Multi-Level Capacitated Lot Sizing Model. In: *The Journal of the Operational Research Society* 51.11 (2000), S. 1309–1318.
- [Hel94] HELBER, S. Kapazitätsorientierte Losgrößenplanung in PPS-Systemen. Stuttgart : M & P Verl. für Wiss. u. Forschung, 1994.
- [Hel95] HELBER, S. Lot sizing in capacitated production planning and control systems. In: *OR-Spektrum* 17.1 (1995), S. 5–18.
- [HH11] HOMPEL, M. und HEIDENBLUT, V. Taschenlexikon Logistik: Abkürzungen, Definitionen und Erläuterungen der wichtigsten Begriffe aus Materialfluss und Logistik. VDI-Buch. Berlin und Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011.
- [HS10] HELBER, S. und SAHLING, F. A fix-and-optimize approach for the multi-level capacitated lot sizing problem. In: *International journal of production economics* 123.2 (2010), S. 247–256.
- [Ins15] INSTITUT DER DEUTSCHEN WIRTSCHAFT KÖLN. Von Dumping keine Spur. In: *iwd* 41.3 (2015), S. 3.
- [JD04] JANS, R. und DEGRAEVE, Z. An industrial extension of the discrete lot-sizing and scheduling problem. In: *IIE transactions* 36.1 (2004), S. 47–58.
- [JD98] JORDAN, C. und DREXL, A. Discrete Lotsizing and Scheduling by Batch Sequencing. In: *Management science* 44.5 (1998), S. 698–713.
- [JK98] JORDAN, C. und KOPPELMANN, J. Multi-Level Lotsizing and Scheduling by Batch Sequencing. In: *The Journal of the Operational Research Society* 49.11 (1998), S. 1212–1218.
- [Kac09] KACZMARCZYK, W. Modelling multi-period set-up times in the proportional lot-sizing problem. In: *Decision Making in Manufacturing and Services* 3.1-2 (2009), S. 15–35.
- [Kac11] KACZMARCZYK, W. Proportional lot-sizing and scheduling problem with identical parallel machines. In: *International Journal of Production Research* 49.9 (2011), S. 2605–2623.
- [Kac13] KACZMARCZYK, W. Modelling Set-up Times Overlapping Two Periods in the Proportional Lot-Sizing Problem with Identical Parallel Machines. In: *Decision Making in Manufacturing and Services* 7.1-2 (2013), S. 43–50.

- [Kal99] KALLRATH, J. The concept of contiguity in models based on time-indexed formulations. In: *Scientific computing in chemical engineering ii* (1999), S. 330–337.
- [KD98] KIMMS, A. und DREXL, A. Proportional lot sizing and scheduling: Some extensions. In: *Networks* 32.2 (1998), S. 85–101.
- [Ker96] KERN, W. Handwörterbuch der Produktionswirtschaft. Hrsg. von Werner Kern. 2., völlig neu gestaltete Aufl. Enzyklopädie der Betriebswirtschaftslehre. Stuttgart : Schäffer-Poeschel, 1996.
- [KGW03] KARIMI, B., GHOMI, S. F. und WILSON, J. The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. In: *Omega* 31.5 (2003), S. 365–378.
- [Kie+12] KIENER, S., MAIER-SCHEUBECK, N., OBERMAIER, R. und WEISS, M. Produktions-Management: Grundlagen der Produktionsplanung und -steuerung. 10., verb. und erw. Aufl. München: Oldenbourg, 2012.
- [Kim96a] KIMMS, A. Competitive methods for multi-level lot sizing and scheduling: tabu search and randomized regrets. In: *International Journal of Production Research* 34.8 (1996), S. 2279–2298.
- [Kim96b] KIMMS, A. Multi-level, single-machine lot sizing and scheduling (with initial inventory). In: *European Journal of Operational Research* 89.1 (1996), S. 86–99.
- [Kim97a] KIMMS, A. Demand shuffle—A method for multilevel proportional lot sizing and scheduling. In: *Naval Research Logistics (NRL)* 44.4 (1997), S. 319–340.
- [Kim97b] KIMMS, A. Multi-level lot sizing and scheduling: Methods for capacitated, dynamic, and deterministic models ; with 155 tables. Production and logistics. Heidelberg : Physica -Verl, 1997.
- [Kim98] KIMMS, A. Stability measures for rolling schedules with applications to capacity expansion planning, master production scheduling, and lot sizing. In: *Omega* 26.3 (1998), S. 355–366.
- [Kim99] KIMMS, A. A genetic algorithm for multi-level, multi-machine lot sizing and scheduling. In: *Computers & Operations Research* 26.8 (1999), S. 829–848.
- [KKK87] KARMARKAR, U. S., KEKRE, S. und KEKRE, S. The Dynamic Lot-Sizing Problem with Startup and Reservation Costs. In: *Operations Research* 35.3 (1987), S. 389–398.
- [KS85] KARMARKAR, U. S. und SCHRAGE, L. The Deterministic Dynamic Product Cycling Problem. In: *Operations Research* 33.2 (1985), S. 326–345.

- 
- [Kuh90] KUHN, H. Einlastungsplanung von flexiblen Fertigungssystemen. Heidelberg: Physica-Verl, 1990.
- [Kui+93] KUIK, R., SALOMON, M., VAN WASSENHOVE, L. und MAES, J. Linear programming, simulated annealing and tabu search heuristics for lotsizing in bottleneck assembly systems. In: *IIE transactions* 25.1 (1993), S. 62–72.
- [Kur11] KURBEL, K. Enterprise resource planning und Supply-Chain-Management in der Industrie. 7., völlig überarb. und aktualisierte Aufl. München : Oldenbourg, 2011.
- [Lan10] LANG, J. C. Production and inventory management with substitutions. Bd. 636. Lecture notes in economics and mathematical systems. Berlin: Springer, 2010.
- [LT71] LASDON, L. S. und TERJUNG, R. C. An Efficient Algorithm for Multi-Item Scheduling. In: *Operations research* 19.4 (1971), S. 946–969.
- [Lu+15] LU, S., SU, H., WANG, Y., XIE, L. und ZHANG, Q. Multi-product Multi-stage Production Planning with Lead Time on a Rolling Horizon Basis. In: *9th IFAC Symposium on Advanced Control of Chemical Processes ADCHEM 2015 — Whistler, Canada, 7–10 June 7 – 10, 2015* 48.8 (2015), S. 1162–1167.
- [MCA11] MENEZES, A. A., CLARK, A. und ALMADA-LOBO, B. Capacitated lot-sizing and scheduling with sequence-dependent, period-overlapping and non-triangular setups. In: *Journal of Scheduling* 14.2 (2011), S. 209–219.
- [Mey02] MEYR, H. Simultaneous lotsizing and scheduling on parallel machines. In: *EURO XVI: O.R. for Innovation and Quality of Life* 139.2 (2002), S. 277–292.
- [Mey04] MEYR, H. Simultane Losgrößen- und Reihenfolgeplanung bei mehrstufiger kontinuierlicher Fertigung. In: *Journal of business economics* 74.6 (2004), S. 585–610.
- [Mey99] MEYR, H. Simultane Losgrößen- und Reihenfolgeplanung für kontinuierliche Produktionslinien: Modelle und Methoden im Rahmen des Supply-chain-Management. Gabler Edition Wissenschaft : Produktion und Logistik. Wiesbaden und Wiesbaden: Dt. Univ.-Verl. und Gabler, 1999.
- [MF03] MERCÉ, C. und FONTAN, G. MIP-based heuristics for capacitated lot-sizing problems. In: *International journal of production economics* 85.1 (2003), S. 97–111.

- [MG95] MATTA, R. de und GUIGNARD, M. The performance of rolling production schedules in a process industry. In: *IIE transactions* 27.5 (1995), S. 564–573.
- [MMV91] MAES, J., McCLAIN, J. und VAN WASSENHOVE, L. Multilevel capacitated lotsizing complexity and LP-based heuristics. In: *European journal of operational research* 53.2 (1991), S. 131–148.
- [MNS07] MARINELLI, F., NENNI, M. E. und SFORZA, A. Capacitated lot sizing and scheduling with parallel machines and shared buffers: A case study in a packaging company. In: *Annals of Operations Research* 150.1 (2007), S. 177–192.
- [Moh+10a] MOHAMMADI, M., FATEMI GHOMI, S. M. T., KARIMI, B. und TORABI, S. A. MIP-based heuristics for lotsizing in capacitated pure flow shop with sequence-dependent setups. In: *International Journal of Production Research* 48.10 (2010), S. 2957–2973.
- [Moh+10b] MOHAMMADI, M., FATEMI GHOMI, S. M. T., KARIMI, B. und TORABI, S. A. Rolling-horizon and fix-and-relax heuristics for the multi-product multi-level capacitated lotsizing problem with sequence-dependent setups. In: *Journal of Intelligent Manufacturing* 21.4 (2010), S. 501–510.
- [Moh10] MOHAMMADI, M. Integrating lotsizing, loading, and scheduling decisions in flexible flow shops. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 50.9 (2010), S. 1165–1174.
- [MP14] MOHAMMADI, M. und POURSAZBI, O. A rolling horizon-based heuristic to solve a multi-level general lot sizing and scheduling problem with multiple machines (MLGLSP\\_MM) in job shop manufacturing system. In: *Uncertain Supply Chain Management* 2.3 (2014), S. 167–178.
- [Neb11] NEBL, T. Produktionswirtschaft. 7., vollst. überarb. und erw. Aufl. Lehr- und Handbücher der Betriebswirtschaftslehre. München : Oldenbourg, 2011.
- [Neu96] NEUMANN, K. Produktions- und Operations-Management: Mit 46 Tabellen. Berlin [u.a.]: Springer, 1996.
- [ÖB00] ÖZDAMAR, L. und BARBAROSOĞLU, G. An integrated Lagrangean relaxation-simulated annealing approach to the multi-level multi-item capacitated lot sizing problem. In: *International journal of production economics* 68.3 (2000), S. 319–331.
- [ÖB99] ÖZDAMAR, L. und BARBAROSOĞLU, G. Hybrid Heuristics for the Multi-Stage Capacitated Lot Sizing and Loading Problem. In: *The Journal of the Operational Research Society* 50.8 (1999), S. 810–825.

- 
- [Orl75] ORLICKY, J. Material requirements planning: The new way of life in production and inventory management. New York [u.a.]: McGraw-Hill, 1975.
- [Pap94] PAPADIMITRIOU, C. H. Computational complexity. Reading, Mass. [u.a.] : Addison Wesley, 1994.
- [Per+04a] PEREIRA, A., CARVALHO, F., CONSTANTINO, M. und PEDROSO, J. P. Random Start Local Search and Tabu Search for a Discrete Lot-Sizing and Scheduling Problem. In: *Metaheuristics: Computer Decision-Making*. Bd. 86. Applied Optimization. Springer US, 2004, S. 575–600.
- [Per+04b] PERSSON, J. A., GÖTHE-LUNDGREN, M., LUNDGREN, J. T. und GENDRON, B. A tabu search heuristic for scheduling the production processes at an oil refinery. In: *International journal of production research* 42.3 (2004), S. 445–471.
- [Pit+06] PITAKASO, R., ALMEDER, C., DOERNER, K. F. und HARTL, R. F. Combining exact and population-based methods for the constrained multilevel lot sizing problem. In: *International Journal of Production Research* 44.22 (2006), S. 4755–4771.
- [PS12] PUJAWAN, I. N. und SMART, A. U. Factors affecting schedule instability in manufacturing companies. In: *International Journal of Production Research* 50.8 (2012), S. 2252–2266.
- [QK05] QUADT, D. und KUHN, H. Conceptual framework for lot-sizing and scheduling of flexible flow lines. In: *International journal of production research* 43.11 (2005), S. 2291–2308.
- [QK09] QUADT, D. und KUHN, H. Capacitated lot-sizing and scheduling with parallel machines, back-orders, and setup carry-over. In: *Naval Research Logistics (NRL)* 56.4 (2009), S. 366–384.
- [Ree95] REEVES, C. R. Modern heuristic techniques for combinatorial problems. Advanced topics in computer science series. London und New York: McGraw Hill Book Co., 1995.
- [RKF15] ROHANINEJAD, M., KHEIRKHAH, A. und FATTAHI, P. Simultaneous lot-sizing and scheduling in flexible job shop problems. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 78.1 (2015), S. 1–18.
- [Röt91] RÖTZEL, A. Rechnerunterstützte Fertigungsplanung und -steuerung. Heidelberg: Hüthig, 1991.
- [SA12] SANTOS, M. O. und ALMADA-LOBO, B. Integrated pulp and paper mill planning and scheduling. In: *Computers & Industrial Engineering* 63.1 (2012), S. 1–12.

- [Sah+09] SAHLING, F., BUSCHKÜHL, L., TEMPELMEIER, H. und HELBER, S. Solving a multi-level capacitated lot sizing problem with multi-period setup carry-over via a fix-and-optimize heuristic. In: *Computers & operations research* 36.9 (2009), S. 2546–2553.
- [Sah10] SAHLING, F. Mehrstufige Losgrößenplanung bei Kapazitätsrestriktionen [Elektronische Ressource]. Wiesbaden : Gabler Verlag / GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden, 2010.
- [Sal+91] SALOMON, M., KROON, L., KUIK, R. und WASSENHOVE, L. van. Some Extensions of the Discrete Lotsizing and Scheduling Problem. In: *Management science* 37.7 (1991), S. 801–812.
- [Sal91] SALOMON, M. Deterministic lotsizing models for production planning. Berlin [u.a.]: Springer, 1991.
- [SAM13] SEEANNER, F., ALMADA-LOBO, B. und MEYR, H. Combining the principles of variable neighborhood decomposition search and the fix&optimize heuristic to solve multi-level lot-sizing and scheduling problems. In: *Computers & Operations Research* 40.1 (2013), S. 303–317.
- [Sch01] SCHLÜTER, F. Hybride PPS für heterogene Fertigungsstrukturen. 1. Aufl. Wiesbaden: Dt. Univ.-Verl, 2001.
- [Sch11] SCHÖNSLEBEN, P. Integrales Logistikmanagement: Operations und Supply Chain Management innerhalb des Unternehmens und unternehmensübergreifend. Berlin und Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2011.
- [Sch99] SCHNEEWEISS, C. Integrierte Produktionsplanung und deren Software-Unterstützung. In: *Einführung in die Produktionswirtschaft*. Springer-Lehrbuch. Springer Berlin Heidelberg, 1999, S. 277–300.
- [See13] SEEANNER, F. Multi-Stage Simultaneous Lot-Sizing and Scheduling: Planning of Flow Lines with Shifting Bottlenecks [Elektronische Ressource]. In: *Produktion und Logistik* (2013).
- [Sil81] SILVER, E. Operations Research in Inventory Management: A Review and Critique. In: *Operations research* 29.4 (1981), S. 628–645.
- [SKM15] STADTLER, H., KILGER, C. und MEYR, H., Hrsg. Supply Chain Management and Advanced Planning: Concepts, Models, Software, and Case Studies. 5th ed. 2015. Berlin und Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2015.
- [SM08] SUNG, C. und MARAVELIAS, C. T. A mixed-integer programming formulation for the general capacitated lot-sizing problem. In: *Process Systems Engineering: Contributions on the State-of-the-Art Selected extended Papers from ESCAPE '16/PSE 2006* 32.1–2 (2008), S. 244–259.

- [SM13a] SEEANNER, F. und MEYR, H. Multi-stage simultaneous lot-sizing and scheduling for flow line production. In: *OR Spectrum* 35.1 (2013), S. 33–73.
- [SM13b] SUHL, L. und MELLOULI, T. Optimierungssysteme: Modelle, Verfahren, Software, Anwendungen. 3., korr. u. aktual. Aufl. 2013. Springer-Lehrbuch. Berlin und Heidelberg: Springer Gabler, 2013.
- [Son87] SONNENBERG, H. Betriebslehre und Arbeitsvorbereitung / Bd. 1: Betriebswirtschaftliche Grundlagen. 7., durchges. Aufl. Betriebslehre und Arbeitsvorbereitung, Viewegs Fachbücher der Technik. Braunschweig [u.a.] : Vieweg, 1987.
- [SP85] SILVER, E. A. und PETERSON, R. Decision systems for inventory management and production planning. 2. ed. Wiley series in production/operations management. New York [u.a.] : Wiley, 1985.
- [Spr13] SPRINGER FACHMEDIEN WIESBADEN, Hrsg. Gabler Kompakt-Lexikon Wirtschaft: 4.500 Begriffe nachschlagen, verstehen, anwenden. 11., akt. Aufl. 2013. Korr. Nachdruck 2012. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2013.
- [SS02] SAMBASIVAN, M. und SCHMIDT, C. P. A heuristic procedure for solving multi-plant, mutli-item, mutli-period capacitated lot-sizing problems. In: *Asia - Pacific Journal of Operational Research* 19.1 (2002), S. 87–105.
- [SS03] SUERIE, C. und STADTLER, H. The Capacitated Lot-Sizing Problem with Linked Lot Sizes. In: *Management science* 49.8 (2003), S. 1039–1054.
- [SS12a] SCHUH, G. und STICH, V. Produktionsplanung und -steuerung 1: Grundlagen der PPS. 4. Aufl. Berlin und Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2012.
- [SS12b] SCHUH, G. und STICH, V. Produktionsplanung und -steuerung 2: Evolution der PPS. 4., überarbeitete Auflage. Berlin und Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2012.
- [SS13] STADTLER, H. und SAHLING, F. A lot-sizing and scheduling model for multi-stage flow lines with zero lead times. In: *European Journal of Operational Research* 225.3 (2013), S. 404–419.
- [Sta02] STAMMEN-HEGENER, C. Simultane Losgrößen- und Reihenfolgeplanung bei ein- und mehrstufiger Fertigung. Gabler Edition Wissenschaft. Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag, 2002.
- [Sta03] STADTLER, H. Multilevel Lot Sizing with Setup Times and Multiple Constrained Resources: Internally Rolling Schedules with Lot-Sizing Windows. In: *Operations research* 51.3 (2003), S. 487–502.

- [Sta11] STADTLER, H. Multi-level single machine lot-sizing and scheduling with zero lead times. In: *European Journal of Operational Research* 209.3 (2011), S. 241–252.
- [Sta96] STADTLER, H. Mixed integer programming model formulations for dynamic multi-item multi-level capacitated lotsizing. In: *European journal of operational research* 94.3 (1996), S. 561–581.
- [Ste07] STEVEN, M. Handbuch Produktion: Theorie, Management, Logistik, Controlling. Stuttgart: Kohlhammer, 2007.
- [Sue05a] SUERIE, C. Campaign planning in time-indexed model formulations. In: *International journal of production research* 43.1 (2005), S. 49–66.
- [Sue05b] SUERIE, C. Time continuity in discrete time models : new approaches for production planning in process industries. Zugl.: Darmstadt, Univ., Diss., 2005. Berlin [u. a.]: Springer, 2005.
- [Sue06] SUERIE, C. Modeling of period overlapping setup times. In: *European journal of operational research* 174.2 (2006), S. 874–886.
- [SY05] SAMBASIVAN, M. und YAHYA, S. A Lagrangean-based heuristic for multi-plant, multi-item, multi-period capacitated lot-sizing problems with inter-plant transfers. In: *Computers & operations research* 32.3 (2005), S. 537–555.
- [TA06] TOLEDO, F. M. B. und ARMENTANO, V. A. A Lagrangian-based heuristic for the capacitated lot-sizing problem in parallel machines. In: *European Journal of Operational Research* 175.2 (2006), S. 1070–1083.
- [TB09] TEMPELMEIER, H. und BUSCHKÜHL, L. A heuristic for the dynamic multi-level capacitated lotsizing problem with linked lotsizes for general product structures. In: *OR-Spektrum* 31.2 (2009), S. 385–404.
- [TD96] TEMPELMEIER, H. und DERSTROFF, M. A Lagrangean-Based Heuristic for Dynamic Multilevel Multiitem Constrained Lotsizing with Setup Times. In: *Management science* 42.5 (1996), S. 738–757.
- [Tem08] TEMPELMEIER, H. Material-Logistik: Modelle und Algorithmen für die Produktionsplanung und -steuerung in Advanced-Planning-Systemen. 7. Aufl. Berlin [u.a.]: Springer, 2008.
- [TH94] TEMPELMEIER, H. und HELBER, S. A heuristic for dynamic multi-item multi-level capacitated lotsizing for general product structures. In: *European journal of operational research* 75.2 (1994), S. 296–311.
- [TOF13] TOLEDO, C. F. M., OLIVEIRA, R. R. de und FRANÇA, P. M. A hybrid multi-population genetic algorithm applied to solve the multi-level capacitated lot sizing problem with backlogging. In: *Computers & operations research* 40.4 (2013), S. 910–919.

- [Tol+09] TOLEDO, C. F. M., FRANÇA, P. M., MORABITO, R. und KIMMS, A. Multi-population genetic algorithm to solve the synchronized and integrated two-level lot sizing and scheduling problem. In: *International journal of production research* 47.11 (2009), S. 3097–3119.
- [Tol+13a] TOLEDO, C. F. M., ARANTES, M., OLIVEIRA, R. R. R. de und DELBEM, A. C. B. A hybrid cGA applied to the MLCLSP with overtime. In: *ACM SIGAPP applied computing review* 13.3 (2013), S. 7–16.
- [Tol+13b] TOLEDO, C. F. M., SILVA ARANTES, M. da, OLIVEIRA, R. R. R. de und ALMADA-LOBO, B. Glass container production scheduling through hybrid multi-population based evolutionary algorithm. In: *Hybrid evolutionary systems for manufacturing processes* 13.3 (2013), S. 1352–1364.
- [Tol+14] TOLEDO, C. F. M., OLIVEIRA, L. de, FREITAS PEREIRA, R. de, FRANÇA, P. M. und MORABITO, R. A genetic algorithm/mathematical programming approach to solve a two-level soft drink production problem. In: *Computers & Operations Research* 48 (2014), S. 40–52.
- [Tol+15a] TOLEDO, CLAUDIO F. M., KIMMS, A., FRANÇA, P. M. und MORABITO, R. The Synchronized and Integrated Two-Level Lot Sizing and Scheduling Problem: Evaluating the Generalized Mathematical Model. In: *Mathematical Problems in Engineering* 2015 (2015), S. 18.
- [Tol+15b] TOLEDO, C. F. M., SILVA ARANTES, M. da, HOSSOMI, M. Y. B., FRANÇA, P. und AKARTUNALI, K. A relax-and-fix with fix-and-optimize heuristic applied to multi-level lot-sizing problems. In: *Journal of heuristics* 21.5 (2015), S. 687–717.
- [Ver85] VERBAND FÜR ARBEITSTUDIEN UND BETRIEBSORGANISATION. Methodenlehre der Planung und Steuerung. Bd. 1. 4. Aufl. München: Hanser, 1985.
- [Voß+99] VOSS, S., MARTELLO, S., OSMAN, I. H. und ROUCAIROL, C. Meta-Heuristics: Advances and Trends in Local Search Paradigms for Optimization. Hrsg. von Stefan Voß. Boston [u.a.]: Kluwer [u.a.], 1999.
- [Wal88] WALTHER, E. Industrielle Produktionswirtschaft. 2. Auflage. Wiesbaden: Gabler Verlag, 1988.
- [Wie14] WIENDAHL, H.-P. Betriebsorganisation für Ingenieure: Mit 3 Tabellen. 8., überarb. Aufl. München: Hanser, 2014.
- [Wig84] WIGHT, O. W. Manufacturing resource planning, MRP II: Unlocking America's productivity potential. Rev. ed. New York und Chichester: Wiley, 1984.
- [WK09] WEBER, W. und KABST, R. Einführung in die Betriebswirtschaftslehre. 7., überarb. Aufl. Lehrbuch. Wiesbaden: Gabler, 2009.

- [WKD13] WÖHE, G., KAISER, H. und DÖRING, U. Einführung in die allgemeine Betriebswirtschaftslehre. [Hauptbd.] 25., überarb. und aktualisierte Aufl. 2013.
- [Wol97] WOLSEY, L. A. MIP modelling of changeovers in production planning and scheduling problems. In: *European Journal of Operational Research* 99.1 (1997), S. 154–165.
- [Wol98] WOLSEY, L. A. Integer programming. New York [u.a.]: Wiley, 1998.
- [Wu+11] WU, T., SHI, L., GEUNES, J. und AKARTUNALI, K. An optimization framework for solving capacitated multi-level lot-sizing problems with backloging. In: *European journal of operational research* 214.2 (2011), S. 428–441.
- [XD02] XIE, J. und DONG, J. Heuristic genetic algorithms for general capacitated lot-sizing problems. In: *Computers & mathematics with applications* 44.1 (2002), S. 263–276.
- [Zäp82] ZÄPFEL, G. Produktionswirtschaft: Operatives Produktions-Management. De-Gruyter-Lehrbuch. Berlin [u.a.] : de Gruyter, 1982.

## Anhang A.

### Integriertes Modell

Im Folgenden soll das integrierte Modell in seiner ursprünglichen Form einmal komplett dargestellt werden. Dabei werden sowohl die Zielfunktion, als auch alle Nebenbedingungen soweit möglich vereint und in einer kurzen Form aufgeführt. Die Erweiterungen aus den Abschnitten 5.4 und 5.5 sind nicht enthalten.

#### Integriertes Modell:

$$\text{Min } \sum_{i \in J_0} \sum_{\substack{j \in J \\ i \neq j}} \sum_{m \in M_i \cap M_j} \sum_{t \in T_S} (s_{jm} \cdot st_{ijm}) \cdot xs_{ijmt} \quad (5.43),$$

$$+ \sum_{j \in J} \sum_{m \in M_j} \sum_{t \in T_M} (s_{jm} \cdot st_{jm}) \cdot x_{jmt} \quad (5.94)$$

$$+ \sum_{j \in J} \sum_{m \in M_j} \sum_{t \in T_L} (s_{jm} \cdot st_{jm}) \cdot (x_{jmt} - z_{jmt}) + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} h_{jt} \cdot I_{jt} \quad \text{und} \quad (5.132)$$

$$+ \sum_{j \in J_E} \sum_{t \in T} bc_{jt} \cdot r_{jt} + \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} oc_m \cdot O_{mt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_L} ec_j \cdot e_{jt}$$

s.t.

$$I_{jt} = I_{j(t-1)} + \sum_{m \in M_j} q_{jmt} - d_{jt} \quad (5.44)$$

$$- \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot q_{imt} \quad \forall j \in J \setminus J_E, t \in T_S \cup T_M \quad \text{und} \quad (5.95)$$

$$I_{jt} = I_{j(t-1)} + \sum_{m \in M_j} q_{jmt} - d_{jt} \quad (5.45)$$

$$+ r_{jt} - r_{j(t-1)} - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot q_{imt} \quad \forall j \in J_E, t \in T_S \cup T_M \quad \text{und} \quad (5.96)$$

$$I_{jt} = I_{j(t-1)} + \sum_{m \in M_j} q_{jmt} + e_{jt} - d_{jt} - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot q_{imt} \quad \forall j \in J \setminus J_E, t \in T_L \quad (5.133)$$

$$I_{jt} = I_{j(t-1)} + \sum_{m \in M_j} q_{jmt} + e_{jt} - d_{jt} + r_{jt} - r_{j(t-1)} - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot q_{imt} \quad \forall j \in J_E, t \in T_L \quad (5.134)$$

$$\sum_{j \in J_m \cup \{0\}} y_{jmt} + \sum_{i \in J_m \cup \{0\}} \sum_{\substack{j \in J_m \\ i \neq j}} y_{s_{ijmt}} = 1 \quad \forall m \in M, t \in T_S \quad (5.23)$$

$$\sum_{j \in J_m \cup \{0\}} y_{jmt} + \sum_{j \in J_m} y_{s_{jmt}} = 1 \quad \forall m \in M, t \in T_M \quad (5.75)$$

$$\sum_{j \in J_m} p_{jmt} \cdot q_{jmt} + \sum_{i \in J_m \cup \{0\}} \sum_{\substack{j \in J_m \\ i \neq j}} ST_{ijmt} \leq C_{mt} + O_{mt} + AC_{mt} \quad \forall m \in M, t \in T_S \quad (5.52)$$

$$\sum_{j \in J_m} (p_{jmt} \cdot w_j) \cdot q_{jmt} + \sum_{i \in J_m \cup \{0\}} \sum_{\substack{j \in J_m \\ i \neq j}} ST_{ijmt} \leq C_{mt} + O_{mt} \quad \forall m \in M, t \in T_S \quad (5.53)$$

$$p_{jmt} \cdot q_{jmt} + ST_{jmt} \leq C_{mt} + O_{mt} + AC_{mt} \cdot (1 - w_j) \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.103)$$

$$\sum_{j \in J_m} p_{jmt} \cdot q_{jmt} \leq C_{mt} + O_{mt} \quad \forall m \in M, t \in T_L \quad (5.113)$$

$$q_{jmt} \leq \frac{C_{mt} + OC_{mt} + AC_{mt}(1 - w_j)}{p_{jmt}} \cdot (y_{jm(t-1)} + \sum_{\substack{i \in J_m \cup \{0\} \\ i \neq j}} x_{s_{ijmt}}) \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.54)$$

$$p_{jmt} \cdot q_{jmt} \leq (C_{mt} + OC_{mt} + AC_{mt}(1 - w_j)) \cdot y_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.104)$$

$$p_{jm} \cdot q_{jmt} \leq (C_{mt} + OC_{mt}) \cdot x_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_L \quad (5.114)$$

$$1 + x_{S_{ijmt}} \geq y_{jmt} + y_{im(t-1)} \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \quad (5.18)$$

$$m \in M_i \cap M_j, t \in T_S$$

$$1 + x_{S_{ijmt}} \geq y_{im(t-1)} + \sum_{\substack{k \in J_m \\ j \neq k}} y_{S_{jkm}t} \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \quad (5.31)$$

$$m \in M_i \cap M_j, t \in T_S$$

$$1 + x_{S_{ijmt}} \geq y_{S_{ijm}(t-1)} + \sum_{\substack{k \in J_m \\ j \neq k}} y_{S_{jkm}t} \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \quad (5.32)$$

$$m \in M_i \cap M_j, t \in T_S$$

$$1 + x_{S_{ijmt}} \geq y_{S_{ijm}(t-1)} + y_{jmt} \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \quad (5.30)$$

$$m \in M_i \cap M_j, t \in T_S$$

$$x_{jmt} \geq y_{jmt} - y_{jm(t-1)} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.64)$$

$$y_{S_{ijm}(t-1)} + \sum_{\substack{k \in J_m \\ j \neq k}} y_{kmt} \leq 1 \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \quad (5.33)$$

$$m \in M_i \cap M_j, t \in T_S$$

$$y_{S_{ijm}(t-1)} + \sum_{\substack{k \in J_m \cup \{0\} \\ k \neq j}} \sum_{\substack{l \in J_m \\ k \neq l \\ k \neq i \vee l \neq j}} y_{S_{klm}t} \leq 1 \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \quad (5.34)$$

$$m \in M_i \cap M_j, t \in T_S$$

$$y_{jm(t-1)} + y_{S_{jmt}} \leq 1 \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.83)$$

$$y_{S_{jmt}(t-1)} + \sum_{\substack{i \in J_m \\ i \neq j}} y_{S_{imt}} \leq 1 \quad \forall j \in J, m \in M_j, \quad (5.138)$$

$$t \in T_M \setminus \{te_S + 1\}$$

$$\sum_{\substack{k \in J_m \\ k \neq j}} y_{S_{kjm}(te_S)} + \sum_{\substack{i \in J_m \\ i \neq j}} y_{S_{im}(te_S+1)} \leq 1 \quad \forall j \in J, m \in M_j \quad (5.139)$$

$$y_{S_{jmt}(t-1)} + \sum_{\substack{i \in J_m \cup \{0\} \\ i \neq j}} y_{imt} \leq 1 \quad \forall j \in J, m \in M_j, \quad (5.140)$$

$$t \in T_M \setminus \{te_S + 1\}$$

$$\sum_{\substack{k \in J_m \\ k \neq j}} y_{S_{kjm}(te_S)} + \sum_{\substack{i \in J_m \cup \{0\} \\ i \neq j}} y_{im}(te_S+1) \leq 1 \quad \forall j \in J, m \in M_j \quad (5.141)$$

$$KS_{ijm(t-1)} + \frac{1}{st_{ijm}} \cdot ST_{ijmt} = xs_{ijmt} + KS_{ijmt} \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \quad (5.25)$$

$$m \in M_i \cap M_j, t \in T_S$$

$$KS_{jm(t-1)} + \frac{1}{st_{jmt}} \cdot ST_{jmt} = x_{jmt} + KS_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, \quad (5.145)$$

$$t \in T_M \setminus \{te_S + 1\}$$

$$\sum_{\substack{i \in J_m \cup \{0\} \\ i \neq j}} KS_{ijm(te_S)} + \frac{1}{st_{jmt}} \cdot ST_{jmt(te_S+1)} \quad \forall j \in J, m \in M_j \quad (5.146)$$

$$= x_{jm(te_S+1)} + KS_{jm(te_S+1)}$$

$$KS_{ijmt} \leq 1 - \sum_{l \in J_m \cup \{0\}} \sum_{\substack{k \in J_m \\ l \neq k}} xs_{lkmt} + \frac{1}{st_{ijm}} \cdot ST_{ijmt} \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \quad (5.26)$$

$$m \in M_i \cap M_j, t \in T_S$$

$$KS_{jmt} \leq 1 - \sum_{i \in J_m} x_{imt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.80)$$

$$KS_{ijmt} \leq ys_{ijmt} \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, m \in M_i \cap M_j, t \in T_S \quad (5.27)$$

$$KS_{jmt} \leq ys_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.81)$$

$$y_{jmt} \leq 1 - \sum_{i \in J_m \cup \{0\}} \sum_{\substack{k \in J_m \\ j \neq k \\ i \neq k}} xs_{ikmt} \quad \forall j \in J_0, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.28)$$

$$y_{jmt} \leq 1 - \sum_{\substack{i \in J_m \\ i \neq j}} x_{imt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.82)$$

$$ST_{ijmt} \leq (C_{mt} + OC_{mt}) \cdot (xs_{ijmt} + ys_{ijmt}) \quad \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \quad (5.49)$$

$$m \in M_i \cap M_j, t \in T_S$$

$$ST_{jmt} \leq (C_{mt} + OC_{mt}) \cdot (x_{jmt} + ys_{jmt}) \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M \quad (5.100)$$

$$int_{jmt} = int_{jm(t-1)} + slack_{jm(t-1)} + q_{jmt} - slack_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, \quad (5.37), \quad (5.88)$$

$$t \in T \quad und$$

$$(5.127)$$

---


$$int_{jm(t-1)} \leq int_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, \quad (5.38),$$

$$t \in T \quad (5.89)$$

*und*

$$(5.128)$$

$$slack_{jmt} \leq 1 - \sum_{i \in J_m \cup \{0\}} \sum_{\substack{k \in J_m \\ j \neq k \\ i \neq k}} x_{sikmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.39)$$

$$slack_{jmt} \leq 1 - \sum_{i \in J_m \cup \{0\}} \sum_{\substack{k \in J_m \\ i \neq k}} y_{sikmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \quad (5.40)$$

$$slack_{jmt} \leq 1 - \sum_{\substack{i \in J_m \\ i \neq j}} x_{imt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, \quad (5.90)$$

$$t \in T_M$$

$$slack_{jmt} \leq 1 - \sum_{\substack{i \in J_m \\ i \neq j}} y_{imt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, \quad (5.91)$$

$$t \in T_M$$

$$slack_{jm(t-1)} \leq z_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, \quad (5.129)$$

$$t \in T_L$$

$$slack_{jm(te_M)} \leq z_{jm(te_M+1)} \quad \forall j \in J, m \in M_j \quad (5.144)$$

$$\sum_{j \in J_m} z_{jmt} \leq 1 \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_L \quad (5.115)$$

$$z_{jmt} \leq x_{jm(t-1)} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_L \setminus \{te_M + 1\} \quad (5.142)$$

$$z_{jm(te_M+1)} \leq y_{jm(te_M)} \quad \forall j \in J, m \in M_j \quad (5.143)$$

$$z_{jmt} \leq x_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_L \quad (5.117)$$

$$z_{jmt} + z_{jm(t+1)} \leq 1 + v_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, \quad (5.118)$$

$$t \in T_L \setminus \{te_L\}$$

$$\sum_{\substack{i \in J_m \\ i \neq j}} x_{imt} \leq |J_m| \cdot (1 - v_{jmt}) \quad \forall j \in J, \quad (5.119)$$

$$m \in M_j, t \in T_L$$

$$0,001 \cdot slx_{jmt} \leq slack_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \cup T_M \quad (5.55) \text{ und } (5.105)$$

$$slack_{jmt} \leq slx_{jmt} \quad \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_S \cup T_M \quad (5.56) \text{ und } (5.106)$$

$$\begin{aligned}
 ai_{jt} &= ai_{j(t-1)} + \sum_{m \in M_j} (int_{jmt} - int_{jm(t-1)}) \\
 &\quad - d_{jt} - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (1 - slx_{im(t-1)}) \\
 &\quad - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (int_{imt} - int_{im(t-1)}) \\
 &\quad + \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (1 - slx_{imt})
 \end{aligned}
 \quad \forall j \in J \setminus J_E, t \in T_S \quad (5.57)$$

$$\begin{aligned}
 ai_{jt} &= ai_{j(t-1)} + \sum_{m \in M_j} (int_{jmt} - int_{jm(t-1)}) \\
 &\quad - d_{jt} - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (1 - slx_{im(t-1)}) \\
 &\quad - \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (int_{imt} - int_{im(t-1)}) \\
 &\quad + \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (1 - slx_{imt})
 \end{aligned}
 \quad \forall j \in J \setminus J_E, t \in T_M \quad (5.107)$$

$$\begin{aligned}
 &\sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (1 - slx_{im(t-1)}) \\
 &+ \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (int_{imt} - int_{im(t-1)}) \\
 &- \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (1 - slx_{imt}) \leq ai_{j(t-1)}
 \end{aligned}
 \quad \forall j \in J \setminus J_E, t \in T_S \quad (5.58)$$

$$\begin{aligned}
 &\sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (1 - slx_{im(t-1)}) \\
 &+ \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (int_{imt} - int_{im(t-1)}) \\
 &- \sum_{i \in S_j} \sum_{m \in M_i} a_{ji} \cdot (1 - slx_{imt}) \leq ai_{j(t-1)}
 \end{aligned}
 \quad \forall j \in J \setminus J_E, t \in T_M \quad (5.108)$$

$$y_{0mt} \leq y_{0m(t-1)} \quad \forall m \in M, t \in T_S \cup T_M \quad (5.15)$$

$$\quad \text{und} \quad (5.73)$$

---


$$\begin{array}{lll}
O_{mt} \leq OC_{mt} & \forall m \in M, t \in T & (5.47), (5.98) \text{ und } (5.120) \\
e_{jt} \leq EC_{jt} & \forall j \in J, t \in T_L & (5.135) \\
r_{j(te_L)} = 0 & \forall j \in J & (5.147) \\
I_{j(te_L)} = 0 & \forall j \in J & (5.148) \\
slack_{jm(te_L)} = 0 & \forall j \in J, m \in M_j & (5.149) \\
I_{jt} \geq 0 & \forall j \in J, t \in T & (5.8), (5.67) \text{ und } (5.121) \\
q_{jmt} \geq 0 & \forall j \in J, m \in M_j, t \in T & (5.9), (5.68) \text{ und } (5.122) \\
O_{mt} \geq 0 & \forall m \in M, t \in T & (5.51), (5.102) \text{ und } (5.124) \\
r_{jt} \geq 0 & \forall j \in J_E, t \in T & (5.50), (5.101) \text{ und } (5.136) \\
ST_{jmt}, KS_{jmt} \geq 0 & \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M & (5.86) \\
ST_{ijmt}, KS_{ijmt} \geq 0 & \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \\ & m \in M_i \cap M_j, t \in T_S & (5.35) \\
y_{jmt} \in \{0, 1\} & \forall j \in J \cup \{0\}, m \in M_j, \\ & t \in T_S \cup T_M & (5.21) \text{ und } (5.74) \\
xs_{ijmt}, ys_{ijmt} \in \{0, 1\} & \forall i \in J_0, j \in J, i \neq j, \\ & m \in M_i \cap M_j, t \in T_S & (5.20) \text{ und } (5.36) \\
x_{jmt} \in \{0, 1\} & \forall j \in J, m \in M_j, \\ & t \in T_M \cup T_L & (5.69) \text{ und } (5.125) \\
ys_{jmt} \in \{0, 1\} & \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_M & (5.87) \\
int_{jmt} \in \mathbb{N}_0 & \forall j \in J, m \in M_j, t \in T & (5.41), (5.92) \text{ und } (5.130) \\
slack_{jmt} \geq 0 & \forall j \in J, m \in M_j, t \in T & (5.42), (5.93) \text{ und } (5.131) \\
ai_{jt} \in \mathbb{N}_0 & \forall j \in J \setminus J_E, t \in T_S \cup T_M & (5.59) \text{ und } (5.109) \\
slx_{jmt} \in \{0, 1\} & \forall j \in J, m \in M_j, \\ & t \in T_S \cup T_M & (5.60) \text{ und } (5.110) \\
e_{jt} \in \mathbb{N}_0 & \forall j \in J, t \in T_L & (5.137) \\
v_{jmt} \geq 0 & \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_L & (5.123) \\
z_{jmt} \in \{0, 1\} & \forall j \in J, m \in M_j, t \in T_L & (5.126)
\end{array}$$