



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Universitätsbibliothek Paderborn

Beitrag zur Theorie und Berechnung der hydraulischen Regulatoren für Wasserkraftmaschinen

Schmoll von Eisenwerth, Adolph

Berlin, 1904

Zahlenbeispiel

urn:nbn:de:hbz:466:1-44587

Zahlenbeispiel.

Die im Vorstehenden entwickelten Formeln sollen nun durch ein Zahlenbeispiel erläutert werden. Dieses soll auch dazu dienen, den Einfluss bzw. die Berechtigung der in den Entwicklungen gemachten Vereinfachungen zahlenmässig darzustellen.

Der zu untersuchende Regulator habe einen doppelwirkenden Treibkolben mit

$$\text{Durchmesser } D = 180 \text{ mm,}$$

$$\text{Nettoflächen } F \text{ je } 241,4 \text{ qcm,}$$

(die beiderseits durchgeführte Kolbenstange habe 40 mm Durchmesser),

$$\text{Kolbenhub } L = 0,3 \text{ m.}$$

Für den Regulatorbetrieb stehe ein natürliches Gefälle von netto 20 m zur Verfügung, so dass der Kolben ideell eine Kraft von

$$241,4 \cdot \frac{20}{10} = 482,8 \text{ kg}$$

ausüben könnte.

Die Rohrleitung des Regulators habe einen

$$\text{Durchmesser } d = 1\frac{1}{2}'' = 38,1 \text{ mm;}$$

also

$$\text{Querschnitt } f = 11,35 \text{ qcm.}$$

Die Länge der Rohrleitung von der Anschlussstelle bis zur Ausmündung ins Unterwasser betrage

$$l = 5 \text{ m.}$$

Eine derartige Leitungslänge ist ungünstig wegen der dadurch bedingten Grösse der Massendrucke, kann jedoch in vielen Fällen nicht vermieden werden. Wenn nämlich im natürlichen Gefälle ein verhältnismässig kleiner Betriebsdruck vorhanden ist, wird man zur Vermeidung grosser Zylinderquerschnitte des hydraulischen Servomotors möglichst wenig Gefällverluste zulassen und daher die Rohrleitung zum Zylinder an einer Stelle der Hauptleitung anschliessen, wo die Geschwindigkeit des der Turbine zufließenden Wassers klein ist; bei Spiralturbinen also vor dem Spiralgehäuse, in dem gewöhnlich schon beträchtliche Geschwindigkeiten auftreten. Gegen den Anschluss der Regulatorleitung an das Spiralgehäuse

spricht auch die Rücksicht darauf, dass bei Veränderung der Turbinenfüllung und damit der Zuflussgeschwindigkeit im Gehäuse die Druckschwankungen im Treibzylinder grösser sind, als wenn die Leitung an eine Stelle mit grösserem Querschnitte angeschlossen wäre. Diese geeignete Anschlussstelle liegt unter Umständen vom Treibzylinder ziemlich weit weg. Ferner erfordert die Anordnung von Reinigungsfaltern für das Betriebswasser des Servomotors oft weitere Leitungslängen. Ausgeführte Anlagen weisen denn auch für die Leitung bis zum Zylinder allein schon beträchtliche Längen auf, z. B.:

Turbinenanlage Montbovon von *J. J. Rieter & Co.*, Winterthur,

ungefähr 3,5 m,

Turbinenanlage Jajce von *Ganz & Co.*, Budapest,

ungefähr 5,5 m,

(entnommen dem Plane der Anlage in „Schweiz. Bauzeitung“ Bd. XXXVII, No. 16 bezw. 8, Aufsatz von *Prášil*: „Die Turbinen und deren Regulatoren an der Weltausstellung in Paris 1900“).

Dabei sind noch nicht eingerechnet die Leitungslängen vom Zylinder zurück zur Steuerung und von da bis zum Unterwasser. Diese Längen kommen aber für die Beschleunigungsvorgänge auch mit in Betracht, sobald die Abflussleitung mit Wasser ausgefüllt ist. Bei kleineren Gefällen und wenn der Treibzylinder beträchtlich höher liegt als der Unterwasserspiegel wird man vielleicht auf die Saugwirkung der Abflussleitung auf den Kolben nicht verzichten, also dafür sorgen, dass diese ausgefüllt bleibt. Würde man die Auslassseite des Zylinders mit dem Turbinensaugrohr verbinden, so wären für die eigentliche Abflussleitung (mit engeren Querschnitten) nur kleine Längen nötig und daher der Beitrag des Abflusswassers zu den Beschleunigungsdrücken gering. Jedoch ist diese Anordnung nicht einwandfrei, da die Saugdrücke im Turbinensaugrohr mit den Füllungen schwanken.

Im vorliegenden Falle sei angenommen, dass die Anschlussstelle der Regulatorleitung 1,5 m, und die Zylindermitte 0,5 m über dem Unterwasser liegen. Der statische Druck an der Anschlussstelle ist dann

$$\frac{20 - 1,5}{10} = 1,85 \text{ kg/qcm.}$$

1. Der effektive (hydraulische) Druck p_0 an der Anschlussstelle ist um den Betrag $\frac{c^2}{2g \cdot 10}$ kleiner, wenn c die Geschwindigkeit in der Turbinenleitung ist. Sei c im Maximum 1 m/Sek., so ist

$$\frac{c^2}{2g \cdot 10} = \approx \frac{1}{200} = 0,005 \text{ kg/qcm,}$$

etn Betrag, der gegen 1,85 kg/qcm vernachlässigt werden

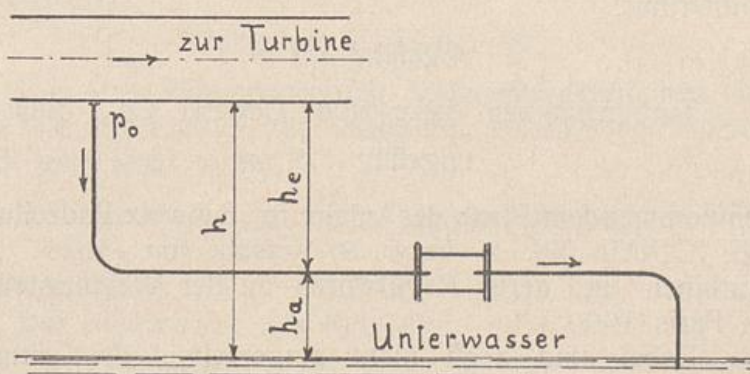


Fig. 8.

darf, so dass

$$p_0 = 1,85 \text{ kg/qcm} \dots \dots \dots 1)$$

zu setzen ist.

2. Aus der Anordnung der Leitung (Fig. 8) folgt: Druckdifferenz zwischen Anschlussstelle und Unterwasser

$$p_h = \frac{1,5}{10} = 0,15 \text{ kg/qcm} \dots \dots \dots 2)$$

3. Der Regulator soll eine Turbine mit *Fink* schen Drehschaufeln regulieren. Die Schaufeldrücke seien für die verschiedenen Schaufelstellungen ermittelt. Aus den resultierenden Drehmomenten an den Schaufeln und unter Berücksichtigung der Uebersetzungsverhältnisse im Reguliergetriebe ergäbe sich, dass für die normale Schaufelstellung (etwa Schaufel dreiviertel offen) der Treibkolben in der Schliessrichtung eine Verstellkraft

$$K_i = 75 \text{ kg}$$

(abgesehen von Reibung im Getriebe) auszuüben habe. Zur Ueberwindung der Reibung sei ausserdem noch aufzuwenden die Kraft

$$K_r = 45 \text{ kg,}$$

also insgesamt eine Verstellkraft

$$K = K_i + K_r = 75 + 45 = 120 \text{ kg.}$$

Für die Oeffnungsbewegung wirkt K_i im Sinne der Bewegung, die aufzuwendende Verstellkraft K_i ist daher negativ,

$$K_i = - 75 \text{ kg.}$$

Dagegen bleibt K_r auch hier ein Widerstand in der Bewegungsrichtung, also

$$K_r = + 45 \text{ kg,}$$

so dass für „Oeffnen“ gilt

$$K = K_i + K_r = - 75 + 45 = - 30 \text{ kg.}$$

Wir wollen zunächst voraussetzen, dass der Antrieb der Drehschaufeln derartig erfolge, dass die erforderlichen Verstellkräfte am Kolben innerhalb eines grösseren Gebietes der Schaufelstellungen in der Nähe der normalen Stellung nur wenig veränderlich seien. Es darf dann für kleinere Füllungsänderungen in diesem Gebiete für jede der Bewegungsrichtungen K als konstant betrachtet werden; also für:

$$\text{„Schliessen“ } K = \text{konst.} = 120 \text{ kg,}$$

$$\text{„Oeffnen“ } K = \text{konst.} = - 30 \text{ kg.}$$

$$\text{Daraus folgt mit } p_k = \frac{K}{F}:$$

für

$$\left. \begin{array}{l} \text{„Schliessen“ } p_k = \text{konst.} = \frac{120}{241,4} = 0,497 \text{ kg/qcm} \\ \text{„Oeffnen“ } p_k = \text{konst.} = \frac{- 30}{241,4} = - 0,124 \text{ kg/qcm} \end{array} \right\} 3)$$

4. Die Durchflusswiderstände.

Für den Widerstand entsprechend der aufzuwendenden Geschwindigkeitshöhe w_1 sei angenommen, dass die Abflussleitung in das Unterwasser eintauche. Es ist dann der Endquerschnitt der Leitung f_e gleich dem

Querschnitt des Untergrabens, also f_6 gegen f sehr gross, so dass

$$w_1 = \approx 0$$

wird.

Für die Widerstandshöhe w_2 infolge Reibung in der geradlinig gedachten Leitung werden die Koeffizienten von *Lang* angewendet.

Ist $v_1 =$ Geschwindigkeit in der Rohrleitung vom Durchmesser d , Länge l , so ist die Widerstandshöhe der Rohrleitung:

$$w_{21} = \frac{v_1^2}{2g} \cdot \frac{l}{d} \cdot a + \frac{v_1^2}{2g} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\beta}{V v_1};$$

dabei ist

$$a = 0,02,$$

$$\beta = \frac{0,0018}{V d}$$

$$l = 5 \text{ m},$$

$$d = 0,038 \text{ m};$$

ferner

$$v_1 = \frac{v \cdot F}{f} = \frac{v \cdot 241,4}{11,35} = v \cdot 21,25;$$

also

$$\begin{aligned} w_{21} &= \frac{v^2 \cdot 21,25^2 \cdot 5 \cdot 0,02}{19,62 \cdot 0,0381} + \frac{v^{\frac{3}{2}} (21,25)^{\frac{3}{2}} \cdot 5 \cdot 0,0092}{19,62 \cdot 0,0381} \\ &= v^2 \cdot 60,3 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 6,04. \end{aligned}$$

Die Widerstandshöhe w_2 für den Zylinder ergibt sich entsprechend zu

$$w_{2z} = v^2 \cdot 0,0017 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,00036,$$

kann also gegen die der Rohrleitung vernachlässigt werden, so dass insgesamt

$$w_2 = v^2 \cdot 60,3 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 6,04$$

gesetzt werden darf.

Was die Richtungsänderungen in der Flüssigkeitsführung betrifft, so seien ausser unbedeutlichen Biegungen der Röhren mit grösseren Krümmungsradien noch

zwei Krümmen von 90° und 100 mm mittlerem Krümmungsradius vorhanden. Für diese beträgt die Widerstandshöhe (nach Weisbach)

$$w_3 = \approx \frac{2 v_1^2}{2g} \cdot 0,135$$

$$= \frac{2 v^2}{2g} \left(\frac{F}{f} \right)^2 \cdot 0,135 = \approx 6,19 v^2.$$

Die übrigen Biegungen seien dadurch berücksichtigt, dass wir den Betrag von 6,19 auf $6,5 v^2$ erhöhen.

Die Widerstandshöhen infolge Richtungsänderungen im Steuerorgane werden mit dessen übrigen Widerstandshöhen unter Anwendung eines Gesamtwiderstandskoeffizienten zusammengefasst. Dieser sei für die vorliegende Ausführung der Steuerung bekannt; er betrage für volle Oeffnung der Steuerkanäle $\approx 2,5$, so dass sich ergibt:

Widerstandshöhe der Steuerung

$$w_s = 2,5 \frac{v_1^2}{2g} = 2,5 \left(\frac{F}{f} \right)^2 \frac{v^2}{2g} = \frac{2,5 \cdot 21,25^2 \cdot v^2}{2g}$$

$$= 57,5 v^2.$$

Die Widerstandshöhen infolge Querschnittsänderungen der Leitung sind folgende:

für Eintritt in die Leitung

$$\frac{0,5 v_1^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \cdot 0,5 \left(\frac{F}{f} \right)^2$$

für Eintritt in den Zylinder

$$\frac{(v_1 - v)^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \left[\left(\frac{F}{f} \right) - 1 \right]^2$$

für Austritt aus dem Zylinder

$$\frac{0,5 v_1^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \cdot 0,5 \cdot \left(\frac{F}{f} \right)^2$$

für Eintritt in das Unterwasser

$$\frac{(v_1 - 0)^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \left(\frac{F}{f} \right)^2$$

$$w_4 = \frac{v^2}{2g} \left[\left(\frac{F}{f} \right)^2 (0,5 + 0,5 + 1) + \left(\frac{F}{f} - 1 \right)^2 \right]$$

$$= \frac{v^2}{2g} [21,25^2 \cdot 2 + (21,25 - 1)^2]$$

$$= v^2 \cdot 66,6.$$

Die Summe der Widerstandshöhen beträgt also:

$$\begin{aligned} w &= w_1 + w_2 + w_3 + (w_s) + w_4 = 0 + v^2 \cdot 60,3 \\ &\quad + v^{\frac{3}{2}} \cdot 6,04 + v^2 (6,5 + 57,5 + 66,6) \\ &= v^2 \cdot (60,3 + 130,6) + v^{\frac{3}{2}} \cdot 6,04 \\ &= v^2 \cdot 190,9 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 6,04. \end{aligned}$$

Der entsprechende Druck in kg/qcm ist $p_w = \frac{w}{10}$,
also

$$p_w = v^2 \cdot 19,09 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,604 \quad . . . \quad 4)$$

5. Zur Ermittlung der Reibungswiderstände der Kolben- und Stopfbüchsendichtung sei gegeben:

Breite der Kolbenliderung (Stulp) $b_{\text{Kolben}} = 4$ cm,

Breite der Stopfbüchsenliderung (Stulp) $b_{\text{Stopfbüchse}} = 2$ cm.

Als Reibungskoeffizient der Dichtungen sei $\mu = 0,1$ angenommen.

Die Reibung der Dichtungen für den Fall, dass der Ueberdruck p zwischen den abzudichtenden Räumen gleich Null ist, sei zu vernachlässigen. Dann ist die Reibungskraft

$$R = \pi \cdot D \cdot b \cdot \mu \cdot p,$$

wobei $D =$ Durchmesser des Kolbens bzw. der Kolbenstange in cm.

Der Ueberdruck p zwischen den Zylinderseiten ist die Differenz aus dem Druck p_e der Einlassseite und p_a der Auslassseite.

p_e ist nun gleich dem statischen Drucke in der Zylindermitte, $p_o + \frac{h_e}{10}$, vermindert um den Durchflusswiderstand p_{we} in kg/qcm der Leitung auf der Einlassseite bis zum Kolben, also

$$p_e = p_o + \frac{h_e}{10} - p_{we}.$$

p_a ist gleich dem statischen Drucke auf der Auslassseite des Kolbens, $\frac{h_a}{10}$, vermehrt um den Durch-

flusswiderstand der Leitung von der Auslassseite des Kolbens bis zum Unterwasser, der mit p_{wa} bezeichnet werde, also

$$p_a = \frac{h_a}{10} + p_{wa}.$$

Folglich Ueberdruck

$$\begin{aligned} p &= p_o + \frac{h_o}{10} - p_{we} + \frac{h_a}{10} - p_{wa} \\ &= p_o + \frac{h_o + h_a}{10} - (p_{we} + p_{wa}) \\ &= p_o + \frac{h}{10} - p_w = p_o + p_h - p_w \\ &= 1,85 + 0,15 - (v^2 \cdot 19,09 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,604) \\ &= 2 - v^2 \cdot 19,09 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,604 \end{aligned}$$

also

$$\begin{aligned} R_{\text{Kolben}} &= \pi \cdot 18 \cdot 4 \cdot 0,1 (2 - v^2 \cdot 19,09 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,604) \\ &= 45,2 - v^2 \cdot 431 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 13,6. \end{aligned}$$

In entsprechender Weise erhält man für die Reibung der Stopfbüchsen:

$$R_{\text{Stopfbüchsen}} = 4,77 - v^2 \cdot 15,95 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,505.$$

Also gesamte Reibung:

$$R = 49,97 - v^2 \cdot 446,95 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 14,105.$$

Daraus ergibt sich ein Druck

$$\begin{aligned} p_p = \frac{R}{F} = \frac{R}{241,4} &= 0,207 - v^2 \cdot 1,84 \\ &\quad - v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,059 \quad \dots \quad 5) \end{aligned}$$

6. Die zu beschleunigende Flüssigkeitsmasse ist

$$\begin{aligned} m_f &= \frac{\gamma \cdot F}{g \cdot 10000} \cdot \sum \frac{l_x}{f_x} \\ &= \frac{241,4}{9,81 \cdot 10} \cdot \sum \frac{l_x}{f_x} = 2,46 \cdot \sum \frac{l_x}{f_x}. \end{aligned}$$

Für die Rohrleitung ist

$$\frac{l_x}{f_x} = \frac{5}{11,35} = 0,44,$$

für den Zylinder:

$$\frac{l_x}{f_x} = \frac{0,3}{241,4} = 0,00124,$$

also

$$m_f = 2,46 \sum \frac{l_x}{f_x} = 2,46 (0,44 + 0,00124) = 1,085$$

und

$$p_{mf} = \frac{dv}{dt} \cdot 1,085 \quad \dots \dots \dots 6)$$

7. Das Reguliergetriebe sei nach dem Schema Fig. 9 konstruiert. Es besteht demnach im wesent-

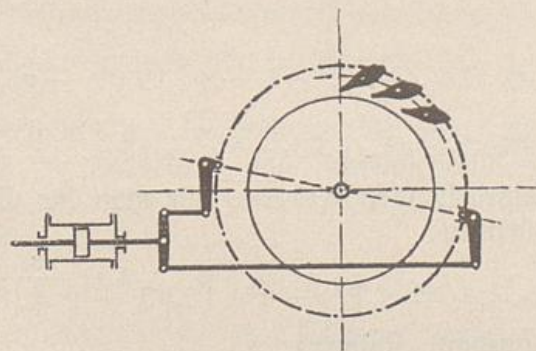


Fig. 9.

lichen aus: Kolben mit Kolbenstange, Ausgleichhebel, zwei Schubstangen, zwei Regulierkurbeln, Regulierring und (zwanzig) drehbaren Leitschaukeln.

Die Uebersetzungsverhältnisse vom Kolben bis zu den Leitschaukeln seien durch folgende Maasse festgelegt:

grosser Hebelarm der Regulierkurbel: 300 mm,

kleiner Hebelarm der Regulierkurbel: 50 mm.

mittlerer Durchmesser des Regulierringes: 1500 mm.

a) Bei den Getriebeteilen vom Kolben bis einschliesslich Regulierring bleiben die Uebersetzungsverhältnisse ψ_y der einzelnen Massenpunkte annähernd konstant, unabhängig von den Kolbenstellungen. Wir haben

daher zur Bestimmung des Massendruckes p_{mg} dieser Teile die Formel anzuwenden:

$$p_{mg} = \frac{dv}{dt} \cdot \sum \frac{\psi_y^2 \cdot m_y}{F} \quad (\text{vgl. S. 15.})$$

Für den Kolben mit Stange, Ausgleichhebel und die Schubstangen ist ψ_y aller Massenpunkte gleich 1, wir erhalten also für diese Teile:

$$p_{mg} = \frac{dv}{dt} \cdot \sum \frac{m_y}{F} = \frac{\text{Masse}}{F} \cdot \frac{dv}{dt}$$

Es seien die Massen

$$\text{des Kolbens mit Stange} = \frac{30 \text{ kg}}{g},$$

$$\text{des Ausgleichhebels} = \frac{10 \text{ kg}}{g},$$

$$\text{der Schubstangen zusammen} = \frac{15 \text{ kg}}{g},$$

also

$$\text{a) } p_{mg} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{30 + 10 + 15}{9,81 \cdot 241,4} = 0,02325 \cdot \frac{dv}{dt}$$

Die übrigen Getriebeteile (Regulierkurbeln, Regulier- und Leitschaukeln) tragen infolge ihrer verhältnismässig langsamen Bewegung nur wenig zur Massenwirkung bei. Eine genaue Berechnung für diese Teile ist daher bei praktischen Untersuchungen im allgemeinen kaum nötig, zumal da ein absolut genaues Endergebnis der ganzen Rechnung doch nicht erwartet werden kann wegen der Unsicherheit der Koeffizienten für die Reibungs- und Durchflusswiderstände. Um jedoch zahlenmässig den geringen Einfluss dieser Getriebemassen nachweisen zu können, sei auch hierfür die Rechnung angedeutet.

b) Bei den Regulierkurbeln und dem Regulierring haben alle in gleichem Abstände von den Drehachsen dieser Teile liegenden Punkte gleiches, annähernd konstantes Uebersetzungsverhältnis ψ_y . Die ψ_y der Punkte auf Kreisen von verschiedenen Radien sind proportional den Radien. Ist ψ_1 das Uebersetzungsverhältnis für Punkte auf dem Kreise vom Radius 1 cm, so ist $\psi_y = r_y \cdot \psi_1$, wobei r_y der Radius in cm für den Massen-

punkt m_y ist. Wir erhalten demnach für diese Getriebe-
teile:

$$\begin{aligned} p_{\text{mg}} &= \frac{dv}{dt} \cdot \frac{\sum r_y^2 \cdot \psi_1^2 \cdot m_y}{F} \\ &= \frac{dv}{dt} \frac{\psi_1^2}{F} \cdot \sum r_y^2 \cdot m_y. \end{aligned}$$

Das Massenelement m_y ist nun gleich

$$\frac{z_y \Delta f_y \cdot \gamma}{g \cdot 1\,000\,000},$$

wenn z_y die Ausdehnung des Massenelementes in Rich-
tung parallel zur Drehachse in cm und Δf_y seine Grund-
fläche (senkrecht zur Drehachse) in qcm ist. Also

$$\sum r_y^2 \cdot m_y = \frac{\gamma}{g \cdot 1\,000\,000} \cdot \sum r_y^2 \cdot z_y \cdot \Delta f_y.$$

Für Teile mit konstantem $z_y = z$ (zylindrischer
Körper mit parallelen Endflächen senkrecht zur Dreh-
achse) ist

$$\begin{aligned} \sum r_y^2 \cdot m_y &= \frac{\gamma \cdot z}{g \cdot 1\,000\,000} \sum r_y^2 \cdot \Delta f_y = \\ &= \frac{\gamma \cdot z \cdot J_p}{g \cdot 1\,000\,000}, \end{aligned}$$

wobei J_p das polare Trägheitsmoment der Grundfläche in
 cm^4 bezogen auf die Drehachse bedeutet.

So ist für den Regulerring mit $D_a = 156$ cm,
 $D_i = 144$ cm und einer Stärke $z = 3$ cm:

$$J_p = \frac{\pi}{32} (D_a^4 - D_i^4) = \approx 16\,400\,000,$$

$$\sum r_y^2 \cdot m_y = \frac{7\,200 \cdot 3 \cdot 16\,400\,000}{9,81 \cdot 1\,000\,000} = \approx 36\,200.$$

Mit

$$\psi_1 = \frac{5}{30 \left(\frac{150}{2} \right)} = 0,00222$$

erhält man

$$\begin{aligned} p_{\text{mg (Ring)}} &= \frac{dv}{dt} \cdot \frac{0,00222^2}{241,4} \cdot 36\,200 \\ &= \frac{dv}{dt} \cdot 0,000\,736. \end{aligned}$$

Für die beiden Regulierkurbeln ist auf ähnliche Weise gefunden;

$$\sum r_y^2 \cdot m_y = 810.$$

Also ist mit

$$\psi_1 = \frac{1}{30}$$

$$p_{\text{mg (Kurbeln)}} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{1}{30^2} \cdot \frac{810}{241,4} = \frac{dv}{dt} \cdot 0,00372.$$

Für die Teile b) ist daher

$$p_{\text{mg (b)}} = \frac{dv}{dt} (0,00372 + 0,000736) = \frac{dv}{dt} \cdot 0,004456.$$

Für die Teile bis zu den Leitschaufeln ist

$$\begin{aligned} p_{\text{mg (a + b)}} &= \frac{dv}{dt} (0,02325 + 0,004456) \\ &= \frac{dv}{dt} \cdot 0,027706. \end{aligned}$$

c) Bei den Leitschaufeln ist gleichfalls $\psi_y = \psi_1 r_y$ zu setzen, jedoch kann sich hier ψ_1 je nach den Schaufelstellungen bzw. Kolbenstellungen wesentlich ändern, besonders dann, wenn die Bewegungsübertragung vom Ring aus mittels kurzer Lenkstangen geschieht (z. B. nach System *Voith*).

Die Abhängigkeit des Uebersetzungsverhältnisses ψ_1 der Leitschaufeln von den Kolbenstellungen ist für den vorliegenden Fall in Fig. 10 oben dargestellt. Als Abszissen sind die Kolbenwege, als Ordinaten die ψ_1 aufgetragen.

Maasstab der Abszissen: 1 cm = 0,1 m Kolbenweg.*)

Maasstab der Ordinaten: 1 cm = 0,01.

ψ_1 ist danach für

$$\text{„auf“} = 0,045$$

$$\text{„zu“} = 0,015.$$

Es soll hier untersucht werden, inwieweit dieser

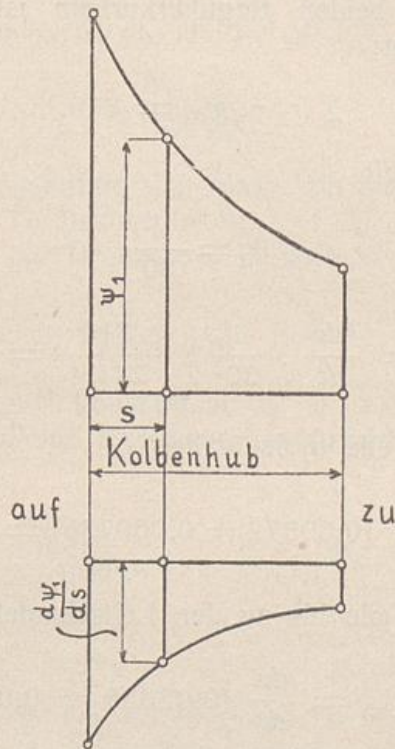


Fig. 10.

Veränderlichkeit Rechnung zu tragen ist. Wir wenden nach Anmerkung S. 15 die Formel an:

$$p_{mg} = \frac{dv}{dt} \frac{\sum m_y \cdot \psi_y^2}{F} + \frac{v^2}{F} \cdot \sum m_y \frac{d\psi_y}{ds} \cdot \psi_y.$$

Mit

$$\psi_y = \psi_1 \cdot r_y$$

und

*) Die hier und im folgenden angegebenen Maasstäbe beziehen sich auf die Originalfiguren. Die Textfiguren sind um 10 v. H. kleiner wiedergegeben.

$$\frac{d\psi_y}{ds} = r_y \cdot \frac{d\psi_1}{ds}$$

erhält man:

$$p_{mg} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{\psi_1^2}{F} \sum r_y^2 \cdot m_y + \frac{v^2}{F} \cdot \psi_1 \frac{d\psi_1}{ds} \sum r_y^2 \cdot m_y.$$

Die Leitschaufeln haben eine Grundfläche, wie die Fig. 11 im Maasstab 1 : 5 zeigt. Aus dieser berechnet sich für eine Schaufel ein polares Trägheitsmoment

$$J_p = 2240 \text{ cm}^4.$$

Die Schaufelbreite sei $z = 10 \text{ cm}$, es ist daher für 20 Schaufeln:

$$\sum r_y^2 \cdot m_y = \frac{20 \cdot 7200 \cdot 10 \cdot 2240}{9,81 \cdot 1\,000\,000} = 330.$$

Das erste Glied für p_{mg} wird am grössten bei



Fig. 11.

offenen Schaufeln, da dann nach Fig. 10 ψ_1 am grössten ist, und zwar wird es gleich

$$\frac{dv}{dt} \cdot \frac{0,045^2}{241,4} \cdot 330 = \frac{dv}{dt} \cdot 0,00275;$$

dagegen wird dieses Glied am kleinsten bei geschlossenen Schaufeln mit $\psi_1 = 0,015$ und zwar gleich

$$\frac{dv}{dt} \cdot 0,000308.$$

Es war nun für die Getriebeteile bis zu den Schaufeln:

$$p_{mg(a+b)} = \frac{dv}{dt} \cdot 0,027706,$$

für die Flüssigkeit:

$$p_{mf} = \frac{dv}{dt} \cdot 1,085,$$

also beträgt der Koeffizient von $\frac{dv}{dt}$ im Höchstwert:

$$0,027706 + 1,085 + 0,00275 = \approx 1,11546,$$

im Mindestwert:

$$0,027706 + 1,085 + 0,000308 = \approx 1,11301.$$

Die Aenderung des Koeffizienten von $\frac{dv}{dt}$ beträgt also nur

$$1,11546 - 1,11301 = 0,00245 \text{ d. h. } \approx 0,22 \text{ v. H.}$$

Legen wir daher einen mittleren Wert ψ_1^2 der Leit-schaukeln für die Berechnung von ρ_{mg} zu grunde, so wird der Fehler auf den Koeffizienten von $\frac{dv}{dt}$ keinen nennens-werten Einfluss haben. Wir setzen daher für die Leit-schaukeln als erstes Glied von ρ_{mg} :

$$\approx 0,0015 \frac{dv}{dt}.$$

Zur Beurteilung des zweiten Gliedes von ρ_{mg} ist noch $\frac{d\psi_1}{ds}$ zu ermitteln. Aus der Kurve für ψ_1 als Funktion von s (Fig. 10 oben) lässt sich leicht graphisch die Kurve (Fig. 10 unten) für $\frac{d\psi_1}{ds}$ als Funktion von s ab-leiten.

$$\text{Maasstab für } \frac{d\psi_1}{ds} \text{ (Ordinaten) : } 1 \text{ cm} = 01.$$

Man erkennt, dass der absolute Wert von $\psi_1 \frac{d\psi_1}{ds}$ im vorliegenden Falle am grössten wird für „auf“, da in dieser Stellung sowohl ψ_1 als auch $\frac{d\psi_1}{ds}$ absolut am grös-s-ten ist.

Es ergibt sich hierfür:

$$\psi_1 \cdot \frac{d\psi_1}{ds} = 0,045 \cdot (-0,217) = -0,00977.$$

Also wird das zweite Glied von ρ_{mg} im Höchstwert:

$$-v^2 \cdot \frac{0,00977 \cdot 330}{241,4} = -v^2 \cdot 0,01335.$$

Vergleicht man hiermit die Beträge der Koeffizienten von v^2 , die sich aus p_w (4.) und p_ρ (5.) ergeben, nämlich

$$19,09 - 1,84 = 17,25,$$

so sieht man, dass im vorliegenden Falle und auch bei wesentlich grösseren Schaufelmassen *das zweite Glied von p_{mg} ganz vernachlässigt werden darf.*

Wir setzen also:

$$\begin{aligned} p_{mg} (a + b + c) &= \frac{dv}{dt} (0,027706 + 0,0015) \\ &= \approx \frac{dv}{dt} \cdot 0,0292 \quad . . . \quad 7) \end{aligned}$$

Mit den Werten 1) bis 7) lautet nunmehr die Gleichgewichtsbedingung (vergl. S. 16)

$$\begin{aligned} 1,85 + 0,15 &= \left\{ \begin{array}{l} + 0,497 \text{ (Schliessen)} \\ - 0,124 \text{ (Oeffnen)} \end{array} \right\} + 0,207 \\ &+ v^2 \cdot 19,09 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,604 \\ &- v^2 \cdot 1,84 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,059 \\ &+ \frac{dv}{dt} (1,085 + 0,0292). \end{aligned}$$

Geordnet:

$$\begin{aligned} - \frac{dv}{dt} \cdot 1,1142 - v^2 \cdot 17,25 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,545 \\ \quad \quad \quad \parallel \quad \quad \quad \parallel \quad \quad \quad \parallel \\ \quad \quad \quad \mathfrak{M} \quad \quad \quad A \quad \quad \quad B \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad + \left\{ \begin{array}{l} 1,296 \text{ (Schliessen)} \\ 1,917 \text{ (Oeffnen)} \end{array} \right\} = 0. \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \parallel \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad C_0 \end{aligned}$$

Dividiert durch den Koeffizienten $\mathfrak{M} = 1,1142$ von $-\frac{dv}{dt}$ heisst die Bewegungsgleichung für Schliessen:

$$\begin{aligned} - \frac{dv}{dt} - v^2 \cdot 15,5 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,489 + 1,16 = 0, \\ \quad \quad \quad \parallel \quad \quad \quad \parallel \quad \quad \quad \parallel \\ \quad \quad \quad a \quad \quad \quad b \quad \quad \quad c_0 \end{aligned}$$

für Oeffnen:

$$-\frac{dv}{dt} = v^2 \cdot 15,5 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,489 + 1,72 = 0.$$

\parallel \parallel \parallel
 a b c_0

Wir betrachten zunächst den Bewegungsvorgang beim Schliessen.

Nach S. 18 zeichnen wir die Kurve der $\frac{dv}{dt}$ als Funktion von v . Die $\frac{dv}{dt}$ folgen aus:

$$\frac{dv}{dt} = 1,16 - (v^2 \cdot 15,5 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,489)$$

\parallel \parallel \parallel
 c_0 a b

unter Annahme der v . Es ergibt sich z. B. für

v (in m/sek.)	$v^2 \cdot 15,5 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,489$	$\frac{dv}{dt}$ (in m/sek. ²)
0,0	0,000	1,160
0,1	0,155 + 0,015 = 0,170	0,990
0,2	0,620 + 0,044 = 0,664	0,496
0,266	1,095 + 0,067 = 1,162	≈ 0

Graphische Darstellung Fig. 2:

Maasstab für v : 1 cm = 0,05 m/sek.,

Maasstab für $\frac{dv}{dt}$: 1 cm = 0,5 m/sek.².

Die grösste erreichbare Kolbengeschwindigkeit beim Schliessen ist also

$$v_{\max} = v_i = \approx 0,266 \text{ m/sek.}$$

Diese würde bei masslosem Relais sofort eintreten, es wäre daher die ideelle Schlusszeit bei einem Kolbenhub von 0,30 m:

$$S_i = \frac{0,3}{0,266} = 1,13 \text{ sek.}$$

Zur Bestimmung des zeitlichen Verlaufes der tatsächlichen Kolbengeschwindigkeiten zeichnen wir die

Kurve der reziproken Werte von $\frac{dv}{dt}$ als Funktion von s .
So sind in Fig. 3 (S. 20) aufgetragen zu den

Abszissen ν	die Ordinaten $\frac{1}{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$
0	0,863
0,1	1,012
0,2	2,018
(0,266	$\infty \infty$)

Maasstab für ν : 1 cm = 0,05 m/sek.;

Maasstab für $\frac{1}{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$: 1 cm = 1 : m/sek.²

Die Fläche unter dieser Kurve von der Abszisse $\nu = 0$ bis zur Abszisse $\nu = \nu$ stellt die Zeit t dar bis zur Erreichung der Geschwindigkeit ν . Es ist nach Fig. 3 von $\nu = 0$ bis $\nu = 0,1$ m/sek. die Fläche $\sim 1,8$ qcm.

1 qcm stellt dar:

$$0,05 \text{ m/sek.} \cdot \frac{1}{(\text{m/sek.}^2)} = 0,05 \text{ sek.}$$

Also ist nach $0,05 \cdot 1,8 \text{ sek.} = 0,09 \text{ sek.}$ die Kolbengeschwindigkeit $\nu \sim 0,1$ m/sek.

Die Fig. 4 zeigt die graphische Darstellung der zusammengehörigen Werte ν und t ; dabei sind die t als Abszissen, die ν als Ordinaten aufgetragen.

Maasstab für t : 1 cm = 0,1 sek.;

Maasstab für ν : 1 cm = 0,05 m/sek.

Es ist aus der Figur ersichtlich, dass die Kolbengeschwindigkeiten anfangs sehr rasch wachsen (nach einer halben Sekunde vom Beginn der Bewegung an ist die Geschwindigkeit bereits $\sim 0,258$ m/sek.), um dann allmählich sich der höchsten Geschwindigkeit $\nu_{\max} = 0,266$ m/sek. zu nähern.

Die Fläche unter der Geschwindigkeitskurve Fig. 4 von der Abszisse $t = 0$ bis $t = t$ stellt den in der Zeit t vom Kolben zurückgelegten Weg s dar; und zwar ent-

spricht einer Fläche von 1 qcm ein Weg von 0,1 sek. $\times 0,05$ m/sek. = 0,005 m. Für die Zeit $t = 0,2$ sek. vom Bewegungsanfang an ist beispielweise die Fläche unter der Geschwindigkeitskurve ≈ 4 qcm, also

$$s = \approx 4 \cdot 0,005 \text{ m} = \approx 0,02 \text{ m.}$$

Hätte sich dagegen der Kolben vom Anfang an mit der ideellen Geschwindigkeit $v_i = 0,266$ m/sek. bewegt, so wäre nach 0,2 sek. der zurückgelegte Weg:

$$s_i = 0,2 \cdot 0,266 = 0,0532 \text{ m,}$$

d. h. mehr als das Doppelte des tatsächlichen Weges.

Die Fig. 5 (S. 21) veranschaulicht den Zusammenhang zwischen Zeit und zurückgelegtem Wege. (Kolbenwegdiagramm.) Die Zeiten sind als Abszissen, die Wege als Ordinaten aufgetragen.

Maasstab für t : 1 cm = 0,1 sek.,

Maasstab für s : 1 cm = 1 cm.

Zum Vergleiche ist in Fig. 6 die ideelle Kolbenweglinie unter dem Winkel φ mit

$$\text{tang } \varphi = \frac{v_i}{0,10} = 10 \cdot 0,266 \text{ (m/sek.)} = 2,66$$

durch den Anfangspunkt gelegt. Man sieht, dass die Kolbenweglinie, mit horizontaler Tangente beginnend, allmählich sich einer Geraden nähert, die zur ideellen Kolbenweglinie parallel verläuft.

Ueber die Bedeutung des Stückes t_s auf der Zeitachse zwischen der ideellen Kolbenweglinie und der Asymptote siehe S. 4 u. 22. Zur Konstruktion von t_s ist die Kurve

$$\text{cotg } \delta = \frac{v_{\text{max}} - v}{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

zu zeichnen.

Es ergibt sich z. B. für

$v = 0$	$\text{cotg } \delta = 0,2290$
0,1	0,1678
0,2	0,1332
0,266	0,1183

Fig. 7 unten enthält als Abszissen die Werte v , als Ordinaten $\text{cotg } \delta$.

Maasstab für v : 1 cm = 0,05 m/sek.,

Maasstab für $\cotg \delta$: 1 cm = 0,1.

Der Mittelwert von $\cotg \delta$ stellt sich auf 0,159.
Also

$$t_s = 0,159 \text{ sek.}$$

Mit t_s und $\tan \varphi = \frac{v_i}{0,10}$ ist die Asymptote des Kolbenwegdiagrammes leicht zu zeichnen. Zur Beurteilung des Kolbenwegdiagrammes genügt es meist schon, die Lage der Asymptote zu kennen.

Während die ideelle Schlusszeit 1,13 sek. beträgt, würde der Kolben tatsächlich zum Zurücklegen seines Hubes in der Schliessrichtung beinahe

$$S_i + t_s = 1,13 + 0,159 = 1,289 \text{ sek.}$$

brauchen. Der wesentliche Unterschied zwischen dem masselos gedachten Servomotor und dem tatsächlichen liegt jedoch nicht darin, dass die Zeit für den Hub des letzteren etwas länger ist; vielmehr ist der Umstand von Bedeutung, dass infolge des Beschleunigungsvorganges die Füllungen zu Anfang der Kolbenbewegung nur sehr wenig verändert werden, dass also die Umdrehungszahlen zunächst sich fast wie bei regulatorloser Turbine entwickeln.

Es soll nun noch die gute Uebereinstimmung der angenäherten analytischen Formeln mit den Ergebnissen der richtigeren, aber umständlichen graphischen Methode gezeigt werden.

Es war für die Kolbenwege (S. 28):

$$s = \frac{1}{a'} \left(\ln \frac{e^{\frac{2 \cdot V_a \cdot c_o \cdot t}{2}} + 1}{2} - t V_a' c_o \right).$$

Mit

$$a' = a + \frac{b}{V_{v_{\max}}} = 15,5 + \frac{0,489}{V_{0,266}} = 16,45,$$

(v_{\max} aus Gleichung

$$v_{\max}^2 \cdot \underset{a}{15,5} + v_{\max} \cdot \frac{3}{2} \cdot \underset{b}{0,489} = \underset{c_o}{1,16}$$

berechnet) erhält man

$$s = \frac{1}{16,45} \left(\ln \frac{e^{2 \sqrt{16,45 \cdot 1,16} \cdot t} + 1}{2} - t \sqrt{16,45 \cdot 1,16} \right)$$

$$= 0,0608 \left(\ln \frac{e^{8,74 \cdot t} + 1}{2} - t \cdot 4,37 \right).$$

Z. B. für $t = 0,2$ sek.:

$$s = 0,0608 \left(\ln \frac{e^{8,74 \cdot 0,2} + 1}{2} - 0,2 \cdot 4,37 \right) = 0,0209 \text{ m.}$$

Auf graphischem Wege war gefunden:

$$s = 0,02 \text{ m.}$$

Für t_s war die Formel entwickelt:

$$t_s = 0,693145 \cdot \frac{v_{\max}}{c_0} \quad (\text{S. 29})$$

Mit $v_{\max} = 0,266$ und $c_0 = 1,16$ folgt:

$$t_s = 0,159,$$

genau wie nach den graphischen Ermittlungen.

Wir wollen diese Formeln nun auch auf die *Oeffnungsbewegung* des Kolbens anwenden.

Hierfür ist:

$$a = 15,5$$

$$b = 0,489$$

$$c_0 = 1,72. \quad (\text{S. 46})$$

Also:

$$v_{\max}^2 \cdot 15,5 + v_{\max} \frac{3}{2} \cdot 0,489 = 1,72.$$

Daraus folgt (am besten durch Probieren zu finden):

$$v_{\max} = v_i = 0,324 \text{ m/sek.};$$

ferner:

$$a' = 15,5 + \frac{0,489}{\sqrt{0,324}} = 16,36,$$

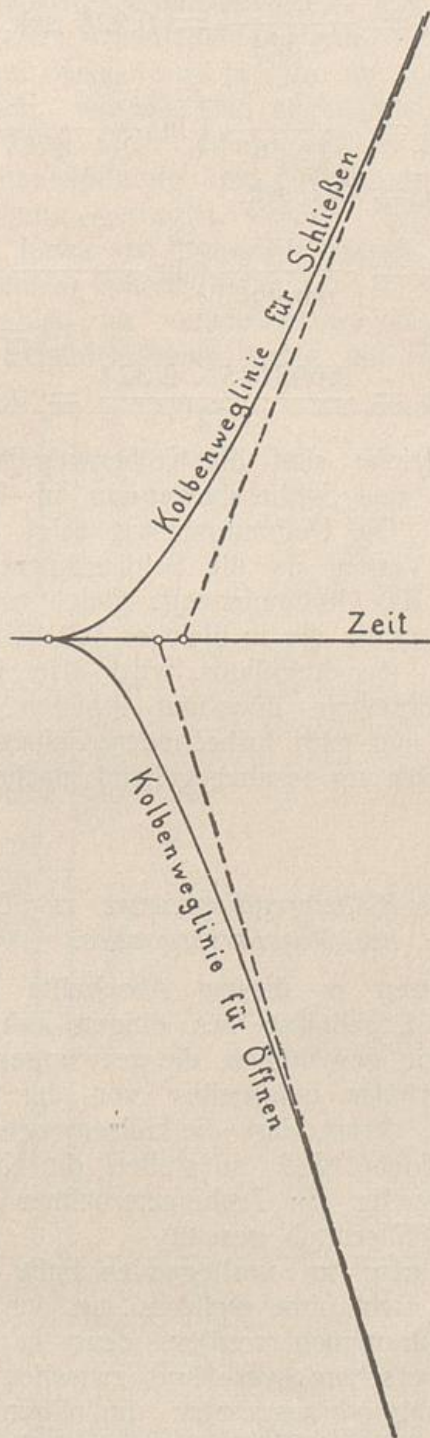


Fig. 12.

$$\text{Oeffnungszeit } S_i = \frac{0,3}{0,324} = 0,926 \text{ sek.}$$

$$s = \frac{1}{16,36} \left(\ln \frac{e^{10,6 \cdot t} + 1}{2} - t \cdot 5,3 \right).$$

Z. B. für $t = 0,2$ sek.:

$$s = \frac{1}{16,36} \left(\ln \frac{e^{2,12} + 1}{2} - 1,06 \right) \\ = 0,0294 \text{ m.}$$

$$\text{Ferner ist: } t_s = \frac{0,693145 \cdot 0,324}{1,72} = 0,131.$$

Zum Vergleiche sind die Kolbenwegdiagramme für die Oeffnungs- und Schliessbewegung in Fig. 12 zusammengestellt. Die Oeffnungskurve zeigt einen allgemein steileren Verlauf als die Schliesskurve. Insbesondere sind auch die Oeffnungswege gleich zu Beginn der Bewegung grösser als die in gleicher Zeit beim Schliessen zurückgelegten. Der Regulator wird also in der Oeffnungsperiode allgemein günstiger arbeiten als in der Schliessperiode und wird insbesondere seinen Einfluss bei Beginn der Bewegung rascher geltend machen.

Verwendung der Kolbenwegdiagramme zur Untersuchung des Reguliervorganges.

Wir benützen in diesem Abschnitte die Voraussetzungen und Ergebnisse des obigen Zahlenbeispiels.

Ist hier, wie gewöhnlich, die gezwungene Bewegung der Tachometerhülse unmittelbar von der Kolbenbewegung abgeleitet, derart, dass die Hülsenwege den Kolbenwegen proportional sind, so stellen die Kolbenwegdiagramme gleichzeitig die Tachometerbahnen dar (ganzer Kolbenhub = Hülsenhub gesetzt).

Dagegen kann im vorliegenden Falle der Verlauf der Füllungen nicht ohne weiteres aus den Kolbenwegdiagrammen entnommen werden, denn es ist ein veränderliches Uebersetzungsverhältnis zwischen Kolben- und Schaufelbewegung vorausgesetzt. Im allgemeinen haben Aenderungen dieses Uebersetzungsverhältnisses auch (meist annähernd proportionale) Aenderungen des Ver-