

dem Lehrer Anregungen, neue Wege zu gehen und besonders interessierten Schülern ein zusätzliches Angebot zu machen. Allerdings erscheint die Aneinanderreihung der Aufgabenfelder etwas willkürlich.

Das Buch hat den Charakter eines Handbuchs für den Unterricht. Im Vordergrund stehen Aufgabentypen und ihre Lösung. Es stellt eine Fundgrube interessanter Aufgaben dar. Theoretische Überlegungen zur Didaktik der angewandten Mathematik finden sich meist in den einleitenden Abschnitten. Gelegentlich werden auch empirische Befunde herangezogen, um auf Schwierigkeiten hinzuweisen. Das umfangreiche Literaturverzeichnis gibt Hinweise auf Arbeiten zur Didaktik der angewandten Mathematik. In einem Nachwort schreibt Heinrich Besuden: „Tatsächlich ist dieses Buch sein besonderes Vermächtnis: Arnold Frickes Anliegen in all den Jahren seiner außerordentlich produktiven Arbeit in Forschung und Lehre im Dienste der Ausbildung von Lehramtsstudenten war stets der anwendungsorientierte Mathematikunterricht“.

PADBBERG, Friedhelm:

Didaktik der Arithmetik

Mannheim, Wien, Zürich: Bibliographisches Institut, 1986. – 253 S.

(Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik; Bd. 7)

ISBN 3-411-03147-6

Peter BENDER, Kassel

1. Zur grundsätzlichen Funktion einer „Didaktik der Arithmetik“

Bis in die sechziger Jahre war die Rechendidaktik der Volksschule Sache einiger weniger Kollegen, zu deren Lebenswerk häufig auch das Erstellen eines Lehrbuchs für die Lehrerbildung gehörte, in dem ihre Überlegungen, vorwiegend auf methodischer Ebene, ihren Niederschlag fanden. Diese Tradition wurde im Zuge der Reform des Mathematikunterrichts mittels der ‚Neuen Mathematik‘ radikal abgebrochen. Es gab wohl eine Flut von Veröffentlichungen zu den neuen Inhalten, Zielen, Methoden usw. (denn es begann sich eine wissenschaftliche Fachdidaktik zu etablieren, wofür diese Reform geradezu als Katalysator wirkte), und diese Flut hält bis heute an, wo diese Reform erheblich zurückgenommen und zugleich weiter entwickelt worden ist. Da findet man viele schöne Ideen, Anregungen, Vorschläge, empirische Forschungsergebnisse, theoretische Analysen usw. zum Lehren und Lernen von Mathematik, die z.T. auch in Büchern zusammengefasst sind.

Viele dieser Arbeiten gehen durchweg vom Vorhandensein eines kanonischen Korpus mathematischen (arithmetischen) Stoffs (samt dessen Vermittlung) aus, den sie ergänzen, (speziell) verändern oder ersetzen wollen, weil sie (häufig mit Recht) Defizite ausmachen, was offenen Unterricht, aktives Lernen, Umwelterschließung u.v.a.m. betrifft. Dieser kanonische Korpus ist Realität in den Schulstuben (seine Bedeutung ist seit den Tagen der Reform der didaktischen Diskussion immer erheblich voraus gewesen), seinen veröffentlichten Niederschlag findet er (notwendigerweise) in Richtlinien und Schulbüchern (mit ihren Lehrerbänden).

Für ein *Lehrbuch* im klassischen Sinn, wie wir es aus der Mathematik bestens kennen, schien die Zeit nicht geeignet: Sinkende Lehrerstudenten-Zahlen stellten (unbeschadet der Tatsache, daß es auch für Lehrer im Dienst eine Art Handbuch sein könnte) seinen kommerziellen Erfolg in Frage. Und auf der inhaltlichen Ebene ließ sich mancher potentielle Verfasser vermutlich von folgenden Problemen abschrecken, die die fehlende Reife der Wissenschaft ‚Mathematikdidaktik‘ widerspiegeln:

Zum einen beinhaltet der Lehrbuch-Charakter die Behauptung einer gewissen *Vollständigkeit*. Da kann man sich nicht einfach an den klassischen Methodiken orientieren und diese *quantitativ* ein wenig vermehren oder verkürzen. Es sind da auch zahlreiche *qualitativ* neuartige Gesichtspunkte zu verarbeiten, und zumindest die Literatur aus der DDR und aus dem angelsächsischen Sprachraum sollte über die westdeutsch-österreichische hinaus berücksichtigt werden. Was da relevant ist, ist in der didaktischen Diskussion keineswegs geklärt, und mit jeglicher Auswahl setzt sich der Autor einiger Kritik aus.

Es bietet sich ihm jedoch zugleich die Chance, gestaltend zu wirken und curriculare *Standards* zu setzen.

Allerdings sind solche Setzungen zweischneidig: Eine der wenigen gesicherten Erkenntnisse modernerer didaktischer Forschung ist die Ziel-, Personen-, Situations- usw. *abhängigkeit* unterrichtlichen Handelns, und nach Meinung mancher Kollegen verbietet diese geradezu die Erstellung eines curricularen Kanons. In der Tat besteht die Gefahr, daß Unterrichtende (auch Studierende) sich zu eng an einen solchen Kanon halten und für den unterrichtlichen Kontext nicht genügend offen sind. Dies wiederum zieht (nicht notwendig, aber doch) häufig eine geschlossene, lehrerzentrierte, reproduktive usw. Unterrichtsgestaltung nach sich. Allerdings ist dies Sache eines grundsätzlichen Verständnisses des Lehrers von seiner Profession, zu dem ein Buch über Arithmetikdidaktik gewiß *keinen* ausschlaggebenden Beitrag leisten dürfte. Dennoch sollte ein solches Buch so abgefaßt sein, daß es den Lehrer nicht gerade dogmatisch festlegt, und es sollte ihm Anregungen für offenen, schülerzentrierten, produktiven Unterricht geben.

Bei aller unterrichtlichen Relativierung gibt es m.E. jedoch einen umfangreichen *Bestand von Wissen* über Arithmetik und ihre Didaktik, über den jeder Unterrichtende (insbesondere mit dem Fach Mathematik oder in der Grundschule) verfügen sollte. So wichtig nämlich Sachmathematik, Geometrie und evtl. Stochastik in der Primarstufe sind, so sehr spielt die Arithmetik doch nach wie vor die tragende Rolle im Mathematikunterricht dieser Stufe, und es sind mir keine ernstzunehmenden Bestrebungen bekannt, dies zu ändern. Der Taschenrechner hat wohl Einsparungen bei den schriftlichen Rechenverfahren mit sich gebracht, aber zugleich weitergehende strukturelle und kombinatorische Fragen der Arithmetik zugänglich gemacht.

Friedhelm Padberg hat sich der Herausforderung gestellt und 1986 eine „Didaktik der Arithmetik“ beim BI-Wissenschaftsverlag als Band 7 der von Norbert Knoche und Harald Scheid herausgegebenen Reihe „Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik“ herausgebracht. Padberg gehört zu den wenigen deutschsprachigen Mathematikdidaktikern, denen es gelingt, ihre Kräfte auf die Erstellung solcher Monographien zu konzentrieren. Neben einigen Büchern über Elementarmathematik hat er eine Didaktik der elementaren Zahlentheorie (Freiburg: Herder, 1981) und eine Didaktik der Bruchrechnung (Freiburg: Herder, 1978) verfaßt. Die Didaktik der Arithmetik stellt da eine gute Abrundung dar; aber sie ist mehr als das. Ihr Stoff ist ja Grundlage für die beiden anderen; erstmals geht es denn auch um die Primarstufe; vor allem aber sind nun stärker empirische Ergebnisse einbezogen und die Unterrichtspraxis ist intensiver berücksichtigt. Letzteres leistet Padberg hauptsächlich durch die exemplarische Wiedergabe einzelner Abschnitte aus derzeit gebräuchlichen Schulbüchern; – mit Recht geht er dabei davon aus, daß die Unterrichtswirklichkeit diesen im wesentlichen entspricht. Natürlich gehen bei dieser Art der Darstellung viele, auch stoffbezogene, Gesichtspunkte globaler und lokaler Typs verloren; – aber deren angemessene Behandlung ginge über die Ziele dieses Lehrbuchs weit hinaus.

Vielleicht wäre etwas mehr *Kritik* an der einen oder anderen Schulbuchseite bzw. -konzeption am Platz gewesen; vielleicht hätte auch einmal ein am Markt weniger erfolgreiches Schulbuch als Alternative herangezogen werden können. Aber es gilt hier wie bei anderen noch anzusprechenden Aspekten: Der Autor muß eine Aus-

wahl treffen, welche er behandeln will, und ich meine, daß seine Auswahl durchweg sinnvoll ist. So verzichtet er (legitimerweise) auf eine Behandlung des *Sachrechnens*, weil er dessen Bedeutung aus Platzgründen nicht gerecht werden könnte. Natürlich besteht die Gefahr, daß diese Ausgrenzung stabilisierend auf das weit verbreitete reduzierte Bild von Mathematik als (reine) Arithmetik wirkt. Aber dafür haben wir ja eine wissenschaftliche Lehrerbildung, in der dieses Bild zu korrigieren und die Arithmetik von der Warte der Sachmathematik aus zu beleuchten ist. Solche Betrachtungen gehen aber über Padbergs Thema hinaus; denn Ansätze, die Arithmetik aus echten Anwendungssituationen heraus quasi als Abfallprodukt zu entwickeln (Stichwort: Projektunterricht), haben sich, aus welchen Gründen auch immer, als nicht praktikabel erwiesen und in Didaktik und Unterricht so gut wie keine Spuren hinterlassen.

Ein ähnliches Schicksal wiederfuhr einem weiteren, zunächst einmal bestechenden Anliegen moderner Didaktik: dem *auch bei den Inhalten differenzierenden* Unterricht. Von den vielen schönen inhaltlichen Differenzierungskriterien werden in der Praxis der Grundschule *im wesentlichen* nach wie vor nur die beiden traditionellen berücksichtigt: Umfang und Schwierigkeitsgrad, und zwar überwiegend bei Übungsaufgaben. Inwiefern weitergehende Differenzierungsmaßnahmen auf *inhaltlicher* Ebene praktikabel und überhaupt sinnvoll sind, sei dahingestellt. Mit Recht verzichtet Padberg auf diese Diskussion, zumal es für konkrete Maßnahmen hier besonders auf die Umstände des Einzelfalls ankommt. Immerhin liefert er Grundlagen für solche Maßnahmen, indem er bei jedem zu lernenden Verfahren typische Schülerfehler darstellt, 'leichtere' Alternativen zu den Normalverfahren angibt und im Anhang diagnostische Tests für die vier Grundrechenarten aufführt.

2. Zu den einzelnen Inhalten

Das Werk besteht zunächst aus den fünf zentralen Kapiteln:

- I. Erarbeitung der ersten Zahlen
- II. Das dezimale Stellenwertsystem
- III. Nichtschriftliche Rechenverfahren
- IV. Schriftliche Rechenverfahren
- V. Üben im Arithmetikunterricht.

Dabei befaßt sich das I. Kapitel mit den Kenntnissen, die Kinder in der Vorschulzeit erwerben, und den allerersten Mathematikstunden. Aus *systematischen Gründen* geht es hier jedoch *nur* um das *Zählen*, während das *Rechnen* in das III. Kapitel *ausgelagert* ist. Obwohl es selbstverständlich bei Vorschulkindern häufig schon stark ausgeprägt ist und auch von Anfang an im Unterricht die Hauptrolle spielt. Diese systematische Trennung ist hier sinnvoll und verbaut nicht die integrierte Behandlung im Unterricht. Das I. und das II. Kapitel hätten auch gut zusammengefaßt werden können, zumal das II. sehr kurz ist. Für die *Trennung* spricht, daß der Inhalt dieses Kapitels erst ab dem 2. Schuljahr relevant wird und daß er mit einer mathematischen Analyse verbunden ist, die Padberg aus didaktischen Gründen nicht gleich am Anfang bringen möchte.

Kap. I: Es hat seinerzeit lange gedauert, bis die (Mathematik-)Didaktik die *Kognitionspsychologie* und -theorie Piagets verarbeitet hat, und es scheint ähnlich lange zu dauern, bis sie darüber hinaus kommt, zumindest über die naive Art und Weise, in der Piagets Erkenntnisse re-

zipiert wurden. Padbergs Ausführungen leisten hierzu einen wichtigen Beitrag, wobei die Auseinandersetzung mit Piaget sekundär ist und es natürlich auf die Sache ankommt.

Außer dem kardinalen und ordinalen *Zahlaspekt* gibt es weitere (Maßzahl, Operator, Rechenzahl), und sie alle müssen miteinander koordiniert werden. Von großer Wichtigkeit sind dabei die verschiedenen *Erfahrungsbeiriche* der Kinder. Fast alle Kinder haben bei Schulantritt mehr oder weniger umfangreiche *Kenntnisse* über die Zahlwortreihe, Ziffern, verschiedene Zahlaspekte, insbesondere den Kardinalzahlaspekt, wofür Padberg eine Reihe von Untersuchungen heranziehen kann. Insbesondere geschehen Mächtigkeitsvergleiche meistens nicht durch bijektive (injektive, surjektive) Zuordnungen, wie das so schön in die bourbakistische Didaktik passen würde, sondern durch Abzählen der Mengen und Zahlungsvergleich.

Auf diese Erkenntnisse haben sich die Schulbuchreihen z.T. nicht so richtig eingestellt (bis etwa 1984, bis wohin Padberg die Literatur berücksichtigen konnte): Auch wenn der pränumerische Vorspann schon stark gekürzt ist, so nimmt er doch noch einen gewissen Umfang ein, und seine Rolle ist zumindest unklar.

Kap. II: Die entscheidenden Prinzipien des *Stellenwertsystems* werden hier mittels eines Vergleichs mit der römischen Zahlschrift (die ja ihrerseits auch relevant ist) erarbeitet. Hier ist die (mit Recht) einzige Stelle, wo Padberg mathematisch etwas tiefer schürft. Dies ist notwendig, da der ganze Aufbau der Arithmetik auf diese Prinzipien zurückgeführt werden kann, und deswegen sind solche Analysen später nicht mehr erforderlich.

Mit Schulbuchseiten konkretisiert, wird dann ein Weg zum weiteren Ausbau des Zahlenraums dargelegt. Dies kann in der Tat sehr kurz erfolgen, da keine größeren didaktischen Probleme vorliegen. Man könnte sich vielleicht sogar fragen, ob die Erweiterung des Zahlenraums in der Grundschule nicht beschleunigt werden kann.

Kap. III: Nun werden die einzelnen *Grundrechenarten* abgehandelt, dabei Multiplikation und Division deutlich länger als Addition und Subtraktion, entsprechend ihrem komplizierten Aufbau und ihrem größeren Aspekten-Reichtum. Bei Addition und Subtraktion werden noch einmal die überraschend umfangreichen Vorkenntnisse von Schulanfängern sowie (wie auch bei Multiplikation und Division) Rechenstrategien und in Verbindung damit typische Fehler angesprochen.

Die wichtigsten *Nebenprobleme* in diesem Zusammenhang werden erschöpfend diskutiert: Bedeutung des Gleichheitszeichens, Stellung von Multiplikand und Multiplikator, Rolle der Null bei Multiplikation und Division sowie die Restschreibweise bei der Division. Es ist Padberg hier voll zuzustimmen, wenn er sich gegen dogmatische Argumentationen und Festlegungen ausspricht, gleichwohl gewisse Varianten mehr, andere weniger favorisiert.

Die *Operator-Begrifflichkeit* und -Schreibweise wird früh (ab S. 69) mit behandelt, aber nicht übertrieben betont. Insbesondere weist Padberg wiederholt auf die Gefahr der Überforderung hin, die sich aus einem allzu variationsreichen Einsatz von Modellen und Veranschaulichungsmitteln ergibt. Diese Gefahr gilt für die *Schüler* als Adressaten; – der Lehrende sollte diese Modelle und Varianten natürlich alle kennenlernen, allerdings nicht in einer neutralen Aneinanderreihung, sondern mit einer

wertenden Diskussion (s. z.B. „Grundmodelle zur Einführung der Multiplikation“): Auch wenn die Entscheidung klar für ein bestimmtes Modell ausfällt (hier: für die Mengenvereinigung), dürfen die anderen aus guten Gründen nicht ignoriert werden. Bei der Division allerdings scheint mir Auf-/Verteilen eine andere Kategorie als Operator / Umkehroperator / Wiederholte-Subtraktion zu sein, so daß letztere nicht „weitere Modelle“ (113ff) über erstere hinaus sind: z.B. ist wiederholtes Subtrahieren nichts anderes als ein Aufteilen.

Kap. IV: Nun geht es, naturgemäß wieder in 4 Abschnitte gegliedert, um *schriftliche* Rechenverfahren; vorgeschaltet sind zwei Abschnitte (die gut zu einem zusammengefaßt werden hätten können) zur Rolle des schriftlichen Rechnens im Computerzeitalter überhaupt und zu Begriff, Wert und Nachteilen von Normalverfahren.

Zur Vermeidung der Nachteile empfiehlt Padberg u.a. die vorherige Kenntnisnahme *verschiedener* Lösungswege sowie dann die Erarbeitung eines gründlichen *Verständnisses* des jeweiligen Verfahrens. Selbstredend ist jede dieser Empfehlungen, für sich genommen, im Prinzip gut. Aber das Kennenlernen mehrerer Lösungswege kostet Zeit, kann verwirren und erfordert die Einnahme eines vergleichenden Meta-Standpunkts. Und: Die im Automatismus liegende Ökonomie eines Verfahrens läßt den Schülern die Einsicht überflüssig, ja: störend, erscheinen. Es treten erstmals die für die Sekundarstufe typischen Situationen auf, wo Schüler nach stundenlangem Bemühen des Lehrers am Schluß, wenn sie – unabhängig von jeder Einsicht – die Abfolge der Verfahrensschritte erkannt haben, die Frage stellen: „Warum haben Sie uns nicht gleich gesagt, daß es so geht?“ Hier zeigt sich, daß der Lehrende über die genaue Kenntnis einzelner Inhalte hinaus auch den Überblick über mittlere und globale Zusammenhänge braucht (selbstverständlich nicht nur auf stofflicher Ebene), bei den schriftlichen Rechenverfahren z.B. ist u.a. der Bezug zum halb-schriftlichen Rechnen wichtig. Dieser Aspekt wurde von Padberg wohl etwas vernachlässigt.

Bei allen vier Grundrechenarten behandelt Padberg das (die) *Normalverfahren*, wie es (sie) durch KMK-Beschluß in der Schreib- und bei der Subtraktion darüber hinaus auch in der Sprechweise festgelegt ist (sind), gibt jeweils eine nach Schwierigkeitsgraden gestufte Folge von Aufgaben an (Zahl der Stellen, Überträge, Nullen usw. der beteiligten Zahlen) und geht ausführlich auf typische Schülerfehler, mögliche Ursachen und Gegenmaßnahmen ein.

Eine wertvolle Bereicherung stellen die *Verfahren aus einigen Gastarbeiterländern* dar, und zwar nicht nur für Lehrer mit solchen Schülern, die in ihren Heimatländern bereits diese Verfahren gelernt haben, und auch nicht nur für Lehrer, die überhaupt ausländische Schüler unterrichten, sondern zur Erweiterung des Horizonts eines jeden Lehrers: Schriftliches Rechnen ist auch auf andere als die gewohnte Weise möglich, wird auch anders praktiziert, und das keineswegs immer ungünstiger als bei uns.

Seiner heutigen geringen Bedeutung entsprechend ist das Rechnen in *nicht-dezimalen Stellenwertsystemen* recht kurz behandelt: Es kommt derzeit dabei nur auf das Prinzip der Bündelung und der Stellenüberschreitung unabhängig von der Bündelzahl 10 an, und diese Operationen werden abstraktestenfalls beim Addieren und Subtrahieren in der Stellentafel durchgeführt.

Am umfangreichsten geht Padberg auf die *Subtraktion* ein: Da gibt es nämlich, unter Einbezug der traditionellen deutschen Didaktik bzw. ausländischer Bräuche, zwei Grundvorstellungen, nämlich *Abziehen* und *Ergänzen*, die mit drei Übertragungstechniken, nämlich *Punkten, Erweitern und Auffüllen* kombiniert werden können, also insgesamt sechs Methoden (wobei jedoch Auffüllen praktisch nicht mit Abziehen kombiniert werden kann), von denen immer noch zwei laut KMK-Beschluß zulässig sind: das Ergänzungsverfahren mit der Erweiterungs- und mit der Auffülltechnik. Padberg geht hier einmal der interessanten Frage nach, auf welche Erkenntnisse sich ein solcher Beschluß stützt: Wie so häufig, gibt es zu den Statistiken aus empirischen Untersuchungen, die dazu herangezogen wurden, allerdings auch entgegenlautende aus späteren Zeiten. – Für eine exemplarische Behandlung eines schriftlichen Rechenverfahrens eignet sich m.E. die Subtraktion in besonderem Maße.

Bei *Multiplikation* und *Division* schließlich stellt Padberg einige, wie er sie nennt: „*leichtere*“, *Alternativen* zu den Normalverfahren vor. Mit Recht stellt er nämlich darauf ab, daß angesichts der Verbreitung des Taschenrechners das schriftliche Rechnen eine andere Funktion als früher hat: Es kommt weniger auf Schnelligkeit und Geübtheit mit beliebigen Zahlen und mehr auf *Einsicht* in das Rechnen überhaupt und auf *Kontroll- und Überschlagsrechnungen* (d.h. mit runden Zahlen) an. Unter diesen geänderten Anforderungen kommen ganz andere als die Normalverfahren in Betracht, von denen Padberg einige auswählt, die sich alle in empirischen Untersuchungen als leichter einsehbar und weniger fehleranfällig erwiesen haben: Zurückführen von Multiplikation und Division auf die Sonderfälle wiederholten Verdoppels und/oder Halbierens und ausführlichere Notation und damit Vereinfachung der erforderlichen Rechenleistung (Nepersche Streifen bei der Multiplikation, Subtraktion beliebiger Vielfachen des Divisors bei der Division).

Kap. V: Dem üblichen Brauch sich anschließend, unterscheidet Padberg zwei Typen von *Üben*: das *automatisierende* und das *operative*. Den Unterschied kann man sich leicht am Päckchen-Rechnen klar machen: Sind die Aufgaben willkürlich aus einem zu üübenden Gebiet zusammengestellt, so ist eine isoliert nach der anderen abzuarbeiten und man erwartet sich von der längeren, dauernd wiederholenden Beschäftigung eine Automatisierung des Verfahrens. Dagegen müssen zum Zwecke des operativen Übens die Aufgaben in einem strukturellen Zusammenhang stehen, und beim Bearbeiten kommt es (auch) auf diesen Zusammenhang an. Z.B. bei Subtraktionsaufgaben werden Minuend und Subtrahend gleichsinning verändert: Die Schüler sollen diese Regelmäßigkeit und die Tatsache erkennen, daß die Differenz dabei konstant bleibt.

Streng genommen ist jedes Üben ein automatisierendes und jede Tätigkeit, die ein im Prinzip bekanntes Verfahren (o.ä.) umfaßt (z.B. das Lösen einer Sachaufgabe), ein Üben (ebens dieses Verfahrens). Wenn man hier begrifflich unterscheiden will, muß man sehr stark die didaktische Absicht mit einbeziehen, und auf jeden Fall ist die Kategorisierung unscharf. Sie entspricht allerdings didaktischem Brauch.

Automatisierendes Üben kann für die Schüler durch *sekundäre Effekte* interessant gemacht werden. Verbreitet sind 2 Typen: *Rechenwettbewerbe* mit unterschied-

lich stark ausgeprägter *Glücks*komponente; und *Transformation* von Zahlen in *graphische Gestaltungsgeometrie* nach *willkürlichen* Regeln. Für beide Typen hat Padberg einige Beispiele zusammengestellt (Spielkreis, Wege-, Karten-, Domino-, Würfelspiele und Puzzles, Bilder aus Punkten, Ausmalen, Geheimschrift, Kreuzzahlenrätsel).

Operatives Üben wird meistens mit ähnlichen Effekten angereichert. Da existiert häufig eine Gewinn-*strategie*, und deren Entdeckung ist die eigentliche Aufgabe, so daß die Wettbewerbssituation entbehrlich ist, allerdings das Spiel mit der Entdeckung dann auch seinen Reiz verliert. Oft ist der arithmetische Zusammenhang durch die graphische Gestaltung gegeben, die aber *nicht* willkürlich aufgesetzt ist. Auch für das operative Üben bringt Padberg eine breite Palette von Beispielen.

Nachträglich hat er noch einen kleinen Abschnitt über das Üben mit *Taschenrechner* und *Computer* eingefügt. Diese sind für ihn offensichtlich lediglich eine technisch fortgeschrittene Variante der LUK-Materialien, also des Päckchen-Rechnens, und folgerichtig ordnet er den Abschnitt beim automatisierenden Üben ein. Was den Computer betrifft, so halte ich die Einschätzung für zutreffend (die zweifellos vorhandenen medialen Möglichkeiten des Computers beeinflussen andere Felder des Unterrichtsgeschehens und gehen im Arithmetikunterricht der Primarstufe im wesentlichen nicht über die des Taschenrechners hinaus). Es gibt aber eine Reihe interessanter, ergiebiger Übungsprobleme, die praktisch nur mit Hilfe des Taschenrechners angegangen werden können, z.B. wenn die Zahlen sehr groß sind (und mit kleineren Zahlen die Probleme sich in Nichts auflösen); (Für Überschlagsrechnungen) mit Multiplikationen ein vorgegebenes Intervall treffen; bei Rechnungen fehlende Ziffern oder Operationszeichen ergänzen; Umgang mit Operatoren usw.

3. Zusammenfassung

Ich habe oben einige Stellen identifiziert, an denen .E. eine tiefergehende didaktische Analyse nützlich wäre: Der Zusammenhang zwischen Arithmetik und Anwendungen, die Einsichtgewinnung bei den schriftlichen Rechenverfahren, der Charakter von Übungen. Es schmälert den Wert des Buches jedoch *nicht*, daß auf diese Analysen verzichtet ist; denn Padberg geht es um eine lehrbuchartige Zusammenstellung des allgemein geteilten Wissens über Didaktik und wesentlich auch: Methodik der Arithmetik, wie sie direkt für die Praxis verwendet werden kann, und dafür ist weder beliebig viel Platz, noch unerschöpfliche Aufnahmebereitschaft der Lever vorhanden. Die Auseinandersetzung mit der ‚Neuen Mathematik‘ führt er sehr wohl, da diese den Unterricht und die Didaktik in den letzten 20 Jahren sehr stark beeinflusst hat.

Es ist nun keineswegs so, daß die oben angeschnittenen Fragen zu ‚theoretisch‘ und damit für den Praktiker nicht relevant wären. Sie werden wohl faktisch von vielen Praktikern nicht wahrgenommen; aber es ist gerade diese Abstinenz (gegenüber solchen inhaltlichen und weiteren pädagogisch/didaktischen Problemen), die bei allem äußerlichen Funktionieren des Arithmetikunterrichts Defizite hervorbringt (besonders dann noch beim Bruchrechnen), die in der SI schmerzhaft offenbar werden. Diese Fragen sind also, wie gesagt, in Lehreraus- und -fortbildung zu thematisieren. Sie haben aber ihren Platz nicht unbedingt in einem Lehrbuch, wie Padberg es vorgelegt hat.

Daß er dieses Lehrbuch geschrieben hat, ist sehr verdienstvoll; denn bei all den vielen didaktischen Rosinen, die in den letzten Jahren publiziert worden sind, kam das *tägliche Brot* des Arithmetikunterrichts doch etwas zu kurz. Wie dieses wohlschmeckend zuzubereiten und zu backen ist, hat Padberg dargestellt: systematisch, übersichtlich, aspekte-reich, mit einer klaren Sprache und einem nützlichen Glossar.

Das Buch hat das Zeug zum Standardwerk, und es gehört in den Bücherschrank eines jeden Studierenden und eines jeden Lehrenden, der in der Grundschule oder in der Mathematik unterrichtet.

TREFFERS, Adrian:

Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics education – The Wiskobas Project

Dordrecht: Reidel, 1987. – 366 pp.

(Mathematics Education Library)

ISBN 90-277-2165-3

Leslie P. STEFFE, The University of Georgia, Athens

The most outstanding feature of this book *if read as intended* is that an experiential basis for understanding the goal structure for the Wiskobas project can be established by the reader through solving the mathematical problems presented. After solving the *counting* problems in Chapter II, what Treffers means by "mathematizing" as an organizing activity was clear and involved reflection as an aspect. How or when students should be encouraged to reflect on their own mathematical behavior is an important issue in mathematics education, an issue that Treffers does not sidestep. Through the solution of what he calls a "tricky puzzle", one comes to appreciate the necessity of a "sudden, unexpected and uncoordinated leap of the mind" in the solution of a problem--what Wertheimer (1959) called "insight". In the case of such intuitive reasoning, reflection on that reasoning is particularly inappropriate because to reflect, one has to hold an object "still" and "at a distance", each of which implies conscious awareness and intention.

Reflection might be better left to occur "naturally" in a problem solution or situation even when analytical reasoning is involved. Treffers emphasizes that students be given an *opportunity* to reflect on their own mathematical experiences by being asked a critical question or by exploration in a novel but related context. In each case Treffers assumes that at least some "successful" mathematizing has occurred, so there would be something to reflect on--something to be analyzed. Even though Treffers believes that opportunity for reflection should be orchestrated by the teacher, it is the *individual* who must do the reflecting, and he makes this point crystal clear. It is very refreshing that he does not reify reflection as do some of the other authors he cites, but places it in the context of mathematizing.

After solving the problem of finding how many different routes go from a to b on a network without making a detour (where the intersection points of the network form the first seven rows of Pascal's triangle), I checked my results with those of Treffers. After finding we did not agree, I analyzed my solution to find out why and worked the problem in another way in a search for what Treffers might have done. When I "found out", it was apparent that we made different assumptions and that either of the two set of assumptions was not more or less "correct" than the other. In retrospect, this was but an example of one of his five tenets for instruction theory--interactive instruction--which is a primary source of opportunity for students to reflect on their mathematical experiences in productive ways.

Interactive instruction is highly compatible with how communication is viewed in constructivism (cf. von Glasersfeld, In press). In that epistemology, knowledge