



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Universitätsbibliothek Paderborn

Beitrag zur Theorie und Berechnung der hydraulischen Regulatoren für Wasserkraftmaschinen

Schmoll von Eisenwerth, Adolph

Berlin, 1904

I. Teil.

urn:nbn:de:hbz:466:1-44587

1. Teil.

Aufstellung der dynamischen Gleichgewichtsbedingung für die Bewegung des Servomotorkolbens.

Wir können irgend einen beliebigen Punkt des bewegten Systems (bestehend aus Betriebsflüssigkeit und Reguliergetriebe) der Betrachtung unterwerfen; die in diesem Punkte im Sinne der Bewegung wirkenden Kräfte müssen den der Bewegung entgegenwirkenden Kräften das Gleichgewicht halten.

Der Anschaulichkeit wegen betrachten wir einen Punkt unmittelbar vor der Stelle, an welcher die eigentliche Druckleitung für den Servomotor beginnt. Falls natürliches Gefälle als Betriebskraft vorausgesetzt ist, soll damit die Anschlussstelle der Druckleitung an die Wasserführung zur Turbine (Obergraben, Zuleitungsrohr) gemeint sein, falls künstlich erzeugtes Gefälle in Betracht kommt, soll die Anschlussstelle der Druckleitung an den Windkessel der Pumpe gemeint sein.

1. Unmittelbar vor der Anschlussstelle stehe ein Druck p_0 in kg/qcm (Ueberdruck über die Atmosphäre) zur Ueberwindung der Bewegungswiderstände zur Verfügung.

2. Bei etwa vorhandenem Gefälle h (in Metern) zwischen Anschlussstelle und Ausmündung der Leitung wirkt in gleichem Sinne wie p_0 noch der Druck

$$\therefore p_h = \frac{\gamma \cdot h}{10\,000}$$

(γ = spez. Gewicht der Flüssigkeit in kg/cbm).

Dies gilt für doppeltwirkenden Treibkolben. Für einfach wirkenden ist h das Gefälle zwischen Anschlussstelle und Kolbenflächenmitte.

Dem Drucke $p_0 + p_h$ entgegen wirken folgende Drucke:

3. p_k herrührend vom Verstellungswiderstande des Regulierapparates;

4. p_w herrührend vom Durchflusswiderstande der ganzen Flüssigkeitsführung von der Anschlussstelle an;

5. p_p herrührend von der Stopfbüchsen- und Kolbenreibung am Arbeitszylinder des Servomotors;

6. p_{mf} herrührend von den Massenwiderständen der Flüssigkeit;

7. p_{mg} herrührend von den Massenwiderständen der Getriebeteile.

Wir erhalten somit die *Gleichgewichtsbedingung*:

$$p_o + p_h = p_k + p_w + p_p + p_{mf} + p_{mg}.$$

Es ist nunmehr die Abhängigkeit der unter 1. bis 7. aufgeführten Drucke von den Grössen: Kolbenweg s , Kolbengeschwindigkeit $v = \frac{ds}{dt}$ und Kolbenbeschleunigung

$i = \frac{dv}{dt}$ festzustellen.

1) p_o .

Bei künstlichem Gefälle (Pumpe in Verbindung mit Windkessel) ist p_o der Druck im Windkessel, kann also bei genügend grossem Windkessel als konstant betrachtet werden.

Bei natürlichem Gefälle können Aenderungen von p_o eintreten, auch wenn der Oberwasserspiegel dieselbe Höhenlage beibehält, sofern die Druckleitung des Servomotors von der Wasserzuführung zur Turbine abzweigt. Denn infolge von Füllungsänderungen der Turbine ändert sich die Geschwindigkeit des Wassers in der Zuführung zur Turbine und es treten dadurch auch Aenderungen des hydraulischen Druckes p_o an der Anschlussstelle der Leitung zum Regulator ein. Da jedoch bei Benutzung eines natürlichen Gefälles dieses selbst beträchtlich gross sein muss, die Geschwindigkeitshöhe in der Rohrleitung zur Turbine dagegen nur einen verhältnismässig kleinen Betrag ausmachen darf, so können die Aenderungen der Geschwindigkeitshöhe und somit auch die Aenderungen von p_o vernachlässigt werden. Aenderungen des Druckes an der Anschlussstelle infolge des Wasserverbrauches des Servomotors selbst können selbstverständlich ohne weiteres unberücksichtigt bleiben.

Wir nehmen daher p_o als *konstant* an.

2) p_h .

Bleibt der Unterwasserspiegel für die Servomotorleitung unverändert, so ist auch p_h *konstant*.

3) p_k .

Es sei K die Kraft, die an der Kolbenstange aufzuwenden ist, um eine Verstellung des Regulierorganes in einem bestimmten Sinne zu erzielen. Dann ist

$$p_k = \frac{K}{\text{Kolbenfläche } F}.$$

K kann in zwei Teile zerlegt werden:

$$K = K_i + K_r.$$

K_i ist an der Kolbenstange aufzuwenden, um bei reibungslos gedachtem Reguliergetriebe den Kräften das Gleichgewicht zu halten, die der Bewegung entgegen gerichtet sind (hydraulische Drücke bei Drehschaufeln, Gewichte bei Schützen usw.).

K_r ist erforderlich, um die Reibung im Reguliergetriebe zu überwinden.

K_i kann sowohl positiv als negativ sein. Bei Regulierung mit Zylinderschütze ist z. B. beim Heben der Schütze K_i aufzuwenden, um dem nicht ausbalancierten Teile des Schützensgewichtes das Gleichgewicht zu halten; K_i ist in diesem Falle positiv. Beim Senken der Schütze wirkt dagegen der nicht ausbalancierte Teil als treibende Kraft von der Grösse K_i im Sinne der Bewegung; K_i ist in diesem Falle negativ.

K_r ist selbstverständlich immer positiv.

Die absolute Grösse von K kann somit beim Oeffnen verschieden von der beim Schliessen sein. Daher kann auch p_k beim Oeffnen und Schliessen verschiedene Werte haben, wenn nicht die wirksamen Kolbenflächen entsprechend K für Oeffnen und Schliessen verschieden gross sind. Wenn $K_i > K_r$ ist, kann K und damit p_k negativ ausfallen. Aber auch während der Verstellung des Regulierorganes in *einem* bestimmten Sinne kann die Grösse von p_k sich ändern, z. B. bei drehbaren Leitschaufeln. Hier ändern sich die hydraulischen Drucke auf die Leitschaufelflächen je nach der eingestellten Schaufelweite. Durch geeignete Zwischenglieder mit sich ändernder Uebersetzung zwischen Leitschaufeln und Kolbenstange lässt sich allerdings die Veränderlichkeit von K_i und K_r und somit von p_k in engeren Grenzen halten. Immerhin ist die Abhängigkeit der Grösse p_k von

der jeweiligen Stellung des Regulierorganes bzw. vom Kolbenweg s zu beachten.

Diese Abhängigkeit lässt sich bei gegebenen Konstruktionsverhältnissen ohne Schwierigkeit durch eine punktweise ermittelte Kurve veranschaulichen, die beispielsweise als Abszissen die Kolbenwege s , als Ordinaten die Grösse p_k enthält. Eine allgemein gültige mathematische Form für diese Kurve $p_k = \text{Funktion}(s)$ lässt sich natürlich nicht angeben. Jedenfalls aber können wir näherungsweise die Funktion durch einen bekannten mathematischen Ausdruck darstellen, wenn die Kurve gezeichnet vorliegt. Für den hier in Betracht kommenden Zweck wird es meist genügen, die Kurve durch eine Gerade zu ersetzen, also p_k durch eine Funktion ersten Grades von s darzustellen, etwa

$$p_k = \pm k_0 \pm k_1 s.$$

Bei höheren Ansprüchen auf Genauigkeit könnte für p_k eine Funktion höheren Grades von s angenommen werden, etwa

$$p_k = \pm k_0 \pm k_1 s \pm k_2 s^2 \pm \dots \pm k_v s^v.$$

Für die weitere Behandlung ist der Grad der Funktion beliebig, nur muss diese rational und ganz sein.

4) p_w .

Es sei w die gesamte Druckhöhe in m Flüssigkeitssäule, die erforderlich ist, um die Flüssigkeit bei einer bestimmten Kolbengeschwindigkeit v durch die Leitung zu führen. Dann ist der entsprechende Druck in kg/qcm :

$$p_w = \frac{w \cdot \gamma}{10\,000}.$$

w setzt sich aus folgenden Teilen zusammen:

- $w_1 =$ Geschwindigkeitshöhe,
- $w_2 =$ Widerstandshöhe für Reibung in der geradlinig gedachten Leitung,
- $w_3 =$ Widerstandshöhe für Richtungsänderungen der Leitungsachse (Kniee, Krümmer usw.),
- $w_4 =$ Widerstandshöhe für Querschnittsänderungen der Leitung.

Die Widerstandshöhen w_1, w_2, w_3, w_4 lassen sich als Vielfache von $\frac{v^2}{2g}$ darstellen; es ist also

$$w_1 = \zeta_1 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

$$w_2 = \zeta_2 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

$$w_3 = \zeta_3 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

$$w_4 = \zeta_4 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

wobei die ζ Koeffizienten sind, die sich bei gegebenen Durchflussverhältnissen nach den bekannten Formeln der Hydraulik berechnen lassen. Aus diesen Formeln ergibt sich, dass ζ_1 konstant ist und dass auch die Koeffizienten für die Richtungs- und Querschnittsänderungen, ζ_3 und ζ_4 , als unabhängig von der Geschwindigkeit v angesehen werden dürfen; dagegen nimmt ζ_2 (Koeffizient der Reibung in der geradlinig gedachten Leitung) nach *Weisbach*, *Weston*, *Lang* u. a. mit kleiner werdender Geschwindigkeit stark zu. Die von *Darcy*, *Dupuit* u. a. angegebenen Koeffizienten, die diese Abhängigkeit nicht aufweisen, gelten nur innerhalb engerer Grenzen der Geschwindigkeit. Bei den hier zu untersuchenden Bewegungsercheinungen ändern sich aber die Geschwindigkeiten von Null bis zu einer maximalen Grösse und zwar treten die grössten Geschwindigkeitsänderungen offenbar bei Beginn der Bewegung auf, also bei verhältnismässig kleinen Werten der Geschwindigkeit. Da nun ζ_2 gerade bei den kleinen Geschwindigkeiten stark veränderlich ist, so werden wir zunächst auf diese Veränderlichkeit Rücksicht nehmen müssen, behalten uns aber zweckmässige Vereinfachungen an geeigneter Stelle vor. Da über andere Betriebsflüssigkeiten als Wasser keine Werte der ζ_2 bekannt sind, so ist im folgenden die für Wasser aufgestellte Form der Beziehungen zwischen ζ_2 und v benutzt. Diese Form wird voraussichtlich auch für die bei Regulatoren angewandten Oele gelten, da hierfür nur dünnflüssige Mineralöle in Frage kommen.

Nach *Lang* und *Weisbach* lässt sich ζ_2 durch folgende Formel darstellen:

$$\zeta_2 = \zeta_{2a} + \frac{\zeta_{2\beta}}{V_v},$$

wobei ζ_{2a} und $\zeta_{2\beta}$ von der Länge der Leitungsstrecke, den Querschnittsverhältnissen und der Beschaffenheit der Rohrwandungen abhängen.

Es ist also

$$\begin{aligned} w_2 &= \left(\zeta_{2a} + \frac{\zeta_{2\beta}}{V_v} \right) \frac{v^2}{2g} \\ &= \zeta_{2a} \frac{v^2}{2g} + \zeta_{2\beta} \frac{v^{\frac{3}{2}}}{2g}. \end{aligned}$$

Somit ist

$$w = \frac{v}{2g} (\zeta_1 + \zeta_{2a} + \zeta_3 + \zeta_4) + \frac{v^{\frac{3}{2}}}{2g} \cdot \zeta_{2\beta}$$

und schliesslich

$$p_w = \frac{v^2 \gamma}{2g \cdot 10\,000} (\zeta_1 + \zeta_{2a} + \zeta_3 + \zeta_4) + \frac{v^{\frac{3}{2}} \cdot \gamma}{2g \cdot 10\,000} \cdot \zeta_{2\beta}$$

5) p_p .

Die Kolben- und Stopfbüchsenreibung hängt von den Ueberdrücken der abzudichtenden Räume ab. Im Ruhezustande wird die Anpressung der Liderungen durch die konstanten statischen Ueberdrücke bewirkt; zur Ueberwindung des hierbei auftretenden Reibungsbetrages sei ein Druck p_{p0} erforderlich. Bei der Bewegung des Kolbens werden die Drücke in den Räumen hinter dem Kolben vermindert, entsprechend den Durchflusswiderständen der Flüssigkeit in der Leitung bis zu der betreffenden Dichtungsstelle; die Drücke vor dem Kolben werden vermehrt, entsprechend dem Durchflusswiderstande von der betreffenden Stelle an bis zum Ende der Leitung. Nach 4) sind nun die Durchflusswiderstände proportional v^2 und $v^{\frac{3}{2}}$; mithin kommt bei der Bewegung des Kolbens zu dem (konstanten) Druck p_{p0} noch ein Betrag hinzu von der Form

$$\pm \rho_1 v^2 \pm \rho_2 v^{\frac{3}{2}}.$$

Man erhält demgemäss

$$\rho\rho = \rho\rho_0 \pm \rho_1 v^2 \pm \rho_2 v^2.$$

6) ρ_{mf} .

Es handelt sich hier nur um die Massenwiderstände der Flüssigkeit, die bei Aenderungen der Kolbengeschwindigkeit auftreten. (Die Massenwiderstände, die infolge des Durchganges der Flüssigkeitsmassen durch veränderliche Querschnitte bei einer bestimmten Kolbengeschwindigkeit auftreten, sind bereits unter 4) behandelt worden.)

Es sei f_x in qcm der Querschnitt eines Stückes der Leitung von der Länge l_x in m, so ist die Masse der Flüssigkeit in diesem Stücke

$$m_x = \frac{f_x \cdot l_x \cdot \gamma}{g \cdot 10000}$$

Bei einer Geschwindigkeit v des Kolbens ist die Geschwindigkeit dieser Flüssigkeitsmasse

$$v_x = v \cdot \frac{F}{f_x}$$

Aendert sich die Kolbengeschwindigkeit um einen bestimmten Betrag, so ändert sich die Geschwindigkeit der Flüssigkeitsmasse in derselben Zeit um den $\frac{F}{f_x}$ fachen Betrag, d. h. die Beschleunigung i_x der Flüssigkeitsmasse ist gleich $\frac{F}{f_x}$ mal der Kolbenbeschleunigung

$$i = \frac{dv}{dt}, \text{ also}$$

$$i_x = \frac{F}{f_x} \cdot \frac{dv}{dt}$$

Um nur der Flüssigkeitsmasse m_x die Beschleunigung i_x zu erteilen, ist eine Kraft

$$m_x \cdot i_x = \frac{f_x l_x \cdot \gamma}{g \cdot 10000} \cdot \frac{F}{f_x} \cdot \frac{dv}{dt}$$

erforderlich.

Pro Flächeneinheit des Querschnittes f_x ist daher erforderlich der Druck:

$$\frac{f_x l_x \gamma}{g \cdot 10000} \cdot \frac{F}{f_x} \cdot \frac{dv}{dt} \cdot \frac{1}{f_x} = \frac{l_x \cdot \gamma \cdot F}{g \cdot 10000 \cdot f_x} \cdot \frac{dv}{dt}$$

Die gesamte Flüssigkeitsmasse der Leitung besteht nun aus einzelnen Massenteilchen m_x mit verschiedenen grossen f_x und l_x . Zur Beschleunigung der gesamten Flüssigkeitsmasse ist daher ein Druck p_{mf} erforderlich, der gleich der Summe der einzelnen Drucke

$$\frac{l_x \cdot \gamma \cdot F}{g \cdot 10\,000 f_x} \cdot \frac{dv}{dt}$$

ist, also

$$p_{mf} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{\gamma \cdot F}{g \cdot 10\,000} \cdot \sum \frac{l_x}{f_x}$$

7) p_{mg} .

Ein Massenteilchen m_y des Getriebes habe bei der Bewegung des Kolbens eine Beschleunigung i_y . Die Kraft, die erforderlich ist, um der Masse m_y die Beschleunigung i_y zu erteilen, ist $m_y \cdot i_y$. Liegt zwischen dem Massenteilchen und dem Kolben ein Zwischenmechanismus mit dem Uebersetzungsverhältnis ψ_y , so ist am Kolben eine ψ_y -mal so grosse Kraft aufzuwenden, also $\psi_y \cdot m_y \cdot i_y$. Um den gesamten Massen ihre jeweiligen Beschleunigungen zu erteilen, ist daher am Kolben aufzuwenden die Kraft

$$\sum \psi_y \cdot m_y \cdot i_y$$

Der hierzu erforderliche Druck ist somit

$$p_{mg} = \frac{\sum \psi_y \cdot m_y \cdot i_y}{F}$$

Anmerkung. Bei manchen Getriebeteilen, z. B. bei den drehbaren Leitschaufeln, ist ψ_y nicht konstant, sondern ändert sich mit dem Kolbenwege s . In diesem Falle kommt zu dem eben betrachteten Massenwiderstande noch ein Betrag hinzu, der von den Aenderungen der Geschwindigkeiten infolge des wechselnden Uebersetzungsverhältnisses herrührt. Ist v_y die Geschwindigkeit des Massenteilchens m_y , so ist

$$v_y = \psi_y \cdot v$$

Aendert sich nun während der Zeit dt das Uebersetzungsverhältnis um $d\psi_y$, so ist die dadurch hervorgerufene Geschwindigkeitsänderung des Massenteilchens gleich $d\psi_y \cdot v$, also die entsprechende Beschleunigung:

$$i_y = v \cdot \frac{d\psi_y}{dt} = v \cdot \frac{d\psi_y}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = v^2 \cdot \frac{d\psi_y}{ds}$$

Bleibt ψ_y während des Kolbenhubes konstant, so entspricht immer einer Änderung der Kolbengeschwindigkeit eine ψ_y -mal so grosse des Massenteilchens m_y , es ist also dann

$$i_y = \psi_y \cdot i = \psi_y \cdot \frac{dv}{dt};$$

mithin ist

$$p_{mg} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{\sum m_y \psi_y^2}{F}.$$

Die Ausdrücke 1) bis 7) sind nun in die dynamische Gleichgewichtsbedingung (s. S. 7 u. 8) einzusetzen. Demnach ist die Gleichung zu bilden:

$$1) + 2) = \sum 3) \text{ bis } 7)$$

oder

$$1) + 2) - \sum 3) \text{ bis } 7) = 0.$$

Die zu dieser Beschleunigung von m_y erforderliche Kraft ist $m_y \cdot v^2 \cdot \frac{d\psi_y}{ds}$; am Kolben ist die ψ_y -fache Kraft nötig, also $m_y \cdot v^2 \cdot \frac{d\psi_y}{ds} \cdot \psi_y$; der zugehörige Druck ist somit gleich

$$\frac{m_y \cdot v^2 \cdot \frac{d\psi_y}{ds} \cdot \psi_y}{F},$$

und der erforderliche Druck für die Beschleunigung der Gesamtmasse:

$$\frac{v^2}{F} \cdot \sum m_y \cdot \frac{d\psi_y}{ds} \cdot \psi_y.$$

Dieser Betrag kommt für die Teile mit veränderlichem ψ_y noch zu dem Betrage:

$$\frac{dv}{dt} \cdot \frac{\sum m_y \cdot \psi_y^2}{F} \text{ (s. o.)}$$

hinzu.

Bei den Massenteilen mit stark veränderlichem ψ_y ist aber bei den gebräuchlichen Konstruktionen auch der maximale Betrag von ψ_y zumeist so klein, dass der Massenwiderstand dieser Teile den übrigen Widerständen gegenüber vernachlässigt werden kann.

$$\begin{aligned}
 + p_0 + p_h - (\pm k_0 + p_{p_0}) & \equiv \pm C_0 \\
 \mp k_1 s & \equiv \pm C_1 s \\
 \mp k_2 s^2 & \equiv \pm C_2 s^2 \\
 \text{usw.} & \\
 \mp k_v s^v & \equiv \pm C_v s^v \\
 = 0 & \equiv 0
 \end{aligned}$$

also:

$$-\frac{dv}{dt} \mathfrak{M} - v^2 A - v^{\frac{3}{2}} B \pm C_0 \pm C_1 s \pm C_2 s^2 \dots \pm C_v s^v = 0.$$

Der Koeffizient von $\frac{dv}{dt}$, \mathfrak{M} , stellt die gesamte zu beschleunigende Masse für den qcm Kolbenfläche dar. (Reduzierte Masse.) Dividieren wir durch \mathfrak{M} und setzen wir zur Abkürzung für die durch \mathfrak{M} dividierten Koeffizienten $A, B, C_0 \dots C_v$, die entsprechenden kleinen Buchstaben $a, b, c_0 \dots c_v$ ein, so ergibt sich:

$$-\frac{dv}{dt} - v^2 a - v^{\frac{3}{2}} b \pm c_0 \pm c_1 s \pm c_2 s^2 \dots \pm c_v s^v = 0.$$

Dies ist die Differentialgleichung der Kolbenbewegung des Servomotors für den allgemeinen Fall, dass der Verstellwiderstand eine Funktion (ν -ten Grades) des Kolbenweges ist.

Ehe wir die Lösung für diesen allgemeinen Fall geben, wollen wir zunächst den besonderen, einfacheren, betrachten, dass der Verstellwiderstand konstant ist.

Untersuchung der Kolbenbewegung des Servomotors für konstante Verstellkraft des Leitapparates.

In diesem Falle ist K und somit auch p_k vom Kolbenweg s unabhängig, $p_k = \pm k_0$.

Es fallen also in obiger Gleichung die Glieder mit s fort und wir erhalten:

$$\frac{dv}{dt} = \pm c_0 - (v^2 a + v^{\frac{3}{2}} b).$$

2ismix

Diese Gleichung liefert die Kolbenbeschleunigung $\frac{dv}{dt} = i$ als Funktion der Kolbengeschwindigkeit v . Es handelt sich jetzt darum, hieraus den Kolbenweg s als Funktion der Zeit t zu ermitteln. Wir geben zunächst ein graphisches Verfahren hierfür an.

Damit eine Vorwärtsbewegung des Kolbens stattfindet, muss c_0 positiv sein. Die grösste Beschleunigung tritt ein bei $v = 0$ und zwar ist

$$i_{\max} = \frac{dv}{dt}_{\max} = c_0.$$

Mit zunehmender Geschwindigkeit wird die Beschleunigung kleiner, bis schliesslich für

$$v^2 a + v^{\frac{3}{2}} b = c_0$$

$$\frac{dv}{dt} = 0$$

ist.

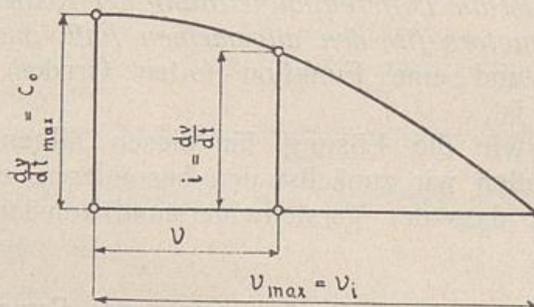


Fig. 2.

Fig. 2 veranschaulicht diese Verhältnisse. Die Abszissen v sind angenommen, die zugehörigen $\frac{dv}{dt}$ nach obiger Gleichung berechnet und als Ordinaten aufgetragen.

Der zu $\frac{dv}{dt} = 0$ gehörige Wert von v ist die maximale Kolbengeschwindigkeit v_{\max} .

Bei massenloser Reguliervorrichtung, also für $\mathfrak{M} = 0$, würde diese Geschwindigkeit sofort zu Anfang der Bewegung sich einstellen und konstant bleiben. Denn nach Gleichung S. 17 ist zunächst

$$-\frac{dv}{dt} \cdot \mathfrak{M} - v^2 A - v^{\frac{3}{2}} B + C_0 = 0.$$

Für $\mathfrak{M} = 0$ folgt

$$v^2 A + v^{\frac{3}{2}} B = C_0.$$

Durch einen konstanten Faktor dividiert:

$$v^2 a + v^{\frac{3}{2}} b = c_0,$$

d. h.: Dieselbe Beziehung wie oben für v_{\max} gilt bei $\mathfrak{M} = 0$ überhaupt für die Kolbengeschwindigkeit. Diese konstante Kolbengeschwindigkeit bei $\mathfrak{M} = 0$ sei mit v_i (= ideale Kolbengeschwindigkeit) bezeichnet. Es ist dann für eine beliebige Masse \mathfrak{M}

$$v_{\max} = v_i.$$

Eine Beziehung zwischen der Geschwindigkeit v und der Zeit t folgt aus

$$i = \frac{dv}{dt}$$

$$dt = \frac{dv}{i} = \frac{1}{\left(\frac{dv}{dt}\right)} \cdot dv.$$

Tragen wir hiernach die Geschwindigkeiten v als Abszissen, die reziproken Werte der Beschleunigungen nach der Gl.

$$\frac{dv}{dt} = c_0 - (v^2 a + v^{\frac{3}{2}} b)$$

als Ordinaten auf, so stellen die Flächenelemente unter der Kurve zwischen zwei um dv entfernten Ordinaten die Zeit dt dar für die Geschwindigkeitsänderung dv . (Fig. 3.) Die Zeit t , die verstrichen ist, bis die Geschwindigkeit von Null auf v angewachsen ist, ergibt sich daher als Fläche unter der Kurve zwischen $v = 0$ und $v = v$.

Um eine Darstellung des zeitlichen Verlaufes der Kolbengeschwindigkeit zu gewinnen, tragen wir die zu

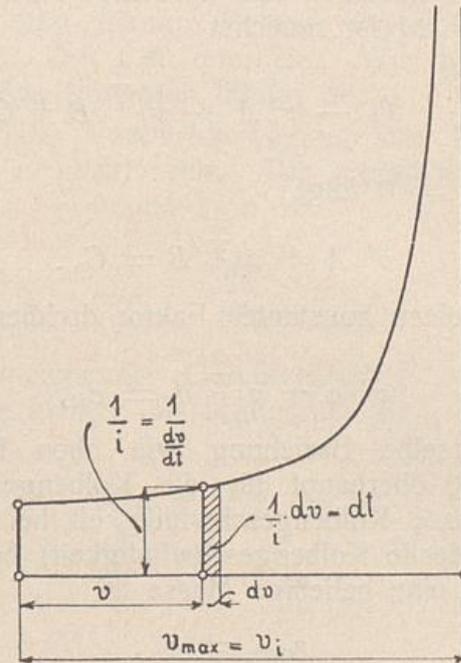


Fig. 3.

verschiedenen v ermittelten Zeiten t als Abszissen, die v selbst als Ordinaten auf. (Fig. 4). Die Kolbengeschwindigkeiten nähern sich asymptotisch der Geschwindigkeit

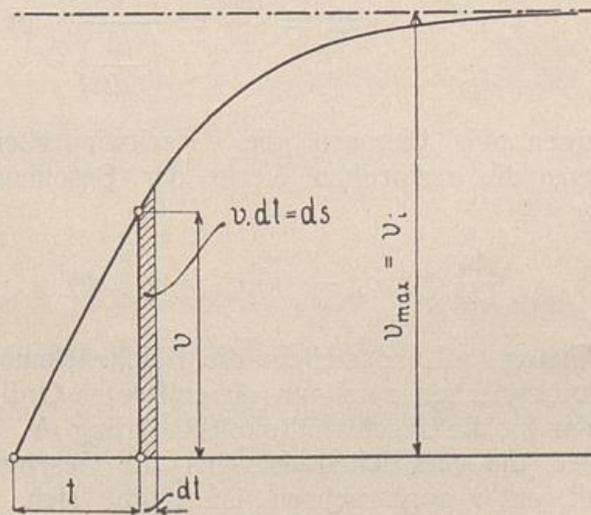


Fig. 4.

$v_{\max} = v_i$, die aus

$$v_i^2 \cdot a + v_i^{\frac{3}{2}} \cdot b = c_0$$

folgt (s. o.).

Aus der Kurve der Kolbengeschwindigkeiten (Fig. 4) erhält man zufolge der Beziehung

$$v = \frac{ds}{dt}, \quad ds = v \cdot dt$$

den in der Zeit dt zurückgelegten Weg ds als Flächenelement unter der Kurve zwischen zwei um dt entfernten Ordinaten.

Daher ergibt sich der Weg s , der vom Kolben in der Zeit vom Bewegungsanfang bis nach Ablauf von t zurückgelegt worden ist, als die Fläche unter der Kurve zwischen Bewegungsanfang und t .

Wir erhalten schliesslich das gesuchte Kolbenwegdiagramm, wenn wir als Abszissen die Zeiten t und als Ordinaten die zugehörigen Werte s auftragen. (Fig. 5.)

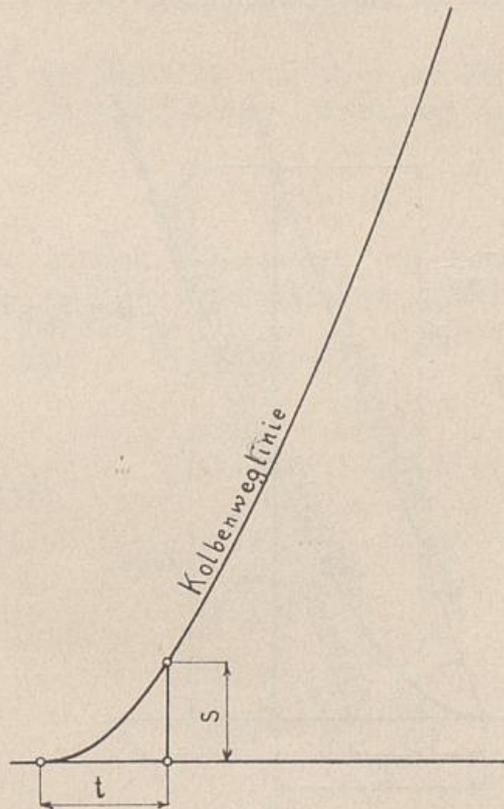


Fig. 5.

Für die Beurteilung des Reguliervorganges ist die Asymptote der Kolbenweglinie von Bedeutung. (Vergl. Einleitung S. 4). Je kleiner der Neigungswinkel der Asymptote gegen die Zeitachse ist, desto kleiner ist die höchste Kolbengeschwindigkeit (Kolbengeschwindigkeit im Beharrungszustand), desto ungünstiger arbeitet das Relais (entspricht etwa grosser Schlusszeit). Je grösser ferner bei einem bestimmten Neigungswinkel der Asymptote der Abstand t_s zwischen Anfangspunkt des Wegdiagrammes und Schnittpunkt der Asymptote mit der Zeitachse ist, desto längere Zeit verstreicht, bis die Kolbengeschwindigkeit eine bestimmte Grösse erreicht oder bis der Treibkolben eine bestimmte Verstellung bewirkt. (Grosses t_s entspricht etwa grosser Spielraumzeit.)

Es soll nun eine Konstruktion für die Asymptote des Kolbenwegdiagrammes gegeben werden:

Die Tangente des Neigungswinkels φ der Asymptote (Fig. 6) entspricht der Geschwindigkeit v_{\max} . Es handelt sich noch um eine Bestimmung von t_s .

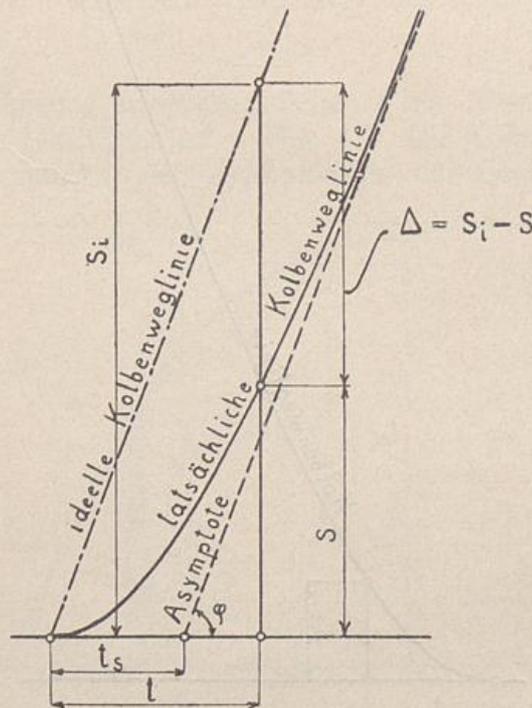


Fig. 6.

Ziehen wir durch den Anfangspunkt der Bewegung eine Gerade unter dem Winkel φ gegen die Zeitachse, so ist diese Gerade (parallel zur Asymptote) die „ideelle“ Kolbenweglinie, d. h. die Kolbenwege würden entsprechend dieser Geraden zunehmen, wenn keine Massen vorhanden wären. Der Unterschied zwischen dem ideellen Kolbenwege s_i und dem tatsächlichen Kolbenwege s zu einer Zeit t sei Δ , also

$$\Delta = s_i - s.$$

Für die Zeit $t = 0$ ist $\Delta = 0$, mit wachsendem t nimmt Δ zu und erreicht für $t = \infty$ einen Höchstwert Δ_{\max} . Ist Δ_{\max} bekannt, so ist auch t_s bekannt, da

$$t_s = \frac{\Delta_{\max}}{\operatorname{tang} \varphi}$$

oder

$$t_s = \frac{\Delta_{\max}}{v_{\max}} \text{ ist.}$$

Nun ist der Zuwachs von Δ in der Zeit dt gleich der Differenz der gleichzeitigen Aenderung von s_i und s , also

$$d\Delta = ds_i - ds.$$

Da die ideellen Kolbenwege mit konstanter Geschwindigkeit $v_i = v_{\max}$ zurückgelegt werden, so ist der Weg ds_i in der Zeit dt gleich $v_{\max} \cdot dt$. Ferner ist der tatsächliche Weg $ds = v \cdot dt$, also

$$d\Delta = (v_{\max} - v) dt.$$

Ferner ist

$$dt = \frac{1}{\left(\frac{dv}{dt}\right)} \cdot dv,$$

folglich

$$d\Delta = \frac{v_{\max} - v}{\frac{dv}{dt}} \cdot dv.$$

Aus Fig. 7 folgt:

$$\frac{v_{\max} - v}{\frac{dv}{dt}} = \cotg \delta,$$

also

$$d\Delta = \cotg \delta \cdot dv.$$

Trägt man also die zu verschiedenen v als Abszissen zugehörigen Werte $\cotg \delta$ als Ordinaten auf, so stellt

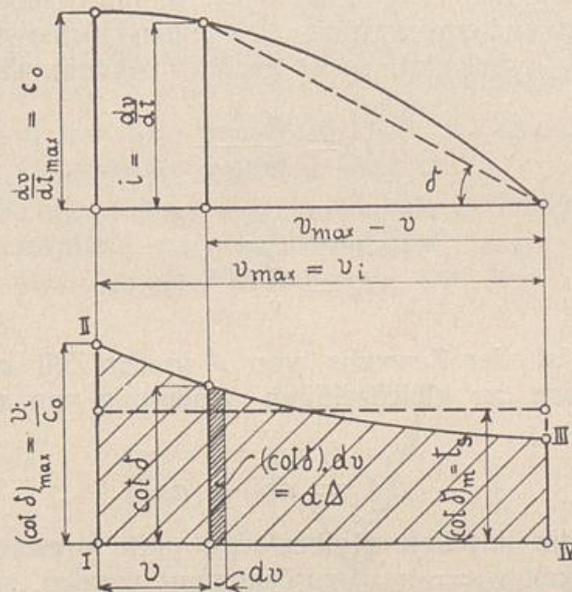


Fig. 7.

das Flächenelement unter der Kurve zwischen zwei um dv entfernten Ordinaten den Zuwachs $d\Delta$ während der Geschwindigkeitsänderung dv dar.

Wir suchen nun den Wert von Δ für v_{\max} ; zu diesem Zwecke haben wir die $d\Delta$ von $v = 0$ bis $v = v_{\max}$ zu summieren; Δ_{\max} ist also gleich der ganzen schraffierten Fläche $I II III IV$.

Es war nun

$$t_s = \frac{\Delta_{\max}}{v_{\max}},$$

also ist t_s gleich Fläche ($I II III IV$): v_{\max} oder t_s gleich der mittleren Höhe der Fläche $I II III IV$ oder gleich dem Mittelwerte der $\cotg \delta$ von $v = 0$ bis $v = v_{\max}$.

t_s ist nun ein Maasstab für den schädlichen Einfluss der zu beschleunigenden Massen auf den Reguliervorgang (vergl. S. 4 und S. 22). Es soll daher untersucht werden, welche Verhältnisse zu wählen sind, damit bei Einhaltung einer bestimmten höchsten Kolbengeschwindigkeit t_s am kleinsten wird.

Nach dem oben Gesagten muss der Mittelwert der $\cotg \delta$ von $v = 0$ bis $v = v_{\max}$ möglichst klein werden. Für bestimmte Grössen von v sind nun die $\cotg \delta$ umgekehrt proportional den Beschleunigungen $i = \frac{dv}{dt}$, also

muss der Mittelwert der i von $v = 0$ bis $v = v_{\max}$ möglichst gross werden. Nun nehmen die i mit wachsendem v ab, bis auf $i = 0$ bei v_{\max} . Daraus ergibt

sich, dass die *Anfangsbeschleunigung* $i = \frac{dv}{dt_{\max}} = c_0$

(vergl. S. 18) *möglichst gross sein muss.*

Nach S. 17 ist nun

$$c_0 = \frac{C_0}{\mathfrak{M}} = \frac{p_0 + p_h - (p_{p_0} \pm k_0)}{\mathfrak{M}}$$

Um daher bei gegebenem v_{\max} ein möglichst kleines t_s zu erhalten, müssen wir

$$a) \quad p_0 + p_h - (p_{p_0} \pm k_0)$$

möglichst gross,

$$b) \quad \mathfrak{M} \text{ möglichst klein machen.}$$

a) Es ist $p_0 + p_h$ gleich dem gesamten zur Verfügung stehenden statischen Druck, $p_{p_0} \pm k_0$ gleich dem Widerstandsdruck des Regulierapparates einschliesslich der Kolben- und Stopfbüchsenreibung (für $v = 0$). Man wird daher die *Betriebspressung möglichst hoch wählen* und die von der Geschwindigkeit unabhängigen Regulierwiderstände so klein wie möglich zu halten suchen.

b) \mathfrak{M} ist die gesamte wirksame Masse. Was die Getriebeteile betrifft, so ist deren wirksame Masse proportional $\sum m_y \cdot \psi_y^2$ (vergl. S. 15). Man wird daher die Getriebeteile, die verhältnismässig grosse Wege zurücklegen (deren ψ_y gross ist), in der Masse möglichst klein zu halten suchen. Die zu beschleunigenden Flüssigkeitsmassen, die im allgemeinen weit mehr Einfluss

haben als die Massen des Getriebes, sind nach S. 14 proportional $\sum \frac{l_x}{f_x}$. Da die Leitungslängen l_x meist durch Konstruktionsrücksichten schon festgelegt sind, handelt es sich darum, *möglichst grosse Leitungsquerschnitte f_x zu wählen.*

Nun würden die unter a) und b) aufgestellten Bedingungen für kleines t_s (grosses c_0) gleichzeitig eine Bedingung für v_{\max} bilden, da (nach Gleichung S. 18) v_{\max} mit c_0 wächst. Soll daher eine bestimmte höchste Kolbengeschwindigkeit v_{\max} eingehalten werden, so muss eine Vergrösserung von c_0 durch eine Vergrösserung der mit v verknüpften Koeffizienten ausgeglichen werden. Man wird also den Durchflusswiderstand erhöhen. Zu diesem Zwecke ist eine örtliche Verengung der Leitung (Drosselung) zu empfehlen, da hierdurch die zu beschleunigende Flüssigkeitsmasse (proportional $\sum \frac{l_x}{f_x}$) nicht oder doch nur sehr wenig vergrössert wird.

Fassen wir diese Bedingungen für kleines t_s zusammen, so ergibt sich als zweckmässig: *hohe Betriebs-
*pression, weite Leitungsquerschnitte, dabei, falls nötig,
Regelung der höchsten Kolbengeschwindigkeit durch
Drosselung an einer Stelle.**

Die rein analytische Behandlungsweise der Aufgabe, d. h. die Auflösung der Integrale für t , s und t_s mit Benutzung der Gleichung

$$\frac{dv}{dt} = c_0 - (a v^2 + b v^{\frac{3}{2}}),$$

ist wenig übersichtlich, da bei Auflösung der Integrale umständliche Partialbruchzerlegungen nötig sind.

Doch lässt sich eine angenäherte analytische Lösung von genügender Genauigkeit und Einfachheit auf folgendem Wege ermöglichen:

Die Beschleunigungskurve

$$\frac{dv}{dt} = \text{Funktion}(v) \quad (\text{s. o.})$$

weicht im allgemeinen nur wenig von einer Parabel ab, die mit ihr für die Werte $v = 0$ und $v = v_{\max}$ die be-

züglichen Ordinaten c_0 und 0 gemeinsam hat. Wir dürfen daher mit genügender Annäherung setzen:

$$\frac{dv}{dt} = c_0 - a' v^2,$$

wobei a' aus der Bedingung folgt, dass für $v = v_{\max}$ $\frac{dv}{dt} = 0$ sein muss, also

$$a' = \frac{c_0}{(v_{\max})^2}$$

oder, da

$$c_0 = (v_{\max})^2 a + (v_{\max})^{\frac{3}{2}} \cdot b,$$

$$a' = a + \frac{b}{\sqrt{v_{\max}}}.$$

Wir setzen also an Stelle von $v^{\frac{3}{2}} \cdot b$ oder von $\frac{v^2 \cdot b}{\sqrt{v}}$ die Grösse: $\frac{v^2 \cdot b}{\sqrt{v_{\max}}}$. Aus dem Zusammenhang von b mit dem Durchflusskoeffizienten ζ_2 nach S. 16 und 17 ergibt sich, dass wir jetzt an Stelle des von v abhängigen Koeffizienten ζ_2 einen konstanten Koeffizienten eingesetzt haben und zwar in der für v_{\max} geltenden Grösse.

Unter dieser Voraussetzung erhalten wir:

$$dt = \frac{dv}{\left(\frac{dv}{dt}\right)} = \frac{dv}{c_0 - a' v^2} \text{ (s. o.)},$$

$$t = \int_0^v \frac{dv}{c_0 - a' v^2} = \frac{1}{2 \sqrt{a' c_0}} \log \text{ nat} \frac{\sqrt{a' c_0} + a' v}{\sqrt{a' c_0} - a' v}$$

und hieraus als analytische Form der Kolbengeschwindigkeitskurve:

$$v = \sqrt{\frac{c_0}{a'}} \cdot \frac{e^{\frac{2 \sqrt{a' c_0} \cdot t}{2 \sqrt{a' c_0} \cdot t}} - 1}{e^{\frac{2 \sqrt{a' c_0} \cdot t}{2 \sqrt{a' c_0} \cdot t}} + 1},$$

wobei $e =$ Basis der natürl. Log.

Ferner ist

$$ds = v \cdot dt = \frac{v \cdot dv}{c_0 - a' v^2}.$$

Es folgt:

$$s = \int_0^v \frac{v \cdot dv}{c_0 - a' v^2} = \frac{1}{2 a'} \cdot \ln \frac{c_0}{c_0 - a' v^2},$$

und schliesslich mit obigem Werte für v :

$$s = \frac{1}{a'} \left(\ln \frac{e^{\frac{2 \sqrt{a' c_0} \cdot t}{2}} + 1}{2} - t \sqrt{a' c_0} \right)$$

als *Gleichung der Kolbenweglinie*.

Für t_s erhalten wir nach S. 23

$$\begin{aligned} t_s &= \frac{\Delta_{\max}}{v_{\max}} = \frac{\int_{v=0}^{v=v_{\max}} d\Delta}{v_{\max}} \\ &= \frac{1}{v_{\max}} \int_0^{v_{\max}} \frac{(v_{\max} - v) dv}{\frac{dv}{dt}} \\ &= \frac{1}{v_{\max}} \int_0^{v_{\max}} \frac{v_{\max} - v}{c_0 - a' v^2} \cdot dv \\ &= \int_0^{v_{\max}} \frac{dv}{c_0 - a' v^2} - \frac{1}{v_{\max}} \int_0^{v_{\max}} \frac{v \cdot dv}{c_0 - a' v^2} \\ &= \frac{1}{2 \sqrt{a' c_0}} \ln \left| \frac{\sqrt{a' c_0} + a' v}{\sqrt{a' c_0} - a' v} \right| \Big|_{v=0}^{v=v_{\max}} \\ &\quad + \frac{1}{2 a' v_{\max}} \ln \left| \frac{c_0 - a' v^2}{c_0} \right| \Big|_{v=0}^{v=v_{\max}} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2 \sqrt{a' c_0}} \cdot \ln \left| \frac{(\sqrt{a' c_0} + a' v) (c_0 - a' v^2)}{(\sqrt{a' c_0} - a' v) c_0} \right|_{v=v_{\max}}$$

$$t_s = \frac{1}{2 \sqrt{a' c_0}} \cdot \ln \left| \frac{c_0 a' v + c_0 \sqrt{a' c_0} - a'^2 v^3 - a' v^2 \sqrt{a' c_0}}{c \sqrt{a' c_0} - c_0 a' v} \right|_{v=v_{\max}}$$

Da für $v = v_{\max} = \sqrt{\frac{c_0}{a'}}$ der Ausdruck unter dem ln unbestimmt wird, so differenzieren wir dessen Zähler und Nenner, wodurch wir erhalten:

$$t_s = \frac{1}{2 \sqrt{a' c_0}} \ln \left| \frac{c_0 a' - 3 a'^2 v^2 - 2 a' v \sqrt{a' c_0}}{-c_0 a'} \right|_{v=v_{\max}}$$

Mit $v = \sqrt{\frac{c_0}{a'}}$ folgt nun:

$$\begin{aligned} t_s &= \frac{1}{2 \sqrt{a' c_0}} \cdot \ln \left(-1 + \frac{3 a^2}{c_0 a'} \cdot \frac{c_0}{a'} + \frac{2 a' \sqrt{a' c_0}}{c_0 a'} \sqrt{\frac{c_0}{a'}} \right) \\ &= \frac{1}{2 \sqrt{a' c_0}} \cdot \ln (-1 + 3 + 2) = \frac{1}{2 \sqrt{a' c_0}} \ln 4 \\ &= \frac{0,693145}{\sqrt{a' c_0}} = 0,693145 \cdot \frac{v_{\max}}{c_0}. \end{aligned}$$

Aus dieser Formel für t_s ergibt sich unmittelbar, dass bei bestimmtem v_{\max} t_s umgekehrt proportional c_0 ist, dass daher c_0 , d. h. die Anfangsbeschleunigung $\left(\frac{dv}{dt}\right)_{\max}$ möglichst gross sein soll, wie bereits oben an Hand der graphischen Lösung entwickelt wurde.

Zahlenbeispiel.

Die im Vorstehenden entwickelten Formeln sollen nun durch ein Zahlenbeispiel erläutert werden. Dieses soll auch dazu dienen, den Einfluss bzw. die Berechtigung der in den Entwicklungen gemachten Vereinfachungen zahlenmässig darzustellen.

Der zu untersuchende Regulator habe einen doppelwirkenden Treibkolben mit

$$\text{Durchmesser } D = 180 \text{ mm,}$$

$$\text{Nettoflächen } F \text{ je } 241,4 \text{ qcm,}$$

(die beiderseits durchgeführte Kolbenstange habe 40 mm Durchmesser),

$$\text{Kolbenhub } L = 0,3 \text{ m.}$$

Für den Regulatorbetrieb stehe ein natürliches Gefälle von netto 20 m zur Verfügung, so dass der Kolben ideell eine Kraft von

$$241,4 \cdot \frac{20}{10} = 482,8 \text{ kg}$$

ausüben könnte.

Die Rohrleitung des Regulators habe einen

$$\text{Durchmesser } d = 1\frac{1}{2}'' = 38,1 \text{ mm;}$$

also

$$\text{Querschnitt } f = 11,35 \text{ qcm.}$$

Die Länge der Rohrleitung von der Anschlussstelle bis zur Ausmündung ins Unterwasser betrage

$$l = 5 \text{ m.}$$

Eine derartige Leitungslänge ist ungünstig wegen der dadurch bedingten Grösse der Massendrücke, kann jedoch in vielen Fällen nicht vermieden werden. Wenn nämlich im natürlichen Gefälle ein verhältnismässig kleiner Betriebsdruck vorhanden ist, wird man zur Vermeidung grosser Zylinderquerschnitte des hydraulischen Servomotors möglichst wenig Gefällverluste zulassen und daher die Rohrleitung zum Zylinder an einer Stelle der Hauptleitung anschliessen, wo die Geschwindigkeit des der Turbine zufließenden Wassers klein ist; bei Spiralturbinen also vor dem Spiralgehäuse, in dem gewöhnlich schon beträchtliche Geschwindigkeiten auftreten. Gegen den Anschluss der Regulatorleitung an das Spiralgehäuse

spricht auch die Rücksicht darauf, dass bei Veränderung der Turbinenfüllung und damit der Zuflussgeschwindigkeit im Gehäuse die Druckschwankungen im Treibzylinder grösser sind, als wenn die Leitung an eine Stelle mit grösserem Querschnitte angeschlossen wäre. Diese geeignete Anschlussstelle liegt unter Umständen vom Treibzylinder ziemlich weit weg. Ferner erfordert die Anordnung von Reinigungfiltern für das Betriebswasser des Servomotors oft weitere Leitungslängen. Ausgeführte Anlagen weisen denn auch für die Leitung bis zum Zylinder allein schon beträchtliche Längen auf, z. B.:

Turbinenanlage Montbovon von *J. J. Rieter & Co.*, Winterthur,

ungefähr 3,5 m,

Turbinenanlage Jajce von *Ganz & Co.*, Budapest,

ungefähr 5,5 m,

(entnommen dem Plane der Anlage in „Schweiz. Bauzeitung“ Bd. XXXVII, No. 16 bezw. 8, Aufsatz von *Prášil*: „Die Turbinen und deren Regulatoren an der Weltausstellung in Paris 1900“).

Dabei sind noch nicht eingerechnet die Leitungslängen vom Zylinder zurück zur Steuerung und von da bis zum Unterwasser. Diese Längen kommen aber für die Beschleunigungsvorgänge auch mit in Betracht, sobald die Abflussleitung mit Wasser ausgefüllt ist. Bei kleineren Gefällen und wenn der Treibzylinder beträchtlich höher liegt als der Unterwasserspiegel wird man vielleicht auf die Saugwirkung der Abflussleitung auf den Kolben nicht verzichten, also dafür sorgen, dass diese ausgefüllt bleibt. Würde man die Auslassseite des Zylinders mit dem Turbinensaugrohr verbinden, so wären für die eigentliche Abflussleitung (mit engeren Querschnitten) nur kleine Längen nötig und daher der Beitrag des Abflusswassers zu den Beschleunigungsdrücken gering. Jedoch ist diese Anordnung nicht einwandfrei, da die Saugdrücke im Turbinensaugrohr mit den Füllungen schwanken.

Im vorliegenden Falle sei angenommen, dass die Anschlussstelle der Regulatorleitung 1,5 m, und die Zylindermitte 0,5 m über dem Unterwasser liegen. Der statische Druck an der Anschlussstelle ist dann

$$\frac{20 - 1,5}{10} = 1,85 \text{ kg/qcm.}$$

1. Der effektive (hydraulische) Druck p_0 an der Anschlussstelle ist um den Betrag $\frac{c^2}{2g \cdot 10}$ kleiner, wenn c die Geschwindigkeit in der Turbinenleitung ist. Sei c im Maximum 1 m/Sek., so ist

$$\frac{c^2}{2g \cdot 10} = \approx \frac{1}{200} = 0,005 \text{ kg/qcm,}$$

etn Betrag, der gegen 1,85 kg/qcm vernachlässigt werden

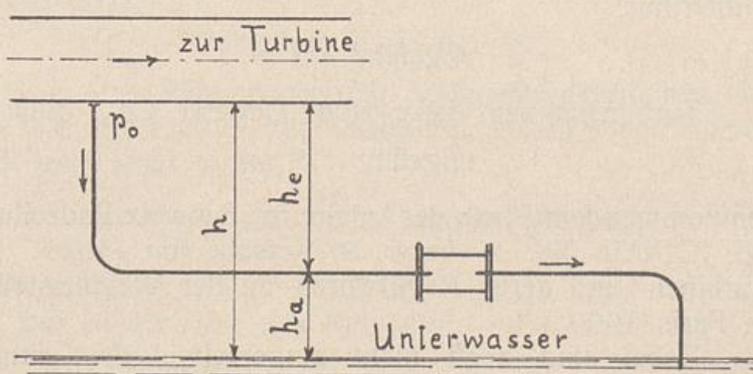


Fig. 8.

darf, so dass

$$p_0 = 1,85 \text{ kg/qcm} \dots \dots \dots 1)$$

zu setzen ist.

2. Aus der Anordnung der Leitung (Fig. 8) folgt: Druckdifferenz zwischen Anschlussstelle und Unterwasser

$$p_h = \frac{1,5}{10} = 0,15 \text{ kg/qcm} \dots \dots \dots 2)$$

3. Der Regulator soll eine Turbine mit *Fink* schen Drehschaufeln regulieren. Die Schaufeldrücke seien für die verschiedenen Schaufelstellungen ermittelt. Aus den resultierenden Drehmomenten an den Schaufeln und unter Berücksichtigung der Uebersetzungsverhältnisse im Reguliergetriebe ergäbe sich, dass für die normale Schaufelstellung (etwa Schaufel dreiviertel offen) der Treibkolben in der Schliessrichtung eine Verstellkraft

$$K_i = 75 \text{ kg}$$

(abgesehen von Reibung im Getriebe) auszuüben habe. Zur Ueberwindung der Reibung sei ausserdem noch aufzuwenden die Kraft

$$K_r = 45 \text{ kg,}$$

also insgesamt eine Verstellkraft

$$K = K_i + K_r = 75 + 45 = 120 \text{ kg.}$$

Für die Oeffnungsbewegung wirkt K_i im Sinne der Bewegung, die aufzuwendende Verstellkraft K_i ist daher negativ,

$$K_i = - 75 \text{ kg.}$$

Dagegen bleibt K_r auch hier ein Widerstand in der Bewegungsrichtung, also

$$K_r = + 45 \text{ kg,}$$

so dass für „Oeffnen“ gilt

$$K = K_i + K_r = - 75 + 45 = - 30 \text{ kg.}$$

Wir wollen zunächst voraussetzen, dass der Antrieb der Drehschaufeln derartig erfolge, dass die erforderlichen Verstellkräfte am Kolben innerhalb eines grösseren Gebietes der Schaufelstellungen in der Nähe der normalen Stellung nur wenig veränderlich seien. Es darf dann für kleinere Füllungsänderungen in diesem Gebiete für jede der Bewegungsrichtungen K als konstant betrachtet werden; also für:

$$\text{„Schliessen“ } K = \text{konst.} = 120 \text{ kg,}$$

$$\text{„Oeffnen“ } K = \text{konst.} = - 30 \text{ kg.}$$

$$\text{Daraus folgt mit } p_k = \frac{K}{F}:$$

für

$$\left. \begin{array}{l} \text{„Schliessen“ } p_k = \text{konst.} = \frac{120}{241,4} = 0,497 \text{ kg/qcm} \\ \text{„Oeffnen“ } p_k = \text{konst.} = \frac{- 30}{241,4} = - 0,124 \text{ kg/qcm} \end{array} \right\} 3)$$

4. Die Durchflusswiderstände.

Für den Widerstand entsprechend der aufzuwendenden Geschwindigkeitshöhe w_1 sei angenommen, dass die Abflussleitung in das Unterwasser eintauche. Es ist dann der Endquerschnitt der Leitung f_e gleich dem

Querschnitt des Untergrabens, also f_6 gegen f sehr gross, so dass

$$w_1 = \approx 0$$

wird.

Für die Widerstandshöhe w_2 infolge Reibung in der geradlinig gedachten Leitung werden die Koeffizienten von *Lang* angewendet.

Ist $v_1 =$ Geschwindigkeit in der Rohrleitung vom Durchmesser d , Länge l , so ist die Widerstandshöhe der Rohrleitung:

$$w_{21} = \frac{v_1^2}{2g} \cdot \frac{l}{d} \cdot a + \frac{v_1^2}{2g} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\beta}{V v_1};$$

dabei ist

$$a = 0,02,$$

$$\beta = \frac{0,0018}{V d}$$

$$l = 5 \text{ m},$$

$$d = 0,038 \text{ m};$$

ferner

$$v_1 = \frac{v \cdot F}{f} = \frac{v \cdot 241,4}{11,35} = v \cdot 21,25;$$

also

$$\begin{aligned} w_{21} &= \frac{v^2 \cdot 21,25^2 \cdot 5 \cdot 0,02}{19,62 \cdot 0,0381} + \frac{v^{\frac{3}{2}} (21,25)^{\frac{3}{2}} \cdot 5 \cdot 0,0092}{19,62 \cdot 0,0381} \\ &= v^2 \cdot 60,3 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 6,04. \end{aligned}$$

Die Widerstandshöhe w_2 für den Zylinder ergibt sich entsprechend zu

$$w_{2z} = v^2 \cdot 0,0017 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,00036,$$

kann also gegen die der Rohrleitung vernachlässigt werden, so dass insgesamt

$$w_2 = v^2 \cdot 60,3 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 6,04$$

gesetzt werden darf.

Was die Richtungsänderungen in der Flüssigkeitsführung betrifft, so seien ausser unbedeutlichen Biegungen der Röhren mit grösseren Krümmungsradien noch

zwei Krümmen von 90° und 100 mm mittlerem Krümmungsradius vorhanden. Für diese beträgt die Widerstandshöhe (nach Weisbach)

$$\begin{aligned} w_3 &= \approx \frac{2 v_1^2}{2g} \cdot 0,135 \\ &= \frac{2 v^2}{2g} \left(\frac{F}{f} \right)^2 \cdot 0,135 = \approx 6,19 v^2. \end{aligned}$$

Die übrigen Biegungen seien dadurch berücksichtigt, dass wir den Betrag von 6,19 auf 6,5 v^2 erhöhen.

Die Widerstandshöhen infolge Richtungsänderungen im Steuerorgane werden mit dessen übrigen Widerstandshöhen unter Anwendung eines Gesamtwiderstandskoeffizienten zusammengefasst. Dieser sei für die vorliegende Ausführung der Steuerung bekannt; er betrage für volle Oeffnung der Steuerkanäle $\approx 2,5$, so dass sich ergibt:

Widerstandshöhe der Steuerung

$$\begin{aligned} w_s &= 2,5 \frac{v_1^2}{2g} = 2,5 \left(\frac{F}{f} \right)^2 \frac{v^2}{2g} = \frac{2,5 \cdot 21,25^2 \cdot v^2}{2g} \\ &= 57,5 v^2. \end{aligned}$$

Die Widerstandshöhen infolge Querschnittsänderungen der Leitung sind folgende:

für Eintritt in die Leitung

$$\frac{0,5 v_1^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \cdot 0,5 \left(\frac{F}{f} \right)^2$$

für Eintritt in den Zylinder

$$\frac{(v_1 - v)^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \left[\left(\frac{F}{f} \right) - 1 \right]^2$$

für Austritt aus dem Zylinder

$$\frac{0,5 v_1^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \cdot 0,5 \cdot \left(\frac{F}{f} \right)^2$$

für Eintritt in das Unterwasser

$$\frac{(v_1 - 0)^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \left(\frac{F}{f} \right)^2$$

$$\begin{aligned} w_4 &= \frac{v^2}{2g} \left[\left(\frac{F}{f} \right)^2 (0,5 + 0,5 + 1) + \left(\frac{F}{f} - 1 \right)^2 \right] \\ &= \frac{v^2}{2g} [21,25^2 \cdot 2 + (21,25 - 1)^2] \\ &= v^2 \cdot 66,6. \end{aligned}$$

Die Summe der Widerstandshöhen beträgt also:

$$\begin{aligned} w &= w_1 + w_2 + w_3 + (w_s) + w_4 = 0 + v^2 \cdot 60,3 \\ &\quad + v^{\frac{3}{2}} \cdot 6,04 + v^2 (6,5 + 57,5 + 66,6) \\ &= v^2 \cdot (60,3 + 130,6) + v^{\frac{3}{2}} \cdot 6,04 \\ &= v^2 \cdot 190,9 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 6,04. \end{aligned}$$

Der entsprechende Druck in kg/qcm ist $p_w = \frac{w}{10}$,
also

$$p_w = v^2 \cdot 19,09 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,604 \quad . . . \quad 4)$$

5. Zur Ermittlung der Reibungswiderstände der Kolben- und Stopfbüchsendichtung sei gegeben:

Breite der Kolbenliderung (Stulp) $b_{\text{Kolben}} = 4$ cm,

Breite der Stopfbüchsenliderung (Stulp) $b_{\text{Stopfbüchse}} = 2$ cm.

Als Reibungskoeffizient der Dichtungen sei $\mu = 0,1$ angenommen.

Die Reibung der Dichtungen für den Fall, dass der Ueberdruck p zwischen den abzudichtenden Räumen gleich Null ist, sei zu vernachlässigen. Dann ist die Reibungskraft

$$R = \pi \cdot D \cdot b \cdot \mu \cdot p,$$

wobei $D =$ Durchmesser des Kolbens bzw. der Kolbenstange in cm.

Der Ueberdruck p zwischen den Zylinderseiten ist die Differenz aus dem Druck p_e der Einlassseite und p_a der Auslassseite.

p_e ist nun gleich dem statischen Drucke in der Zylindermittle, $p_o + \frac{h_e}{10}$, vermindert um den Durchflusswiderstand p_{we} in kg/qcm der Leitung auf der Einlassseite bis zum Kolben, also

$$p_e = p_o + \frac{h_e}{10} - p_{we}.$$

p_a ist gleich dem statischen Drucke auf der Auslassseite des Kolbens, $\frac{h_a}{10}$, vermehrt um den Durch-

flusswiderstand der Leitung von der Auslassseite des Kolbens bis zum Unterwasser, der mit p_{wa} bezeichnet werde, also

$$p_a = \frac{h_a}{10} + p_{wa}.$$

Folglich Ueberdruck

$$\begin{aligned} p &= p_o + \frac{h_o}{10} - p_{we} + \frac{h_a}{10} - p_{wa} \\ &= p_o + \frac{h_o + h_a}{10} - (p_{we} + p_{wa}) \\ &= p_o + \frac{h}{10} - p_w = p_o + p_h - p_w \\ &= 1,85 + 0,15 - (v^2 \cdot 19,09 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,604) \\ &= 2 - v^2 \cdot 19,09 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,604 \end{aligned}$$

also

$$\begin{aligned} R_{\text{Kolben}} &= \pi \cdot 18 \cdot 4 \cdot 0,1 (2 - v^2 \cdot 19,09 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,604) \\ &= 45,2 - v^2 \cdot 431 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 13,6. \end{aligned}$$

In entsprechender Weise erhält man für die Reibung der Stopfbüchsen:

$$R_{\text{Stopfbüchsen}} = 4,77 - v^2 \cdot 15,95 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,505.$$

Also gesamte Reibung:

$$R = 49,97 - v^2 \cdot 446,95 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 14,105.$$

Daraus ergibt sich ein Druck

$$\begin{aligned} p_p = \frac{R}{F} = \frac{R}{241,4} &= 0,207 - v^2 \cdot 1,84 \\ &\quad - v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,059 \quad \dots \quad 5) \end{aligned}$$

6. Die zu beschleunigende Flüssigkeitsmasse ist

$$\begin{aligned} m_f &= \frac{\gamma \cdot F}{g \cdot 10000} \cdot \sum \frac{l_x}{f_x} \\ &= \frac{241,4}{9,81 \cdot 10} \cdot \sum \frac{l_x}{f_x} = 2,46 \cdot \sum \frac{l_x}{f_x}. \end{aligned}$$

Für die Rohrleitung ist

$$\frac{l_x}{f_x} = \frac{5}{11,35} = 0,44,$$

für den Zylinder:

$$\frac{l_x}{f_x} = \frac{0,3}{241,4} = 0,00124,$$

also

$$m_f = 2,46 \sum \frac{l_x}{f_x} = 2,46 (0,44 + 0,00124) = 1,085$$

und

$$p_{mf} = \frac{dv}{dt} \cdot 1,085 \quad \dots \quad 6)$$

7. Das Reguliergetriebe sei nach dem Schema Fig. 9 konstruiert. Es besteht demnach im wesent-

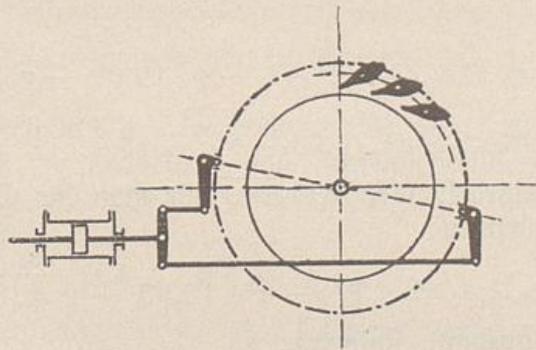


Fig. 9.

lichen aus: Kolben mit Kolbenstange, Ausgleichhebel, zwei Schubstangen, zwei Regulierkurbeln, Regulierring und (zwanzig) drehbaren Leitschaufeln.

Die Uebersetzungsverhältnisse vom Kolben bis zu den Leitschaufeln seien durch folgende Maasse festgelegt:

grosser Hebelarm der Regulierkurbel: 300 mm,

kleiner Hebelarm der Regulierkurbel: 50 mm.

mittlerer Durchmesser des Regulierringes: 1500 mm.

a) Bei den Getriebeteilen vom Kolben bis einschliesslich Regulierring bleiben die Uebersetzungsverhältnisse ψ_y der einzelnen Massenpunkte annähernd konstant, unabhängig von den Kolbenstellungen. Wir haben

daher zur Bestimmung des Massendruckes p_{mg} dieser Teile die Formel anzuwenden:

$$p_{mg} = \frac{dv}{dt} \cdot \sum \frac{\psi_y^2 \cdot m_y}{F} \quad (\text{vgl. S. 15.})$$

Für den Kolben mit Stange, Ausgleichhebel und die Schubstangen ist ψ_y aller Massenpunkte gleich 1, wir erhalten also für diese Teile:

$$p_{mg} = \frac{dv}{dt} \cdot \sum \frac{m_y}{F} = \frac{\text{Masse}}{F} \cdot \frac{dv}{dt}$$

Es seien die Massen

$$\text{des Kolbens mit Stange} = \frac{30 \text{ kg}}{g},$$

$$\text{des Ausgleichhebels} = \frac{10 \text{ kg}}{g},$$

$$\text{der Schubstangen zusammen} = \frac{15 \text{ kg}}{g},$$

also

$$\text{a) } p_{mg} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{30 + 10 + 15}{9,81 \cdot 241,4} = 0,02325 \cdot \frac{dv}{dt}$$

Die übrigen Getriebeteile (Regulierkurbeln, Regulier- und Leitschaukeln) tragen infolge ihrer verhältnismässig langsamen Bewegung nur wenig zur Massenwirkung bei. Eine genaue Berechnung für diese Teile ist daher bei praktischen Untersuchungen im allgemeinen kaum nötig, zumal da ein absolut genaues Endergebnis der ganzen Rechnung doch nicht erwartet werden kann wegen der Unsicherheit der Koeffizienten für die Reibungs- und Durchflusswiderstände. Um jedoch zahlenmässig den geringen Einfluss dieser Getriebemassen nachweisen zu können, sei auch hierfür die Rechnung angedeutet.

b) Bei den Regulierkurbeln und dem Regulier- ring haben alle in gleichem Abstände von den Drehachsen dieser Teile liegenden Punkte gleiches, annähernd konstantes Uebersetzungsverhältnis ψ_y . Die ψ_y der Punkte auf Kreisen von verschiedenen Radien sind proportional den Radien. Ist ψ_1 das Uebersetzungsverhältnis für Punkte auf dem Kreise vom Radius 1 cm, so ist $\psi_y = r_y \cdot \psi_1$, wobei r_y der Radius in cm für den Massen-

punkt m_y ist. Wir erhalten demnach für diese Getriebe-
teile:

$$\begin{aligned} p_{\text{mg}} &= \frac{dv}{dt} \cdot \frac{\sum r_y^2 \cdot \psi_1^2 \cdot m_y}{F} \\ &= \frac{dv}{dt} \frac{\psi_1^2}{F} \cdot \sum r_y^2 \cdot m_y. \end{aligned}$$

Das Massenelement m_y ist nun gleich

$$\frac{z_y \Delta f_y \cdot \gamma}{g \cdot 1\,000\,000},$$

wenn z_y die Ausdehnung des Massenelementes in Rich-
tung parallel zur Drehachse in cm und Δf_y seine Grund-
fläche (senkrecht zur Drehachse) in qcm ist. Also

$$\sum r_y^2 \cdot m_y = \frac{\gamma}{g \cdot 1\,000\,000} \cdot \sum r_y^2 \cdot z_y \cdot \Delta f_y.$$

Für Teile mit konstantem $z_y = z$ (zylindrischer
Körper mit parallelen Endflächen senkrecht zur Dreh-
achse) ist

$$\begin{aligned} \sum r_y^2 \cdot m_y &= \frac{\gamma \cdot z}{g \cdot 1\,000\,000} \sum r_y^2 \cdot \Delta f_y = \\ &= \frac{\gamma \cdot z \cdot J_p}{g \cdot 1\,000\,000}, \end{aligned}$$

wobei J_p das polare Trägheitsmoment der Grundfläche in
 cm^4 bezogen auf die Drehachse bedeutet.

So ist für den Regulerring mit $D_a = 156$ cm,
 $D_i = 144$ cm und einer Stärke $z = 3$ cm:

$$J_p = \frac{\pi}{32} (D_a^4 - D_i^4) = \approx 16\,400\,000,$$

$$\sum r_y^2 \cdot m_y = \frac{7\,200 \cdot 3 \cdot 16\,400\,000}{9,81 \cdot 1\,000\,000} = \approx 36\,200.$$

Mit

$$\psi_1 = \frac{5}{30 \left(\frac{150}{2} \right)} = 0,00222$$

erhält man

$$\begin{aligned} p_{\text{mg (Ring)}} &= \frac{dv}{dt} \cdot \frac{0,00222^2}{241,4} \cdot 36\,200 \\ &= \frac{dv}{dt} \cdot 0,000\,736. \end{aligned}$$

Für die beiden Regulierkurbeln ist auf ähnliche Weise gefunden;

$$\sum r_y^2 \cdot m_y = 810.$$

Also ist mit

$$\psi_1 = \frac{1}{30}$$

$$p_{\text{mg (Kurbeln)}} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{1}{30^2} \cdot \frac{810}{241,4} = \frac{dv}{dt} \cdot 0,00372.$$

Für die Teile b) ist daher

$$p_{\text{mg (b)}} = \frac{dv}{dt} (0,00372 + 0,000736) = \frac{dv}{dt} \cdot 0,004456.$$

Für die Teile bis zu den Leitschaufeln ist

$$\begin{aligned} p_{\text{mg (a + b)}} &= \frac{dv}{dt} (0,02325 + 0,004456) \\ &= \frac{dv}{dt} \cdot 0,027706. \end{aligned}$$

c) Bei den Leitschaufeln ist gleichfalls $\psi_y = \psi_1 r_y$ zu setzen, jedoch kann sich hier ψ_1 je nach den Schaufelstellungen bzw. Kolbenstellungen wesentlich ändern, besonders dann, wenn die Bewegungsübertragung vom Ring aus mittels kurzer Lenkstangen geschieht (z. B. nach System *Voith*).

Die Abhängigkeit des Uebersetzungsverhältnisses ψ_1 der Leitschaufeln von den Kolbenstellungen ist für den vorliegenden Fall in Fig. 10 oben dargestellt. Als Abszissen sind die Kolbenwege, als Ordinaten die ψ_1 aufgetragen.

Maasstab der Abszissen: 1 cm = 0,1 m Kolbenweg.*)

Maasstab der Ordinaten: 1 cm = 0,01.

ψ_1 ist danach für

$$\text{„auf“} = 0,045$$

$$\text{„zu“} = 0,015.$$

Es soll hier untersucht werden, inwieweit dieser

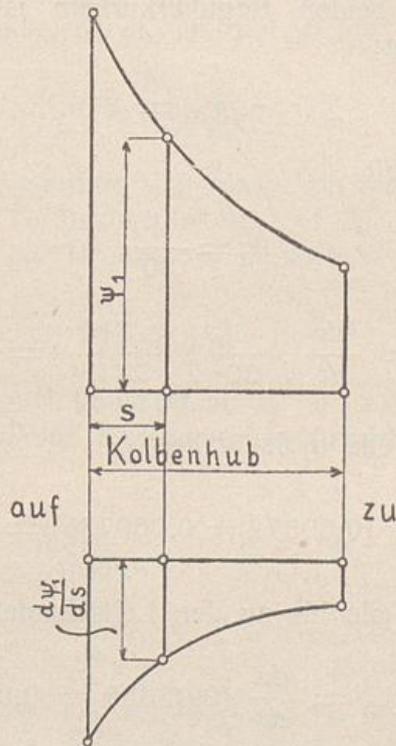


Fig. 10.

Veränderlichkeit Rechnung zu tragen ist. Wir wenden nach Anmerkung S. 15 die Formel an:

$$p_{mg} = \frac{dv}{dt} \frac{\sum m_y \cdot \psi_y^2}{F} + \frac{v^2}{F} \cdot \sum m_y \frac{d\psi_y}{ds} \cdot \psi_y.$$

Mit

$$\psi_y = \psi_1 \cdot r_y$$

und

*) Die hier und im folgenden angegebenen Maasstäbe beziehen sich auf die Originalfiguren. Die Textfiguren sind um 10 v. H. kleiner wiedergegeben.

$$\frac{d\psi_y}{ds} = r_y \cdot \frac{d\psi_1}{ds}$$

erhält man:

$$p_{mg} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{\psi_1^2}{F} \sum r_y^2 \cdot m_y + \frac{v^2}{F} \cdot \psi_1 \frac{d\psi_1}{ds} \sum r_y^2 \cdot m_y.$$

Die Leitschaufeln haben eine Grundfläche, wie die Fig. 11 im Maasstab 1 : 5 zeigt. Aus dieser berechnet sich für eine Schaufel ein polares Trägheitsmoment

$$J_p = 2240 \text{ cm}^4.$$

Die Schaufelbreite sei $z = 10 \text{ cm}$, es ist daher für 20 Schaufeln:

$$\sum r_y^2 \cdot m_y = \frac{20 \cdot 7200 \cdot 10 \cdot 2240}{9,81 \cdot 1\,000\,000} = 330.$$

Das erste Glied für p_{mg} wird am grössten bei

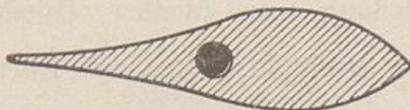


Fig. 11.

offenen Schaufeln, da dann nach Fig. 10 ψ_1 am grössten ist, und zwar wird es gleich

$$\frac{dv}{dt} \cdot \frac{0,045^2}{241,4} \cdot 330 = \frac{dv}{dt} \cdot 0,00275;$$

dagegen wird dieses Glied am kleinsten bei geschlossenen Schaufeln mit $\psi_1 = 0,015$ und zwar gleich

$$\frac{dv}{dt} \cdot 0,000308.$$

Es war nun für die Getriebeteile bis zu den Schaufeln:

$$p_{mg(a+b)} = \frac{dv}{dt} \cdot 0,027706,$$

für die Flüssigkeit:

$$p_{mf} = \frac{dv}{dt} \cdot 1,085,$$

also beträgt der Koeffizient von $\frac{dv}{dt}$ im Höchstwert:

$$0,027706 + 1,085 + 0,00275 = \approx 1,11546,$$

im Mindestwert:

$$0,027706 + 1,085 + 0,000308 = \approx 1,11301.$$

Die Aenderung des Koeffizienten von $\frac{dv}{dt}$ beträgt also nur

$$1,11546 - 1,11301 = 0,00245 \text{ d. h. } \approx 0,22 \text{ v. H.}$$

Legen wir daher einen mittleren Wert ψ_1^2 der Leit-schaukeln für die Berechnung von ρ_{mg} zu grunde, so wird der Fehler auf den Koeffizienten von $\frac{dv}{dt}$ keinen nennens-werten Einfluss haben. Wir setzen daher für die Leit-schaukeln als erstes Glied von ρ_{mg} :

$$\approx 0,0015 \frac{dv}{dt}.$$

Zur Beurteilung des zweiten Gliedes von ρ_{mg} ist noch $\frac{d\psi_1}{ds}$ zu ermitteln. Aus der Kurve für ψ_1 als Funktion von s (Fig. 10 oben) lässt sich leicht graphisch die Kurve (Fig. 10 unten) für $\frac{d\psi_1}{ds}$ als Funktion von s ab-leiten.

$$\text{Maasstab für } \frac{d\psi_1}{ds} \text{ (Ordinaten) : } 1 \text{ cm} = 01.$$

Man erkennt, dass der absolute Wert von $\psi_1 \frac{d\psi_1}{ds}$ im vorliegenden Falle am grössten wird für „auf“, da in dieser Stellung sowohl ψ_1 als auch $\frac{d\psi_1}{ds}$ absolut am gröss-ten ist.

Es ergibt sich hierfür:

$$\psi_1 \cdot \frac{d\psi_1}{ds} = 0,045 \cdot (-0,217) = -0,00977.$$

Also wird das zweite Glied von ρ_{mg} im Höchstwert:

$$-v^2 \cdot \frac{0,00977 \cdot 330}{241,4} = -v^2 \cdot 0,01335.$$

für Oeffnen:

$$-\frac{dv}{dt} = v^2 \cdot 15,5 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,489 + 1,72 = 0.$$

||
a

||
b

||
c₀

Wir betrachten zunächst den Bewegungsvorgang beim *Schliessen*.

Nach S. 18 zeichnen wir die Kurve der $\frac{dv}{dt}$ als Funktion von v . Die $\frac{dv}{dt}$ folgen aus:

$$\frac{dv}{dt} = 1,16 - (v^2 \cdot 15,5 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,489)$$

||
c₀

||
a

||
b

unter Annahme der v . Es ergibt sich z. B. für

v (in m/sek.)	$v^2 \cdot 15,5 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,489$	$\frac{dv}{dt}$ (in m/sek. ²)
0,0	0,000	1,160
0,1	0,155 + 0,015 = 0,170	0,990
0,2	0,620 + 0,044 = 0,664	0,496
0,266	1,095 + 0,067 = 1,162	∞ 0

Graphische Darstellung Fig. 2:

Maasstab für v : 1 cm = 0,05 m/sek.,

Maasstab für $\frac{dv}{dt}$: 1 cm = 0,5 m/sek.².

Die grösste erreichbare Kolbengeschwindigkeit beim Schliessen ist also

$$v_{\max} = v_i = \infty 0,266 \text{ m/sek.}$$

Diese würde bei masselosem Relais sofort eintreten, es wäre daher die ideelle Schlusszeit bei einem Kolbenhub von 0,30 m:

$$S_i = \frac{0,3}{0,266} = 1,13 \text{ sek.}$$

Zur Bestimmung des zeitlichen Verlaufes der tatsächlichen Kolbengeschwindigkeiten zeichnen wir die

Kurve der reziproken Werte von $\frac{dv}{dt}$ als Funktion von s .
So sind in Fig. 3 (S. 20) aufgetragen zu den

Abszissen ν	die Ordinaten $\frac{1}{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$
0	0,863
0,1	1,012
0,2	2,018
(0,266	$\infty \infty$)

Maasstab für ν : 1 cm = 0,05 m/sek.;

Maasstab für $\frac{1}{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$: 1 cm = 1 : m/sek.²

Die Fläche unter dieser Kurve von der Abszisse $\nu = 0$ bis zur Abszisse $\nu = \nu$ stellt die Zeit t dar bis zur Erreichung der Geschwindigkeit ν . Es ist nach Fig. 3 von $\nu = 0$ bis $\nu = 0,1$ m/sek. die Fläche $\sim 1,8$ qcm.

1 qcm stellt dar:

$$0,05 \text{ m/sek.} \cdot \frac{1}{(\text{m/sek.}^2)} = 0,05 \text{ sek.}$$

Also ist nach $0,05 \cdot 1,8 \text{ sek.} = 0,09 \text{ sek.}$ die Kolbengeschwindigkeit $\nu \sim 0,1$ m/sek.

Die Fig. 4 zeigt die graphische Darstellung der zusammengehörigen Werte ν und t ; dabei sind die t als Abszissen, die ν als Ordinaten aufgetragen.

Maasstab für t : 1 cm = 0,1 sek.;

Maasstab für ν : 1 cm = 0,05 m/sek.

Es ist aus der Figur ersichtlich, dass die Kolbengeschwindigkeiten anfangs sehr rasch wachsen (nach einer halben Sekunde vom Beginn der Bewegung an ist die Geschwindigkeit bereits $\sim 0,258$ m/sek.), um dann allmählich sich der höchsten Geschwindigkeit $\nu_{\max} = 0,266$ m/sek. zu nähern.

Die Fläche unter der Geschwindigkeitskurve Fig. 4 von der Abszisse $t = 0$ bis $t = t$ stellt den in der Zeit t vom Kolben zurückgelegten Weg s dar; und zwar ent-

spricht einer Fläche von 1 qcm ein Weg von 0,1 sek. $\times 0,05$ m/sek. = 0,005 m. Für die Zeit $t = 0,2$ sek. vom Bewegungsanfang an ist beispielweise die Fläche unter der Geschwindigkeitskurve ≈ 4 qcm, also

$$s = \approx 4 \cdot 0,005 \text{ m} = \approx 0,02 \text{ m.}$$

Hätte sich dagegen der Kolben vom Anfang an mit der ideellen Geschwindigkeit $v_i = 0,266$ m/sek. bewegt, so wäre nach 0,2 sek. der zurückgelegte Weg:

$$s_i = 0,2 \cdot 0,266 = 0,0532 \text{ m,}$$

d. h. mehr als das Doppelte des tatsächlichen Weges.

Die Fig. 5 (S. 21) veranschaulicht den Zusammenhang zwischen Zeit und zurückgelegtem Wege. (Kolbenwegdiagramm.) Die Zeiten sind als Abszissen, die Wege als Ordinaten aufgetragen.

Maasstab für t : 1 cm = 0,1 sek.,

Maasstab für s : 1 cm = 1 cm.

Zum Vergleiche ist in Fig. 6 die ideelle Kolbenweglinie unter dem Winkel φ mit

$$\text{tang } \varphi = \frac{v_i}{0,10} = 10 \cdot 0,266 \text{ (m/sek.)} = 2,66$$

durch den Anfangspunkt gelegt. Man sieht, dass die Kolbenweglinie, mit horizontaler Tangente beginnend, allmählich sich einer Geraden nähert, die zur ideellen Kolbenweglinie parallel verläuft.

Ueber die Bedeutung des Stückes t_s auf der Zeitachse zwischen der ideellen Kolbenweglinie und der Asymptote siehe S. 4 u. 22. Zur Konstruktion von t_s ist die Kurve

$$\text{cotg } \delta = \frac{v_{\text{max}} - v}{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

zu zeichnen.

Es ergibt sich z. B. für

$v = 0$	$\text{cotg } \delta = 0,2290$
0,1	0,1678
0,2	0,1332
0,266	0,1183

Fig. 7 unten enthält als Abszissen die Werte v , als Ordinaten $\text{cotg } \delta$.

Maasstab für v : 1 cm = 0,05 m/sek.,

Maasstab für $\cotg \delta$: 1 cm = 0,1.

Der Mittelwert von $\cotg \delta$ stellt sich auf 0,159.
Also

$$t_s = 0,159 \text{ sek.}$$

Mit t_s und $\tan \varphi = \frac{v_i}{0,10}$ ist die Asymptote des Kolbenwegdiagrammes leicht zu zeichnen. Zur Beurteilung des Kolbenwegdiagrammes genügt es meist schon, die Lage der Asymptote zu kennen.

Während die ideelle Schlusszeit 1,13 sek. beträgt, würde der Kolben tatsächlich zum Zurücklegen seines Hubes in der Schliessrichtung beinahe

$$S_i + t_s = 1,13 + 0,159 = 1,289 \text{ sek.}$$

brauchen. Der wesentliche Unterschied zwischen dem masselos gedachten Servomotor und dem tatsächlichen liegt jedoch nicht darin, dass die Zeit für den Hub des letzteren etwas länger ist; vielmehr ist der Umstand von Bedeutung, dass infolge des Beschleunigungsvorganges die Füllungen zu Anfang der Kolbenbewegung nur sehr wenig verändert werden, dass also die Umdrehungszahlen zunächst sich fast wie bei regulatorloser Turbine entwickeln.

Es soll nun noch die gute Uebereinstimmung der angenäherten analytischen Formeln mit den Ergebnissen der richtigeren, aber umständlichen graphischen Methode gezeigt werden.

Es war für die Kolbenwege (S. 28):

$$s = \frac{1}{a'} \left(\ln \frac{e^{\frac{2 \cdot V_a \cdot c_o \cdot t}{2}} + 1}{2} - t V_a' c_o \right).$$

Mit

$$a' = a + \frac{b}{V_{v_{\max}}} = 15,5 + \frac{0,489}{V_{0,266}} = 16,45,$$

(v_{\max} aus Gleichung

$$v_{\max}^2 \cdot \underbrace{15,5}_a + v_{\max} \cdot \frac{3}{2} \cdot \underbrace{0,489}_b = \underbrace{1,16}_{c_o}$$

berechnet) erhält man

$$s = \frac{1}{16,45} \left(\ln \frac{e^{2 \sqrt{16,45 \cdot 1,16} \cdot t} + 1}{2} - t \sqrt{16,45 \cdot 1,16} \right)$$

$$= 0,0608 \left(\ln \frac{e^{8,74 \cdot t} + 1}{2} - t \cdot 4,37 \right).$$

Z. B. für $t = 0,2$ sek.:

$$s = 0,0608 \left(\ln \frac{e^{8,74 \cdot 0,2} + 1}{2} - 0,2 \cdot 4,37 \right) = 0,0209 \text{ m.}$$

Auf graphischem Wege war gefunden:

$$s = 0,02 \text{ m.}$$

Für t_s war die Formel entwickelt:

$$t_s = 0,693145 \cdot \frac{v_{\max}}{c_0} \quad (\text{S. 29})$$

Mit $v_{\max} = 0,266$ und $c_0 = 1,16$ folgt:

$$t_s = 0,159,$$

genau wie nach den graphischen Ermittlungen.

Wir wollen diese Formeln nun auch auf die *Oeffnungsbewegung* des Kolbens anwenden.

Hierfür ist:

$$a = 15,5$$

$$b = 0,489$$

$$c_0 = 1,72. \quad (\text{S. 46})$$

Also:

$$v_{\max}^2 \cdot 15,5 + v_{\max} \frac{3}{2} \cdot 0,489 = 1,72.$$

Daraus folgt (am besten durch Probieren zu finden):

$$v_{\max} = v_i = 0,324 \text{ m/sek.};$$

ferner:

$$a' = 15,5 + \frac{0,489}{\sqrt{0,324}} = 16,36,$$

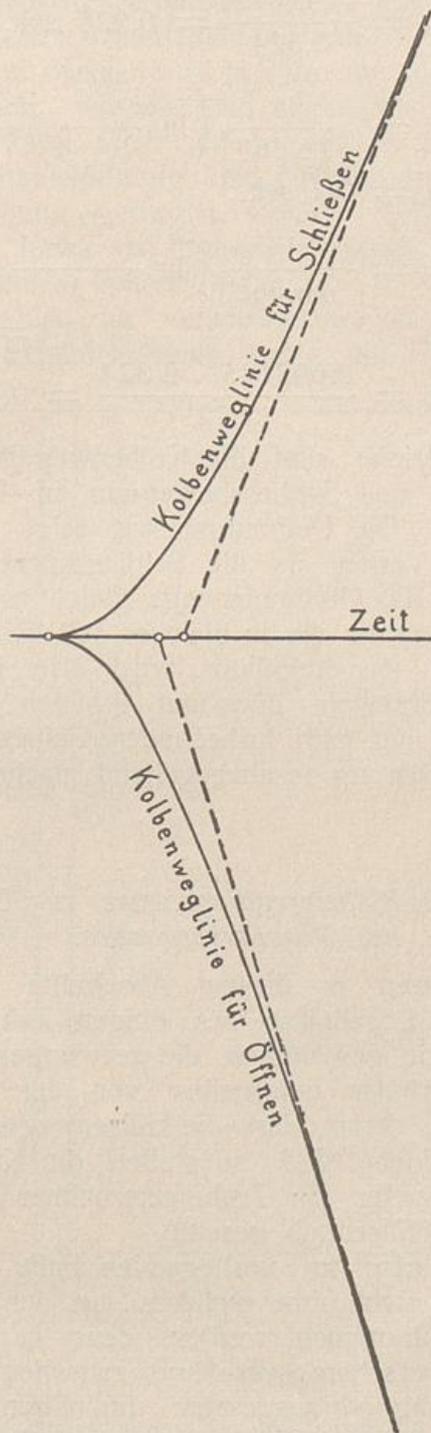


Fig. 12.

$$\text{Oeffnungszeit } S_i = \frac{0,3}{0,324} = 0,926 \text{ sek.}$$

$$s = \frac{1}{16,36} \left(\ln \frac{e^{10,6 \cdot t} + 1}{2} - t \cdot 5,3 \right).$$

Z. B. für $t = 0,2$ sek.:

$$s = \frac{1}{16,36} \left(\ln \frac{e^{2,12} + 1}{2} - 1,06 \right) \\ = 0,0294 \text{ m.}$$

$$\text{Ferner ist: } t_s = \frac{0,693145 \cdot 0,324}{1,72} = 0,131.$$

Zum Vergleiche sind die Kolbenwegdiagramme für die Oeffnungs- und Schliessbewegung in Fig. 12 zusammengestellt. Die Oeffnungskurve zeigt einen allgemein steileren Verlauf als die Schliesskurve. Insbesondere sind auch die Oeffnungswege gleich zu Beginn der Bewegung grösser als die in gleicher Zeit beim Schliessen zurückgelegten. Der Regulator wird also in der Oeffnungsperiode allgemein günstiger arbeiten als in der Schliessperiode und wird insbesondere seinen Einfluss bei Beginn der Bewegung rascher geltend machen.

Verwendung der Kolbenwegdiagramme zur Untersuchung des Reguliervorganges.

Wir benützen in diesem Abschnitte die Voraussetzungen und Ergebnisse des obigen Zahlenbeispielles.

Ist hier, wie gewöhnlich, die gezwungene Bewegung der Tachometerhülse unmittelbar von der Kolbenbewegung abgeleitet, derart, dass die Hülsenwege den Kolbenwegen proportional sind, so stellen die Kolbenwegdiagramme gleichzeitig die Tachometerbahnen dar (ganzer Kolbenhub = Hülsenhub gesetzt).

Dagegen kann im vorliegenden Falle der Verlauf der Füllungen nicht ohne weiteres aus den Kolbenwegdiagrammen entnommen werden, denn es ist ein veränderliches Uebersetzungsverhältnis zwischen Kolben- und Schaufelbewegung vorausgesetzt. Im allgemeinen haben Aenderungen dieses Uebersetzungsverhältnisses auch (meist annähernd proportionale) Aenderungen des Ver-

hältnisses zwischen Kolbenweg und Schaufelöffnung zur Folge. Zwischen Schaufelöffnung und Füllung (arbeitender Wassermenge) der Turbine bestehe im vorliegenden Falle Proportionalität, wie dies im allgemeinen auch der Fall ist. Doch kann auch jedem anderen Zusammenhange zwischen Schaufelöffnung und Füllung in entsprechender Weise Rechnung getragen werden, sofern dieser Zusammenhang (etwa aus Bremsergebnissen des betreffenden Turbinensystemes) bekannt ist.

Es sei also für verschiedene Kolbenstellungen die Grösse der Schaufelöffnung bzw. der Füllung ermittelt

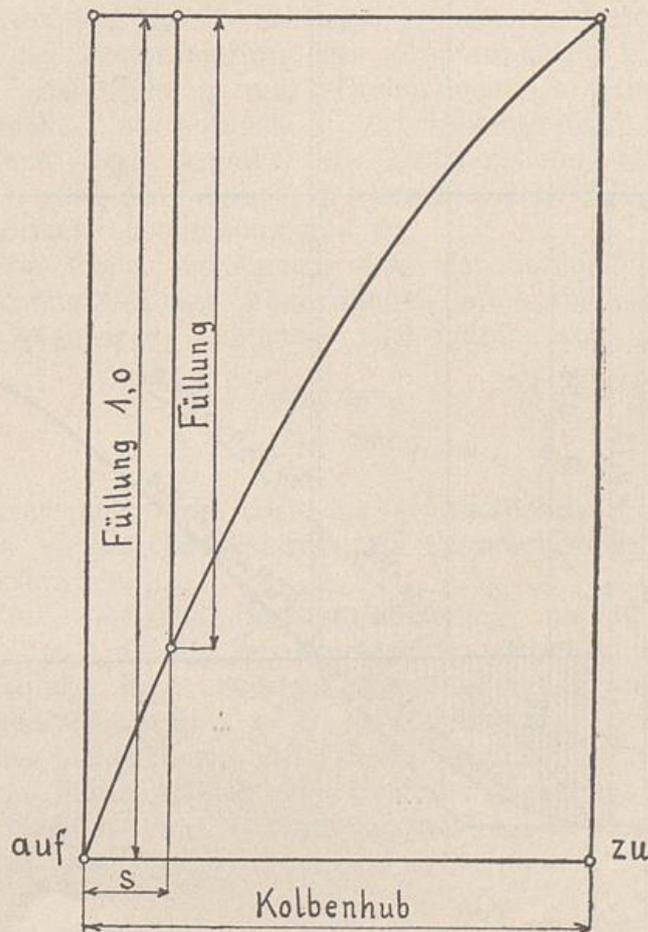


Fig. 13.

und im Diagramme Fig. 13 dargestellt. Als Abszissen sind die Kolbenwege (1 cm = 0,05 m Kolbenweg) auf-

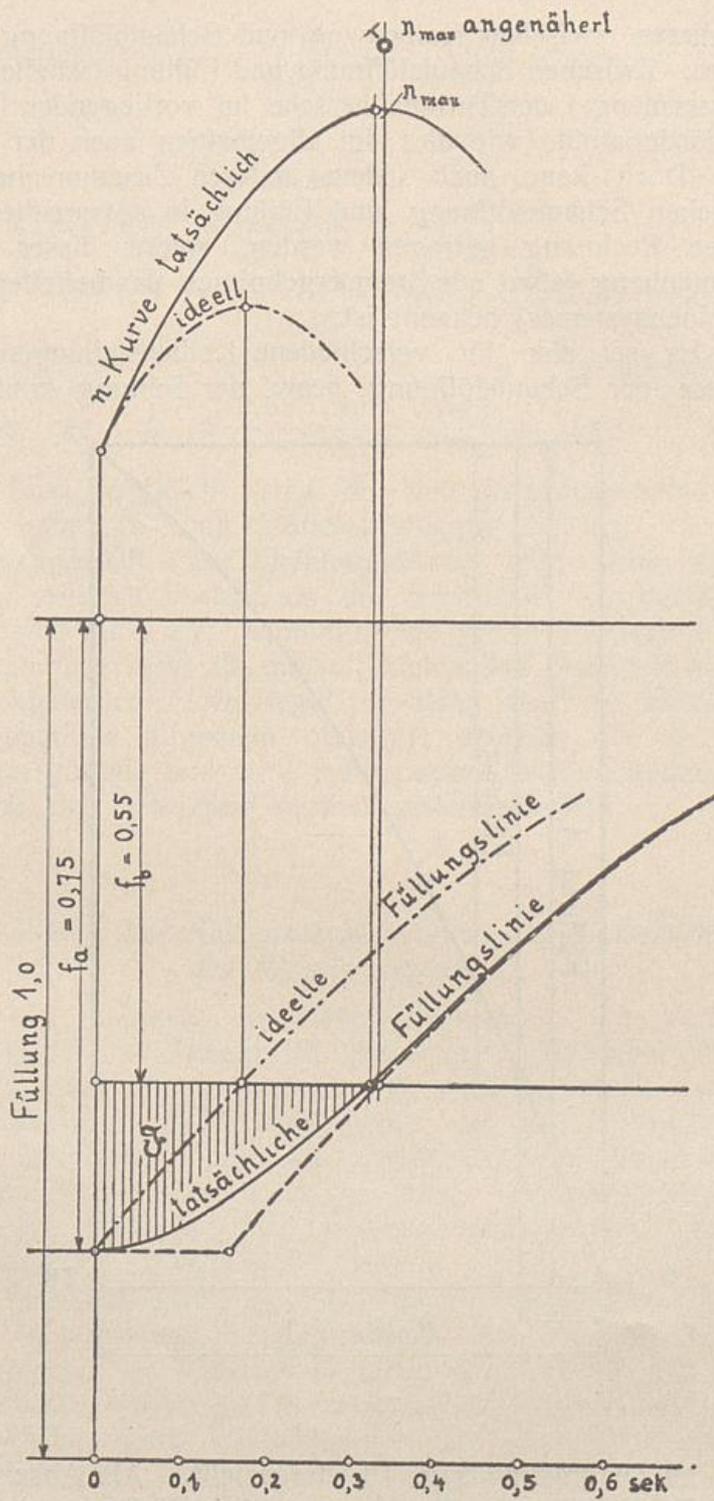


Fig. 14.

getragen, als Ordinaten die Füllungen ($1 \text{ cm} = 0,1$ Füllung). Mit Hilfe dieses Diagrammes ist aus dem Kolbenwegdiagramme für „Schliessen“ die Füllungskurve (Fig. 14 unten) konstruiert, unter der Voraussetzung, dass die Füllungsänderung von 0,75 Füllung aus erfolge.

Maasstab der Abszissen (Zeit) : $1 \text{ cm} = 0,1 \text{ sek.}$,

Maasstab der Ordinaten: $1 \text{ cm} = 0,1 \text{ Füllung}$.

Zum Vergleiche ist auch die ideelle Füllungskurve entsprechend der ideellen Schlusszeit von $S_i = 1,13 \text{ sek.}$ (für „Schliessen“) eingetragen, sowie die Kurve, welche der Asymptote des Kolbenwegdiagrammes entspricht.

Unter Voraussetzung des proportionalen Verlaufes von Turbinenfüllung und -Drehmoment (s. Einleitung S. 2 stellt 1 cm Ordinate $= 0,1$ Füllung im Füllungsdiagramm (Fig. 14 unten) ein Turbinendrehmoment von $0,1 \cdot T_1 \text{ mkg}$ dar, wenn T_1 das Drehmoment bei Füllung 1 und normaler Umdrehungszahl ist.

Wir wollen annehmen, dass der Servomotor von den vorausgesetzten Abmessungen in Verbindung mit einem gegebenen Tachometer eine Turbine von

$$T_1 = 573 \text{ mkg,}$$

$$n_1 = 250 \text{ Umdr./min.}$$

regulieren soll, und dass die erforderlichen Schwungmassen zu berechnen seien. Als Regulierbedingung sei vorgeschrieben:

Eine plötzliche Belastungsänderung um 20 v. H. der vollen Leistung in dem Gebiete zwischen 0,5 und 1,0 Füllung darf höchstens eine Aenderung der Umdrehungszahlen von 2 v. H. hervorrufen.

Das Tachometer sei derart gewählt, dass der höchsten Muffenstellung eine Umdrehungszahl $n_0 = 260$, der untersten eine Umdrehungszahl $n_1 = 250$ entspreche. Also

$$\begin{aligned} \text{Ungleichförmigkeitsgrad } \delta &= \frac{260 - 250}{255} \\ &= 0,0392 \end{aligned}$$

(oder

$$\beta = \frac{260 - 250}{250}$$

$$= 0,04$$

nach A. Pfarr).

Wir wollen eine plötzliche *Entlastung* von 0,75 auf 0,55 der vollen Leistung annehmen, da hierbei die erste Füllungsänderung mit kleinerer Reguliergeschwindigkeit, also ungünstiger, verläuft als bei einer entsprechenden Belastungszunahme. (Für „Schliessen“ $v_i = 0,266$ m/sek., für „Oeffnen“ $v_i = 0,324$ m/sek., vergl. S. 46 u. 50.)

Die Stellung der Tachometermuffe bei 0,75 Füllung ergibt sich aus der zugehörigen Kolbenstellung. Nach Fig. 13 steht der Kolben 5 cm von seinem Hubende entfernt, also um $\frac{5}{30} = 0,1667$ seines Hubes. Dementsprechend ist auch die Tachometermuffe um 0,1667 ihres Hubes von der untersten Stellung entfernt. Daraus folgt die zugehörige Umdrehungszahl

$$n_a = 250 + (260 - 250) \cdot 0,1667 = 251,67.$$

Bei der angenommenen Entlastung darf nun höchstens eine Aenderung um

$$251,67 \cdot 0,02 = 5,03 \text{ Umdr./min.}$$

eintreten.

Die Eigenreibung des Tachometers und die Reibung des vom Tachometer zu bewegendem Steuerorganes erfordere zur Bewegung der Muffe eine Aenderung von n um 0,5 v. H., d. h. um 1,25 Umdr./min. (gutes Tachometer und entlastetes Steuerorgan vorausgesetzt). Die Massenwirkung des Tachometers und des Steuerorganes seien zu vernachlässigen (Federregulator, leichte Steuertheile bei Anwendung von Vorsteuerung).

Wir behalten zunächst noch die Voraussetzung bei, dass sogleich nach Ueberwindung der Unempfindlichkeit des Tachometers die Steuerkanäle als voll eröffnet betrachtet werden können (s. S. 3). Nach Berechnung der Schwungmassen wird diese Voraussetzung auf ihre Zulässigkeit zu prüfen sein. Zur Sicherheit und zur Deckung etwaiger Spielräume in den Gelenken wollen wir aber noch eine weitere Steigerung der Umdrehungszahlen um 0,25 nach Ueberwindung der Unempfindlichkeit annehmen, bis das Regulierventil auf „Schliessen“

gesteuert ist, so dass also die Umdrehungszahl im Augenblicke der Einwirkung des Servomotors beträgt:

$$n_s = n_a + 1,25 + 0,25 = n_a + 1,50.$$

Von diesem Augenblicke an bleibt also noch eine Steigerung um $5 - 1,5 = 3,5$ Umdr./min. zulässig.

Unter Einfluss der Schliessbewegung ändert sich nunmehr die Umdrehungszahl nach der Beziehung

$$\begin{aligned} n &= \frac{30}{\pi J} \int M dt + C \quad (\text{s. Einleitung S. 2}), \\ &= \frac{30}{\pi J} \int_0^t M dt + n_s, \end{aligned}$$

wobei:

J = Trägheitsmoment der Schwungmassen,

M = beschleunigendes Moment,

t = Zeit vom Beginn der Einwirkung des Servomotors auf die Füllung.

Die Momente M ergeben sich aus dem Füllungs- bzw. Momentendiagramm Fig. 14, wenn wir noch das konstante widerstehende Moment der Belastung $0,55 \cdot T_1$ als Gerade parallel der Zeitachse im Abstände 5,5 cm von der Füllung 0 aus eintragen. Die Ordinatenstücke zwischen der Geraden und der Füllungs- bzw. Momentenkurve stellen dann die beschleunigenden Momente M dar im Maassstabe:

$$1 \text{ cm} = 0,1 \cdot 573 = 57,3 \text{ mkg.}$$

Die Flächenstücke zwischen der Geraden und der Kurve stellen somit die Grössen $\int M dt$ dar im Maassstabe

$$1 \text{ qcm} = 0,1 \cdot 57,3 = 5,73 \text{ mkg} \times \text{sek.}$$

Nach der Beziehung

$$n = \frac{30}{\pi J} \int M dt + C$$

erhalten wir einen Zuwachs um 1 Umdr./min. für

$$\int M dt = \frac{\pi J}{30} \text{ mkg} \times \text{sek.},$$

also entspricht 1 qcm Fläche des Momentendiagrammes eine Aenderung der Umdrehungszahlen von 5,73: $\left(\frac{\pi J}{30}\right)$ Umdr./min.

In Fig. 14 oben sind für die verschiedenen t die zugehörigen Flächenstücke $\int_0^t M dt$ als Ordinaten aufgetragen im Maasstabe

$$1 \text{ cm} = 1 \text{ qcm} = \frac{5,73}{\left(\frac{\pi J}{30}\right)} \text{ Umdr./min.}$$

Die Kurve stellt also den Verlauf der Umdrehungszahlen während der Schliessbewegung des Regulators dar; n wird ein Maximum für den Zeitpunkt, wo $M = 0$ ist (Schnittpunkt der Geraden des widerstehenden Momentes mit der Momentenkurve). Handelt es sich nur um Bestimmung der maximalen Aenderung von n , so braucht man nur die Fläche bis zu diesem Punkte auszumitteln. Es ergibt sich $\mathfrak{F} = 4,1$ qcm, also wächst die Umdrehungszahl unter Einwirkung des Servomotors noch um

$$\frac{4,1 \cdot 5,73}{\left(\frac{\pi J}{30}\right)}$$

Es soll nun im vorliegenden Falle diese Steigerung der Umdrehungszahl $\leq 3,5$ sein (s. o.), also

$$\frac{4,1 \cdot 5,73}{\left(\frac{\pi J}{30}\right)} \leq 3,5,$$

mithin ist erforderlich eine Schwungmasse mit Trägheitsmoment

$$J \geq \frac{4,1 \cdot 5,73 \cdot 30}{\pi \cdot 3,5} = \approx 64,2,$$

was einem Schwungkranzgewicht von ≈ 630 kg bei 1 m Schwerpunktsradius entspricht.

Die Umkehrung der Aufgabe, nämlich bei gegebener Schwungmasse (J) die höchste Umdrehungszahländerung zu bestimmen, oder überhaupt den zeitlichen Verlauf der Umdrehungszahlen, ist leicht in entsprechender Weise durchzuführen.

Zum Vergleiche ist in Fig. 14 ausser der schon ermittelten n -Kurve noch eine „ideelle“ n -Kurve punktiert eingetragen. Sie entspricht der ideellen Füllungskurve, stellt also den Vorgang unter Vernachlässigung der Massen des Servomotors dar. Die grösste Aenderung der Umdrehungszahlen während der Schliessbewegung ist hier etwa das 0,42-fache der vorher ermittelten; *es hätte sich daher bei Zugrundelegung eines masselosen Servomotors eine Schwungmasse ergeben, die noch nicht die Hälfte der richtigen ausgemacht hätte.*

Der Punkt x in Fig. 14 entspricht der maximalen Umdrehungszahl unter der Annahme, dass die Füllungsänderung nach der um t_s verschobenen ideellen Füllungskurve erfolge (entstanden aus der Asymptote des Kolbenwegdiagrammes). Es ist also angenommen, dass die Turbine noch während einer weiteren Zeit t_s nach erfolgter Steuerbewegung regulatorlos sei. Die hiernach gefundene grösste Aenderung der Umdrehungszahl nach Eingriff der Steuerung ist $\sim 1,2$ -mal so gross als die oben genauer ermittelte; es würde sich hiermit ein nur wenig zu grosser Wert der erforderlichen Schwungmasse (J) ergeben. Aus Fig. 14 ist ersichtlich, dass für die betrachtete Füllungsänderung auch ohne weiteres die geringfügige Krümmung der ideellen Füllungskurve hätte vernachlässigt werden können. Man hätte also eine proportionale Aenderung der Füllungen mit den Kolbenwegen annehmen dürfen gemäss der für eine mittlere Füllung zwischen 0,75 und 0,55 geltenden Beziehung zwischen Kolbenweg- und Füllungsänderung.

Es ist jetzt zu untersuchen, ob sich infolge der *endlichen Geschwindigkeit der Steuerbewegung (allmähliche Oeffnung der Steuerkanäle)* im Gegensatz zu der bisher gemachten Annahme der plötzlichen Oeffnung eine merkliche Abweichung des Vorganges von dem soeben ermittelten ergibt.

Die Zeit, während der das Steuerventil geöffnet wird, bestimmen wir aus der vorläufig als richtig angenommenen n -Kurve, Fig. 14 oben. Es sei der Ventilhub 12 mm, der entsprechende Tachometerhub bei Hebelübersetzung 1 : 2 daher gleich 6 mm. Der gesamte mögliche Tachometerhub für die Aenderung der Umdrehungszahlen von $n_0 = 260$ bis $n_1 = 250$ sei 60 mm.

Dann ist für den vollen Ventilhub eine Aenderung der Umdrehungszahlen von $(260 - 250) \cdot \frac{6}{60} = 1$ Umdr./min. erforderlich.

In der ermittelten n -Kurve stellt nun 1 cm dar:

$$\frac{5,73}{\left(\frac{\pi J}{30}\right)} \text{ Umdr./min.}; \text{ mit } J = \infty 65 \text{ ist daher}$$

$$1 \text{ cm} = \frac{5,73 \cdot 30}{\pi \cdot 65} = 0,84 \text{ Umdr./min.}$$

Einer Umdrehung pro Minute entsprechen also $\frac{1}{0,84} = 1,19$ cm. Die zugehörige Abszisse der n -Kurve beträgt $\approx 0,55$ cm $= 0,055$ sek. Also wird das Ventil in $\approx 0,055$ sek. voll eröffnet, vorausgesetzt, dass die von der Kolbenbewegung abgeleitete „Rückführung“ auf die Ventilbewegung noch ohne merklichen Einfluss ist. Dies trifft hier genau genug zu, da während 0,055 sek. der Kolben des Servomotors (nach Kolbenwegdiagramm Fig. 5, S. 21) erst um ca. 2 mm vorgerückt ist.

Die Steuerbewegung erfolgt annähernd mit konstanter Geschwindigkeit, da die n -Kurve in der Zeit der Steuerbewegung fast geradlinig verläuft.

Um nun den Bewegungsvorgang entsprechend der Veränderlichkeit der Steuerquerschnitte während des Ventilhubes annähernd richtig verfolgen zu können, nehmen wir zur Vereinfachung an, dass die Steuerbewegung stufenweise unstetig erfolge, derart, dass das Ventil eine kleine Strecke plötzlich bewegt wird, eine Zeit lang in dieser Stellung bleibt, dann wieder plötzlich um eine weitere Strecke bewegt wird usw. Es ist dann nur noch erforderlich, die Durchflusswiderstände für die betreffenden Ventilstellungen zu kennen, um die Untersuchung nach der bisher angewandten Methode durchführen zu können. Es erscheint nicht zweckmässig, eine strenge Lösung der Aufgabe dadurch anzustreben, dass man die Durchflusswiderstände als Funktion der Zeit in die Differentialgleichung der Kolbenbewegung einführt. Denn einmal sind genaue Werte für die Durchflusswiderstände der verschiedenen Ventilstellungen schwer

zu erlangen und dann würde die Lösung der Differentialgleichung sehr verwickelt, wo nicht undurchführbar.

Die Durchflusswiderstände sind in der Differentialgleichung in den Koeffizienten a und b enthalten (bezw. in a' für die vereinfachte, angenäherte Form, vergl. S. 27). Für unser Beispiel war:

$$a' = 16,45.$$

Der Anteil des Steuerventils an a' war dabei nach S. 35

$$a'_s = \frac{w_s}{10 \nu^2} \cdot \frac{1}{\mathfrak{M}} = 5,16$$

(für volle Oeffnung).

Bei geschlossenem Ventil ist nun

$$a'_s \text{ und somit auch } a' = \infty.$$

Für die Annäherungsrechnung wollen wir annehmen, dass a'_s bzw. a' sich in drei Stufen plötzlich ändere und zwar sei für die Zeit (gerechnet von Anfang des Steuerhubes an):

$t = 0$ bis $t = 0,025$ sek., $a' = 100$; (also a'_s für etwa ein drittel offenes Ventil = 88,7),

$t = 0,025$ bis $t = 0,055$ sek., $a' = 40$; (also a'_s für etwa zwei drittel offenes Ventil = 28,7),

nach $t = 0,055$ sek., $a' = 16,45$; (also a'_s für offenes Ventil = 5,16).

Die Zahlen für a' sind in Ermanglung von Versuchswerten geschätzt, dürften aber eher zu hoch als zu niedrig gegriffen sein.

Für den ersten angenommenen Abschnitt der Steuerbewegung (von $t = 0$ bis $t = 0,025$ sek.) kann in der S. 28 angegebenen Weise der Kolbenweg s als Funktion von t berechnet werden. Also:

$$s = \frac{1}{a'} \left(\ln e^{\frac{2 V_{a' c_0} \cdot t}{2} + 1} - t V_{a' c_0} \right).$$

Dabei ist $a' = 100$ und c_0 wie bisher = 1,16 zu setzen.

Beim Uebergang zum nächsten Abschnitte entsteht zufolge der plötzlichen Aenderung der Widerstände (Aenderung von $a' = 100$ auf $a' = 40$) ein Sprung in

der Grösse der Kolbenbeschleunigung. Dagegen muss die Geschwindigkeit für das Ende des ersten und den Anfang des zweiten Abschnittes denselben Wert haben; nur entwickeln sich die Geschwindigkeiten im zweiten Abschnitte nach einem anderen Gesetze, entsprechend der neuen Grösse von a' . D. h. im zeitlichen Verlaufe der Geschwindigkeiten entsteht an der Uebergangsstelle zum neuen a' ein Knick. Die Wege s sind zu Ende des ersten und zu Anfang des zweiten Abschnittes ebenfalls gleich gross; da auch die Geschwindigkeiten in diesem Zeitpunkte übereinstimmen, so schliesst die Wegkurve des neuen Abschnittes an der Uebergangsstelle mit gleichbleibender Tangente an die des vorhergehenden Abschnittes an.

Entsprechend vollzieht sich der Uebergang zu den weiteren Bewegungsabschnitten. Fig. 15.

Auf Grund dieser Ueberlegung lassen sich die in jedem Abschnitte zurückgelegten Wege leicht berechnen, indem man zur Bestimmung der jeweiligen Anschlusspunkte der Wegkurven die Endgeschwindigkeit des vorhergehenden Abschnittes berechnet und diese als Anfangsgeschwindigkeit des neuen Abschnittes einführt. Dabei sind die Formeln für v , t und s (S. 27 u. 28) zu benützen.

Die auf solche Weise berechneten Werte für das Kolbenwegdiagramm mit Berücksichtigung der endlichen Geschwindigkeit der Steuerbewegung sind im folgenden den entsprechenden Werten für unendliche Steuergeschwindigkeit (plötzliche Eröffnung) gegenübergestellt:

$t = 0$	Steuerbewegung mit endl. Geschw.		Steuerbewegung mit unendl. Geschw.	
	sek.	$s = 0$ m	$s = 0$	m
0,025	„	0,00036 „	0,00036 „	
0,055	„	0,00170 „	0,00176 „	
0,300	„	0,03895 „	0,04180 „	

Die Unterschiede in der Kolbenbewegung sind hiernach ganz unbedeutend. Die Voraussetzung der plötzlichen Eröffnung war somit im vorliegenden Falle hinlänglich genau.

Auch bei noch bedeutend kleineren Steuergeschwindigkeiten würde das Kolbenwegdiagramm nur sehr wenig von dem ursprünglich angenommenen abweichen, wenn

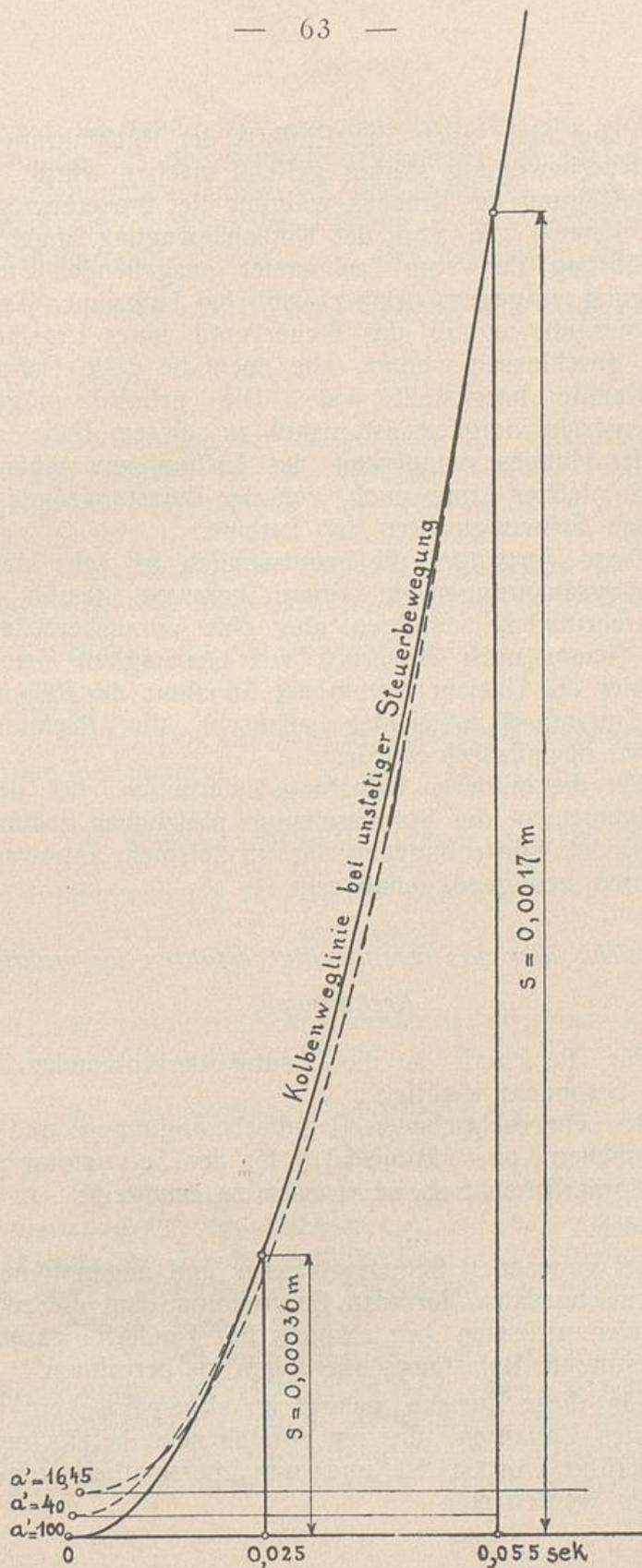


Fig. 15.

sich dabei nicht auch der Einfluss der Rückführung auf die Steuerbewegung stärker geltend machen würde. Bei der Bewegung des Kolbens während der Steuerbewegung wirkt nämlich die von der Kolbenbewegung abgeleitete Rückführung der vom Tachometer ausgehenden Steuerbewegung entgegen. Daher kann bei langsamer Tachometerhülsenbewegung das Steuerventil unter Umständen schon geschlossen werden, ehe noch die volle Oeffnung der Kanäle hergestellt war. Die grösste mögliche Kolbengeschwindigkeit ist daher in diesem Falle auch von der Hubgeschwindigkeit des Tachometers abhängig, also in letzter Linie auch von der Belastungsänderung und den Schwungmassen der Turbine.

Diese Vorgänge, die hauptsächlich bei sehr kleinen Belastungsänderungen in Frage kommen, lassen sich zwar schrittweise verfolgen, aber eine Vorausberechnung dürfte kaum noch Anspruch auf Genauigkeit machen, weil hier die Unsicherheit in der Annahme der Reibungs- und Durchflusskoeffizienten allzusehr die Rechnungsergebnisse beeinflussen würde.

Für die mittleren Belastungsänderungen, bei denen im allgemeinen die Voraussetzung plötzlicher Eröffnung zulässig ist, dürfte dagegen das im Beispiele angewandte Verfahren genügend genau sein.

Uebersicht über das vereinfachte Verfahren für praktische Rechnungen.

Für die Praxis ist die Lösung der folgenden Aufgaben besonders wichtig:

Bei vorgeschriebenen Regulierbedingungen und angenommenen Konstruktionsdaten für den Servomotor sind die erforderlichen Schwungmassen zu ermitteln:

oder:

Bei gegebenen Schwungmassen und angenommenen Konstruktionsdaten für den Servomotor sind die zu erwartenden grössten Aenderungen der Umdrehungszahlen für bestimmte Belastungsänderungen zu berechnen.

Für diese Zwecke genügt im allgemeinen ein vereinfachtes Verfahren, das im Vorstehenden bereits mehrfach berührt worden ist und nun übersichtlich wiedergegeben werden soll.

Die Rechnung sei vorzunehmen für eine plötzliche Aenderung des Belastungsdrehmomentes der Turbine von der anfänglichen Grösse T_a auf T_b (mkg). Das Drehmoment der Turbine bei Füllung 1 und der normalen Umdrehungszahl n_1 sei T_1 . Der Regulator soll demnach die anfangs vorhandene Füllung $f_a = \frac{T_a}{T_1}$ auf $f_b = \frac{T_b}{T_1}$ ändern.

1. Berechnung der treibenden und widerstehenden statischen Drücke für die Oeffnungs- bzw. Schliessbewegung des Servomotors. Der Ueberdruck ist C_0 kg/qcm (vergl. S. 17).

2. Berechnung der Durchflusswiderstände in kg/qcm bezogen auf das Quadrat der Kolbengeschwindigkeit v . Der Koeffizient von v^2 ist $A' = A + \frac{B}{V \cdot v}$ (vergl. S. 16 und 27).

3. Berechnung der ideellen Kolbengeschwindigkeit v_i aus der Gleichung:

$$v_i^2 A + v_i^{\frac{3}{2}} B = C_0 \quad (\text{vergl. S. 21}).$$

4. Berechnung der ideellen Schlusszeit

$$S_i = \frac{\text{Kolbenhub}}{v_i},$$

bezw. bei veränderlichem Verhältnis zwischen Kolbenweg- und Füllungsänderung:

$$S_i = \frac{\text{Kolbenweg entsprechend } (f_a - f_b)}{v_i \cdot (f_a - f_b)}$$

5. Berechnung der Umdrehungszahländerung infolge Unempfindlichkeit des Tachometers und etwa vorhandener Spielräume in den Steuerungsteilen. Die Umdrehungszahl ändert sich bis zum Eingreifen des Servomotors von n_a auf n_s (vergl. S. 57).

Bis hierher ist das Verfahren genau so wie ohne Berücksichtigung der Massenwirkung des Servomotors. Die Berechnungen 1. bis 5. sind daher auf jeden Fall vorzunehmen. Ist Massenwirkung zu berücksichtigen (namentlich bei verhältnismässig langen Rohrleitungen

und dabei verhältnismässig kleiner Betriebspressung, vergl. S. 26, so folgt:

6. Berechnung der Beschleunigungsdrucke (in kg/qcm) herrührend von den Massen der Betriebsflüssigkeit und den Massen der Getriebeteile des Servomotors, bezogen auf die Kolbenbeschleunigung $i = \frac{dv}{dt}$. Verhältnismässig langsam sich bewegende Getriebeteile können dabei unberücksichtigt bleiben, sofern ihre Massen nicht ungewöhnlich gross sind (vergl. S. 39). Der Koeffizient von $\frac{dv}{dt}$, die reduzierte Masse, ist \mathfrak{M} .

7. Berechnung der Zeit t_s (Spielraumzeit infolge Massenbeschleunigung) aus der Beziehung:

$$t_s = 0,693145 \frac{\mathfrak{M}}{C_o} \cdot v_i \quad (\text{vergl. S. 29}).$$

8. Berechnung der Fläche \mathfrak{F} des Füllungsdiagrammes (s. Fig. 14), angenähert, mit Benützung der Asymptote der Kolbenweglinie:

$$\mathfrak{F} = (f_a - f_b) t_s + \frac{(f_a - f_b)^2}{2} \cdot S_i;$$

daraus folgt:

9. Grösste Umdrehungszahl des ersten Regulierabschnittes:

$$n_{\max} \infty = n_s + \frac{30 T_1 \cdot \mathfrak{F}}{\pi J},$$

oder, wenn grösste zulässige Aenderung der Umdrehungszahl vorgeschrieben ist, folgt die erforderliche Schwungmasse aus:

$$J = \frac{30 T_1 \cdot \mathfrak{F}}{\pi (n_{\max} - n_s)}.$$

Die Fläche \mathfrak{F} ist bei der angenäherten Rechnung etwas zu gross; daher liefert das Verfahren die n_{\max} oder die J etwas zu gross und zwar um so mehr, je grösser t_s im Verhältnis zu S_i und je kleiner die Füllungsänderung $f_a - f_b$ (absolut) ist. Darin liegt eine gewisse Sicherheit, die gegenüber der etwas zu günstigen Annahme der plötzlichen Eröffnung der Steuerkanäle zu statten kommt.