

Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik

Ankunftszeitdetektion für die Polarisationsmodendispersion in der optischen Übertragung

Zur Erlangung des akademischen Grades

DOKTORINGENIEUR (Dr.-Ing.)

der Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik der Universität Paderborn vorgelegte Dissertation von

> Dipl.-Ing. Vitali Mirvoda aus Taganrog

Referent: Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Reinhold Noé Prof. Dr.-Ing. Rolf Schuhmann

Tag der mündlichen Prüfung: 29.05.2008

Paderborn, den 28.01.2009

Diss. EIM-E/240

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl Optische Nachrichtentechnik und Hochfrequenztechnik der Universität Paderborn.

Besonders danken möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Reinhold Noé, unter dessen wissenschaftlicher Leitung diese Arbeit durchgeführt wurde. Seine stete Unterstützung, Forderung und wertvollen Ratschläge trugen wesentlich zum Gelingen der Arbeit bei.

Für die Übernahme des Koreferats danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Rolf Schuhmann.

Den früheren und jetzigen Mitarbeitern danke ich für die freundschaftliche Zusammenarbeit und die viele andere Diskussionen.

Hier möchte ich besonders Herrn Dr.-Ing. David Sandel und Herrn Dr.-Ing. Suhas Bhandare für seine Hilfsbereitschaft und die zahlreiche Diskussionen danken, auch mein Dank gilt zum Herr Gerd Wieseler, Herr Bernd Bartsch, für die technische Unterstützung in meiner Arbeit.

Ein weiterer Dank gilt Herrn Dr.-Ing. Wladimir G. Kostornitschenko für seinen Glauben an mich und die Unterstützung.

Herrn Dipl.-Ing. Silvain Chotchidjoum danke ich für die Durchführung der Experimente und theoretische Untersuchungen in seiner Diplomarbeit.

Herrn Dipl.-Ing. Sebastian Hoffmann danke ich für die Korrektur dieser Dissertation.

Für finanzielle Unterstützung möchte ich auch DAAD danken.

Meine liebe Ehefrau Elena und meine Kinder mussten während der Durchführung dieser Arbeit oft auf mich verzichten. Meiner Familie danke ich für ihr Verständnis, ihre endlose Geduld, ihre Hilfe und Liebe.

Diese Arbeit widme ich meinen Eltern.

Paderborn, im Januar 2009

Dissertation

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Polarisation in Eigenmoden-Faser	3
2.2	Beschreibung der Polarisation	7
2.2.1	Jones-Matrix und Jones-Vektor	7
2.2.2	Müller-Matrix und Stokes-Vektor	9
2.2.3	Kohärenz-Matrix	12
2.3	Doppelbrechung	14
2.4	Modenkopplungseffekt	18
2.5	Linearer elektrooptischer Effekt (Pockels-Effekt)	19
2.6	Polarisationsregelung	20
2	Deschardham a des Delevie Annes des dim and a	20
3	Beschreibung der Polarisationsmodendispersion	29
3.1	PMD Definition als PSP Modell.	29
3.Z	Definition für DMD hähren Onderen	22
3.3	Tester Deiler	38
3.3.1	A seines desseiteres DCD Seletieres	39
3.3.2	Aneinanderreinung von DGD Sektionen	40
4	Ankunftszeitdetektion	43
4.1	Ankunftszeitdetektion bei Übertragung nur einer Polarisation	44
4.2	Aufbau und Beschreibung der PLL	48
4.2.1	Arbeitsprinzip	48
4.2.2	Multiplizierender Phasendetektor	49
4.2.3	Linearisierte Beschreibung	49
4.2.4	Einrastprobleme, Haltebereich	50
4.2.5	Empfindlichkeit der PMD-Detektion	51
5	Polarisationsscrambler	53
5.1	Polarisationsabhängiger Scrambler	53
5.2	Polarisationsunabhängiger Scrambler	60
5.3	Aufbau und Messergebnisse	63
6	Zusammenfassung und Ausblick	74
	Literaturverzeichnis	75

Verzeichnis der wichtigsten Abkürzungen

AKF	Auto-correlation function	Autokorrelationsfunktion
CD	Chromatic dispersion	Chromatische Dispersion
DGD	Differential group delay	Gruppenlaufzeitdifferenz
DOP	Degree of polarization	Polarisationsgrad
EDFA	Erbium-Doped Fiber Amplifier	Erbium-dotierter Faserverstärker
EM	eigenmodes	Eigenmodus
ER	Elliptical retarder	Elliptischer Retarder
FLC	Ferroelectric Liquid Crystals	Ferroelektrische Flüssigkristalle
HWP	Half wave plate	Halbwellenlängenplatte
LWL	Optical Fiber	Lichtwellenleiter
NRZ	Non return to zero	Nicht auf Null zurückgeht
PAS	Polarization dependent scrambler	Polarisationsabhängige Scrambler
PBS	Polarization beam splitter	Polarisationsstrahlteiler
PCD	Polarization-dependent chromatic dispersion	Polarisationsabhängige chromatische Dispersion
PDF	Probability density function	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
PLL	Phase locked loop	Phasenregelkreis
PMD	Polarization mode dispersion	Polarisationsmodendispersion
PMDC	Polarization mode dispersion compensator	Polarisationsmodendispersionskompensator
PMF	polarization-maintaining fiber	Polarisationserhaltende Faser
PRBS	Pseudo random bit sequence	Pseudozufallsfolge
PSP	principal state of polarization	Polarisationshauptzustand
PUS	Polarization independent scrambler	Polarisationsunabhängige Scrambler
QWP	Quarter wave plate	Viertelwellenlängenplatte
RMS	Root mean square	Effektivwert

RZ	Return to zero	Auf Null zurück geht
SBA	Soleil-Babinet analog	Soleil-Babinet Analog
SBC	Soleil-Babinet compensator	Soleil-Babinet Kompensator
SOP	State of polarization	Polarisationszustand
VCO	Voltage-controlled oscillator	Spannungsgesteuerter Oszillator
WDF	Probability density function	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
WDM	Wavelength division multiplex	Wellenlängenmultiplex

Verzeichnis der wichtigsten Formelzeichnen

Griechische Symbole

α	Dämpfungskoeffizient
α	Doppelbrechungsvektor
β	Ausbreitungskonstante
\vec{eta}	Doppelbrechungsvektor
Δ	Laplace-Operator, Brechzahldifferenz
$\tilde{\underline{\Delta}}$	inverser dielektrischer Tensor
δ	Ausbreitungskonstante, Verzögerungswinkel
$\delta(t)$	Delta-Funktion
ε	Elliptizitätswinkel
\mathcal{E}_{ik}	Dielektrizitätstensor
λ	Wellenlänge, Eigenwerten
9	Azimutwinkel, Orientierungswinkel
Λ	räumische Periode
μ	magnetische Permeabilität
Δu_{g}	differenzielle Gruppengeschwindigkeit
ν_{g}	Gruppengeschwindigkeit
v	Phasengeschwindigkeit
$\vec{\sigma}$	Spin Pauli-Matrix
$\sigma_{_{ik}}$	Spannungstensor
σ	Varianz
Δau	differenzieller Gruppenlaufzeitunterschied
${ au}_{g\pm}$	Gruppenlaufzeiten von Hauptpolarisationen
φ	Phase, Verzögerung
$\Phi(j\omega)$	PLL-Funktionen
$\widetilde{\chi}$	Suszeptibilitätstensor
χ	Kopplungskoeffizient
$\Delta \omega_{_{H}}$	Haltebereich
ω	Kreisfrequenz
$ec \Omega$	Dispersionsvektor

Lateinische Symbole

b(t)	Bitfolge
В	Phasenkonstante
С	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
С	Kovarianzmatrix
d_2	Drehewinkel
d_1	Verzögerung
$d^{(\pm)}$	Eigenvektoren
D	Gesamtübertragungsmatrix
$D_{\scriptscriptstyle W}$	Wellenleiterdispersion
\vec{e}	Ortsvektor
$\vec{e}_{ein\pm}$	Eigenvektoren
$\vec{E}(t)$	elektrische Feldstärke
\hat{E}	Amplitude der elektrischen Feldstärke
E	Elastizitätsmodul
$F(j\omega)$	Schleifenfilterübertragungsfunktion
$\vec{H}(t)$	magnetische Feldstärke
8	Elektrodenabstand
$G(j\omega)$	Schleifenverstärkung
G	Drehematrix
h	Kopplungslänge
$\underline{H}(j\omega)$	Übertragungsfunktion
Ι	Einheitsmatrix
I(t)	Intensität
<u>J</u>	Jones-Vektor
\boldsymbol{J}_l	Bessel-Funktion
k	Modenkopplungskoeffizient
<u>k</u>	Wellenzahl
k_{\pm}	Eigenwerten
Κ	Verstärkungsfaktor
K	Kohärenz-Matrix
K_l	Hankel-Funktion
$L_{\scriptscriptstyle B}$	Schwebungslänge

L	spektrale Leistungsdichte
М	Müller-Matrix, Transformationsmatrix
n	Material-Brechungsindex
$ec{q}$	PMD-Ortsvektor
r	Radius
r _{lm}	Koeffizienten des elektrooptischen Tensors
R	Rotationsmatrix
\vec{S}	Stokes-Vektor
S	Vektorkomponente des Stokes-Vektors
t	Zeit
$\Delta \hat{t}(t)$	Ankunftszeitsignal
Т	Temperatur
$\underline{U}(\omega)$	Jones-Matrix
V	Faserparameter
$\mathbf{V}_{b,c}$	Steuerspannungen
W _{TE}	Torsionsrate
\vec{W}	Doppelbrechungsvektor

Kapitel 1

Einleitung

Die Entwicklung des Datenübertragungssystemen ist sehr wichtig für die moderne Wirtschaft. Besonders faseroptische Systeme nehmen dabei eine zentrale Rolle ein. Jede Übertragungsstrecke, die länger als 30 km ist, jetzt eine faseroptische Strecke ist. Faseroptische Systemen haben viele Vorteile gegenüber konventionellen Systemen (Kupferdrähten):

- 1. Größere Bandbreite
- 2. Geringere Dämpfung
- 3. Geringe Abmessungen.

Nachdem das Problem der Chromatischen Dispersion (CD) durch die Entwicklung von Dispersionskompensatoren im Form von Fasergittern (engl. Fiber Bragg Gitter) [Kas], [Loh], [San1], Benutzung von Kompensationsfaser [Grü], [Das] gelöst werden konnte und geeignete Verfahren zur Verstärkung der Signale durch Erbium-dotierte Faserverstärker (EDFA) [Spi], [Bja] und Raman-Verstärker [Moc], [Aok] zur Verfügung stehen bleibt in Übertragungssystemen die Bestimmung und Kompensation Polarisationsmoden-Dispersion (PMD) das Hauptproblem.

PMD ist zur Zeit das größte Hindernis auf dem Wege zur Entwicklung moderner Datenübertragunssysteme. Im Systemen mit Datenraten ≥40Gbit/s kann PMD die Übertragungsgüte so stark beeinträchtigen, dass ohne PMD-Kompensator kein fehlerfreier Datentransfer möglichst.

Um die Übertragungskapazität zu vergrößern, erweitert man in bestehende Strecken zu WDM-Systemen und benutzt dispersionstolerante Modulationsformate bei Datenübertragungssystemen.

Hauptursachen für die Entstehung von PMD ist die Abweichung (Änderung) von der zylindrischen Symmetrie des Faserkernes z.B. bei mechanischem Druck auf die Faser oder schwankenden Temperaturen. Diese Faktoren können sowohl langsam als auch ziemlich schnell zeitveränderlich sein. Deswegen muss man ein System haben, das in der Lage ist, PMD in Echtzeit zu messen und zu kompensieren.

Zur Zeit gibt es generell zwei Verfahren zur Senkung des PMD-Einflusses auf die Datenübertragung: entweder Wechsel von "alte" Fasern mit größerem PMD, auf neue Fasern oder Installation von PMD-Kompensatoren im Übertragungsstrecken. Der zweite Weg ist von Vorteil, weil er erheblich kostengünstiger ist. Die Einwirkung der PMD auf den Datentransfer wird mit Vergrößerung des Datenraten weiter zunehmen.

In dieser Arbeit werden einige Fragen der Entwicklung der PMD-Messtechnik betrachtet.

Im zweiten Kapitel werden zuerst die Grundlagen des optischen System betrachtet. Hier werden auch verschiede PMD-Ursachen erläutert.

Im dritten Kapitel wird eine detailierte Beschreibung der PMD gegeben. Hier wird auch PMD höherer Ordnung eingeführt.

Im vierten Kapitel wird ein Ankunftszeitdetektionsprinzip beschrieben. Hier wird auch die Arbeitsweise des Phasenregelkreises (PLL) erläutert.

In fünftem Kapitel wird zuerst das Arbeitsprinzip des Polarisationsscrambers erwähnt. Hier werden theoretische Lösungen für den polarisationsabhängigen Scrambler (PAS) und den polarisationsunabhängigen Scrambler (PUS) gezeigt. Auch praktische PMD-Messergebnisse werden diskutiert.

Die Motivation für diese Arbeit war der Aufbau eines Messsystems, das genau schnelle und zugleich kostengünstig PMD-Signal zu detektieren ermöglichst.

Dieser Signal muss proportional zur DGD sein, und sollte in PMD-Kompensation Aufbau benutzt werden. Dieser Aufbau hat die besondere Eigenschaft, sich selbst, optimieren zu können und dabei ständig PMD-Signale Messen zu können.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

In dieser Kapitel werden einige theoretische Grundlagen erläutert, die zur mathematischen Herleitung und Beschreibung der Polarisationsmodendispersion und deren Kompensation wichtig sind. Zunächst wird die Wellenausbreitung in einmodigen Wellenleitern betrachtet. Danach werden Polarisationsbeschreibungsmethoden so wie Jones-Matrix und Jones-Vektor, Müller-Matrix und Stokes-Vektors diskutiert. Auch wird die Poincaré-Kugel betrachtet, die eine einfachere Darstellung des Polarisationzustandes liefert. Der lineare elektrooptische Effekt wird als Arbeitsprinzip der Lithiumniobatskristalle vorgestellt.

2.1 Polarisation in Eigenmoden-Faser

Fasern als Lichtwellenleiter sind normalerweise kreisrund und haben einen Glaskern mit dem Brechungsindex n_k und einem Glasmantel mit Brechungsindex n_m . Normalerweise muss der Brechungsindex des Kernes ein wenig größer als der Brechungsindex des Mantels sein (die schwach führende Faser $\Delta \ll 1$), weil Kern und Mantel annähernd gleich hohe optische Qualität haben müssen und sich zur Vermeidung innerer Spannungen thermisch gleichartig ausdehnen sollen [Ung].



Typische Daten von Quarzglasfasern für Einmodenfasern:

$$2 \cdot r_m = 125 \,\mu m$$
 $2 \cdot a = 10 \,\mu m$ $\Delta \cong 0,3\%$

Die Modenfelder der Stufenprofilfaser können analytisch berechnet werden. Verwendet werden Zylinderkoordinaten r, φ, z . Dabei geht man davon aus, daß Kern- und Mantelbereich homogen sind und an der Kern-Mantel-Grenzfläche müssen die Tangentialkomponenten der Feldstärken stetig sein.

Die kartesischen Feldkomponenten E_i und H_i $i = \in \{x, y, z\}$ der Moden dieser Faser erfüllen die Helmholtzgleichung

$$\left(\Delta_t + k_i^2\right) \vec{E}\left(r, \varphi, z\right) = 0 \tag{2.1}$$

entsprechend in Kernbereich $k_k^2 = k_0^2 n_k^2 - \beta^2$, und $n = n_k = const$

und in Mantelbereich haben $k_m^2 = k_0^2 n_m^2 - \beta^2$ und $n = n_m = const$,

$$\Delta_t = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \text{ ist der Laplaceoperator bezüglich der Koordinaten } r \text{ und } \varphi.$$

Die Feldverteilung einer ausbreitungsfähiger Mode erstreckt sich sowohl über den Kernbereich als auch über den Mantelbereich der Faser, denn für die Ausbreitungskonstante β gilt [Pol]:

$$k_0 n_k > \beta > k_0 n_m. \tag{2.2}$$

Da die Indexdifferenz Δ zwischen Kern und Mantel sehr klein ist ($\Delta \ll 1$), kann man zeigen, das unter dieser Voraussetzung als geführte Moden nahezu vollkommen einheitlich linear polarisierte Felder gewählt werden können [Glo]. Solche so genannte $LP_{l,p}$ – Moden besitzen eine transversale elektrische Feldstärke, die nur kartesische Komponente aufweist, o.B.d.A. kann dies die E_y -Komponente sein.

Ein Separationsansatz in Zylinderkoordinaten



$$E_{y}(r,\varphi,z) = F(r) \cdot \Phi(\varphi) \cdot e^{-j\beta z}$$
(2.3)

führt zu zwei gewöhnlichen Differenzialgleichungen für $\Phi(\varphi)$ und F(r).

Als Lösungen mit nicht singulären Funktionswerten kommen im Kernbereich Bessel-Funktionen J_i (Erster Art, *l*-ter Ordnung) in Frage, als Lösungen mit abklingendem Verhalten im Mantelbereich modifizierte Hankelfunktionen K_i . Die Felder geführter LP-Moden einer Stufenprofilfaser können damit in folgender Form dargestellt werden:

$$E_{y}(r,\varphi,z) = E_{0}e^{-j\beta z} \cdot \cos(l\varphi) \cdot \begin{cases} J_{l}\left(u\frac{r}{a}\right) / J_{l}(u), & f\ddot{u}r \quad 0 \le r \le a \\ K_{l}\left(w\frac{r}{a}\right) / K_{l}(w), & f\ddot{u}r \quad a \le r < \infty \end{cases}$$
(2.4)

mit $u = a\sqrt{k^2 n_k^2 - \beta^2}$; $w = a\sqrt{\beta^2 - k^2 n_m^2}$ und ganzzahligem l = 0, 1, 2, ...

Die Lösung der Gleichung (2.4) ist erst dann vollständig, wenn die möglichen β -Werte der verschiedenen Moden bekannt sind. Diese Werte ergeben sich aus den Randbedingungen an der Kern-Mantel-Grenzfläche: $E_{\varphi}, H_{\varphi}, E_{z}, H_{z}$.

Die z-Komponenten von E und H ergeben sich dabei direkt aus den Transversalkomponenten mit Hilfe der Maxwellschen Gleichungen und sind klein gegen die Transversalkomponenten. Da die Randbedingugen an der Kern-Mantel-Grenze stetig sein muß, sind für die $HE_{l,p}$ – Moden in schwach führenden Fasern näherungsweise erfüllt, wenn die Größe u und w der charakteristische Gleichung

$$u\frac{J_{l-1}(u)}{J_{l}(u)} = -w\frac{K_{l-1}(w)}{K_{l}(w)}$$
(2.5)

gehorchen [Glo]. Für den Fall schwacher Führung können die Randbedingungen auch so formuliert werden, daß E_v und $\partial E_v/\partial r$ stetig sein müssen.

Eine $LP_{l,p}$ – Welle entsteht, wen man eine $HE_{l,p}$ – Welle und eine $EH_{l,p}$ – Welle überlagert. $LP_{0,p}$ – Wellen bilden einen Sonderfall unter den LP – Wellen. Da es die EH – Wellen mit negativer Umfangsordnung q = -1 für diese LP – Wellen nicht gibt, sind $LP_{0,p}$ – Wellen identisch mit den $HE_{1,p}$ – Wellen. Die HE_{11} – bzw. LP_{01} – Welle ist die Grundwelle der Stufenfaser.

Zur Darstellung der Modeneigenschaften benutzt man die als normierte Frequenz bezeichnete Größe V, die man folgendermaßen definiert;

$$V = ka\sqrt{n_k^2 - n_m^2} = \frac{2\pi}{\lambda}a\sqrt{n_k^2 - n_m^2} = \sqrt{u^2 + w^2}.$$
 (2.6)

Diese Größe wird V-Parameter, oder auch normierter Frequenzparameter genannt. Sie hängt von Kerndurchmesser und Brechzahlen der Faser in Kern und Mantel und auch von Lichtwellenlänge ab.

Die Phasenkonstante *B* fasst Ausbreitungskonstante β und Betriebswellenlänge λ mit den Brechungsindexes des Kerns und des Mantels zusammen

$$B = \frac{\left(\beta/k\right)^2 - n_m^2}{n_k^2 - n_m^2} = \frac{w^2}{V^2} = 1 - \frac{u^2}{V^2} \approx \frac{\left(\beta/k\right) - n_m}{n_k - n_m}.$$
(2.7)

Die Größe dieser Parameter bestimmt darüber, welche Moden sich in der Faser ausbreiten können.

Wenn der V-Parameter in Bereich $V \in [0...2.405]$ liegt, ist nur der so genannte Grundmode ausbreitungsfähig. Im Fall der Stufenindexfaser ist dies der HE_{11} – Mode. Wenn der Frequenzparameter V>2.405 ist, führt die Faser neben dem HE_{11} – Mode zuerst noch den HE_{21} – , H_{01} – und E_{01} – Mode [Jeu]. Ausbreitung optischer Signale in der Faser in verschiedenen Moden kann zur Interferenz zwischen diesen Moden führen und folglich zu Signalverzerrungen. Um die Signalverzerrungen zu vermeiden, benutzt man bei der Datenübertragung die Faser mit einem Faserparameter V<2.405, eine so genannte Einmodenoder Monomodefaser.

Die Feldverteilung des Grundmodus ergibt sich nach Gleichung (2.4) zu

$$E_{y}(r,\varphi,z) = E_{0}e^{-j\beta_{01}z} \cdot \begin{cases} J_{0}\left(u_{01}\frac{r}{a}\right) / J_{0}\left(u_{01}\right), & f\ddot{u}r \quad r \leq a \\ K_{0}\left(w_{01}\frac{r}{a}\right) / K_{0}\left(w_{01}\right), & f\ddot{u}r \quad r \geq a \end{cases}$$
(2.8)

wobei sich u_{01} und w_{01} durch die normierte Konstante B_{01} ausdrücken lassen.

$$B_{01}(V) \cong (1.1428 - 0.9960/V)^{2}$$

$$u_{01}(V) = V \cdot \sqrt{1 - B_{01}}$$

$$w_{01}(V) = V \cdot \sqrt{B_{01}}$$
(2.9)

Die Feldverteilung ist zylindersymmetrisch, die transversale elektrische Feldstärke hat ein Maximum auf der Achse und fällt im Mantelbereich annährend wie eine Exponentialfunktion ab.



r/a

Intensitätsverteilung *LP*₀₁-Modus über dem Faserquerschnitt einer Einmodenfaser.

Mit dem Begriff Dispersion bezeichnet man in der optischen Übertragung die Streuung der Laufzeiten eines gespeisten Signals über das Ensemble der geführten Moden oder über das im Signal enthaltene Wellenlängen- bzw. Frequenzspektrum. Sie äußert sich im allgemeinen durch eine Vergrößerung der zeitlichen Dauer von Impulsen bei ihrer Ausbreitung durch die optische Faser [Mar1]. Die chromatische Dispersion beruht auf der Gruppenlaufzeitstreuung innerhalb des einziggeführten Grundmodus über der Wellenlänge bzw. Frequenz. Die chromatische Dispersion kann man bezeichnen als

$$D = \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{1}{\nu_g} \right) = \frac{\partial^2 \beta}{\partial \lambda \partial \omega} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \frac{\partial^2 \beta}{\partial \omega^2}$$
(2.10)

wobei v_{g} eine Gruppengeschwindigkeit ist.

Die chromatische Dispersion ergibt sich als die Summe der Material- und der Wellenleiterdispersion. Die Ursachen der Materialdispersion können zurückgeführt werden auf Resonanzfrequenzen ω_i , bei denen Licht als elektromagnetische Strahlung von dem Material absorbiert wird. Die Materialdispersion von reinem Quarzglas hat bei $\lambda = 1276nm$ eine Nullstelle, für dotierte Gläser liegt diese bei $\lambda = 1,27...1,29\mu m$ [Fle]. Die Wellenleiterdispersion entsteht dadurch, daß sich die Feldausdehnung des Modus mit der Wellenlänge verändert. In Anwesenheit einer Wellenleiterstruktur mit der kleinen Brechzahldifferenz $\Delta = n_1 - n_2$ kann für die Wellenleiterdispersion geschrieben werden

$$D_{W} = -\frac{1}{\lambda c} \cdot \Delta \cdot V \cdot \frac{d^{2} \left(VB \right)}{dV^{2}}.$$
(2.11)

Durch geeignete Wahl von Δ und durch die Gestaltung des Brechzahlprofils kann der gewünschte resultierende Wert der chromatischen Dispersion *D* einstellt werden. Für eine Standardfaser bei $\lambda = 1550nm$ ergibt sich $D = 17 ps / (nm \cdot km)$.

Die PMD tritt aufgrund der Gruppenlaufzeitdifferenzen der beiden Polarisationszustände des Grundmodus in Einmodenfasern auf.

2.2 Beschreibung der Polarisation

Um das PMD-Problem genau zu erläutern, muss man einige mathematische Beschreibungen der Polarisation des Lichtes geben. Bei der Ausbreitung des Lichtes in der optischen Faser kann der Polarisationszustand sich ändern. Um den Polarisationszustand zu definieren, benutzt man den Jones-Vektor und Stokes-Vektor-Formalismus. Die Eigenschaften des Mediums beschreibt man mit Hilfe der Jones-Matrix und der Müller-Matrix. Graphisch lässt sich der Polarisationszustand mit Hilfe der Polarisationszustend.

2.2.1 Jones-Matrix und Jones-Vektor

Wie aus dem vorangegangenen Kapitel folgt, kann man das Feld des Grundmodes einer Einmodenfaser als transversale elektromagnetische Welle betrachten. Eine vollständig polarisierte elektromagnetische Welle und ihre Transformation beim Durchgang durch das optische Medium lässt sich durch die Jones-Matrix und den Jones-Vektor beschreiben werden [Jon].

Der Polarisationszustand der vorangegangenen ebenen Welle wird durch den komplexen Jones-Vektor beschrieben

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_0 e^{j(\omega_0 t - \beta_z)}.$$
(2.12)

hier ist ω_0 die Kreisfrequenz, und β ist die Ausbreitungskonstante.

Diese Gleichung kann man auch in zwei Bestandteile in den Koordinaten x und y zerlegen

$$\vec{E}(z,t) = \underline{\hat{E}}_{x}\vec{e}_{x} + \underline{\hat{E}}_{y}\vec{e}_{y} = e^{j(\omega_{0}t - \beta z)} \begin{bmatrix} E_{x}e^{j\varphi_{x}} \\ E_{y}e^{j\varphi_{y}} \end{bmatrix} = e^{j(\omega_{0}t - \beta z)} \begin{bmatrix} \cos\vartheta\cos\varepsilon + j\sin\vartheta\sin\varepsilon \\ \sin\vartheta\cos\varepsilon - j\cos\vartheta\sin\varepsilon \end{bmatrix}.$$
 (2.13)

Hier ist \mathcal{G} der Azimutwinkel und ε der Elliptizitätswinkel

Eine anschauliche Darstellung der Polarisation kann man in Form der Polarisationsellipse gewinnen.



Abbildung 2.1: Polarisationsellipse Darstellung.

Der komplexe Vektor

$$\underline{J} = \begin{bmatrix} \underline{E}_{x} \\ \underline{E}_{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{x} e^{j\varphi_{x}} \\ E_{y} e^{j\varphi_{y}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \vartheta \cos \varepsilon + j \sin \vartheta \sin \varepsilon \\ \sin \vartheta \cos \varepsilon - j \cos \vartheta \sin \varepsilon \end{bmatrix}$$
(2.14)

wird Jones-Vektor [Ass] genannt.

Der normierte Jones-Vektor, der in der Praxis gebräuchlich ist, lässt sich in folgender Form schreiben:

$$\underline{J} = \frac{1}{\sqrt{E_x^2 + E_y^2}} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y e^{j(\phi_y - \phi_x)} \end{bmatrix}$$
(2.15)

wobei $\varphi_x - \varphi_y$ eine relative Phasendifferenz zwischen den Feldkomponenten ist.

Mit verschiedenen Phasendifferenz und Größen E_x und E_y kann man beliebige Polarisationszustande der optischen Welle darstellen. Einige spezielle Polarisationen sind in Tabelle (2.1) zusammengefasst.

$E_{H} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$		$E_V = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	Ť
$E_P = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	A	$E_{\mathcal{Q}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	
$E_{R} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix}$	\bigcirc	$E_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix}$	Q

Tabelle 2.1Jones-Vektoren Polarisationszustände.

- H,V horizontale, vertikale Polarisation,
- P,Q $\pm 45^{\circ}$ lineare Polarisation,
- R,L rechts/links zirkulare Polarisation.

Für einen beliebigen Polarisationszustand \underline{J}_1 kann man einen anderen \underline{J}_2 finden, so dass die beiden orthogonal zueinander sind

$$\underline{J}_1^+ \underline{J}_2 = 0. (2.16)$$

Hier bedeutet "+" hermitesch konjugierter Vektor.

Diese Eigenschaft kann man leicht demonstrieren, indem man einige Polarisationen aus Tabelle (2.1) einsetzt:

$$E_{H}^{+} \cdot E_{V} = 0$$

$$E_{P}^{+} \cdot E_{Q} = 0 .$$

$$E_{R}^{+} \cdot E_{L} = 0$$
(2.17)

Der Effekt der Polarisationstransformation bei Durchgang über Optisches Medium lässt sich mit der 2×2 Jones-Matrix \underline{U} beschreiben. Dabei sind Eingangspolarisation \underline{J}_{ein} und Ausgangspolarisation \underline{J}_{aus} verbunden durch die Formel:

$$\underline{J}_{aus} = \underline{U}(\omega) \cdot \underline{J}_{ein}.$$
(2.18)

Wenn das optische Medium keine polarisationsabhängige Verluste (Dämpfungen) oder polarisationsabhängigen Verstärkungen hat, kann das Medium als unitäre Jones-Matrix in der Form:

$$\underline{U}(\omega) = \begin{bmatrix} \underline{u}_1(\omega) & \underline{u}_2(\omega) \\ -\underline{u}_2^+(\omega) & \underline{u}_1^+(\omega) \end{bmatrix}$$
(2.19)

mit

 $\left|\underline{u}_{1}(\boldsymbol{\omega})\right|^{2}+\left|\underline{u}_{2}(\boldsymbol{\omega})\right|^{2}=1$

beschrieben werden. Die komplexen Matrix-Elemente $\underline{u}_1(\omega)$ und $\underline{u}_2(\omega)$ sind frequenzabhängig. [Pol2].

2.2.2 Müller-Matrix und Stokes-Vektor

Verschiedene Polarisationszustände sind sehr übersichtlich darzustellen, wenn man den Stokes-Vektor $\vec{S} = \begin{bmatrix} S_0 & S_1 & S_2 & S_3 \end{bmatrix}^T$ und Poincaré-Kugel dafür benutzt [Hec]. Der Jones-Formalismus ist sehr gebräuchlich, wenn es sich um vollständig polarisiertes Licht handelt. Im Falle nicht vollständiger oder partieller Polarisation ist eines der Elemente des

Jones-Vektors $\underline{\hat{E}}_x$, $\underline{\hat{E}}_y$ und der Phasendifferenz $\varphi_x - \varphi_y$ nicht konstant, und der momentane Wert ist nicht identisch mit dem mittleren Wert.

Um partiell polarisiertes Licht zu beschreiben, verwendet man den Stokes-Vektor, dessen Elemente in dieser Form gegeben sind:

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle E_x^2 + E_y^2 \rangle \\ \langle E_x^2 - E_y^2 \rangle \\ 2 \langle E_x E_y \cos(\varphi_x - \varphi_y) \rangle \\ 2 \langle E_x E_y \sin(\varphi_x - \varphi_y) \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \underline{E}_x(t) \underline{E}_x^*(t) + \underline{E}_y(t) \underline{E}_y^*(t) \rangle \\ \langle \underline{E}_x(t) \underline{E}_x^*(t) - \underline{E}_y(t) \underline{E}_y^*(t) \rangle \\ \langle \underline{E}_x(t) \underline{E}_y^*(t) + \underline{E}_y(t) \underline{E}_x^*(t) \rangle \\ j \langle \underline{E}_x(t) \underline{E}_y^*(t) - \underline{E}_y(t) \underline{E}_x^*(t) \rangle \end{bmatrix}.$$
(2.20)

Jede Polarisation \vec{S} wird charakterisiert durch Azimutwinkel \mathcal{G} und Elliptizitätswinkel ε , denen ein Punkt auf der Poincaré-Kugel [Poi1], [Joh1] entspricht.



Abbildung 2.2: Darstellung der Polarisation auf Poincaré-Kugel.

- H,V horizontale, vertikale Polarisation,
- P,Q $\pm 45^{\circ}$ lineare Polarisation,
- R,L rechts/links zirkulare Polarisation.

Jedem Punkt auf der Oberfläche lässt sich eine bestimmte Polarisation zuordnen, der die "geometrische Länge" 2θ und "geometrische Breite" 2ε hat. Umgekehrt gehört auch eindeutig zu jeder Polarisation ein Punkt auf der Poincaré-Kugel.

Für den normierten Stokes-Vektor und die geometrische Position des Stokes-Vektors auf der Poincaré-Kugel gilt:

$$\vec{S}_{n} = \begin{bmatrix} S_{1,n} \\ S_{2,n} \\ S_{3,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\langle E_{x}^{2} - E_{y}^{2} \rangle}{\langle E_{x}^{2} + E_{y}^{2} \rangle} \\ \frac{2\langle E_{x}E_{y}\cos(\varphi_{x} - \varphi_{y}) \rangle}{\langle E_{x}^{2} + E_{y}^{2} \rangle} \\ \frac{2\langle E_{x}E_{y}\sin(\varphi_{x} - \varphi_{y}) \rangle}{\langle E_{x}^{2} + E_{y}^{2} \rangle} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(2\theta)\cos(2\phi) \\ \sin(2\theta)\cos(2\phi) \\ \sin(2\phi) \end{bmatrix}.$$
(2.21)

Der Polarisationsgrad (eng. Degree of Polarization, DOP) des Lichtes ist definiert als

$$DOP = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \,. \tag{2.22}$$

Wenn DOP=1 ist, ist das Licht vollständig polarisiert. Vollständig depolarisiertes Licht entspricht dem Stokes-Vektor $\vec{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ und wird als Mittelpunkt der Poincaré-Kugel dargestellt. Partiell polarisiertes Licht kann man sich als einen Punkt innerhalb der Kugelhülle vorstellen.

Analog zur Jones-Matrix im Jones-Formalismus kann man die 4×4 Müller-Matrix für den Stokes-Vektorraum verwenden. In diesem Fall werden Ausgangs- und Eingangsvektor in Stokes-Raum durch eine Müller-Matrix in folgender Form verbunden:

$$\vec{S}_{aus} = M\vec{S}_{ein} \,. \tag{2.23}$$

Wenn das Medium keine Verluste und Verstärkung hat, kann man die auf 3×3 Elemente reduzierte Müller-Matrix *G* und normierte Stokes-Vektoren $\vec{S} = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & S_3 \end{bmatrix}^T$ verwenden. Zum Beispiel kann man eine Polarisationstransformation betrachten, wenn die reduzierte Müller-Matrix eine Drehmatrix ist. Wenn die Eigenmoden der Drehmatrix parallel zum S_1 -Achse sind, kann man diese Matrix in Form schreiben:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}.$$
 (2.24)

Dann ergibt sich für $\vec{S}_{ein} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ eine Drehung um den Verzögerungswinkel φ :

$$\vec{S}_{aus} = G \cdot \vec{S}_{ein} = \begin{bmatrix} 0\\ \cos\varphi\\ \sin\varphi \end{bmatrix}.$$
(2.25)

2.2.3 Kohärenz-Matrix

Den Polarisationszustand kann man auch mit Kohärenz-Matrizen [Man], [Bor], [Wol] beschreiben. Damit lässt sich vollkommen polarisiertes und unpolarisiertes Licht modellieren.

Die Kohärenz-Matrix K lautet

$$\mathbf{K} = \left\langle \vec{E} \cdot \vec{E}^{+} \right\rangle = \begin{bmatrix} \left\langle \underline{E}_{x} \underline{E}_{x}^{*} \right\rangle & \left\langle \underline{E}_{x} \underline{E}_{y}^{*} \right\rangle \\ \left\langle \underline{E}_{y} \underline{E}_{x}^{*} \right\rangle & \left\langle \underline{E}_{y} \underline{E}_{y}^{*} \right\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix}.$$
(2.26)

Eine beliebige Kohärenz-Matrix kann man als die Summe von zwei Matrizen, die jeweils nur vollständig polarisiertes und vollständig unpolarisiertes Licht darstellen, beschreiben.

Die Spur von der Kohärenz-Matrix definiert die Intensität des Lichtes,

$$spur[\mathbf{K}] = K_{xx} + K_{yy} = \left\langle \underline{E}_{x} \underline{E}_{x}^{*} \right\rangle + \left\langle \underline{E}_{y} \underline{E}_{y}^{*} \right\rangle.$$
(2.27)

Kohärenz-Matrix und Jones-Matrix beschreiben die Umwandlung des teilpolarisierten Lichtes, das sich im linearen nicht depolarisierenden Medium ausbreitet. Für die Beschreibung der Ausbreitung des Lichtes durch ein depolarisierendes Medium wird die Müller-Matrix benutzt.

Für vollständig unpolarisiertes Licht gilt: $K_{xy} = K_{yx} = 0$ und $K_{xx} = K_{yy}$.

Für vollständig polarisiertes Licht gilt: $|K_{xy}| = \sqrt{K_{xx}K_{yy}}$ und damit folgt,

dass die Kohärenz-Matrix auch hermitesch ist,

$$\det(\mathbf{K}) = K_{xx}K_{yy} - K_{xy}K_{xy} = 0.$$
(2.28)

Im Fall des vollständig polarisierten Lichtes ist die Korrelation zwischen den beiden Polarisationsrichtungen perfekt.

Polarisationsgrad zusammen mit Kohärenz-Matrix wird als Beziehung der Intensität vollständig polarisiertes Licht zum vollen Lichtintensität definieren und wird in der Form

$$P = \sqrt{1 - 4 \frac{\det(\mathbf{K})}{\left[spur(\mathbf{K})\right]^2}}$$
(2.29)

beschrieben.

Die vier Stokes-Parameter $\vec{S} = (S_{0,}S_{1,}S_{2,}S_{3})^{T}$ sind mit den Elementen der Kohärenz-Matrix über

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{xx} + K_{yy} \\ K_{xx} - K_{yy} \\ K_{xy} + K_{yx} \\ j(K_{yx} + K_{xy}) \end{bmatrix}$$
(2.30)

verbunden.

Für die Beschreibung der Polarisation und deren Transformation in verlustfreien Medien benutzt man oft die 2×2 Spin Pauli-Matrizen [Mes], [Hua], [Gor1]

$$\sigma_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \sigma_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{bmatrix} 0 & -j \\ j & 0 \end{bmatrix}.$$
(2.31)

Der Zusammenhang zwischen Stokes-Parametern, Kohärenz-Matrix und Pauli-Spin-Matrizen ist durch

$$S_i = spur(\mathbf{K}\sigma_i), \quad i = 0, 1, 2, 3$$
 (2.32)

definiert. Umgekehrt gilt

$$\mathbf{K} = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{3} S_i \sigma_i \,. \tag{2.33}$$

Die Polarisationstransformation wird als 4×4 Müller-Matrix berechnet:

$$M_{ij} = \frac{1}{2} spur(J\sigma_i J^+ \sigma_j)$$
(2.34)

wobei J eine Jones-Matrix ist.

Die Kohärenz-Matrix kann man auch als Funktion des Jones-Vektors \underline{J} (2.14) darstellen:

$$\left\langle \underline{J} \cdot \underline{J}^{+} \right\rangle = \left\langle \begin{bmatrix} \underline{E}_{x} \\ \underline{E}_{y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{E}_{x}^{*} & \underline{E}_{y}^{*} \end{bmatrix} \right\rangle = \begin{bmatrix} \left\langle \underline{E}_{x} \underline{E}_{x}^{*} \right\rangle & \left\langle \underline{E}_{x} \underline{E}_{y}^{*} \right\rangle \\ \left\langle \underline{E}_{y} \underline{E}_{x}^{*} \right\rangle & \left\langle \underline{E}_{y} \underline{E}_{y}^{*} \right\rangle \end{bmatrix} = \mathbf{K} .$$

$$(2.35)$$

Dabei bezeichnet⁺ die Transposition einer Matrix.

Der Jones-Vektor wird im Polarisationsmedium transformiert, gemäß der Regel (2.18):

$$\underline{J}_{aus} = \underline{U}(\omega) \cdot \underline{J}_{ein}.$$

Die Kohärenz-Matrix wird wie folgt transformiert:

$$\mathbf{K}_{aus} = \left\langle \underline{U} \cdot \underline{J} \cdot \left(\underline{U} \cdot \underline{J} \right)^{+} \right\rangle = \left\langle \underline{U} \cdot \underline{J} \cdot \underline{J}^{+} \cdot \underline{U}^{+} \right\rangle = \underline{U} \cdot \left\langle \underline{J} \cdot \underline{J}^{+} \right\rangle \underline{U}^{+}$$
(2.36)

so dass gilt

$$\mathbf{K}_{aus} = \underline{U} \cdot \mathbf{K}_{ein} \cdot \underline{U}^+ \,. \tag{2.37}$$

Gleichung (2.37) ist die Hauptregel zur Ausbreitung teilweise polarisierten Lichtes durch ein linear nicht depolarisierendes optisches Medium.

2.3 Doppelbrechung

Der Effekt der Doppelbrechung in einer optischen Faser lässt sich durch Anisotropie der Faser erklären. Im isotropen Medium hängt die Ausbreitungskonstante β nicht von der Wellenausbreitungsrichtung ab ($\beta = konst$) während sie im anisotropen Medium β eine ortsabhängige Funktion ist $\beta = \beta(x, y, z)$, d.h. dass zwei orthogonale ebene Welle \vec{E}_x und \vec{E}_y unterschiedliche Phasen- und Gruppengeschwindigkeiten besitzen. Diese Eigenschaft der Abhängigkeit der Brechzahl von der Polarisationsrichtung wird in der Optik als Doppelbrechung bezeichnet.

Die Ursachen, die die Doppelbrechung in der Faser hervorrufen, können unterschiedlich sein.

Hauptursachen für die Doppelbrechung sind:

- Nicht ideal kreissymmetrische Faser aufgrund der Herstellung. Der Kern selbst ist nicht exakt rund, sondern leicht elliptisch.
- Mechanischer Druck;
- Krümmungen;
- Torsionen.

Auch Temperaturschwankungen beeinflussen die Doppelbrechung.



Abbildung 2.3: Optische Faser unter mechanischem Druck und Biegung.

Die Differenz zwischen den zwei Ausbreitungskonstanten für die beiden Eigenmoden ist ein Maß für die Polarisationsveränderung

$$\Delta\beta = \beta_x - \beta_y = \frac{\omega \cdot n_x}{c} - \frac{\omega \cdot n_y}{c} = \frac{\omega \cdot \Delta n}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta n .$$
(2.38)

Dabei ist

 ω - die Kreisfrequenz der Signale, c - die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum,

 λ - die Lichtwellenlänge;

Doppelbrechung kann den Polarisationszustand in der Faser ändern. Bei Ausbreitung zweier Eigenmoden in leicht doppelbrechender Faser wächst die

Phasendifferenz beiden Moden $\Delta \phi$ kontinuierlich mit der Faserlänge.



Abbildung 2.4: Die Doppelbrechung in der optischen Faser ändert die Eingangspolarisation von linear nach elliptisch, zirkular, elliptisch, linear,...

Ist die Phasendifferenz gleich 2π , so reproduziert sich der Polarisationszustand. Diese Länge L_B nennt man Schwebungslänge

$$L_{\rm B} = \frac{2\pi}{\Delta\beta} = \frac{\lambda}{\Delta n} \,. \tag{2.39}$$

Die Schwebungslänge L_B für eine einmodige Faser bei $\Delta n \approx 10^{-7}$ und $\lambda = 1550 nm$ entspricht $\approx 15m$. Für die stark doppelbrechende Faser liegt die Schwebungslänge im Bereich von 1-10mm; eine schwach doppelbrechende Faser besitzt eine Schwebungslänge von 100m und mehr [Nor].

Durch externe Einflüsse können die Polarisationseigenschaften der optisch doppelbrechenden Faser sehr stark variieren.

In einer doppelbrechenden Faser breitet sich Licht in einer schnellen und einer langsamen Achse mit unterschiedlichen Gruppengeschwindigkeiten aus. Die Differenz zwischen den Gruppengeschwindigkeiten ergibt den differenziellen Gruppenlaufzeitunterschied (differential group delay – DGD)

$$\Delta \tau = \frac{L}{\Delta \upsilon_g} = L \cdot \frac{d\Delta\beta}{d\omega} = \left(\frac{\Delta n}{c} + \frac{\omega}{c} \frac{d\Delta n}{d\omega}\right) L$$
(2.40)

wobei Δv_{g} die Differenz der Gruppengeschwindigkeiten in den beiden Eigenmoden ist.



Abbildung 2.5: Impulsaufspaltung aufgrund der Doppelbrechung.

Üblicherweise liegt die Größe $\frac{\Delta \tau}{L}$ im Bereich. 0.05...1 ps/\sqrt{km} .

Abbildung 2.5 zeigt Impulsverbreiterung aufgrund der Doppelbrechung.

Dieses Modell ist nur für die kurzen Strecken gültig, weil in längeren Strecken die Doppelbrechung nicht konstant ist und sich entlang der Faser mit der Zeit ändern kann.

Um die Polarisationstransformation in einer langen Faser zu analysieren, muss man die Faser in kurze Abschnitte Δl zerlegen.

Die Polarisationänderung im Faserstück Δl wird durch eine Jones-Matrix dj beschrieben, die nur infinitesimal von der Einheitsmatrix I abweicht

$$dj = \mathbf{I} - j\boldsymbol{\mu}(l)dl = \mathbf{I} - j \begin{pmatrix} \mu_{11}(l) & \mu_{21}(l) \\ \mu_{12}(l) & \mu_{22}(l) \end{pmatrix} dl .$$
(2.41)

Die Matrix $\mu(l)$ hat die Bedeutung einer lokalen längenbezogenen Änderungsrate der Polarisation.

Die Matrix $\mu(l)$ ist hermitesch, ihre Elemente $\mu_{11}(l), \mu_{12}(l), \mu_{21}(l), \mu_{22}(l)$ hängen vom lokalen Doppelbrechungseffekt ab.

Das Produkt aller Jones-Matrizen ergibt den gesuchten Polarisationszustand $\vec{E}(l)$

$$\vec{E}(l) = \prod_{k=0}^{l} dj(k) \cdot \vec{E}(0)$$
(2.42)

wobei $\vec{E}(0)$ der lokale Polarisationszustand bei l = 0 ist.

Ist ein doppelbrechendes Element homogen, so lassen sich seine Eigenschaften durch die Transformationsmatrix M

$$M = \begin{pmatrix} e^{j\omega\frac{\Delta\tau}{2}} & 0\\ & & \\ 0 & e^{-j\omega\frac{\Delta\tau}{2}} \end{pmatrix}$$
(2.43)

und die Rotationsmatrix R

$$R = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \cdot e^{-i\phi} \\ \sin\theta \cdot e^{i\phi} & \cos\theta \end{pmatrix}$$
(2.44)

beschreiben [Mar].

Die Gesamtübertragungsmatrix D wird in der Form

$$D = R \cdot M \cdot R^{-1} \tag{2.45}$$

angegeben.

Die Eigenvektoren $d^{(\pm)}$ der Matrix D lassen sich als Spaltenvektoren der Rotationsmatrix bestimmen.

$$d^{(+)} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta e^{i\phi} \end{pmatrix}$$

$$d^{(-)} = \begin{pmatrix} -\sin \theta e^{-i\phi} \\ \cos \theta \end{pmatrix}$$
(2.46)

Für $\phi = 0$ ist das Element linear-doppelbrechend, für ($\phi = \pm 90^\circ$, $\theta = 45^\circ$) ist das Element rechts- bzw. linkszirkular-doppelbrechend.

In allen anderen Fällen ist das Element elliptisch-doppelbrechend.

Für ein homogenes doppelbrechendes Element mit elliptischen Eigenmoden lässt sich eine Polarisationstransformation als Kreisbahn auf der Poincaré-Kugel darstellen.



Abbildung 2.6: Darstellung einer Polarisationstransformation als Kurve auf der Poincaré-Kugel.

Die Ebene, die man bei einem Schnitt entlang der Kreisbahn erhalten würde, steht senkrecht auf der Eigenmodenachse (d^+, d^-) .

Der Polarisationszustand $\vec{E}(l)$ ändert sich bei einer Änderung $\Delta \omega$ der Trägerfrequenz. Diese Änderung kann in der Form

$$\Delta \tau = \frac{\Delta \phi}{\Delta \omega} = L \cdot \frac{d\beta}{d\omega} \tag{2.47}$$

geschrieben werden.

2.4 Modenkopplungseffekt

Fasern für die optische Nachrichtentechnik sind gewöhnlich schwach führend, d.h. für ihre relative Indexdifferenz Δ zwischen Kern und Mantel gilt $\Delta \ll 1$. Als geführte Moden können nahezu vollkommen einheitlich linear polarisierte Felder gewählt werden. Diese Felder lassen sich in zwei orthogonale Moden (die sog. Polarisationsmoden) aufteilen. Störungen der Zirkularsymmetrie der Faser oder der Isotropie des Materials führen auch lokal zur Ausbildung zweier orthogonaler Polarisationsmoden, die unterschiedlichen Laufzeiten durch die Faser haben. Variieren die Störungen entlang der Faser, dann koppelt Licht zwischen den Polarisationsmoden hin und her.

Die Doppelbrechung ist in einer reellen einmodigen Faser nicht konstant, sondern ändert sich stochastisch entlang der Faser. Um diesen Effekt genauer zu verstehen, muss man sich die Faser in kleine Stücke zerteilt denken, in denen die Doppelbrechung jeweils konstant ist. Die modengekoppelte Struktur durch Kaskadierung von doppelbrechenden Elementen und die Impulsaufspaltung sind in der Abbildung 2.7 dargestellt.



Abbildung 2.7: Impulsaufspaltung aufgrund der lokalen Doppelbrechung im kaskadierten System.

Jedes Faserstück kann durch die Orientierung der Eigenmoden und eigene DGD ($\Delta \tau, \theta, \phi$) beschrieben werden. Die Gesamt-Jones-Matrix $U(\omega)$ dieses System muss alle DGDs und Orientierungen berücksichtigen

$$U(\omega) = \prod_{i=1}^{N} D_i(\omega) = \prod_{i=1}^{N} R_i M_i(\omega) R_i^{-1}.$$
(2.48)

Der Ausgangs Jones-Vektor kann in folgender Form geschrieben werden

$$\vec{E}_{aus}(\omega) = U(\omega)\vec{E}_{ein}(\omega).$$
(2.49)

Zufällige Modenkopplung und eine entsprechende Gesamt-PMD hängt besonders stark von der Temperatur ab, weil Temperaturschwankungen faserinterne Spannungen verursachen. Die Größe der PMD ist auch von der Zeit und der Trägerfrequenz abhängig; deshalb muss sie als ein stochastischer Prozess betrachtet werden.

Genauer wird der stochastische Charakter der PMD im folgenden Kapitel beschrieben.

2.5 Linearer elektrooptischer Effekt (Pockels-Effekt)

Es gibt Kristalle, die beim Anlegen eines elektrischen Feldes doppelbrechend werden. Dieser Effekt heißt elektrooptischer Effekt. Wenn die Änderung der Brechzahl linear proportional zum angelegten Feldstärke ist, spricht man vom linearen elektrooptischen Effekt (Pockels-Effekt), obwohl das Medium und damit der Effekt eigentlich nichtlinear ist. Das Wort "linear" bezieht sich hier auf die lineare Abhängigkeit des Suszeptibilitätstensors $\underline{\tilde{\chi}}$ vom elektrischen Feld.

Der Suszeptibilitätstensor der Lithiumniobatkristalle kann in der Form

$$\underline{\tilde{\chi}} = \underline{\tilde{\chi}}_0 + \underline{\tilde{\Delta}}$$
(2.50)

dargestellt werden.

Dabei repräsentiert $\underline{\tilde{\chi}}_0$ die Eigenschaften des unbeeinflußten Materials und $\underline{\tilde{\Delta}}$ die Änderungen durch das angelegte äußere elektrisches Feld. Die Änderungen des inversen dielektrischen Tensors durch den linearen elektrooptischen Effekt werden durch

$$\underline{\tilde{\Delta}} = \sum_{m=1}^{3} r_{Lm} E_m , \ L = 1...6$$
(2.51)

beschrieben, wobei r_{Lm} die Koeffizienten des linearen elektrooptischen Tensors und E_m die Komponenten des von außen angelegten elektrischen Feldes repräsentieren. Für die Kristalle LiNbO₃ mit der trigonaler Struktur 3m gilt

	0	$-r_{22}$	r_{13}^{-}
	0	r_{22}	r_{13}
ŵ –	0	0	r_{33}
$V_{3m} =$	0	r_{51}	0
	r_{51}	0	0
	$-r_{22}$	0	0

Die entsprechende Zahlenwerte der Koeffizienten sind in folgende Tabelle zusammengefasst[Yar], [Kam]. Die elektrooptischen Koeffizienten haben die Einheit $10^{-12} m/V$

Koeffizient	f<1MHz	f>1MHz
r_{13}	9,6	8,6
r ₂₂	6,8	3,4
r ₃₃	30,9	30,8
<i>r</i> ₅₁	32,6	28

In isotropen Medien ist die Phasengeschwindigkeit konstant.

Die Phasengeschwindigkeit ist definiert als Differentialquotient von z und t

$$\nu = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\underline{k}}.$$
(2.53)

 \underline{k} ist die Wellenzahl.

Ein Lichtstrahl, der in einen anisotropen Kristall einfällt, spaltet sich i.a. in zwei senkrecht zu einander linear polarisierte Strahlen auf, die sich unterschiedlich schnell durch den Kristall bewegen.

Dieses Phänomen bezeichnet man als *Doppelbrechung* des Kristalls. Die Achsen des so genannten *Indexellipsoids* geben die Größe der Brechungsindizes an.

Lithiumniobat ist die trigonale Kristallstruktur mit der Punktgruppe 3m, Kristalle dieser Gruppe sind optisch einachsig $(n_1^2 = n_2^2 = n_0^2, n_3^2 = n_e^2)$. Das Indexellipsoid für LiNbO₃ sieht so aus:

$$(x \quad y \quad z) \begin{pmatrix} \frac{1}{n_0^2} + \sum_{1}^{3} r_{1n} E_n & \sum_{1}^{3} r_{6n} E_n & \sum_{1}^{3} r_{5n} E_n \\ \sum_{1}^{3} r_{6n} E_n & \frac{1}{n_0^2} + \sum_{1}^{3} r_{2n} E_n & \sum_{1}^{3} r_{4n} E_n \\ \sum_{1}^{3} r_{5n} E_n & \sum_{1}^{3} r_{4n} E_n & \frac{1}{n_e^2} + \sum_{1}^{3} r_{3n} E_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 1$$
(2.54)

oder

$$(1/n_o^2 + r_{12}E_y + r_{13}E_z)x^2 + (1/n_o^2 + r_{22}E_y + r_{23}E_z)y^2 + (1/n_e^2 + r_{33}E_z)z^2 + 2(r_{42}E_y)yz + 2(r_{51}E_x)xz + 2(r_{61}E_x)xy = 1$$
(2.55)

2.6 Polarisationsregelung

Unter Polarisationsregelung versteht man eine automatisierte Polarisationszustandtransformation von einem beliebigen Punkt auf der Poincaré-Kugel zu einem anderen beliebigen Punkt auf der Poincaré-Kugel. Polarisationsregelung ist sehr wichtig in optischen Übertragungssystemen. Bei kohärenten optischen Systemen muss der Polarisationszustand der angekommenen optischen Welle an den der Lokallaser Lichtwelle angepasst werden. Die erwünschte Überlagerung der Empfangslichtwelle mit einer lokalen Lichtquelle ist nur bei aneinander angepassten Polarisationszuständen konstruktiv. Eine Änderung der Polarisationszustände wird bei mehreren Aufgaben benötigt, dazu zählen:

- 1. Polarisationsmodendispersionskompensation in Übertragungsstrecken (PMD-Kompensation)
- 2. Polarisationsmodulation für Polarisationsscrambling
- 3. Polarisationsregelung im Empfänger z.B. in Polarisationsmultiplex-Systemen
- 4. Polarisationsanpassung in optische Sensoren

Um eine endlose Polarisationsregelung zu realisieren, braucht man einen passenden Polarisationsregler. Unter Begriff endlose Polarisationsregelung versteht man eine solche

Polarisationsregelung, bei der die Regelungselemente mit ihrem begrenztem Regelbereich eine beliebige Polarisationstransformation ermöglichen. Um eine endlose Polarisationstransformation zu realisieren müssen einige problematische Regelelemente zurückgesetzt werden, wenn sie sich ihrem physikalischen Grenzbereich nähern.

Solche Prozeduren heißen Rücksetzprozeduren [Ulr2], [Wal1], [Noé2], [Noé3]. Polarisationsregler kann man in folgende Gruppen einteilen:

- 1. Mechanische Polarisationsstellglieder
- 2. Elektrische Polarisationsstellglieder
- 3. Magnetische Polarisationsstellglieder
- 4. Wärmegesteuerte Polarisationsstellglieder

Mechanische Polarisationsstellglieder sind z.B. Faserquetscher [Kra1], rotierende Verzögerungsplatten [Ima1], Faserbiegungen [Oko1], [Oko2] oder piezokeramische Zylinder mit Polarisationserhaltender Faser [Wal1]. Sie können so dimensioniert werden, dass sie als Viertelwellenlängenplatte (QWP) oder als Halbwellenlängenplatte (HWP) betrachtet werden können.

Trotz der prinzipiellen Möglichkeit zur Verwendung dieser Regler für eine Endlospolarisationsregelung, kann man diese nur selten für eine langsamere Polarisationsregelung benutzen.

Die größte Nachteile für mechanische Polarisationsregelungselementen sind Materialalterung und eine sehr kleine Regelgeschwindigkeit.

In der Praxis benutzt man rotierende Faserspulen, die als HWP oder als QWP aufgewickelt sind. Diese Faserspulen haben einstellbaren Eigenvektoren und eine feste relative Phasenverzögerung der langsameren gegenüber dem schnelleren Eigenmoden [Wal1].

Nematische und smektische Flüssigkristalle (Deformed Helix Ferroelectric Liquid Cristalls (DHF-FLC) können auch für Zwecke der endlosen Polarisationsregelung in der optischen Übertragung benutzt werden [Mir1], [Hin1], [Asc1], [Ber1].

Die FLCs sind nicht-mechanische Polarisationstransformatoren.

Gegenüber zu den Faserspulen FLCs besitzen feste Eigenvektoren und eine einstellbare Phasenverzögerung. In der Praxis hat jede FLC eine begrenzte Phasenverzögerung, und um damit eine endlose Polarisationsregelung zu realisieren, muss man solche FLCs in Kette kombinieren. Es wurde theoretisch nachgewiesen, dass man für eine vollständige Modenkonversion wurde 6 FLC benötigt [Noé1].

Zu den Nachteilen von FLC für faseroptische Systeme zählen:

- 1. Spannungsabhängige Signaldämpfung.
- 2. Zeitliche Instabilität
- 3. Im Vergleich zu LiNbO₃-Kristallen sind FLC relativ langsam. Die typische Zeitkonstante für DHF beträgt ca. 200µs.

Deshalb wurden FLC bislang nicht zur Polarisationsregelung verwendet.

Zu den Vorteilen von FLC gegenüber LiNbO₃ zählen die kleinen Aussteuerspannugen von 0 bis 10 Volt für FLC gegenüber bis zu 100 Volt für LiNbO₃.

Eine wichtige Rolle in Polarisationsübertragungsystemen spielen Ti:LiNbO₃-Bauelemente.

Auf Basis dieser Kristalle lassen sich verschiedene optische Komponente z.B. Modulatoren, Polarisationsregler, Schalter, Polarisationsmodendispersionskompensatoren (PMDC) aufbauen.

Für die Ti:LiNbO₃ bleibt der lineare elektro-optische Effekt (Pockels-Effekt) des LiNbO₃ erhalten (s. Kapitel 2.5).

Lithiumniobat betrachtet man als ein verlustfreies elektrisch anisotropes und magnetisch isotropes ($\mu = \mu_0$) Medium.

Für die Polarisationsregelungszwecke, also PMD-Messung und Kompensation, werden nun zwei verschiedene Konfigurationen vorgestellt.

Die erste ist ein x-Schnitt Ti:LiNbO₃-Bauelement mit z-Ausbreitungsrichtung mit isotropem Wellenleiter, der parallel zur z-Achse orientiert ist [Tha1], [Tha2].



Abbildung 2.8: TE-TM-Modentransformator mit 3 abgetrennten Elektroden für die effektive Phasenschiebung und Modenkonversion.

Der Polarisationsregler besitzt drei Elektroden, eine direkt über dem Wellenleiter und zwei flankierende. Es werden zum Betrieb zwei unabhängige Steuerspannungen V_b und V_c angelegt.

Die zwischen die beiden äußeren Elektroden angelegte Spannung V_b erzeugt ein Feld in y-Richtung und erzeugt über r_{22} eine Phasendifferenz in den Ausbreitungskonstanten:

$$\Delta n_{\rm TM} \propto + \frac{1}{2} n_0^3 r_{22} E_y, \qquad (2.56)$$

$$\Delta n_{\rm TE} \propto -\frac{1}{2} n_0^3 r_{22} E_y \,, \tag{2.57}$$

$$\delta = \left(\Delta n_{TE} - \Delta n_{TM}\right) \sim n_0^3 r_{22} E_y \,. \tag{2.58}$$

Wenn man die Spannung V_c hinzuschaltet, erzeugt V_c ein vertikales elektrisches Feld und einer Modenkopplung von TE- und TM-Moden über den Koeffizienten r_{61} (= $-r_{22}$)

$$k \sim n_0^3 r_{22} E_x.$$
 (2.59)

Beide elektrische Felder werden gleichzeitig an den Kristall angelegt und der entsprechende Orientierungswinkel des linearen Retarders wird in der Form

$$\tan\left(d_{2}\right) = \frac{k}{\delta} \sim \frac{E_{x}}{E_{y}} \tag{2.60}$$

angegeben.

Die Verzögerung beträgt

$$d_1 = 2\sqrt{k^2\delta^2}L, \qquad (2.61)$$

wobei L die Länge einer Elektrode ist. Aus (2.60) und (2.61) folgt:

$$E_{y} \sim d_{1} \cos\left(d_{2}\right) \tag{2.62}$$

$$E_x \sim d_1 \sin(d_2). \tag{2.63}$$

Legt man beide Spannungen an den Kristall, ermöglicht das eine gleichzeitige Einstellung von Verzögerungswinkel und Orientierungswinkel.

Wenn diese zwei Spannungen gleichzeitig an den Kristall angelegt werden, wird eine Verzögerung

$$\varphi = \sqrt{\varphi_{MC}^2 + \varphi_{PS}^2} \sim \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$
(2.64)

von (2.62) und (2.63) zwischen linearen polarisierten Eigenmoden erzeugt, die durch den normierten Stokes-Vektor

$$\pm \left[\frac{\varphi_{PS}}{\varphi} \quad \frac{\varphi_{MC}}{\varphi} \quad 0\right]^T \tag{2.65}$$

gegeben ist. Weil die Eigenmoden in der $S_1 - S_2$ -Ebene im Stokes-Raum liegen, ist die beste Eingangspolarisation zirkular $\begin{bmatrix} 0 & 0 & \pm 1 \end{bmatrix}^T$. In der Praxis ist es nicht der Fall, aber man kann mit einer $\frac{\lambda}{4}$ Platte eine beliebige feste Polarisation in eine zirkulare Polarisation umwandeln. Mathematisch kann man den resultierenden Vektor \vec{S}_{SC} in der Form

$$\vec{S}_{SC} = \begin{bmatrix} \frac{\varphi_{PS}^2}{\varphi^2} + \frac{\varphi_{MC}^2}{\varphi^2} \cos\varphi & \frac{\varphi_{PS}\varphi_{MC}}{\varphi^2} (1 - \cos\varphi) & \frac{\varphi_{MC}}{\varphi} \sin\varphi \\ \frac{\varphi_{PS}\varphi_{MC}}{\varphi^2} (1 - \cos\varphi) & \frac{\varphi_{MC}^2}{\varphi^2} + \frac{\varphi_{PS}^2}{\varphi^2} \cos\varphi & -\frac{\varphi_{PS}}{\varphi} \sin\varphi \\ -\frac{\varphi_{MC}}{\varphi} \sin\varphi & \frac{\varphi_{PS}}{\varphi} \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \pm 1 \end{bmatrix}$$
(2.66)

angeben. Ein x-Schnitt, z-Ausbreitungsrichtung Ti:LiNbO₃-Bauelement kann beschrieben werden als drehbare lineare Wellenplate. Er wird auch als Soleil-Babinet Compensator (SBC) bezeichnet.

Die SBC-Eigenmoden liegen auf dem $S_1 - S_2$ Kreis und sind linear polarisiert. Für SBC lauten Jones-Matrix und Müller-Matrix mit Eigenmoden:

$$J = \begin{bmatrix} \cos \delta/2 + jV_1 \sin \delta/2 & j \sin 2\theta \sin \delta/2 \\ j \sin 2\theta \sin \delta/2 & \cos \delta/2 - j \cos 2\theta \sin \delta/2 \end{bmatrix},$$

$$E = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix},$$
(2.67)
(2.68)

$$R = \begin{bmatrix} \frac{(1+\cos 4\vartheta) + (1-\cos 4\vartheta)\cos \delta}{2} & \frac{\sin 4\vartheta(1-\cos \delta)}{2} & \sin 2\vartheta \sin \delta \\ \frac{\sin 4\vartheta(1-\cos \delta)}{2} & \frac{(1-\cos 4\vartheta) + (1+\cos 4\vartheta)\cos \delta}{2} & -\cos 2\vartheta \sin \delta \\ -\sin 2\vartheta \sin \delta & \cos 2\vartheta \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix},$$
(2.69)

$$V = \begin{bmatrix} \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \\ 0 \end{bmatrix}.$$
 (2.70)

Ein $SBC(\delta, 2\theta)$ kann eine zirkulare Eingangspolarisation $[0, 0, \pm 1]$ endlos in eine beliebige andere Polarisation transformieren [Noé1], [Noé2].

Ein $SBC(\delta, 2\vartheta)$ besitzt einen begrenzte Verzögerungswinkel $0 \le \delta \le \pi$ und eine endlosvariable Orientierung $-\infty < 2\vartheta < +\infty$ der Eigenmoden auf $S_1 - S_2$ Ebene der Poincaré-Kugel.

In der Praxis verwendet man mehrere Elektroden auf einem Kristall, damit erhält man eine Reihe Polarisationstransformatoren.



Abbildung 2.9: Schematische Darstellung eines Polarisationstransformators mit mehreren Sektionen

Die Elektrodenpaare mit den Spannungen $(V_1-V_2), (V_3-V_4), (V_5-V_6), (V_7-V_8)$ bilden 4 einzelne QWP.

Wenn man nebeneinander liegende Elektroden kombiniert, z.B. V_1 mit V_3 und V_2 mit V_4 , so erhält man einen SBC.

Mit einem derartigem Kristall lässt sich also eine Polarisationsregelung oder ein optischer Scrambler aufbauen.

Die zweite für die Praxis wichtige Kristallkonfiguration ist eine Kammstruktur im Ti:LiNbO₃-Bauelement mit x-Schnitt und y-Ausbreitungsrichtung.

Das Funktionsprinzip kann man als räumliche periodische Modenkopplung zwischen Wellen mit verschiedenen Ausbreitungskonstanten beschreiben [Hei2].

Alle Elektrodenkämme besitzen eine räumliche Periode Λ . Zinken und ihre Zwischenräume sind demnach jeweils etwa $\Lambda/4$ breit. Aufeinanderfolgende Zinken einer Signalelektrode haben als Abstand ganzzahlige Vielfache von Λ . Idealerweise ist die Elektrodenperiode Λ gleich der Schwebungslänge $L_B = \lambda/|n_e - n_o|$ zwischen TE- und TM- Wellen. Die Quadraturelektrode (Spannung U_{2x}) ist gegenüber der In-Phase-Elektrode (Spannung U_{1x}) in Ausbreitungsrichtung um $\Lambda/4$ verschoben. Das wird dadurch erreicht, dass die Masseelektrode zwischen Kämmen verschiedener Signalelektroden abwechselnd um $\Lambda/4$ und um $3\Lambda/4$ verbreitert ist. [Noé4].

Der typische Wert von Λ beträgt für $\lambda = 1550nm$ beträgt $\approx 21\mu m$. Der Kopplungskoeffizient χ berechnet sich nach der Formel (2.71):

$$\chi = \Gamma \frac{\pi}{\lambda} n^3 r_{51} \frac{U}{g} \,. \tag{2.71}$$

Dabei ist

- *n* ein Brechungsindex (geometrisches Mittel von n_o und n_e [Sos1]),
- *U* eine angelegte Spannung und
- g der Elektrodenabstand $g \approx 3...5 \mu m$ [Alf2].

Der Faktor $\Gamma \approx 0.16$ [Alf1] berechnet sich aus dem Überlappungsintegral zwischen den TEund TM-Modenfeldern und dem angelegten elektrischen Feld.



Abbildung 2.10: Schematische Darstellung eines PMD-Kompensators im Ti:LiNbO₃ Bauelement mit x-Schnitt und y-Ausbreitungsrichtung

Die Jones Matrix für einen Wellenleiter-Abschnitt kann in der Form

$$J = \begin{bmatrix} \cos \varphi / 2 & j \cdot e^{j \arg(U_{1x} + jU_{2x})} \cdot \sin \varphi / 2 \\ j \cdot e^{-j \arg(U_{1x} + jU_{2x})} \cdot \sin \varphi / 2 & \cos \varphi / 2 \end{bmatrix}$$
(2.72)

angegeben werden

wobei
$$\varphi \sim \sqrt{U_{1x}^2 + U_{2x}^2}$$
 (2.73)

eine Verzögerung ist.

Die Eigenmode

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} 1 \\ (-U_{1x} + jU_{2x}) / \sqrt{U_{1x}^2 + U_{2x}^2} \end{bmatrix}$$
(2.74)

(und die zweite, dazu orthogonale) liegt auf dem $S_2 - S_3$ Kreis der Poincaré-Kugel und kann beliebig orientiert werden.


Dieses Bauelement besitzt eine große PMD, weil $\Delta n = n_e - n_o \approx 0.07$ ist. Die DGD für diesen Kristall beträgt deshalb

$$\frac{d\tau}{dz} = \frac{\Delta n}{c} \approx 0.25 \ ps/mm \,. \tag{2.75}$$

Wenn man mehrere solche Modenwandler kaskadiert, erhält man einen idealen PMD-Kompensator [Noé5].

Ein Ti:LiNbO₃-Bauelement-Kristall mit x-Schnitt und y-Ausbreitungsrichtung kann auch beschrieben werden als drehbare lineare Wellenplatte, ein so genanntes Soleil-Babinet-Analog (SBA).

Die SBA-Eigenmoden liegen auf dem $S_2 - S_3$ -Kreis.

Jones-Matrix und Müller-Matrix mit Eigenmoden lauten für das SBA

$$J = \begin{bmatrix} \cos \delta/2 & j e^{j2\theta} \sin \delta/2 \\ j e^{-j2\theta} \sin \delta/2 & \cos \delta/2 \end{bmatrix},$$

$$\vec{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j2\theta} \end{bmatrix},$$
(2.76)
(2.77)

$$R = \begin{bmatrix} \cos \delta & -\sin 2\theta \sin \delta & \cos 2\theta \sin \delta \\ \sin 2\theta \sin \delta & \frac{(1+\cos 4\theta)+(1-\cos 4\theta)\cos \delta}{2} & \frac{\sin 4\theta(1-\cos \delta)}{2} \\ -\cos 2\theta \sin \delta & \frac{\sin 4\theta(1-\cos \delta)}{2} & \frac{(1-\cos 4\theta)+(1+\cos 4\theta)\cos \delta}{2} \end{bmatrix},$$
(2.78)

$$V = \begin{bmatrix} 0\\ \cos 2\theta\\ \sin 2\theta \end{bmatrix}.$$
 (2.79)

Ein $SBA(\delta, 2\vartheta)$ kann eine lineare x- oder y- Eingangspolarisation $[\pm 1, 0, 0]$ endlos in eine beliebige andere Polarisation transformieren [Noé1], [Noé2].

Ein *SBA*(δ , 2 ϑ) besitzt einen begrenzte Verzögerungwinkel $0 \le \delta \le \pi$ und eine endlosvariable Orientierung der Eigenmoden in der $S_2 - S_3$ -Ebene der Poincaré-Kugel.

Kapitel 3

Beschreibung der Polarisationsmodendispersion

In langen Einmodenfasern werden aufgrund zahlreicher Doppelbrechungseffekte optische Signale verzerrt. Solche Formen der Pulsverbreiterung über eine Faserstrecke mit zufallsverteilter Doppelbrechung werden als Polarisationsmodendispersion (PMD) bezeichnet [Pol2].

In folgenden werden verschiedene PMD-Modelle beschrieben. Das historisch gesehen erste Modell zur PMD Beschreibung ist das so genannte Konzept der Hauptpolarisationzustände (eng. PSP) von Poole und Wagner. Die Darstellung von PMD auf der Poincaré-Kugel ergibt den PMD-Vektor (Dispersionsvektor) [Fos].

3.1 PMD Definition als PSP Modell

Man kann zeigen, dass für eine doppelbrechende Faser zwei Eingangspolarisationen existieren, die sich mit verschiedenen Gruppengeschwindigkeiten in der optischen Faser ausbreiten. Man nennt sie Hauptpolarisationen. Diesen Eingangspolarisationen werden in erster Ordnung bezüglich der Frequenz unverändert am Ausgang der Faser erscheinen.

Eine Faser mit PMD lässt sich durch eine frequenzabhängige unitäre Jones-Matrix

$$\underline{U}(\omega) = \begin{bmatrix} \underline{u}_1(\omega) & \underline{u}_2(\omega) \\ -\underline{u}_2^*(\omega) & \underline{u}_1^*(\omega) \end{bmatrix}$$
(3.1)

mit

$$\left|\underline{u}_{1}\left(\omega\right)\right|^{2}+\left|\underline{u}_{2}\left(\omega\right)\right|^{2}=1,$$
(3.2)

$$\underline{U}^{H}(\omega) \cdot \underline{U}(\omega) = 1, \qquad (3.3)$$

beschreiben.

Im betrachteten Medium nimmt man an, dass die Faser keine polarisationsabhängige Verluste oder Verstärkungen hat. In diesem Fall lässt sich die frequenzabhängige Ausgangspolarisation in folgender Form schreiben:

$$\vec{e}_{aus}(\omega) = e^{-j\beta(\omega)z} \cdot \underline{U}(\omega) \cdot \vec{e}_{ein}.$$
(3.4)

Dabei ist $\beta(\omega)$ die Ausbreitungskonstante und \vec{e}_{ein} , $\vec{e}_{aus}(\omega)$ stellen Eingangs- und Ausgangs-Jones-Vektor dar.

Für dieses Medium werden Hauptpolarisationen $\vec{e}_{ein\pm}$, sowie Gruppenlaufzeiten den beiden Hauptpolarisationen $\tau_{e\pm}$ gesucht.

Diese lassen sich aus der Eigenwertegleichung

$$\left[\underline{U}'(\omega) - ik\underline{U}(\omega)\right] \cdot \vec{e}_{ein} = 0 \tag{3.5}$$

bestimmen.

Die gesuchten Eigenwerte haben die Form

$$k_{\pm} = \pm \sqrt{\left|\underline{u}_{1}'(\omega)\right|^{2} + \left|\underline{u}_{2}'(\omega)\right|^{2}} .$$

$$(3.6)$$

Einsetzen der gefundenen Eigenwerte in Gleichung (3.5) liefert die entsprechenden Eigenvektoren

$$\vec{e}_{ein\pm} = e^{j\rho} \begin{bmatrix} \underline{\left[\underline{u}_{2}'(\omega) - ik_{\pm}\underline{u}_{2}(\omega)\right]} \\ D_{\pm} \\ -\underline{\left[\underline{u}_{1}'(\omega) - ik_{\pm}\underline{u}_{1}(\omega)\right]} \\ D_{\pm} \end{bmatrix}, \qquad (3.7)$$

wobei ρ eine beliebige Phase ist und

$$D_{\pm} = \sqrt{2k_{\pm}^2 - 2k_{\pm} \operatorname{Im}\left[\underline{u}_1^*(\omega) \cdot \underline{u}_1'(\omega) + \underline{u}_2^*(\omega) \cdot \underline{u}_2'(\omega)\right]}$$
gilt.
(3.8)

Die Hauptpolarisationen $\vec{e}_{ein+}^H \cdot \vec{e}_{ein-} = 0$ sind orthogonal zueinander.

Jede Eingangspolarisation kann in zwei Hauptpolarisationen aufgeteilt werden, und jeder Teil breitet sich mit der entsprechende Gruppenlaufzeit τ_{g-} und τ_{g+} aus. Daraus folgt, dass das DGD $\Delta \tau_g(\omega)$ immer zwischen τ_{g+} und τ_{g-} schwankt. Der Laufzeitunterschied $\Delta \tau_g(\omega)$ ist die Differenz der gefundenen Eigenwerte

$$\Delta \tau_g(\omega) = \left|\tau_+ - \tau_-\right| = 2\sqrt{\left|\underline{u}_1'(\omega)\right|^2 + \left|\underline{u}_2'(\omega)\right|^2} .$$
(3.9)

Die Eigenvektoren sind für polarisationserhaltende Fasern (polarization-maintaining fiber, PMF) gleich den Hauptpolarisationen.

Alternativ zur PMD-Charakterisierung mit Hilfe der Jones-Matrix kann man die PMD-Eigenschaften durch den Dispersionsvektor $\vec{\Omega}(\omega)$ oder PMD-Vektor im Stokes-Raum beschreiben. [Fos].

Den Dispersionsvektor $\vec{\Omega}(\omega)$ nennt man auch Rotationsvektor, weil er eine anschauliche Darstellung der Veränderung der Ausgangspolarisationszustände (eng. SOP) als Funktion der Trägerfrequenz liefert

$$\frac{\partial \vec{S}_{aus}}{\partial \omega} = \vec{\Omega}(\omega) \times \vec{S}_{aus} \,. \tag{3.10}$$

Der Betrag des Rotationsvektors $\Delta \tau = |\vec{\Omega}|$ ist die DGD zwischen Hauptpolarisationszuständen.

Die Werte $\pm \frac{\vec{\Omega}}{\left|\vec{\Omega}\right|}$ sind Hauptpolarisationen der PMF.

Die Richtung des PMD-Vektors $\vec{\Omega}$ stimmt mit der Richtung der schnellen PSP überein. [Nel1]. In Abbildung 3.1 wird die SOP-Änderung in konstant doppelbrechender Faser bei Trägerfrequenzänderung gezeigt.



Abbildung 3.1: Ausgangspolarisationsveränderung aufgrund der PMD.

In einer realen Faser mit zufälligen Modenkopplungen sind DGD und PSP nicht konstant und ändern sich mit der Trägerfrequenz, Temperatur, etc.

Gleichung (3.11) beschreibt den ortsabhängigen Verlauf der Ausgangspolarisationszustände bei fixierter Senderfrequenz

$$\frac{\partial \vec{S}_{aus}}{\partial z} = \vec{W}(z,\omega) \times \vec{S}_{aus}.$$
(3.11)

Dabei repräsentiert $\vec{W}(z,\omega)$ die lokale Doppelbrechung. Der gesamte Doppelbrechungsvektor $\vec{W}(z,\omega)$ kann als die Summe von drei verschiedenen Vektoren, die einzelne lokale Doppelbrechungseffekte darstellen, beschrieben werden [Ulr]

$$\vec{W}(z,\omega) = \vec{\beta}_C(z,\omega) + \vec{\beta}_S(z,\omega) + \vec{\alpha}(z,\omega).$$
(3.12)

Hierbei ist $\vec{\beta}_c$ eine Doppelbrechungsvektor aufgrund nicht zirkularer Form des Faserkerns, $\vec{\beta}_s$ wird durch die mechanische Spannung verursacht und $\vec{\alpha}$ durch die elastische Verdrehung der optischen Faser.

Für den Stufenindex-Lichtwellenleiter (LWL) wurde die induzierte Doppelbrechung in der folgende Form [Sny] berechnet:

$$\left|\vec{\beta}_{C}(z,\omega)\right| \approx \beta_{C,\max} = 0.13 \left(e^{2} / b\right) \left(2\Delta\right)^{3/2}.$$
(3.13)

In dieser Gleichung ist $e^2 = 1 - b^2/a^2$, wobei *b* und *a* kleine und grosse Halbachsen des Faserkerns sind und $\Delta = 2.3 \times 10^{-3}$ die relative Brechzahldifferenz zwischen Kern und Mantel ist.

Der mechanische Spannungszustand im Bereich des Faserkerns ist durch einen Spannungstensor $\sigma_{ik}(x, y, z)$ beschreibbar [Nye]. Er bewirkt über den elasto-optischen Effekt eine Störung $\delta \varepsilon_{ik}(x, y, z)$ des dielektrischen Tensors, und resultiert daraus die Doppelbrechung $\vec{\beta}_s$

$$\vec{\beta}_{S} = -\frac{\pi \bar{n}^{3}}{\lambda E} (p_{11} - p_{12})(1 + \nu) (\sigma_{11} - \sigma_{22}).$$
(3.14)

Um die Größenordnung des Effektes zu illustrieren, wird eine runde Quarzglasfaser mit der aufgrund innerer Spannungen maximal möglichen Spannungs-Anisotropie $(\sigma_{11} - \sigma_{22})$ betrachtet. Letztere lässt sich grob abschätzen als $\sigma_{max} \approx \Delta \tilde{\alpha} \cdot \Delta T \cdot E$. Dabei ist $\Delta \tilde{\alpha}$ die Differenz der linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten der beteiligten Materialien, ΔT ist die Differenz von Erstarrungstemperatur (bei der Faserherstellung) und Umgebungstemperatur, und *E* ist ein mittlerer Elastizitätsmodul. Mit $\Delta \alpha \approx 10^{-6} K^{-1}$ und $\Delta T \approx 10^3 K$ sowie $E \approx 7 \cdot 10^7 N/m^2 \approx 700$ bar, ein Wert, der etwa 2 Größenordnungen unter der theoretischen Zerreißfestigkeit von Quarzglas liegt [Bac]. Für $\lambda = 1.53 \mu m$ Wellenlänge und mit den Materialkonstanten [Gra] von Quarzglas $(p_{11} - p_{12}) = -0.15$ und $\nu = 0.17$ ergibt sich eine relative Doppelbrechung $\beta_S/\beta \approx 0.002$, entsprechend einer Polarisations-Schwebungslänge von ≈ 1 mm.

Die in der Praxis gemessene Schwebungslänge einer PMF beträgt ≈ 2 mm bei 1550 nm Wellenlänge.

Bei der Biegung einer Faser entsteht eine transversale elastische Spannung im Kernbereich, die die Doppelbrechung induziert wie eine von außen wirkende Querkraft. Im gebogenen Zustand ist die "äußere" Hälfte des Faserquerschnitts gedehnt (Abb. 3.2), die innere gestaucht.



Abbildung 3.2: Gebogene Faser. R_B -Krümmungsradius, $R_0 \approx 125 \mu m$ -Faserradius

Dieser transversale Druck zwischen den beiden Faserhälften induziert Doppelbrechung. Unter der Vorraussetzung, dass die Faser elastisch homogen und isotrop sei, ergibt sich die Größe der Biegedoppelbrechung als [Ulr3]

$$\Delta\beta = \frac{\pi\bar{n}^3}{2\lambda} (p_{11} - p_{22}) (1 + \nu) \left(\frac{R_0}{R_B}\right)^2.$$
(3.15)

Für eine Faser, die zu einer Spule mit Radius R_B gebogen ist, kann die Verzögerung ausgedrückt werden als

$$\delta = \gamma_B \left(\frac{R_0}{R_B}\right)^2 \left(\frac{2\pi R_B N}{\lambda}\right) \tag{3.16}$$

mit einer dimensionslosen Materialkonstanten $\gamma_B = (\pi/2)\overline{n}^3 (p_{11} - p_{12})(1+\nu) \approx 0.86$ für Quarzglas. Die schnelle Achse dieser Doppelbrechung liegt parallel zum Krümmungsradius. Wird sie mit $R_B = 2$ cm gebogen, bewirkt bei der Betriebswellenlänge $\lambda = 1.53$ µm eine Biegedoppelbrechung von $\Delta\beta \approx 5.4$ rad/m.

Bei $\lambda = 1.53 \mu m$ ergeben N Windungen mit Radius R_B eine Verzögerung von

$$\delta \approx 0.055 \cdot \frac{N}{R_B} \,. \tag{3.17}$$

Die mit elastischer Verdrillung verbundene Scherspannung induziert in Einmodenfasern zirkulare Doppelbrechung, also eine Differenz der Ausbreitungskonstanten rechts- und links-zirkularer Polarisationsmoden.

Unabhängig vom speziellen Indexprofil der Faser erhält man [Ulr]

$$\vec{\alpha} = -\overline{n}^2 (p_{11} - p_{22}) w_{TE} \,. \tag{3.18}$$

Die Torsionsrate der Faser ist $w_{TE} = \theta/L$, und das Ausgangsazimut dreht sich um den Winkel $\theta = \vec{\alpha}L/2$, wobei *L* der Länge einer geradlinigen Quarzglasfaser ist.

3.2 Stochastischer Charakter der PMD

Eine reale einmodige Faser lässt sich als Kette kurzer Faserstücke darstellen. Jedes dieser Faserstücke besitzt eine konstante Doppelbrechung, Länge und Orientierung des PMD-Vektors. Alle diese Parameter können sich, wie schon früher erwähnt wurde, im Laufe der Zeit ändern. Dieses Modell kann man sowohl bei zufälliger als auch bei nicht ganz zufälliger Orientierung der verschiedenen Segmente benutzen [Wai]. Auch Doppelbrechung und die Länge der einzelnen Segmente können zufällig oder konstant sein [Wil].

Eine zufällige Variation der gesamten Doppelbrechung der Faser ist das Ergebnis von zufälligen Kopplungen zwischen Moden einzelner Faserstücke. Deswegen kann das Gesamt-DGD definiert werden, wie ein Effektivwert der DGD. Alle Messungen der PMD können nicht unendlich oft durchgeführt werden, deswegen besitzen solche Messungen nur eine beschränkte Genauigkeit. Den genauen Verlauf des gesamten PMD-Vektors entlang einer optischen Faser kann man mit Hilfe der dynamischen Differentialgleichung [Pol3], [Fos], [Ulr] beschreiben:

$$\frac{\partial \vec{\Omega}(z,\omega)}{\partial z} = \frac{\partial \vec{W}(z,\omega)}{\partial z} + \vec{W}(z,\omega) \times \vec{\Omega}(z,\omega)$$
(3.19)

wobei $\vec{\Omega}(z, \omega)$ der PMD-Vektor ist und

 $\vec{W}(z,\omega)$ die lokale Doppelbrechung repräsentiert.

Mit $\vec{W}(z, \omega)$ können neben der lokalen Doppelbrechung, auch andere Störparameter wie z.B. mechanische Spannung, Temperatur usw. ausgedrückt werden.

Zuerst wird die räumliche Abhängigkeit des Laufzeitunterschiedes $\Delta \tau_{g}(z)$ gesucht. Dieser Wert lässt sich aus der Gleichung (3.9) gewinnen:

$$\left\langle \Delta \tau_g^2(z) \right\rangle = 4 \left\langle \left| \frac{du_1(\omega, z)}{d\omega} \right|^2 + \left| \frac{du_2(\omega, z)}{d\omega} \right|^2 \right\rangle.$$
 (3.20)

Eine räumliche Abhängigkeit des elektrischen Feldes kann man in der Form

$$\frac{\partial \vec{E}(r,\omega,z)}{\partial z} = \begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{2} + i \cdot \beta_1 & i \cdot k(z) \\ i \cdot k^*(z) & -\frac{\alpha}{2} + i \cdot \beta_2 \end{bmatrix} \vec{E}(r,\omega,z)$$
(3.21)

schreiben

wobei β_1 und β_2 Ausbreitungskonstanten sind und

k(z) eine Kopplungskonstante ist, die proportional zur störenden Doppelbrechung ist.

Für den kodirektionale Modenkopplung im anisotropischen Wellenleiter lässt sich schreiben, dass

$$k(z) = \Delta \beta_2 + j \cdot \Delta \beta_3$$
 und $\vec{W}(z, \omega) = \begin{bmatrix} \Delta \beta_1 \\ \Delta \beta_2 \\ \Delta \beta_3 \end{bmatrix}$ sind [Noé9].

wobei $\Delta \beta_k \approx \Delta \varepsilon_k$, k = 1, 2, 3 und $\Delta \varepsilon_k$ sind die Änderungen der Ellipsenhauptachsen bei Doppelbrechung.

Man kann (2.18) wie folgt umformen:

$$\vec{E}(r,\omega,z) = e^{\left(-\frac{\alpha\cdot z}{2} + i\psi(\omega,z)\right)} \begin{bmatrix} \underline{u}_{1}(\omega) & \underline{u}_{2}(\omega) \\ -\underline{u}_{2}^{+}(\omega) & \underline{u}_{1}^{+}(\omega) \end{bmatrix} \vec{E}(r,\omega,0)$$
(3.22)

Die Transfermatrix <u>J</u> wird als Funktion von Kopplungskonstante k(z) und von $\Delta \beta_k$ gesucht:

(3.20), (3.21) und (3.22) ergeben zusammen [Pol5]:

$$\sqrt{\left\langle \delta^{2} \tau(z) \right\rangle} = \frac{d(\beta_{1} - \beta_{2})}{\sqrt{2}hd\omega} \sqrt{\left(e^{-2hz} - 1 + 2hz\right)}.$$
(3.23)

In Gleichung (3.23) ist *h* ein Parameter, den man üblicherweise benutzt für die Kopplungsleistunganalyse im zweimodigen Wellenleiter mit zufälliger Doppelbrechung [Kam2], [Kaw]. Er ist definiert durch

$$h = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\langle k^*(x) k(x-u) \right\rangle \cdot e^{-i\Delta\beta u} du$$
(3.24)

wobei k eine Kopplungskonstante ist, die proportional zum $\vec{W}(z,\omega)$ ist [Pol3]. Den Wert 1/h wird auch als mittlere Kopplungslänge bezeichnet.

Betrachtet man die Gleichung (3.23) für $hz \rightarrow \infty$, so erhält man

$$\lim_{hz\to\infty}\sqrt{\left\langle\delta^2\tau(z)\right\rangle} = \frac{d(\beta_1 - \beta_2)}{d\omega}\sqrt{\frac{z}{h}}.$$
(3.25)

Dies beschreibt den Fall, dass die Faser viel länger als die Kopplungslänge ist $(hz \gg 1)$ und Modenkopplung in der Faser schon mehrmals stattgefunden hat.

Im anderen Grenzfall $hz \rightarrow 0$, also wenn die Faser kürzer als Kopplunglänge ist und noch keine Modenkopplung stattgefunden hat, ergibt sich:

$$\lim_{hz\to 0} \sqrt{\left\langle \delta^2 \tau(z) \right\rangle} = \frac{d(\beta_1 - \beta_2)}{d\omega} \cdot z \,. \tag{3.26}$$

Dabei ist der Laufzeitunterschied $\delta \tau$ proportional zur Faserlänge.

Zusammengefasst gilt also, dass für kürzere Strecke $\delta \tau$ proportional zur Faserlänge und für längere Strecken proportional zur Wurzel der Faserlänge ist.

Die zweite Fragestellung, die untersucht wurde, betrifft die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (WDF) des PMD-Vektors. Im Stokes-Raum besitzt der Dispersionsvektor 3 Komponenten, die Projektionen auf die 3 Hauptachsen (S_1, S_2, S_3) sind.

Der PMD-Vektor lautet

$$\vec{\boldsymbol{\Omega}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_1 & \boldsymbol{\Omega}_2 & \boldsymbol{\Omega}_3 \end{bmatrix}^T = \vec{\boldsymbol{\Omega}}_n \Delta \tau \,. \tag{3.27}$$

Die Länge des Dispersionsvektors bestimmt das DGD der PMF.

$$\left|\vec{\Omega}\right| = \Delta \tau = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2} . \tag{3.28}$$

Den Gesamt-PMD-Vektor einer langen Strecke $\vec{\Omega}$ kann man als Summe

$$\vec{\Omega} = \sum_{i=1}^{N} \vec{\Omega}_i \tag{3.29}$$

von N kleinen PMD-Strecken mit zufälligen Orientierungen beschreiben.

Dieser PMD-Vektor Verhalten entspricht einem dreidimensionalen "random walk" Prozess [Cur], [Wai], [Dju].

Für eine große Anzahl von Doppelbrechungselementen $N \rightarrow \infty$, lassen sich alle drei Vektorskomponenten Ω_1 , Ω_2 , Ω_3 als voneinander unabhängige gaußverteilte Zufallsgrößen betrachten:

$$f(\Omega_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{\Omega_i^2}{2\sigma^2}}, \qquad i = 1, 2, 3.$$
 (3.30)

Eine Summe von 3 gaußverteilten Zufallsvariablen ergibt eine maxwellverteilte Grösse, deren normierte Verteilung $x = \frac{\Delta \tau}{\langle \Delta \tau \rangle}$ man in der Form

$$f\left(x,\left\langle\Delta\tau\right\rangle\right) = \frac{32x^2}{\pi^2\left\langle\Delta\tau\right\rangle^3} e^{\frac{4x^2}{\pi\left\langle\Delta\tau\right\rangle^2}}$$
(3.31)

darstellen kann.

Dies ist bei [Cur], [For], [Gis2], [Lee] sowohl theoretisch, als auch praktisch für verschiedene Faserstrecken überprüft worden.

Diese Verteilungen für DGD $\langle \Delta \tau_1 \rangle$ und $\langle \Delta \tau_1 \rangle$ sind in Abbildung 3.3 dargestellt:



Abbildung 3.3: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (WDF) für normierte DGD.

Theoretisch gesehen kann sich die Größe des PMD-Vektors bis unendlich ausdehnen, was in der Praxis aber nicht den Fall ist. Die Wahrscheinlichkeit, dass DGD $\Delta \tau$ größer als $2\langle \Delta \tau \rangle$ wird, beträgt 1.7% oder 6 Tage pro Jahr, oder größer als $3\langle \Delta \tau \rangle$ wird, beträgt $4 \cdot 10^{-5}$ oder 21 min pro Jahr.

Wie schon früher gezeigt wurde, ist die mittlere Größe des PMD-Vektors $\langle |\vec{\Omega}| \rangle \sim \sqrt{L}$ proportional zur Wurzel der Faserlänge.

Typische PMD Werte sind für eine neue Faser $0.01...0.05 \ ps/\sqrt{km}$, für eine alte dagegen $1...2 \ ps/\sqrt{km}$ [Pet].

Der Effektivwert der DGD $\sqrt{\langle \Delta \tau^2 \rangle}$ des Ensemble von PMF-Fasern, die mit den entsprechenden Größen von $|\vec{\Omega}_i|$, aber mit zufälligen Orientierungen im dreidimensionalen Raum liegen, wird in der Form

$$\sqrt{\left\langle \Delta \tau^2 \right\rangle} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left| \vec{\Omega}_i \right|^2} \tag{3.32}$$

angegeben.

Da die WDF der DGD für $N \to \infty$ eine Maxwellverteilung besitzt, kann der Mittelwert der DGD $\langle \Delta \tau \rangle$ aus dem Effektivwert der DGD hergeleitet werden [Pap];

$$\left\langle \Delta \tau \right\rangle = \sqrt{\frac{8}{3\pi} \left\langle \Delta \tau^2 \right\rangle} \,. \tag{3.33}$$

Als Alternative zur stochastischen Untersuchung des PMD-Vektors gelten die Untersuchungen der AKF (die Autokorrelationsfunktion) des PMD-Vektors [Kar], [Sht]. Hauptvorteil dieses Verfahren ist die Berücksichtigungen von allen PMD-Ordnungen in einfacher kompakter Form. Die AKF ergibt die Information über mittlere Wert der Produkten PMD-Vektors im Verhältnis (in Wechselbeziehung) zur verschiedenen Frequenzen oder zu den verschiedenen Zeitpunkten.

Die spektrale AKF kann in der Form

$$\left\langle \vec{\tau} \left(\omega_{1} \right) \cdot \vec{\tau} \left(\omega_{2} \right) \right\rangle = \frac{3}{\Delta \omega^{2}} \left(1 - e^{-\frac{\left\langle \Delta \tau^{2} \right\rangle \Delta \omega^{2}}{3}} \right)$$
(3.34)

dargestellt werden,

wobei $\vec{\tau}(\omega_1)$ und $\vec{\tau}(\omega_2)$ PMD-Vektoren sind, für die Frequenzen ω_1 und $\omega_2 = \omega_1 + \Delta \omega$.

3.3 Definition für PMD höherer Ordnung

PMD erster Ordnung wurde bei [Pol2] angegeben. Die Autoren haben herausgefunden, dass es stets zwei orthogonale Eingangspolarisationen (PSP) gibt, für die sich die entsprechenden orthogonalen Ausgangspolarisationen in erster Näherung frequenzunabhängig sind.

Alternativ zur diesen Definition kann man eine die Kleinsignal-Übertragungsfunktion für das PMD-Medium benutzen [Noé1].



Die komplexe Übertragungsfunktion $H(j\omega)$ lässt sich in der Form

$$H(j\omega) = \frac{1}{2}\vec{e}_{ein}^{+}\left(\underline{U}^{+}(\omega_{0})\underline{U}(\omega_{0}+\omega)+\underline{U}^{+}(\omega_{0}-\omega)\underline{U}(\omega_{0})\right)\vec{e}_{ein}$$
(3.35)

darstellen, wobei

 \vec{e}_{ein} Eingangspolarisation und

 $\underline{U}(\omega)$ Jones-Matrix des PMD-Mediums,

 $\boldsymbol{\omega}$ - Modulations frequenz und

 ω_0 - Trägerfrequenz ist.

Wenn das PMD-Medium mit DGD τ darstellt werden kann, lässt sich die Übertragungsfunktion wie folgt vereinfachen,

$$H(j\omega) = \cos\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) + j\tilde{\Omega}_n^T S_{in} \sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right).$$
(3.36)

Hier $\tilde{\Omega}_n$ ist ein normierter Stokes-Vektor der schnelleren PSP und S_{in} ist ein normierter eingangsbezogener Stokes-Vektor.

Für den Fall, dass die Eingangspolarisation \vec{e}_{ein} mit der PSP übereinstimmt, vereinfacht sich die Übertragungsfunktion weiter zu

$$H(j\omega) = e^{\pm j\frac{\omega\tau}{2}}.$$
(3.37)

Das letzte Ergebnis zeigt, dass das Eingangssignal, das parallel zu einer der beiden PSP liegt, am Ausgang entweder beschleunigt oder verlangsamt um $\tau/2$ erscheint.

Den PMD-Vektor $\vec{\Omega}$ kann man leicht ausdrücken durch in Elemente des Jones-Matrix wie

$$\vec{\Omega} = \begin{bmatrix} \operatorname{Im}(u_1^* \dot{u}_1 + u_2 \dot{u}_2^*) \\ \operatorname{Re}(j(u_2 \dot{u}_1^* - u_1^* \dot{u}_2)) \\ \operatorname{Im}(j(u_2 \dot{u}_1^* - u_1^* \dot{u}_2)) \end{bmatrix}.$$
(3.38)

Der entgegensetzte Weg vom PMD-Vektor maximal zweiter Ordnung bis hin zur Jones-Matrix wurde gezeigt von Heisman [Hei1].

Im Fall, dass PSP und DGD frequenzabhängig sind, spricht man von PMD-höherer Ordnung. Dabei ist der gesamte PMD-Vektor frequenzabhängig und zeichnet sich auf der Poincaré-Kugel als eine komplexe Kurve ab.

3.3.1 Taylor-Reihe

Eine erste Definition von PMD höherer Ordnung wurde auf Basis einer Taylorreihenentwicklung vorgestellt [Fos]

$$\Omega^{n}(z,\omega_{0}+\omega) = \underbrace{\Omega(z,\omega_{0})}_{1.0rdnung} + \underbrace{\underbrace{\Omega(z,\omega_{0})}_{2.0rdnung}} \cdot \omega + \underbrace{(1/2!)}_{3.0rdnung} \underbrace{\omega^{2} + \dots}_{3.0rdnung} \cdot \omega^{2} + \dots \quad (3.39)$$

Die einzelne Terme der Taylor-Reihe repräsentieren entsprechende PMD-Ordnungen. Man kann auch sagen, dass die Anzahl der doppelbrechender Faserabschnitte in den Übertragungsstrecke PMD-Ordnung gibt.

Der erste Term $\Omega(\omega_0) = \Delta \tau(\omega_0) \vec{q}(\omega_0)$ zeigt die Orientierung und die Länge DGD des PMD-Vektors erster Ordnung. Der zweite Term

$$\frac{\partial (\Omega(\omega_0))}{\partial \omega} = \frac{\partial}{\partial \omega} (\Delta \tau(\omega_0) \vec{q}(\omega_0)) =
= \frac{\partial (\Delta \tau(\omega_0))}{\partial \omega} \vec{q}(\omega_0) + \Delta \tau(\omega_0) \frac{\partial (\vec{q}(\omega_0))}{\partial \omega} = \Delta \tau_{\omega} \vec{q} + \Delta \tau \vec{q}_{\omega}$$
(3.40)

der PMD-zweiter Ordnung darstellt, enthält zwei Komponenten.

Die erste Komponente $\Delta \tau_{\omega} \vec{q}$ ist parallel zum $\vec{\Omega}(\omega_0)$ und zweite $\Delta \tau \vec{q}_{\omega}$ ist orthogonal dazu. Der Term $\Delta \tau \vec{q}_{\omega}$ bringt ein Depolarisationseffekt [Bül1], [Gle1], [Pen], indem $\Delta \tau_{\omega} \vec{q}$ eine polarisationsabhängige Impulskompression oder -Ausbreitung induziert [Pol6]. Diesen letzte Effekt nennt man polarisationsabhängige chromatische Dispersion (PCD). Er kann im Form der effektive Variation der chromatische Dispersion (CD) in der optischen Faser beschrieben werden

$$DL_{eff} = DL \pm \tau_{\lambda} = DL \pm \frac{\pi c}{\lambda^2} \cdot \Delta \tau_{\omega}.$$
(3.41)

Hier hat \pm die Bedeutung von positiver oder negativer CD für beide PSPs.

Zu den Vorteilen der PMD-Definition höhere Ordnungen mit Hilfe Taylor-Reihe zählen:

- 1) Einfachere Analytische Berechnungen der PMD höherer Ordnungen.
- 2) Addieren oder Subtrahieren aller Ordnungen von CD zur PMD höherer Ordnung.

Zu den Nachteilen zählen:

- 1) Kein direkter Zusammenhang zu einem physikalischen Parameter der Faser.
- 2) Die reelle frequenzabhängige Kurve des DGD-Vektors auf Poincaré-Kugel wird nicht mit Taylor-Reihe beschrieben, sondern durch eine Fourier-Reihe.

3.3.2 Aneinanderreihung von DGD Sektionen

Der gebräuchlichste Algorithmus zur Berechnung der Gesamt-PMD ist die Multiplikation aller Müller-Matrizen der einzelnen Faserstücke

$$M^{(n)} = M_n M_{n-1} \dots M_2 M_1 = M_n M^{(n-1)}.$$
(3.42)

Dabei geht man davon aus, dass jedes Faserstück homogen doppelbrechend ist und eine reine PMD-Strecke erste Ordnung darstellt. Mit einer endlichen Anzahl derartiger Segmente kann man PMD höherer Ordnung beschreiben [Noé1].

Graphisch kann man solch eine Struktur als geknickte Kurve darstellen.



Abbildung 3.4: Das PMD-Profil und entsprechende Verkettung doppelbrechender Faserabschnitte.

wobei jedes Segment eine Übertragungsstrecke repräsentiert.

Die Verdrehung zwischen Sektionen beschreibt man mit Hilfe von elliptischen Retardern (ER).

Das DGD wird als frequenzabhängige Phasenverschiebung beschrieben. Die gesamte Übertragungsfunktion erhält die Form:

$$TS = ER_1 \cdot PS(\omega\tau_1) \cdot ER_2 \cdot PS(\omega\tau_2) \cdot ER_3 \cdot PS(\omega\tau_3) ER_4 \cdot PS(\omega\tau_4) \dots = = \left(\prod_{i=1}^{N} ER_i \cdot PS(\omega\tau_i)\right) ER_0.$$
(3.43)

Den elliptischen Retarder kann man einerseits definieren als Jones-Martix mit Eigenmoden (EM):

$$ER = \begin{bmatrix} \cos \varphi / 2 + jV_1 \sin \varphi / 2 & j(V_2 + jV_3) \sin \varphi / 2 \\ j(V_2 - jV_3) \sin \varphi / 2 & \cos \varphi / 2 - jV_1 \sin \varphi / 2 \end{bmatrix}$$
(3.44)

$$EM = \frac{1}{\sqrt{2(1+V_1)}} \begin{bmatrix} 1+V_1\\V_2-jV_3 \end{bmatrix}$$
(3.45)

$$V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 = 1$$

andererseits aber auch als Müller-Matrix

$$ER = \begin{bmatrix} V_1^2 + (V_2^2 + V_3^2)\cos\varphi & V_1V_2(1 - \cos\varphi) - V_3\sin\varphi & V_1V_3(1 - \cos\varphi) + V_2\sin\varphi \\ V_1V_2(1 - \cos\varphi) + V_3\sin\varphi & V_2^2 + (V_1^2 + V_3^2)\cos\varphi & V_2V_3(1 - \cos\varphi) - V_1\sin\varphi \\ V_1V_3(1 - \cos\varphi) - V_2\sin\varphi & V_2V_3(1 - \cos\varphi) + V_1\sin\varphi & V_3^2 + (V_1^2 + V_2^2)\cos\varphi \end{bmatrix}$$
(3.46)

$$EM = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 2\vartheta \cos 2\varepsilon \\ \sin 2\vartheta \cos 2\varepsilon \\ \sin 2\varepsilon \end{bmatrix}.$$
(3.47)

Hier ist zu erwähnen, dass der ER ein solcher Polarisationstransformator ist, der eine beliebige Eingangspolarisation in eine andere beliebige Ausgangspolarisation transformieren kann.

Zu den Vorteilen der PMD-Definition höherer Ordnung mit Hilfe von DGD-Sektionen kann man zählen:

- 1) Eine einfache graphische Darstellung der DGD Profile.
- 2) Es ist einfacher, einen DGD-Emulator mit Hilfe von DGD-Sektionen aufzubauen, als mit Hilfe der Taylor-Reihe für erste oder höhere Ordnung PMD [Kog1].
- 3) Ein PMD-Emulator mit DGD Sektionen funktioniert genauer als Emulator, der auf Basis der Taylor-Reihe aufgebaut ist.

Nachteil dieses Verfahrens ist, dass man eine große Anzahl unbekannter Größen braucht, um die PMD genau zu simulieren oder zu kompensieren. PMD höherer Ordnung benutzt man für den Aufbau der PMD-Kompensator und PMD-Emulator.

Kapitel 4

Ankunftszeitdetektion

Um die PMD zu kompensieren, muss man sie schnell und genau messen können. Einige PMD-Messverfahren [Tak1], [Yos1], [Noé1] messen PMD im Empfänger rein elektrisch, wobei das Nutzsignal proportional zur Augenschliessung ist. Diese elektrischen Signale erhält man nach Filterung im Empfänger. Im Falle, dass das DGD τ nur durch die erste Ordnung begrenzt wird und kleiner als die Bitdauer ist, ist das Fehlersignal proportional zum τ^2 , welches zu detektieren sehr kompliziert ist.

Andere Verfahren zur PMD-Messung, die auf der Senderseite Polarisationsverwürfler haben, brauchen im Empfänger zusätzliche Optik [Ros1], [Sun1], [Yan1], damit das Nutzsignal detektiert werden kann.

Hier wird ein Verfahren zur Ankunftszeitdetektion demonstriert.

Die Grundidee bei der Ankunftszeitdetektion liegt darin, dass bei der Variation der Eingangspolarisation vor der PMF das gesendete Signal zwischen zwei PSP schwankt. Wenn die Polarisation des gesendeten Signals übereinstimmt mit den Eigenmoden der DGD-Sektion, dann wird der übertragene Datenimpuls nicht in zwei PSPs aufgeteilt und bleibt im schnelleren oder langsameren PSP.

Sollte sich jetzt die Polarisation vom ursprünglichen PSP zum anderen PSP ändern, so wird das Signal teilweise von einem PSP zum anderem herübergekoppelt. Dabei schwankt der Schwerpunkt des empfangenen Impulses, und diese Variation wird im Empfänger in der PLL (Phasenregelkreis) als Signal für den VCO (spannungsgesteuerter Oszillator) detektiert. Diese Idee wird im Abb. 4.1 verdeutlicht.

Abbildung 4.1: Ankunftszeitvariation bei der Polarisationsänderung

Auf der linken Seite werden vier verschiedene linear polarisierte Impulse dargestellt. Oberster und unterster Impuls ist parallel zum langsamen bzw. schnellen PSP der PMF und werden am Ausgang verzögert und beschleunigt. Zwei mittlere Impulse sind nicht parallel zum PSP und werden im zwei PSP gespalten, die sich in der PMF mit verschiedenen Geschwindigkeiten ausbreiten. Der Schwerpunkt $\Delta \hat{t}(t)$ des empfangenen Impulses berechnet sich durch [Bro1]

$$\Delta \hat{t}(t) = \frac{\int t I(t) dt}{\int I(t) dt}$$
(4.1)

wobei I(t) die Intensität des Impulses und

t die Zeit ist.

Die Ankunftszeitsignalvariation kann man nach Integration des Eingangssignals durch den Spannungsgesteuerter Oszillator im Phasenregelkreis im Empfänger messen. Dieses Signal ist proportional zur DGD τ und erlaubt eine PMD-Detektion, sogar wenn man die Augenschliessung im Oszillogramm nicht erkennen kann.

Langsamere Polarisationsvariation im Sender erzeugt Schwankungen des Schwerpunktes des empfangenen Impulses, welche linear proportional zum DGD sind.

Man kann verschiedene Polarisationsvariationen im Scrambler erzeugen, aber nicht jede beliebige Depolarisation erlaubt automatisch die Bestimmung von Werten der DGD. Die genaueren Anforderungen an der Polarisationsscrambler werden später beschrieben.

4.1 Ankunftszeitdetektion bei Übertragung nur einer Polarisation

Den Vektor des elektrischen Feldes der Hüllkurve der polarisierte Signale kann man in folgender Form beschreiben

$$\mathbf{E}_{ein}(t) = b(t) \cdot \begin{bmatrix} \underline{E}_x \\ \underline{E}_y \end{bmatrix} = \frac{b(t)}{\sqrt{2 \cdot (1+S_1)}} \begin{bmatrix} 1+S_1 \\ S_2 - j \cdot S_3 \end{bmatrix}.$$
(4.2)

Hierbei ist $b(t) \in \{0,1\}$ eine zeitabhängige binäre Bitfolge und

 $\vec{S} = \vec{S}_{SC}(t) = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & S_3 \end{bmatrix}^T$ der Stokes-Vektor des Signals.

Den Ausgangsvektor $\mathbf{E}_{aus}(t)$ kann man berechnen, wenn man die zeitabhängige Jones-Matrix des Medium $\mathbf{J}(t)$ kennt. Also ist der Ausgangsvektor das Faltungsprodukt aus Eingangsvektor und Impulsantwort des Mediums

$$\mathbf{E}_{aus}(t) = \mathbf{J}(t) * \mathbf{E}_{ein}(t).$$
(4.3)

Hier wird die Betrachtung PMD auf erster Ordnung begrenzt. Unmittelbar daraus folgt [Pol2], dass J(t) o.B.d.A in der Form

$$\mathbf{J}(t) = \mathbf{R}\mathbf{Q}\begin{bmatrix}\delta(t+\tau/2) & 0\\ 0 & \delta(t-\tau/2)\end{bmatrix}\mathbf{Q}^+,$$
(4.4)

beschrieben werden kann, wobei R und Q konstante unitäre Matrizen sind.

Die Matrix **Q** hat die Form

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{\sqrt{2(1+\Omega_{1n})}} \begin{bmatrix} 1+\Omega_{1n} & -\Omega_{2n} - j\Omega_{3n} \\ \Omega_{2n} - j\Omega_{3n} & 1+\Omega_{1n} \end{bmatrix} \qquad (\Omega_{1n}^2 + \Omega_{2n}^2 + \Omega_{3n}^2 = 1), \quad (4.5)$$

wobei $\vec{\Omega}_n = \vec{\Omega}_{PSP} = \begin{bmatrix} \Omega_{1n} & \Omega_{2n} & \Omega_{3n} \end{bmatrix}^T$ ein normierter eingangsbezogener Stokes-Vektor des schnelleren Polarisationshauptzustandes ist.

Das Ausgangsvektor $\mathbf{E}_{aus}(t)$ nimmt die Form

$$\mathbf{E}_{aus}(t) = \mathbf{R}\mathbf{Q} \begin{bmatrix} \delta(t+\tau/2) & 0\\ 0 & \delta(t-\tau/2) \end{bmatrix} \mathbf{Q}^{+} * \mathbf{E}_{ein}(t)$$
(4.6)

an.

Hierbei wird angenommen, dass $|b(t)|^2 = b(t)$ ist. Die Intensität der empfangenen Signale lässt sich nach der Formel

$$I(t) = \left| \mathbf{E}(t) \right|^2 = \frac{1}{2} \left(\left(1 + \vec{\Omega}_n^{\mathrm{T}} \cdot \vec{S} \right) b_+ + \left(1 - \vec{\Omega}_n^{\mathrm{T}} \cdot \vec{S} \right) b_- \right)$$

$$(4.7)$$

berechnen, wobei

 b_{\pm} die Bedeutung verschobener Signale $b(t \pm \tau/2)$ hat.

Das Ankunftszeitsignal ist am einfachsten zu bestimmen, wenn angenommen werden kann, dass der Bitimpuls in der Form

$$b(t) = \begin{cases} 1, & |t| < t_p/2 \\ 0, & sonst \end{cases}$$

$$(4.8)$$

zu beschrieben ist. Für NRZ-Kodierung ist t_p gleich die Bitdauer T, und für RZ-Kodierung gilt $t_p < T$.

Für den Fall, dass die DGD nicht gleich null ist und die Eingangspolarisation nicht zu einem PSP parallel ist, gilt Abb. 4.2.



Abbildung 4.2: Zeitdiagramm für die PMF übertragene Bitimpulse

Der Zähler des Ankunftszeitsignals ist gleich

$$\int tI(t)dt = \frac{\int_{-(T-\tau)}^{-(T-\tau)}}{\frac{1}{2}} \frac{t}{2} \left(1 - \vec{\Omega}_{n}^{T} \cdot \vec{S}\right) \cdot b_{-}dt + \frac{\int_{-(T-\tau)}^{-(T-\tau)}}{\frac{1}{2}} \frac{t}{2} \left(\left(1 + \vec{\Omega}_{n}^{T} \cdot \vec{S}\right)b_{+} + \left(1 - \vec{\Omega}_{n}^{T} \cdot \vec{S}\right)b_{-}\right)dt + \frac{\int_{-(T-\tau)}^{-(T-\tau)}}{\frac{1}{2}} \frac{t}{2} \left(1 + \vec{\Omega}_{n}^{T} \cdot \vec{S}\right)b_{+}dt = \frac{T\tau}{4} \left[\left(\left(1 + \vec{\Omega}_{n}^{T} \cdot \vec{S}\right)b_{+} - \left(1 - \vec{\Omega}_{n}^{T} \cdot \vec{S}\right)b_{-}\right)\right].$$
(4.9)

Der Nenner des Ankunftszeitsignals lautet

$$\int I(t)dt = \frac{T}{2} \left[\left(1 + \vec{\Omega}_{n}^{T} \cdot \vec{S} \right) b_{+} + \left(1 - \vec{\Omega}_{n}^{T} \cdot \vec{S} \right) b_{-} \right].$$

$$(4.10)$$

Zusammen mit den Normierungsbedingungen für $b(t) \in \{0,1\}$ ergibt sich

$$\hat{t} = \frac{\tau}{2} \cdot \vec{\Omega}_{n}^{\mathrm{T}} \cdot \vec{S} = \vec{\Omega}^{\mathrm{T}} \cdot \vec{S}/2.$$
(4.11)

Ankunftszeitvariation kann man hervorrufen, indem man die Signalleistungsteilung in die PSP einer PMF-Fiber mit einem Polarisationsscrambler ändert.

Der Polarisationsscrambler wird zwischen Sender und die optische Faser eingebaut. Der Polarisationsscrambler funktioniert hierbei wie ein Depolarisator, aber nicht wie ein beliebiger. Das Licht wird nach einem besonderen Algorithmus polarisiert. Ein polarisationsunabhängiger Depolarisator kann aus zwei Wellenplatten QWP und HWP bestehen, die sich mit zwei der verschiedenen Geschwindigkeiten drehen [Noé8].



Abbildung 4.3: Ankunftszeitdetektion bei Übertragung nur einer Polarisation

Die Varianz von $\Delta \hat{t}$,

$$\sigma_{\Delta i}^{2} = \left\langle \left(\Delta \hat{t} - \left\langle \Delta \hat{t} \right\rangle \right)^{2} \right\rangle = \left\langle \left(\frac{\tau}{2} \cdot \vec{\Omega}_{PSP}^{T} \cdot \vec{S}_{SC}(t) - \left\langle \frac{\tau}{2} \cdot \vec{\Omega}_{PSP}^{T} \cdot \vec{S}_{SC}(t) \right\rangle \right)^{2} \right\rangle =$$

$$= \left(\frac{\tau}{2} \right)^{2} \cdot \left\langle \left(\vec{\Omega}_{PSP}^{T} \cdot \left(\vec{S}_{SC}(t) - \left\langle \vec{S}_{SC}(t) \right\rangle \right)^{2} \right) \right\rangle =$$

$$= \left(\frac{\tau}{2} \right)^{2} \cdot \left\langle \vec{\Omega}_{PSP}^{T} \cdot \left(\vec{S}_{SC}(t) - \left\langle \vec{S}_{SC}(t) \right\rangle \right) \cdot \left(\vec{S}_{SC}(t) - \left\langle \vec{S}_{SC}(t) \right\rangle \right)^{T} \cdot \vec{\Omega}_{PSP} \right\rangle =$$

$$= \left(\frac{\tau}{2} \right)^{2} \cdot \vec{\Omega}_{PSP}^{T} \cdot \left\langle \left(\vec{S}_{SC}(t) - \left\langle \vec{S}_{SC}(t) \right\rangle \right) \right\rangle \cdot \left(\vec{S}_{SC}(t) - \left\langle \vec{S}_{SC}(t) \right\rangle \right)^{T} \right\rangle \cdot \vec{\Omega}_{PSP} =$$

$$= \left(\frac{\tau}{2} \right)^{2} \cdot \vec{\Omega}_{PSP}^{T} \cdot C \cdot \vec{\Omega}_{PSP}$$

$$(4.12)$$

hängt von der Kovarianzmatrix

$$\boldsymbol{C} = \left\langle \left(\vec{\mathbf{S}}_{\mathrm{SC}}(t) - \left\langle \vec{\mathbf{S}}_{\mathrm{SC}}(t) \right\rangle \right) \cdot \left(\vec{\mathbf{S}}_{\mathrm{SC}}(t) - \left\langle \vec{\mathbf{S}}_{\mathrm{SC}}(t) \right\rangle \right)^{T} \right\rangle$$
(4.13)

ab, welche eine Funktion wiederum der Scramblerausgangspolarisation ist.

Bei einem Übertragungsexperiment kann man nicht vorhersagen, wie \vec{S}_{PSP} eingerichtet sein wird, und für die Maximierung von $\sigma_{\Delta \hat{t}}^2$ für eine beliebige PSP Orientierung muss der minimale Eigenwert der positiv semidefiniten Matrix C maximiert werden. In optimalen Fall gilt $\langle \vec{S}_{SC}(t) \rangle = 0$ und

$$\boldsymbol{C} = \left\langle \vec{\mathbf{S}}_{\text{SC}}(t) \cdot \vec{\mathbf{S}}_{\text{SC}}(t)^{T} \right\rangle = \begin{bmatrix} \left\langle \sum S_{\text{SC},1}^{2} \right\rangle & \left\langle \sum S_{\text{SC},1} \cdot S_{\text{SC},2} \right\rangle & \left\langle \sum S_{\text{SC},1} \cdot S_{\text{SC},3} \right\rangle \\ \left\langle \sum S_{\text{SC},2} \cdot S_{\text{SC},1} \right\rangle & \left\langle \sum S_{\text{SC},2}^{2} \right\rangle & \left\langle \sum S_{\text{SC},2} \cdot S_{\text{SC},3} \right\rangle \\ \left\langle \sum S_{\text{SC},3} \cdot S_{\text{SC},1} \right\rangle & \left\langle \sum S_{\text{SC},3} \cdot S_{\text{SC},2} \right\rangle & \left\langle \sum S_{\text{SC},2}^{2} \right\rangle \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(4.14)

und alle Eigenwerte sind gleich 1/3.

Eine mögliche Lösung für einen idealen Verwürfler wäre eine gleichmäßige Verteilung des $\vec{S}_{sc}(t)$ auf der Poincaré-Kugel, aber in diesem Fall wäre die Scrambling Periode zu groß. Dieses Modell kann man im Empfänger für PMD Messung benutzen.

Aber in der Praxis ist eine andere Möglichkeit erwünscht, nämlich PMD in möglichst kurzer Zeit messen zu können, am besten innerhalb einer Polarisationsverfürfelungsperiode.

Es wird eine solche periodische Funktion von $\vec{S}_{SC}(t)$ gesucht, die auf der Poincaré-Kugel liegt und ein möglichst schmales Spektrum besitzt.

Das schmale Spektrum ist deswegen erwünscht, weil die PLL im Empfänger einen beschränkten Einrastbereich besitzt. Diese Tatsache wird später genauer beschrieben.

4.2 Aufbau und Beschreibung der PLL

4.2.1 Arbeitsprinzip

Um die Frequenz- und Phasenlage des empfangenen Signals korrekt zu detektieren, braucht man auf der Empfängerseite meistens einen Phasenregelkreis (englisch PLL). Solche Detektion nennt man oft auch Nachlaufsynchronisation.

Die Funktionsweise solcher Phasenregelkreise ist im Bild Nr. 4.4 dargestellt.



Abbildung 4.4: Phasenregelkreis im Empfängerseite

Das Eingangssignal $u_1(t)$ und das Signal $u_2(t)$ vom VCO kann man als Sinusschwingungen darstellen,

$$u_1(t) = \hat{U}_1 \sin(\omega_0 t + \varphi_1(t))$$
(4.15)

und

$$u_2(t) = \hat{U}_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2(t)), \qquad (4.16)$$

mit den Momentanfrequenzen

$$\omega_1(t) = \omega_0 + \frac{d\varphi_1(t)}{dt}$$
(4.17)

und

$$\omega_2(t) = \omega_0 + \frac{d\varphi_2(t)}{dt}.$$
(4.18)

Die Wirkungsweise des Phasenregelkreises ist dabei so zu verstehen, dass bei einer Phasendifferenz $\varphi_1(t) - \varphi_2(t) \neq 0$ ein $u_3(t)$ entsteht, so dass die Frequenz $\omega_2(t)$ und die Phase $\varphi_2(t)$ des VCO so geändert wird, dass eine konstante Regelabweichung $\varphi_1(t) - \varphi_2(t) = const$, erreicht wird.

 $\varphi_1(t)$ und $\varphi_2(t)$ sind zeitabhängige Winkelgrößen.

4.2.2 Multiplizierender Phasendetektor

Der Phasendetektor liefert ein Signal, das im wesentlichen proportional zu $\varphi_1(t) - \varphi_2(t)$ ist.

Eine Möglichkeit, solch einen Phasendetektor zu realisieren, besteht in der Verwendung eines Multiplizierers.

Mit $u_1(t)$ und $u_2(t)$ aus (4.15), (4.16) gilt

$$u_1(t) \cdot u_2(t) = \frac{1}{2} \hat{U}_1 \hat{U}_2[\sin(\varphi_1(t) - \varphi_2(t)) + \sin(2\omega_0 t + \varphi_1(t) + \varphi_2(t))].$$
(4.19)

Nach der Ausfilterung des Signalanteils bei $2\omega_0$ durch das Schleifenfilter lässt sich $u_3(t)$ in der Form

$$u_{3}(t) = K_{d} \sin(\varphi_{1}(t) - \varphi_{2}(t))$$
(4.20)

darstellen, wobei die Konstante K_d durch

$$K_{d} = \frac{1}{2} K_{3} \hat{U}_{1} \hat{U}_{2}$$
(4.21)

gegeben ist.

4.2.3 Linearisierte Beschreibung

Für den VCO im linearen Bereich gilt

$$\omega_2(t) = \omega_0 + K_d \cdot u_4(t).$$
(4.22)

Wenn die Referenzfrequenz ω_0 so gewählt wird, dass $\omega_2 = \omega_0$ für $u_4 = 0$, lässt sich Gleichung (4.22) und Gleichung (4.18) als

$$\frac{d\varphi_2(t)}{dt} = K_0 \cdot u_4(t)$$
(4.23)
schreiben.

Dies entspricht im Frequenzbereich der Gleichung

$$j\omega \cdot \varphi_2(j\omega) = K_0 \cdot \underline{U}_4(j\omega). \tag{4.24}$$

Eine Übertragungsfunktion von der Eingangsphase $\varphi_1(t)$ zur Ausgangsphase $\varphi_2(t)$ kann man durch

$$\frac{\underline{\Phi}_1(j\omega)}{\underline{\Phi}_2(j\omega)} = H(j\omega) = \frac{G(j\omega)}{1 + G(j\omega)}$$
(4.25)

beschreiben mit der Schleifenverstärkung

$$G(j\omega) = \frac{K_0 K_d F(j\omega)}{j\omega}$$
(4.26)

des offenen Regelkreises. Damit die PLL stabil ist, darf $H(j\omega)$ keine Pole in der rechten s-Halbebene ($s = j\omega + \sigma$ = komplexe Frequenz) aufweisen.

Weil $F(j\omega)$ ein Tiefpaßverhalten aufweist, wird $F(j\omega)$ mit zunehmender Frequenz ω kleiner, so dass $u_1(t)$ (bzw. $\underline{\Phi}_1(j\omega)$) insbesondere bei kleinen Frequenzen der Eingangsphase $u_1(t)$ (bzw. $\underline{\Phi}_2(j\omega)$) sehr genau folgt. Für höhere Frequenzen wird die Regelabweichung größer und man definiert eine Grenzfrequenz ω_g des Phasenregelkreises, wenn

$$\left|G(j\omega_g)\right| = 1 \tag{4.27}$$

wird. Durch die Grenzfrequenz ω_g wird in der Praxis die Modulationsfrequenz und Haltebereich der PLL bestimmt.

4.2.4 Einrastprobleme, Haltebereich

Weil sich das Eingangssignal sehr stark ändern kann, kann auch die Eingangsphase sehr schnell geändert und damit der lineare Bereich verlassen werden. Die Phasenänderung lässt sich darstellen als $\varphi = \int \Delta \omega dt$.

Der Haltebereich ist der Bereich, in dem die PLL langsamen Frequenzänderungen des Eingangssignals sicher folgen kann.

Betrachtet wird der Fall, dass sich die PLL im Einrastzustand befindet.

 $\Delta \omega_0 = \omega_2 - \omega_0$ ist die Abweichung der Eingangsfrequenz von der aktuellen PLL-Frequenz.

Für die statische Lösung der PLL gilt zunächst

$$u_3 = K_d \sin(\varphi_1 - \varphi_2)$$
 (4.28)

$$u_4 = F(j\omega = 0)u_3$$
(4.29)

und gemäß (4.22)

$$\Delta \omega_0 = \omega_2 - \omega_0 = K_0 u_4. \tag{4.30}$$

Unmittelbar aus (4.28), (4.29), (4.30) folgt

$$\left|\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\right| = \left|\frac{\Delta\omega_0}{K_d K_0 F(j\omega = 0)}\right| < 1,$$
(4.31)

daraus folgt eine Bedingung für den Haltebereich:

$$\Delta \omega_0 < K_d K_0 F(j\omega = 0) = \Delta \omega_H \tag{4.32}$$

 $\Delta \omega_{H}$ gibt die obere Grenze für Haltebereich an.

Um möglichst große Frequenzabweichungen $\Delta \omega_0$ zulassen zu können, sollte $F(j\omega = 0)$ möglichst groß sein, weshalb Schleifenfilter mit integrierendem Anteil vorteilhaft sind. Im der Praxis wird der Haltebereich durch den Aussteuerungsbereich des VCOs bestimmt. [Noé9]

4.2.5 Empfindlichkeit der PMD-Detektion

Die erzielbare PMD-Empfindlichkeit kann berechnet werden, indem man die DGD-Rauschvarianz berechnet. Eingangssignal $\Phi_1(j\omega)$ besitzt ein weißes Rauschen mit konstanter zweiseitiger spektraler Leistungsdichte L_1 . Innerhalb des VCO wird ein Gauß-Rauschen $u_G(t)$ mit dem Spektrum $\Phi_G(j\omega)$ addiert. Dieses Spektrum hat eine konstante zweiseitige spektrale Leistungsdichte L_2 .

Die Taktrückgewinnung PLL (Abb. 4.4) funktioniert so:

$$\left(\underline{\Phi}_{1} \left(j\omega \right) - \underline{\Phi}_{2} \left(j\omega \right) \right) \cdot K_{d} \cdot \underline{F} \left(j\omega \right) = \underline{U}_{4} \left(j\omega \right)$$

$$\left(\underline{\Phi}_{G} \left(j\omega \right) + \underline{U}_{4} \left(j\omega \right) \right) \cdot \frac{K_{o}}{j\omega} = \underline{\Phi}_{2} \left(j\omega \right).$$

$$(4.33)$$

Die Übertragungsfunktion des PI-Reglers kann angenommen werden als

$$\underline{F}(j\omega) = \frac{\tau_2}{\tau_1} + \frac{1}{j\omega \cdot \tau_1}.$$
(4.34)

Die resultierende Übertragungsfunktion lautet:

$$\frac{\underline{\Phi}_{2}}{\underline{\Phi}_{1}} = -\frac{\underline{U}_{4}}{\underline{\Phi}_{G}} = \frac{2jx\xi + 1}{-x^{2} + j2\xi x + 1}$$

$$\frac{\underline{\Phi}_{2}}{\underline{\Phi}_{G}} = \frac{K_{o}}{\omega_{r}} \frac{jx}{-x^{2} + j2\xi x + 1}$$
(4.35)

Dabei der Resonanzfrequenz $\omega_r = \sqrt{\frac{K_d K_o}{\tau_1}}$, der Dämpfungskontante $\xi = \frac{\tau_2}{2} \omega_r$ und die normierte Frequenz $x = \frac{\omega}{\omega_r}$ sind.

Das Rauschen der empfangenen Taktphase hat die Varianz

$$\sigma_{n,n_{1}}^{2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\Phi_{2}}{\Phi_{1}} \right|^{2} L_{1} d\omega = \frac{\omega_{r} L_{1}}{4\xi} \left(4\xi^{2} + 1 \right).$$
(4.36)

Die Varianz der Taktphase aufgrund von Gauß-Rauschen ist

$$\sigma_{n,n_2}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\underline{\Phi}_2}{\underline{\Phi}_G} \right|^2 L_2 d\omega = \frac{K_o^2 L_2}{4\xi \omega_r} \,. \tag{4.37}$$

Hier ist $L_2 = 2\pi\Delta f K_o^{-2}$, wobei das Taktsignal eine Lorentz-Linienbreite Δf hat.

Damit erhält man eine Gesamtvarianz der Taktphase von

$$\sigma_n^2 = \sigma_{n,n_1}^2 + \sigma_{n,n_2}^2.$$
(4.38)

Wenn man annimmt, dass die PLL als Bandpass für $\omega \in (\omega_1 \dots \omega_2)$ funktioniert, so ergibt sich die resultierende Rauschvarianz des DGD in der Form

$$\left\langle \hat{t}_{n}^{2} \right\rangle = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^{2} 2 \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_{1}}^{\omega_{2}} \left(\left| \frac{\underline{\Phi}_{2}}{\underline{\Phi}_{1}} \right|^{2} L_{1} + \left| \frac{\underline{\Phi}_{2}}{\underline{\Phi}_{G}} \right|^{2} L_{2} \right) \left| \frac{\underline{\Phi}_{1}}{\underline{\Phi}_{2}} \right|^{2} d\omega =$$

$$= \left(\frac{T}{2\pi}\right)^{2} \sigma_{n}^{2} \frac{4\xi}{\pi} \int_{\omega_{1}/\omega_{r}}^{\omega_{2}/\omega_{r}} \frac{1}{4\xi^{2}x^{2}+1} \cdot \left(\frac{\sigma_{n,n_{1}}^{2}}{\sigma_{n}^{2}} \cdot \frac{1-x^{2}}{4\xi^{2}+1} + x^{2} \right) dx .$$

$$(4.39)$$

Der Quotient $\langle \hat{t}^2 \rangle / \langle \hat{t}_n^2 \rangle$ ist das Signal-Rausch-Verhältnis (SNR) für die DGD-Messung.

Kapitel 5

Polarisationsscrambler

Wie schon im Kapitel 4 erläutert wurde, braucht man Polarisationsscrambler, um die Polarisation so zu variieren, dass die PMD-Detektionsempfindlichkeit maximal wird.

Hier wird es zwei verschiedene Scrambler betrachtet.

Der erste Typ ist ein polarisationsabhängiger Scrambler (PAS).

Der PAS muss nur eine Eingangspolarisation variieren. PAS kann man in einem Datenübertragungssystem benutzen, wo nur eine Polarisation zum Eingang kommt.

Der andere Typ ist ein polarisationsunabhängiger Scrambler (PUS).

Der PUS funktioniert unabhängig von der Eingangspolarisation und kann mehrere Eingangspolarisationen gleichzeitig variieren. Einen solchen Scrambler kann man in WDM-Systemen benutzen, um PMD in allen Kanälen zu detektieren.

5.1 Polarisationsabhängiger Scrambler

Den polarisationsabhängigen Scrambler (PAS) kann man in einer Übertragungsstrecke benutzen, welche konstante Eingangspolarisation besitzt. Der PAS wird im ein- wie auch im mehrkanaligen WDM-Aufbau benutzt, in letzten Fall müssen alle Kanäle die gleiche Polarisation haben. Für die Realisierung der PAS wurde eine elektrooptische Wellenplatte mit x-Schnitt, z-Ausbreitung Ti:LiNbO₃-Bauelement verwendet. Der Scrambler besitzt einen TE-TM-Phasenschieber mit Winkel φ_{PS} und einen TE-TM-Modenkonverter mit Winkel φ_{MC} .

Der Scrambler liefert eine Ausgangspolarisation \vec{S}_{sc} (2.66) bei der Drehung der zirkularen Eingangspolarisation $\pm \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$ um die Eigenmoden-Achsen um den Verzögerungswinkel φ (2.64).

Es gibt zwei Algorithmen, die den optimalen Scrambler für die Bedingungen

$$\left\{ \mathbf{C} = \frac{\mathbf{I}}{3}, \langle \vec{S}_{SC} \rangle = 0, \text{ Eigenwerte} = \frac{1}{3} \right\}$$
 zu finden erlauben.

Das erste Algorithmus besteht darin, dass φ_{MC} und φ_{PS} gesucht werden in der Form:

$$\begin{cases} \varphi_{MC} = \sum_{i=1}^{n} a_{i} \sin(i\omega t) \\ \varphi_{PS} = \sum_{i=1}^{n} b_{i} \cos(i\omega t) \end{cases}.$$
(5.1)

Dabei soll der Parameter *n* möglichst klein sein, damit das resultierende Spektrum auch möglichst schmal wird. Das kleine Spektrum erlaubt einen stabile Datenempfang in der PLL. Andererseits bedeutet ein schmales Spektrum, dass ω größer gewählt werden darf. Eine Vergrößerung von ω führt zur Verkleinerung des Zeitintervalls für die PMD Messung.

Eine numerische Simulation ergibt die folgenden Lösungen:

$$\begin{cases} \varphi_{PS} = (1.17 \pm 0.19) \sin \omega t + (1.17 \mp 0.19) \sin 2\omega t \\ \varphi_{MC} = (1.17 \pm 0.19) \cos \omega t - (1.17 \mp 0.19) \cos 2\omega t \end{cases}$$
(5.2)

Für die praktische Lösung wurde untere Vorzeichen ausgewählt [Mir3]. Diese Kurve geht bei Drehung um 120° um die S_3 -Achse in sich selbst über. Die resultierende Figur auf der Poincaré-Kugel und deren Spektren sind im Abb. 5.1 und 5.2 dargestellt.



Abbildung 5.1: Projektionen der Polarisationstrajektorie des "Dreiblättrigen-Kleeblatt-Scrambler".



Der zweite Algorithmus besteht darin, dass jetzt direkt das Verwürflersausgangsspektrum gesucht wird, das die Bedingungen für den optimalen Scrambler erfüllt. Dieses Spektrum stellt man durch

$$\vec{S}_{SC} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} A_{i1} \cos(i\omega t) + B_{i1} \sin(i\omega t) \\ \sum_{i=1}^{n} A_{i2} \cos(i\omega t) + B_{i2} \sin(i\omega t) \\ \sum_{i=1}^{n} A_{i3} \cos(i\omega t) + B_{i3} \sin(i\omega t) \end{bmatrix}$$
(5.3)

als die Summe harmonische Schwingungen dar.

Mit verschiedenen Parametern $\{A_{ij} \ B_{ij}\}$ können verschiedene Kurven auf der Poincaré-Kugel entstehen. Man muss solche $\{A_{ij} \ B_{ij}\}$ suchen, die sowohl die Scrambler-Bedingungen als auch die Bedingung, dass die Kurve auf die Oberfläche liegt (5.4), erfüllen.

Die Bedingung, dass die Kurve \vec{S}_{sc} für eine beliebige Phase ωt auf die Oberfläche liegt, kann man in der Form:

$$\left(\sum_{i=1}^{n} A_{i1} \cos(i\omega t) + B_{i1} \sin(i\omega t)\right)^{2} + \left(\sum_{i=1}^{n} A_{i2} \cos(i\omega t) + B_{i2} \sin(i\omega t)\right)^{2} + \left(\sum_{i=1}^{n} A_{i3} \cos(i\omega t) + B_{i3} \sin(i\omega t)\right) = 1$$
(5.4)

darstellen.

Für den Fall n=2 kann man beweisen, dass es keine Menge $\{A_{ij} \mid B_{ij}\}$ gibt, die diese Bedingungen erfüllt.

Die Gleichung (5.3) für n=3 und die Bedingung, das die Kurve auf Poincaré-Kugel liegt, resultieren in folgenden algebraischen Bedingungen:

$$\begin{aligned} A_{21} \cdot (A_{11} + A_{31}) + B_{21} \cdot (B_{11} + B_{31}) + A_{22} \cdot (A_{12} + A_{32}) + B_{22} \cdot (B_{12} + B_{32}) \\ + A_{23} \cdot (A_{13} + A_{33}) + B_{23} \cdot (B_{13} + B_{33}) = 0 \\ A_{21} \cdot (B_{31} - B_{11}) + B_{21} \cdot (A_{11} - A_{31}) + A_{22} \cdot (B_{32} - B_{12}) + B_{22} \cdot (A_{12} - A_{32}) + \\ A_{23} \cdot (B_{33} - B_{13}) + B_{23} \cdot (A_{13} - A_{33}) = 0 \\ 0.5 \cdot (A_{11}^{2} - B_{11}^{2} + A_{12}^{2} - B_{12}^{2} + A_{13}^{2} - B_{13}^{2}) + A_{11} \cdot A_{31} + B_{11} \cdot B_{31} + A_{12} \cdot A_{32} + \\ B_{12} \cdot B_{32} + A_{13} \cdot A_{33} + B_{13} \cdot B_{33} = 0 \\ A_{11} \cdot (B_{11} + B_{31}) - B_{11} \cdot A_{31} + A_{12} \cdot (B_{12} + B_{32}) - B_{12} \cdot A_{32} + \\ A_{13} \cdot (B_{13} + B_{33}) - B_{13} \cdot A_{33} = 0 \\ A_{11} \cdot (B_{11} + B_{31}) - B_{11} \cdot A_{31} + A_{12} \cdot (B_{12} + B_{32}) - B_{12} \cdot A_{32} + \\ A_{13} \cdot (B_{13} + B_{33}) - B_{13} \cdot A_{33} = 0 \\ A_{11} \cdot B_{21} + B_{11} \cdot A_{21} + A_{12} \cdot A_{22} - B_{12} \cdot B_{22} + A_{13} \cdot A_{23} - B_{13} \cdot B_{23} = 0 \\ 0.5 \cdot (A_{21}^{2} - B_{21}^{2} + A_{22}^{2} - B_{22}^{2} + A_{23}^{2} - B_{23}^{2}) + A_{11} \cdot A_{31} - B_{11} \cdot B_{31} + \\ A_{12} \cdot A_{32} - B_{12} \cdot B_{32} + A_{13} \cdot A_{33} - B_{13} \cdot B_{33} = 0 \\ A_{11} \cdot B_{31} + B_{11} \cdot A_{31} + A_{21} \cdot B_{21} + A_{12} \cdot B_{32} + B_{12} \cdot A_{32} + A_{22} \cdot B_{22} + \\ A_{13} \cdot B_{33} + B_{13} \cdot A_{33} + A_{23} \cdot B_{23} = 0 \\ A_{21} \cdot A_{31} - B_{21} \cdot B_{31} + A_{22} \cdot B_{32} - B_{22} \cdot B_{32} + A_{23} \cdot B_{33} + B_{23} \cdot A_{33} = 0 \\ A_{21} \cdot B_{31} + B_{21} \cdot A_{31} + A_{22} \cdot B_{32} + B_{22} \cdot A_{32} + A_{23} \cdot B_{33} = 0 \\ A_{31}^{2} - B_{31}^{2} + A_{32}^{2} - B_{32}^{2} + A_{33}^{2} - B_{33}^{2} = 0 \\ A_{31} \cdot B_{31} + A_{32} \cdot B_{32} + A_{33} + B_{31}^{2} - B_{32}^{2} = 2 / 3 \\ A_{11}^{2} + B_{11}^{2} + A_{21}^{2} + B_{21}^{2} + A_{31}^{2} + B_{31}^{2} = 2 / 3 \\ A_{12}^{2} + B_{12}^{2} + A_{22}^{2} + B_{22}^{2} + A_{32}^{2} + B_{32}^{2} = 2 / 3 \\ A_{11}^{2} + A_{12}^{2} + B_{13}^{2} + A_{21}^{2} + A_{22}^{2} + B_{22}^{2} + A_{31} \cdot A_{33} + B_{31} \cdot B_{33} = 0 \\ A_{11} \cdot A_{13} + B_{11} \cdot B_{13} + A_{21} \cdot A_{23}$$

Für den Fall n = 3 gibt es schon mehrere Lösungen. In allgemeinem Fall kann man dieses System mit Hilfe der Gröbner-Basis [Buc], [Frö] in der Software Maple lösen. Die Anzahl dieser Lösungen kann man aufgrund der Symmetrie der Poincaré-Kugel auf zwei Lösungen reduzieren,

$$\vec{S}_{SC} = \begin{bmatrix} S_{SC1} \\ S_{SC2} \\ S_{SC3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1 \pm \sqrt{1/3}}{2} \cos(\omega t) - \frac{1 \mp \sqrt{1/3}}{2} \cos(3\omega t) \\ \frac{1 \pm \sqrt{1/3}}{2} \sin(\omega t) + \frac{1 \mp \sqrt{1/3}}{2} \sin(3\omega t) \\ \sqrt{2/3} \cos(2\omega t) \end{bmatrix}.$$
(5.6)

Die erste Lösung mit den oberen Vorzeichen nennt man "Tennisball" Kurve. Der Tennisball-Scrambler ist eine optimale Lösung mit minimalen Spektrallinien.

Die Lösung mit den unteren Vorzeichen besitzt auch nicht mehr als 3 Spektralkomponenten. Sie wurde in den praktischen Experimenten nicht benutzt, weil diese Kurve mehr Leistung in der dritten Spektralkomponente hat als die "Tennisball"-Lösung.



Abbildung 5.3: Projektionen der "Tennisball-Kurve".



Abbildung 5.4: Spektren der Stokes-Parameter

Die Lösung mit den unteren Vorzeichen (5.5) ist in Abb. 5.5 und 5.6 dargestellt.



Abbildung 5.5: Projektionen der zweiten Lösung.





Den Verzögerungswinkel φ erhält man durch

$$\varphi = \arccos S_{SC,3} \tag{5.7}$$

Den Orientierungswinkel der Eigenmoden mit zirkularer Eingangspolarisation liefert

$$\zeta = \arg\left(\varphi_{PS} + j \cdot \varphi_{MC}\right) = \arg\left(-S_{SC,2} + j \cdot S_{SC,1}\right)$$
(5.8)

Die entsprechende Phasenverschiebung und Modenkonversion des Retarders berechnet man anhand von

$$\varphi_{PS} = \varphi \cos \zeta = \frac{-S_{SC,2} \arccos S_{SC,3}}{\sqrt{S_{SC,1}^2 + S_{SC,2}^2}}$$
(5.9)

$$\varphi_{MC} = \varphi \sin \zeta = \frac{S_{SC,1} \arccos S_{SC,3}}{\sqrt{S_{SC,1}^2 + S_{SC,2}^2}}$$
(5.10)

Diese zwei Parameter werden in den praktischen Experimenten benutzt, um die Tennisballkurve zu erhalten. In Abbildungen 5.7 und 5.8 sind Phasenverschiebung , Modenkonversion und die entsprechende Spektren für die "Tennisball"-Kurve dargestellt.







5.2 Polarisationsunabhängiger Scrambler

Der polarisationsunabhängige Scrambler (PUS) muss eine beliebige Eingangspolarisation so variieren, dass im Empfänger die maximale mögliche Empfindlichkeit bei der Ankunftszeitdetektion erreicht wird. Diese kann im WDM-Systemen nützlich sein. Die Bedingungen für den PUS bleiben ähnlich wie für den PAS (4.15), also:

$$\left\{ \mathbf{C} = \frac{\mathbf{I}}{3}, \quad \left\langle \vec{S}_{SC} \right\rangle = 0, \quad \text{Eigenwerte} = \frac{1}{3} \right\}.$$

Ein einfaches System, das solche PUS kann, ist ein Retarden mit Verzögerung von auf der Poincaré-Kugel verteiltem Eigenmode [San2], [Cho1]. Hierbei ist $\phi = \pi - \arccos$ folgende Realisierung möglich. Zwei Wellenplatten haben die gleiche Verzögerung φ , die eine sinus-förmige WDF in Intervall $[0;\pi]$ besitzt. Beide Wellenplatten drehen sich in die gleiche Richtung mit derselben Geschwindigkeit, aber die Orientierungswinkel (doppelte azimutale Winkel) ζ und $\zeta + \pi$ unterscheiden sich um π am Äquator auf der Poincaré-Kugel. Jede dieser Wellenplatten transformiert zirkulare Polarisation in gleichmäßig verteilte Polarisation auf der Poincaré-Kugel. Zwischen diesen Wellenplatten muss man einen zirkularen Retarder mit einer Verzögerung von $\phi = \pi - \arccos\left(\frac{7}{2}\right)$ einsetzen. Diese zwei elektrooptischen Wellenplatten funktionieren umgekehrt gegensinnig wegen der Orientierung der Differenzwinkel. Darum ist es notwendig, eine Transformation der zirkularen Verzögerung in eine $\phi = \pi - \arccos\left(\frac{7}{8}\right)$ $\phi = \pi - \arccos\left(\frac{\gamma}{2}\right)$ Verzögerung mit gleichmäßig verteilten Eigenmoden auf der Poincaré-Kugel zu erreichen. Hier wird diese Konfiguration dargestellt:



Abbildung 5.9: "Realisierung der Polarisationsunabhängige Scrambler"

Das erste und zweite Argument der SBC sind die Verzögerung und der Orientierungswinkel. Der zirkulare Retarder wird hier als "C" bezeichnet und hat als Parameter die Verzögerung ϕ . Wenn man vor oder hinter dem Scrambler einen nicht modulierte Retarder einfügt, wird die Funktion davon nicht geändert.

Weil ein idealer PUS eine endlose Verwürfelungsperiode besitzt, wurde die Simulation mit einer begrenzten Verwürfelungsperiode durchgeführt

$$\begin{split} \varphi_{PS1} &= A - B \qquad \varphi_{PS2} = A + B \\ A &= 0.28 \cdot \sin \omega t - 1.15 \cdot \sin 3\omega t + 0.82 \cdot \sin 4\omega t \\ B &= 0.26 \cdot \cos \omega t + 0.37 \cdot \cos 3\omega t + 0.14 \cdot \cos 4\omega t \\ \varphi_{MC1} &= C - D \qquad \varphi_{MC2} = C + D \\ C &= -0.99 \cdot \cos \omega t - 1.40 \cdot \cos 3\omega t - 0.52 \cdot \cos 4\omega t \\ D &= 0.07 \cdot \sin \omega t - 0.31 \cdot \sin 3\omega t + 0.22 \cdot \sin 4\omega t \end{split}$$
(5.11)

Index 1 und 2 unterscheidet hier die zwei Wellenplatten.

Dieses Ergebnis wurde bei den numerischen Berechnungen gefunden [San2].

Um die Arbeit der PUS zu prüfen, wurde zwei kommerzielle *LiNbO*₃-Kristalle benutzt.

Eine Wellenplatte hat fast 51 gleichverteilte Polarisationen für PUS erzeugt.

Mit der zweiten Wellenplatte wurde ein PUS realisiert. Es wurden die Kovarianzmatrix C und die Eigenwerte für jede Eingangspolarisation bestimmt. Das Histogramm der Eigenwerte zeigt Abbildung 5.10. Das Minimum der kleinsten Eigenwerte war mehr als <u>0.26</u>; das Maximum der größten Eigenwerte war weniger als <u>0.35</u>. Damit wurde eine relative Genauigkeit der PMD-Messung, die auf Ankunftszeitsignalvariation basiert, bis $\pm 15\%$ erreicht. Die erreichbare Genauigkeit hängt auch von der Scramblerseingangspolarisation und der Orientierung der PSP der Faser ab.



Abbildung 5.10: Histogramm der Eigenwerte

Das Spektrum der verwürfelten Stokes-Parameter hängt von der Eingangspolarisation ab. Zuerst wurde die Spektren von alle 3 Stokes-Parametern mit allen Eingangspolarisationen gemessen. Ihre quadrierten Amplituden, beziehungsweise die entsprechenden Spektren wurden durch alle Polarisationen und alle Stokes-Parameter gemittelt. In Abbildung.5.11 werden die Amplituden des Spektrum gezeigt. Obgleich diese Grafik keine direkte physikalische Bedeutung besitzt, zeigt sie doch, dass ein sehr breites Spektrum der Preis für die Unempfindlichkeit des Systems von der Eingangspolarisation ist. Ein sehr breites Spektrum fordert von der PLL einen möglichst großen Haltebereich für die PMD-Ankunftszeitdetektion.


Abbildung 5.11: Spektrum des PUS, bei 51 Eingangspolarisation

Es wurden der kleinste und der größte Eigenwert im Wellenlängenbereich von 1520 nm bis 1580 nm gemessen. Die Scramblerqualität ist ausreichend für eine Bandbreite von 4 THz.



Abbildung 5.12: Der kleinste und der größte Eigenwert im Wellenlängenbereich von 1520nm bis 1580nm

5.3 Aufbau und Messergebnisse

Abbildung 5.13 zeigt den Versuchsaufbau, mit dem die Funktion des Scramblers demonstriert wurde.

Ein DFB Laser erzeugt ein 192.5THz Signal für den Aufbau. Als aktives Polarisationselement wurde ein kommerzieller x-Schnitt, z-Ausbreitung LiNbO₃ Polarisationstranformator mit 8 kaskadierten Wellenplatten benutzt. Jede dieser Wellenplatten erzeugt eine Verzögerung von $\lambda/16$,wenn an der jeweiligen Sektion 10 Volt anliegen. Die Wellenplatte1(WP1) wurde verwendet, um eine notwendige zirkulare Polarisation zu erhalten. WP2 und WP3 zusammen wurden als eine HWP eingesetzt und später auch als Scrambler. Ein schnelles integriertes optisches Polarimeter erlaubt es, die Stokes-Parameter des Scramblers zu messen. Es wurde eine Platine entwickelt, auf der ein 50MS/s-ADC sowie 4 DACs untergebracht sind. Die 4 DACs treiben 8 Hochspannungskanäle (±69 Volt) zur Ansteuerung des Scrambler. Die DACs erzeugten einen Signal von 12.5 MHz. Die Verwürflungsperiode betrug 1/32 von 12.5 MHz, also ca. 390kHz.



Abbildung 5.13: Scrambler Aufbau

Das optische Signal wird am integrierten Polarimeter in die 4 Stokes-Parameter umgewandelt. Jedes dieser Signale wird durch analoges Multiplex an einen ADC-Eingang weitergeleitet. Es ist möglich, die Daten im ADC mit einer Taktrate von 50 MS/s zu lesen. Nach 4 Perioden stehen alle notwendigen Informationen bereit zur Analyse.

Als erster Schritt muss der Scrambler sich selber charakterisieren. Zuerst werden gültige Amplituden für Phasenschieber und Modenkonversion gesucht, und dabei wird auch die zirkulare Eingangspolarisation justiert.

Der nächste Schritt ist die Scrambleroptimierung durch Vergleich der theoretischen Kurve mit der praktischen Kurve Abb. 5.14. Das Fehlersignal wird definiert als die Summe aller Abweichungen zwischen idealem Scrambler und realem.



Abbildung 5.14: Realer und Idealer Scrambler ohne Nachoptimierung.

Nach zirka 20000 oder 30000 Optimierungszyklen wird der optimale Zustand erreicht.



Abbildung 5.15: Gemessene "Tennisball"-Kurve(rot) und ideale theoretische Kurve(blau).



Abbildung 5.16: Experimental gemessene Spektren von normierten Stokes-Parameter

Abb. 5.15 zeigt die resultierende "Tennisball"-Trajektorie, die man nach der Optimierung bekommt. Die Scrambler-Periode beträgt 2,56 μ s. In Abb. 5.15 sind die Achsen deshalb nicht symmetrisch, weil sich zwischen Scrambler und ADC noch ein fester Retarder befindet. Die Eigenwerten liegen sehr nah bei 1/3, was der Theorie entspricht, mit einer relativen Abweichung von ± 2,5%. Der resultierende Polarisationsgrad beträgt zirka 0.0066.

Abb. 5.16 zeigt die Spektren der empfangenen Signale. Das Spektrum ist dem theoretischen Spektrum sehr ähnlich. Die Gesamtsignalleistung verteilt sich auf die 1. und 3. Harmonischen für S_1 und S_2 sowie auf die 2. Harmonische für S_3 .

Abbildung 5.17 zeigt Übertragungsaufbau für 40 Gbit/s mit Polarisationsscrambler.



Abbildung 5.17: 40 Gbit/s Übertragungsaufbau mit Polarisationsscrambler und Ankunftszeitdetektion bei Übertragung nur einer Polarisation

Im Experiment wurde eine Pseudozufallsfolge (PRBS) der Länge $2^7 - 1$ benutzt. Nach dem Polarisationsverwürfler wurden manuelle Polarisationsstellglieder eingesetzt, auch nach der doppelbrechenden Faser wurde noch ein Polarisationsregler implementiert. Es wurde 40 Gb/s NRZ-Datenmodulation benutzt.

Das Ankunftszeitsignal wurde mit Hilfe eines digitalen Speicheroszilloskops von HP mit 4 GS/s und 1 GHz Bandbreite direkt in der PLL gemessen.



Abbildung 5.18: PMD-Messungswerte von schnellem "Tennisball"-Scrambler und entsprechende 40 Gbit/s NRZ Augendiagramme.

Für jede PMF wurde der Effektivwert (RMS) der Amplitude des Ankuftszeitsignals berechnet wie ein DGD-Wert.

In Abb. 5.18 ist der Durchschnittswert wiederholter DGD-Messungen als Funktion des DGD dargestellt, mit Fehlerintervallen für eine Standardabweichung von $\sigma = \pm 1$.

Nicht überlappende $\pm \sigma$ Intervalle zwischen Ops und 1.35ps belegen eine Meßempfindlichkeit von 1.35ps.

Weil die Verzögerung proportional zur Wellenlänge ist, kann der Scrambler nur für eine Wellenlänge optimiert werden. In diesem Experiment wurde eine optimale Wellenlänge von 1550nm ausgewählt. Für diese Wellenlänge wurde der Scrambler optimiert, und bei einer konstanten Eingangspolarisation für den Scrambler wurde die Wellenlänge variiert.

Im Abbildung 5.19 ist die Abhängigkeit dreier Eigenwerte der Matrix C von der Wellenlänge dargestellt. Aus diesem Bild kann man sehen, dass die optische Bandbreite für die effiziente Funktion des Scramblers ca. 4 THz beträgt. Dieses Ergebnis wurde mit einem früheren Aufbau [San2] erhalten.



Abbildung 5.19: Eigenwerte der Kovarianzmatrix **C** als Funktion der Wellenlänge.



Abbildung 5.20: Blockdiagramm des Versuchsaufbau

Auf Bild 5.20 ist ein Blockdiagramm des Versuchsaufbaus dargestellt.

Der Versuchsaufbau besteht aus zwei Teilen: ein Teil ist für den Datenempfang von der Photodiode verantwortlich und der andere schickt Daten über DACs und Hochspannungsverstärker auf das Ti:LiNbO₃-Bauelement. Diese zwei Teile sind mit einen internen Taktsignal mit einer Frequenz von 100 MHz synchronisiert.

Der Aufbau wird durch ein Matlab-Programm gesteuert und geregelt..

Der Multiplexer 4:1 schaltet synchron vier elektrische Signale, in denen die vier Stokes-Parameter enthalten sind, auf ADC um. Der ADC wandelt die empfangenen Daten um, die anschließend im FPGA-RAM gespeichert werden. Später werden die gespeicherten Daten in den PC transferiert. Der ADC-Teil wird durch einen besonderen ADC-Regler gesteuert.

Um das Ti:LiNbO₃-Bauelement zu steuern, schickt Matlab die Daten an den FPGA-RAM. Diese Daten werden dann auf die DAC und Hochspannungsverstärker weitergeleitet. Der DAC-Teil wird durch einen DAC-Regler gesteuert. DAC-Regler und ADC-Regler funktionieren zusammen synchron.

In Abbildung 5.21 ist ein Foto des Versuchsaufbaus dargestellt.



Abbildung 5.21: Foto der Versuchsaufbau

Auf den Bilder 5.22 – 5.31 sind gemessene Augendiagramme für verschiedene PMF dargestellt. Alle diese Bilder wurde mit eingeschaltetem Scrambler aufgenommen. Hier kann man deutlich erkennen, dass bei kleineren PMD-Werten ein Augenschließungseffekt kaum auftritt. Visuell kann man den PMD-Einfluß ab ca. 6ps erkennen.



Abbildung 5.22: Augendiagramm ohne PMF



Abbildung 5.23: PMF 0.77ps



Abbildung 5.24: PMF 1.35ps



Abbildung 5.25: PMF 2.00ps



Abbildung 5.26: PMF 4.00ps



Abbildung 5.27: PMF 5.80ps



Abbildung 5.28: PMF 8.60ps



Abbildung 5.29: PMF 12.80ps



Abbildung 5.30: PMF 19.10ps



Abbildung 5.31: PMF 25.10ps

Im Abb.5.32 – 5.34 wurden PLL-Taktspektren der halbratigen Taktfrequenz gemessen.



Abbildung 5.32: Spektren des Taktsignals mit und ohne Scrambler



Abbildung 5.33: Spektren mit PMF von 0, 1.35 und 2 ps.



Abbildung 5.34: Spektren mit PMF von 0, 5.8 und 25 ps.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Bei der Einführung schneller Übertragungssysteme mit Datenraten \geq 40Gb/s spielt PMD eine große Rolle. Durch PMD wird auch in Zukunft bestimmt, wie schnell die Daten in optischen Glasfasern übertragen werden können. Deswegen ist es sehr wichtig, PMD schnell, genau und kostengünstig messen zu können.

In der vorliegenden Arbeit wurde ein PMD-Messaufbau vorgestellt. Dieser Aufbau erlaubt es, die PMD in wenigen Mikrosekunden mit einer Empfindlichkeit von ca. 1,35 ps zu messen.

Es wurde auch gezeigt, dass das System erfolgreich in einer WDM-Übertragungsstrecke funktioniert.

Das System ist in der Lage, sich selbst zu charakterisieren und ständig zu optimieren.

Dieses System wird man als ein Teilsystem zur PMD-Kompensation benutzen können. Ohne die PMD messen zu können, könnte man sie auch nicht kompensieren.

Das Ankunftszeitsignal kann man im Polarisationmultiplexübertragungssystem benutzen. Auch für die Messung der chromatischen Dispersion kann man das Ankunftszeitsignalschema benutzen.

Literaturverzeichnis

[Alf1] R. C. Alferness, L. L. Buhl, "Electro-optic waveguide TE to TM mode converter with low drive voltage", Optical Letters, Vol. 5, pp. 473-475.

[Alf2] R.C. Alferness, "Efficient waveguide electro-optic TE-TM converter/wavelength filter", Applied Physics Letters, 36, pp. 513-515, 1980.

[Aok] Y. Aoki: "Properties of fiber Raman amplifiers and their applicability to digital optical communication systems" *Journal Lightwave Technology*" 6 (1988) 1225-1239.

[Asc1] S.R. Ascham, M.C.K. Wiltshire, S.J. Marsch and A.J.Gibbons, "A practical liquid crystal polarization controller", Proceeding. ECOC 1990, 393 (1990).

[Ass] R.M.A. Azzam, N.M.Bashara: "Ellipsometry and polarized light. North-Holland, 1987.

[Bac] H.Bach and N.Neuroth. "The properties of optical glass", Springer, Berlin, 1995.

[Ber1] L.A. Beresnev, V:G. Chigrinov, D.I. Dergachev, E.P. Poshidaev, J. Fünfschilling and M. Schadt "Deformed helix ferroelectric liquid crystal display: a new electrooptic mode in ferroelectric chiral smectic C liquid crystals," Liquid Crystals, 1989, vol. 5, No. 4, pp. 1171-1177.

[Bil1] B.H. Billings, "A monochromatic depolarizer", Journal of the Optical Society of America, vol. 41, pp. 966-975, 1951.

[Bja] A. Bjarklev: "Optical fiber amplifiers, desing and systems applications", Verlag Artech House Boston, London (1993).

[Bor] M. Born und E. Wolf, "Principles of Optics", Pergamon, Oxford (1987).

[Bro1] I.N. Bronstein, K.A. Semendjajew.: *Taschenbuch der Mathenatik.* 25. Auflage Moskau. Leipzig: B.G. Teubner Verlagsgesellschaft

[Buc] B. Buchberger, "Gröbner bases and applications", Cambridge University Press, Cambridge, 1998.

[Bül1] H. Bülow, "System outage probability due to first- and second-order PMD", IEEE Photon. Technol. Lett., vol. 10, pp. 696-698, 1998.

[Cho1] S. Chotchidjoum, "Polarisationsscrambler". Diplomarbeit, Fachgebiet Optische Nachrichtentechnik und Hochfrequenztechnik, Universität Paderborn, 2005.

[Cur] F. Curti, B. Daino, G. De Marchis, F. Matera, "Statistical treatment of the evolution of the principal states of polarization in single-mode fibers", *IEEE Journal Lightwave Technology*, vol. 8, no. 8, pp. 1162 -1166, Dec. 1990.

[Das] C. Das; U. Gaubatz; E. Gottwald; K. Kotte; F. Küppers; A. Mattheus; C.J. Weiske: "Straight line 20Gbit/s transmission over 617 km dispersion compensated standard-singlemode-fiber" Electronics Letters 31 (1995) 4, S. 305-307.

[Dju] A. Djupsjöbacka, "On Differential Group-Delay Statistics for Polarization Mode Dispersion Emulators", *IEEE Journal Lightwave Technology*, vol. 19, no. 2, pp. 258 -290, Dec. 2001

[Fle] J.W. Fleming Material and mode dispersion in GeO₂ • B₂O₃ • SiO₃ glasses. Journal Americal Ceramic Society 59: 503-507, 1976.

- [For] A.O. Dal Forno, A. Paradisi, R. Passy, J.P. von der Weid, "Statistical analysis of DGD in PMD Emulators with random Mode coupling Lengths", SBMO/IEEE Proceedings MTT-S IMOC'99, 1999.
- [Fos] G. J. Foschini and C.D. Poole "Statistical theory of polarization dispersion in single mode fibers" Journal of Lightwave Technology, vol. 9, pp. 1439-1456, 1991.
- [Frö] R. Fröberg, "An introduction to Gröbner bases", Wiley, Chichester 1997.
- [Gis] N.Gisin and J.P. Pellaux, "Polarization mode dispersion: time versus frequency domains" Optics Communications, Volume 89, Issues 2-4, 1 May 1992, Pages 316-323.

[Gis2] N. Gisin, R. Passy, J.C. Bishoff, B. Perny, "Experimental investigations of the statistical properties of polarization mode dispersion in single mode fibers", IEEE Photonics Technology Letters, vol.5, no. 7, pp. 819-821, 1993.

[Gle1] L. M. Gleeson, E. S. R. Sikora, and M. J. O. Mahoney, "Experimental and numerical investigation into the penalties induced by second order polarization mode dispersion at 10 Gb/s," in Proceeding. ECOC '97, vol. 1, Edinburgh, Scotland, U.K., 1997, pp. 15-18.

[Glo] D. Gloge Weakly guiding fibers. In: Appl Optics (1971), S. 2252-2258.

[Gor1] J.P. Gordon, H. Kogelnik, "PMD Fundamentals: Polarization mode dispersion in optical fibers", *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, vol. 97, no. 9, p. 4541-4550, Sept 2000

[Gra] D.E.Gray, "American Institute of Physics Handbook", McGraw-Hill, New York, 1963.
[Grü] Grüner-Nielsen, L.; Edvold, B.; Magnussen, D. et al.: "Large volume manufacturing of dispersion compensation fiber". Proceeding. OFC '98, Paper TuD5, San Jose, Ca., 1998
[Hec] E. Hecht. Optik. Addison-Wesley. Bonn. 1989

[Hei1] F. Heismann, "Jones matrix expansion for second-order polarization mode dispersion", in *Proceeding. ECOC-IOOC 2003*, Th1.7.5.

[Hei2] F. Heismann, R. Ulrich, "Integrated-optical single-sideband modulator and phase shifter", *IEEE JOURNAL Quantum Electronics*, vol.18, no.4, pp 767-771, Apr. 1982

[Hin1] S. Hinz, D. Sandel, M. Yoshida-Dierolf, V. Mirvoda, R. Noé, T. Weyrauch, W. Haase: FLCs used for Polarization Mode Dispersion Compensation 10-Gb/s Transmission System. Proceeding. 7th International Conference on Ferroelectric Liquid Crystals FLC'99, 29 August-3 September 1999, Darmstadt University of Technology, Germany, pp. 124-125.

[Hua] S. Huard Polarization of Light., 1997, Wiley, New York.

[Ima1] T. Imai, K. Nosu, H. Yamaguchi "Optical polarization control utilizing an optical heterodyne detection scheme", IEEE Electronics Letters, vol 21, no. 2, pp. 52-53, Feb. 1985.

[Jeu] L.B. Jeunhomme: "Single-mode fiber optics", 2 Auflage New York, Basel : Marcel Dekker 1983.

[Joh1] M. Johnson, "Poincaré sphere representation of birefrigent networks", Applied Optics, vol. 20, no. 12, pp. 2075-2080, 1981.

[Jon] R.C. Jones: "A new calculus for the treatment of optical systems I". JOURNAL Opt. Soc. Am., vol. 31, pp. 488-503, 1941.

[Kam] I.P.Kaminow: "Crystallographic and electrooptic properties of cleved LiNbO₃", Journal Appl. Physics vol.51, no.8 4379-4384 (1980).

[Kam2] I.P.Kaminow, "Polarization in optical fibers", IEEE Journal of Quantum Electronics vol.17, no. 1, pp. 15-22 (1981).

[Kar] M. Karlsson, J. Brentel, "Autocorrelation function of the polarization mode dispersion vektor", Optics Letters, Vol. 24, No. 14, pp. 939-941, July15 1999.

[Kas] Kashyap R.: "Photosensitive optical fiber: Devices and applications". Optical Fiber Technology 1 (1994) 1147.

[Kaw] S. Kawakami, M. Ikeda, "Transmission characteristics of a two-mode optical waveguide", IEEE Journal of Quantum Electronics vol.14, no. 8, pp. 608-614 (1978).

[Kog1] H. Kogelnik, L.E. Nelson, J.P. Gordon, "Emulation and Inversion of Polarization-Mode Dispersion," *IEEE JOURNAL Lightwave Technology*, vol.21, no.2, pp. 482-495, Feb. 2003

[Kra1] K.J. Krath, B. Scholl "Fiber optical polarization transformation" IEEE Photonics Technology Letters, vol.3, no.8, pp. 747-748, Aug 1991

[Lee] S. Lee, Q. Yu, L.S. Yan, Y. Xie, O.H. Adamczyk, A.E. Willner, "A short recirculating fiber loop testing with accurate reproduction of Maxwellian PMD Statistics" Optical Fiber Communication Conference, OFC' 2001, Los Angeles, CA, WT2, 2001.

[Loh] Loh, W.H.; Laming, R.I.; Gu, M. et al.: Electronics Letters 31 (1995) 2203.

[Man] L. Mandel und E. Wolf, Optical Coherence and Quantum Optics, Cambridge University Press (1995).

[Mar] D. Marcuse, C.R. Menyuk, P.K.A. Wai, "Application of the Manakov-PMD Equation to Studies of Signal Propagation in Optical Fibers with Randomly Varying Birefringence", JLT vol 15, no. 9, pp. 1735-1746, 1997.

[Mar1] D. Marcuse Pulse distortion in single-mode fiber. Appl. Opt. 19: 1653-1660, 1980.

[Mes] A. Messiah Quantum Mechanics, 1961, North Holland, Amsterdam.

[Mir1] V. Mirvoda, R. Noé, F. Podgornov, W. Haase, Towards a simple DHF-FLC-based polarization controller for fiber-optical communication, 33. Arbeitstagung Flüssigkristalle 2005, Paderborn, 16.-18. März 2005, Universität Paderborn, P6

[Mir2] V. Mirvoda, D. Sandel, F. Wüst, S. Hinz, R. Noé "Linear detection of polarization mode dispersion by arrival time modulation", Electrical Engineering 84 (2002), pp. 71-73, Springer-Verlag 2002.

[Mir3] V. Mirvoda, D. Sandel, F. Wüst, R. Noé "Optimized polarization scrambler for PMD detection" Proceeding 28th European Conference on Optical Communication (ECOC 2002), Vol. II., Tutorial 4, Copenhagen, DK

[Moc] K.Mochizuki: "Optical fiber transmission system using stimulated Raman scattering". *Journal Lightwave Technology* LT-3 (1985) S. 688-694.

[Nel1] L.E. Nelson, R.M. Jopson, H. Kogelnik, J.P. Gordon, "Measurement of polarization mode dispersion vectors using the polarization dependent signal delay method", *Optics Express*, vol. 6, no. 8, pp. 158-167, April 2000

[Noé1] R. Noé, D. Sandel, M. Yoshida-Dierolf, S. Hinz, V. Mirvoda, A. Schöpflin, C. Glingener, E. Gottwald, C. Scheerer, G. Fischer, T. Weyrauch, W. Haase, "Polarization mode dispersion compensation at 10, 20 and 40 Gb/s with various optical equalizers", *IEEE JOURNAL Lightwave Technology*, vol. 17, no. 9, pp. 1602-1616, Sept. 1999.

[Noé2] R. Noé, H. Heidrich, D. Hoffmann, "Endless polarization control systems for coherent optics", *IEEE JOURNAL Lightwave Technology*. vol .6, no.7, pp. 1199-1207, July 1988

[Noé3] R. Noé "Entwurf und Aufbau von unterbrechungsfreien Polarisationsnachführungen im optischen Überlagerungsempfang", Dissertation am Institut für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität München, 1987.

[Noé4] R. Noé, "Vorlesungsskript ONT B".

[Noé5] R. Noé, D. Sandel, S. Hinz, M. Yoshida-Dierolf, V. Mirvoda, G. Feise, H. Herrmann, R. Ricken, W. Sohler, F. Wehrmann, C. Glingener, A. Schöpflin, A. Färbert, G. Fischer, "Integrated optical LiNbO3 distributed polarization mode dispersion equalizer in 20 Gbit/s transmission system," *IEE Electronics Letters*, vol.35, no.8, pp. 652-654., Apr.1999

[Noé6] R. Noé, D. Sandel, V. Mirvoda, F. Wüst und S. Hinz "Polarization Mode Dispersion Detected by Arrival Time Measurement of Polarization-Scrambled Light" *IEEE JOURNAL of Lightwave Technology*, vol. 20, no. 2, pp. 229-235, Febr. 2002.

[Noé7] R. Noé, D. Sandel, V. Mirvoda, PMD in High-Bitrate Transmission and Means for its Mitigation, IEEE J. Selected Topics in Quantum Electronics, Vol. 10, No. 2, 2004, pp. 341-355

[Noé8] Noé, R., Rehage, M., Harizi, C., Ricken, R.: "Depolarizer based on acoustooptical TE-TM converters for suppression of polarization holeburning in long haul EDFA links". Electronics Letters, Vol. 30(1994)18, pp. 1500-1501

[Noé9] Noé, R. Script "Grundlagen der Optischen Nachrichtentechnik" 1994.

[Nor] S.R. Norman, P.N. Payne, M.J.Adams. Fabrication of single-mode fibres exhibiting extremely low polarization birefringence. Electronics Letters 15:309-310, 1979.

[Nye] J.F.Nye. "Physical Properties of Cristals", Clarendon Press, Oxford, 1960.

[Oko1] T. Okoshi, N. Fukaya, K.Kikuchi, "New polarization-state control device: rotable fiber cranks", IEEE Electronics Letters vol 20, no. 12, pp. 895-896, Dec. 1985.

[Oko2] T. Okoshi "Polarization-state control schemes for heterodyne or homodyne optical fiber communications", IEEE JOURNAL Lightwave Technology, vol. 3, no. 6, pp 1232-1237, Dec. 1985.

[Pap] A. Papoulis "Probability, Random Variables and Stochastic Processes", New York, NY: McGraw-Hill, 1984.

[Pen] D. Penninckx and F. Bruyère, "Impact of the statistic of second-order polarizationmode dispersion on system performance," in Proceeding. OFC '98, vol. 2, San Jose, CA, 1998, pp. 340-342.

[Pet] Peters, J., Dori, A.,Kapron, F.: "Bellcore's fiber measurement audit of existing cable plant foruse with high bandwidth systems", Proc. NFOEC 97 1 (1997) 19-30.

[Poi1] H. Poincaré. Théorie Mathématique de la Lumiere. Paris : Georges Carré. 1892.

[Pol1] C.R. Pollock: Fundamentals of optoelectronics. Chicago Irwin 1985

- [Pol2] C. D. Poole, R. E. Wagner, "Phenomenological approach to polarization dispersion in long single-mode fibers," *IEE Electron. Letters*, vol 22, no. 19, pp. 1029-1030, May 1986.
- [Pol3] C.D. Poole, J. H. Winters, and J.A. Nagel, "Dynamic equation for polarization dispersion", Opt. Lett., vol. 13, pp. 155-157, 1988.
- [Pol4] C.D. Poole, D.L. Favin, "Polarization-mode dispersion measurement based on trasmission spectra through a polarizer", IEEE Journal of Lightwave Technology, vol.12, no.6, pp. 917-929, 1994.
- [Pol5] C.D. Poole "Statistical treatment of polarization dispersion in single-mode fiber", Vol. 13, No. 8, Optics Letters, August 1988.

[Pol6] C. D. Poole and C. R. Giles, "Polarization-dependent pulse compression and broadening due to polarization dispersion in dispersion-shifted fiber," Opt. Lett., vol. 13, pp. 155-157, 1988

[Ros1] H. Rosenfeldt, Ch. Knothe, R. Ulrich, E. Brinkmeyer, U. Feiste, C. Schubert, J. Berger, R. Ludwig, H.G. Weber, A. Ehrhardt "Automatic PMD compensation at 40 Gbit/s and 80 Gbit/s using a 3-dimensional DOP evaluation for feedback", in *Proc. OFC2001*, vol.4, pp. PD27-1 - PD27-3

[Ros2] H. Rosenfeldt, R. Ulrich, U. Feiste, R. Ludwig, H.G. Weber, A. Ehrhardt, "PMD compensation in 10 Gbit/s NRZ field experiment using polarimetric error signal", *IEE Electronics Letters*, vol.36, no.5, pp. 448-450, March 2000.

[San1] D. Sandel. "Messtechnische Charakterisierung optischer Bragg-Gitter"

[San2] Sandel, D., Mirvoda, V., Bhandare, S., Wüst, F., Noé, R., "Some enabling techniques for polarization mode dispersion compensation", *IEEE J. Lightwave Technology*, vol. 21, no.5, pp. 1198-1210, May 2003

[Sht] M. Shtaif, A. Mecozzi, J.A.Nagel "Mean-Square Magnitude of All Order of Polarization Mode Dispersion and the Relation with the Bandwidth of Principal States", IEEE Photonics Technology Letters, Vol.12, No.1, January 2000.

[Sny] A.W. Snyder and J.D. Love. "Optical Waveguide Theory", Chapman and Hall, London, 1983.

[Spi] D.M. Spirit, M.J.O'Mahony. "High Capacity Optical Transmission Explained" John Wiley&Sons Ltd, Baffins Lane, Chichester, West Sussex PO19 IUD, England, 1995

[Sos1] T.P. Sosnowski, G.D. Boyd, "The efficiency of thin-film optical-waveguide modulators using electrooptic films or substrates", IEEE Journal Quantum Electronics **QE-10**, pp.306-311, 1974.

[Sun1] H. Sunnerud, M. Westlund, J. Li, J. Hansryd, M. Karlsson, P.-O. Hedekvist, P.A. Andrekson, "Long-Term 160 Gb/s-TDM, RZ transmission with automatic PMD compensation and system monitoring using an optical sampling system", in *Proc. ECOC 2001*, Amsterdam, NL, Vol. 6, pp. 18-19, Sept. 30 - Oct. 4, 2001, PD.M.1.9

[Tak1] T. Takahashi, T. Imai, M. Aiki "Automatic compensation technique for timewise fluctuating polarization mode dispersion in in-line amplifier systems", *IEE Electron. Lett.*, vol. 30, no. 4, pp. 348-349, Jan. 1994.

[Tha1] S. Thaniyavarn, "Wavelength independent, optical damage immune Z-propagation LiNbO₃ waveguide polarization converter" Applied Physics Letters, Vol. 47, no. 7, pp. 674-677, 1985.

[Tha2] S. Thaniyavarn, "Wavelength-independent, optical-damage-immune LiNbO3 TE-TM mode converter," Opticals Letters. Vol. 11, no. 1, pp. 39-41, 1986.

[Ulr] R. Ulrich and A. Simon, "Polarization optics of twisted single-mode fibers," Applied Optics. 18, 2241-2251 (1979)

[Ulr2] R. Ulrich, "Polarisation stabilization on single-mode fiber" Applied Physics Letters, No.11, pp. 840-842, 1985.

[Ulr3] R. Ulrich, S.C. Rashleigh and W.Eickhoff, "Bending-induced birefringence in single-mode fibers", Optics Letters, Vol. 5, pp. 273-275, 1980.

[Ung] H.G. Unger: "Optische Nachrichtentechnik Teil 1: Optische Wellenleiter." Heidelberg: Hüthig 1984.

[Vog] E. Voges, K. Petermann, (Hrsg.), "Optische Kommunikationstechnik", Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 2002.

[Wai] P.K.A. Wai and C.R. Menyuk, "Polarization mode dispersion, decorrelation and diffusion in optical fibers with randomly varying birefringence" *IEEE JOURNAL Lightwave Technology*, vol. 14, pp.148-157, 1996.

[Wal1] N.G. Walker, G.R. Walker, "Polarization control for coherent optical communications", IEEE JOURNAL Lightwave Technology Vol.8, No. 3, pp. 438-458, 1990.

[Wil] P.A. Williams and C.M. Wang, "Corrections to Fixed Analyzer Measurements of Polarization Mode Dispersion" *IEEE JOURNAL Lightwave Technology*, vol. 16, pp. 534-541, 1998.

[Wol] E. Wolf, "Coherence Properties of Partially Polarized Electromagnetic Radiation", Il Nuovo Cimento no. 13(6), pp. 1165-1181 (1959).

[Yan1] L.-S. Yan, Q. Yu, A.B. Sahin, Y. Wang, A.E. Willner, "Simple bit-rate independent PMD monitoring for WDM systems", in *Proc. ECOC 2001*, Amsterdam, NL, Sept. 30 - Oct. 4, 2001, TU.A.3.2.

[Yar] A.Yariv, P.Xeh: Optical Waves in Crystals, Wiley, New York 1984.

[Yos1] M. Yoshimura, T. Kudo, T. Ozeki "Polarization Mode Dispersion Equalization", in *OEC*, Makuhari Messe, Japan, 14E-12, pp. 258-259