



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Leitfaden der räumlichen Geometrie für Gewerbebetreibende und gewerbliche Schulen**

**Hoch, Julius**

**Leipzig, 1902**

B. Die körperlichen Ecken.

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-76720](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-76720)

Werden die beiden parallelen Ebenen  $MN$  und  $OP$  (Fig. 9) von der Ebene  $RS$  in den parallelen Geraden  $AB$  und  $CD$  geschnitten, so lege man durch einen beliebigen Punkt  $E$  der einen Schnittlinie  $AB$  eine Ebene  $WV$  winkelrecht zu dieser Schnittlinie  $AB$ , dann muss diese Ebene auch winkelrecht stehen auf der zweiten Schnittlinie  $CD$  (vergleiche Seite 12). Die Winkel  $IEF$  und  $EGH$  aber sind demnach die Neigungswinkel der Ebenen  $MN$  und  $RS$ , bezw.  $PQ$  und  $RS$ ; diese Winkel aber sind als korrespondierende Winkel einander gleich.

Durch Umkehrung ergibt sich ohne weiteres:

Werden zwei Ebenen von einer dritten Ebene so geschnitten, dass die Durchschnittslinien parallel sind und die Neigungswinkel nach der gleichen Seite hin einander gleich, so sind die beiden ersten Ebenen einander parallel.

## B. Die körperlichen Ecken.

Schneiden mehr als drei Ebenen einander, so dass alle durch einen Punkt hindurchgehen, so schliessen dieselben einen nach einer Seite hin unbegrenzten Raum ein, welcher eine körperliche Ecke oder eine Ecke genannt wird. Derjenige Punkt, in welchem die sämtlichen Ebenen einander schneiden, heisst der Scheitelpunkt oder die Spitze der Ecke, die Durchschnittslinien zweier aufeinander folgender Ebenen jedoch heissen die Kanten der Ecke. Diejenigen Winkel, welche zwei aufeinanderfolgende Kanten einer Ecke miteinander einschliessen, heissen die Seiten oder Kantenwinkel der Ecke; endlich aber, die Neigungswinkel zweier aufeinanderfolgender Seiten einer körperlichen Ecke heissen die Flächenwinkel oder die Winkel der Ecke.

Da je zwei Ebenen eine Kante, je zwei Kanten einen Kantenwinkel und je zwei Seiten oder Ebenen einen Flächenwinkel einschliessen, so ergibt sich, dass bei jeder körperlichen Ecke die Anzahl der Kanten, der Seiten und der Winkel gleich gross sein muss und dass man die Ecke nach der Zahl dieser Stücke benennen kann. Eine körperliche Ecke wird regelmässig genannt, wenn sowohl die Kantenwinkel untereinander, als auch die Flächenwinkel untereinander gleich sind.

Jede körperliche Ecke muss mindestens drei Ecken, bezw. Kanten und Winkel haben.

Denkt man sich die drei Ebenen, welche eine körperliche Ecke bilden können, nach allen Seiten unbegrenzt, so entstehen auf diese Weise acht körperliche Ecken, welche alle einen gemeinschaftlichen Scheitel haben und den unbegrenzten Raum in acht nur teilweise begrenzte Teile teilen; von diesen acht Ecken sind je

zwei am Scheitel einander so gegenübergesetzt, dass die Kantenwinkel der einen Ecke Scheitelwinkel zu dem Kantenwinkel der anderen Ecke sind; man nennt nun zwei solche Ecken Scheitelecken.

Aus der Erklärung der Scheitelecken folgt, dass in zwei Scheitelecken die Seiten untereinander und die Winkel untereinander beziehungsweise gleich sind.

Fällt man von irgend einem beliebigen, im Innern einer Ecke liegenden Punkte auf die Seiten der Ecken Winkelrechte und legt durch je zwei benachbarte so erhaltene Strahlen Ebenen, so bilden diese eine neue Ecke, welche ebenso viel Seiten, Kanten und Winkel hat, wie die ursprüngliche Ecke und Polarecke genannt wird. Aus dieser Erklärung folgt ohne weiteres:

1. Die Kanten einer Ecke stehen winkelrecht auf den Seiten der Polarecke.

2. Jede körperliche Ecke ist die Polarecke ihrer eigenen Polarecke.

3. Die Seiten einer Ecke ergänzen die dazugehörigen Winkel der Polarecke zu  $180^\circ$  und umgekehrt.

In jeder dreiseitigen körperlichen Ecke ist die Summe zweier Kantenwinkel grösser als der dritte Kantenwinkel, weil nur unter dieser Voraussetzung eine Ecke überhaupt gebildet werden kann, wie ja auch in jedem Dreieck die Summe zweier Seiten grösser sein muss, als die dritte Seite.

In jeder körperlichen Ecke ist die Summe aller Seiten kleiner als  $360^\circ$ , weil sonst die Kanten der Ecke entweder in einer Ebene liegen würden, oder aber die Seiten derselben einander teilweise decken würden, wenn die Summe der Seiten grösser als  $360^\circ$  wäre.

Für jede dreiseitige körperliche Ecke ergeben sich eine Reihe von Sätzen, welche mit dem Lehrsätzen des Dreiecks (vergleiche Ebene Geometrie Seite 13) eine unverkennbare Ähnlichkeit haben und deshalb hier ihren Platz finden sollen, ohne dass aber auf einen Beweis derselben näher eingegangen werden soll.

1. In jeder dreiseitigen Ecke liegen den gleichen Winkeln gleiche Seiten gegenüber und umgekehrt.

2. In jeder dreiseitigen Ecke liegt dem grösseren Winkel auch eine grössere Seite gegenüber und umgekehrt.

3. Zwei dreiseitige körperliche Ecken sind deckungsgleich (kongruent) d. h. lassen sich ineinander schieben, wenn dieselben übereinstimmen und die Reihenfolge beibehalten wird:

a) in den drei Seiten,

- b) in zwei Seiten und dem von ihnen eingeschlossenen Winkel,
- c) in einer Seite und den beiden anliegenden Winkeln und
- d) in den drei Winkeln.

### C. Die Eigenschaften der Körper im allgemeinen.

#### 1. Ebenflächige Körper oder Polyeder.

Ein allseitig begrenzter Teil des unendlichen Raumes heisst ein Körper.

Wird der Körper nur von ebenen Flächen begrenzt, so heisst derselbe ein ebenflächiger Körper oder Polyeder zu dessen Begrenzung mindestens vier Ebenen erforderlich sind.

Bei jedem ebenflächigen Körper unterscheidet man:

- a) Die Kanten, als Durchschnittslinien zweier aufeinander folgender den Körper begrenzender Ebenen;
- b) die Seiten oder Flächen, als die einzelnen den Körper begrenzenden ebenen Figuren; die Summe aller Seiten oder Flächen bildet die Oberfläche des Körpers;
- c) die Ecken endlich sind die Endpunkte oder Schnittpunkte je zweier Kanten.

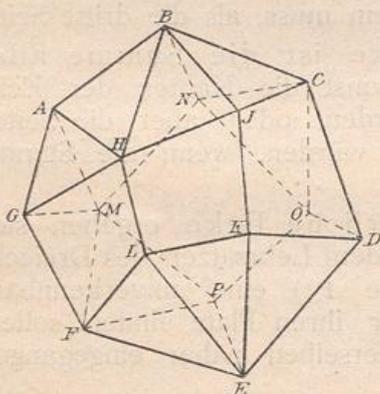


Fig. 10.

In jedem ebenflächigen Körper ist die Anzahl aller Kantenwinkel doppelt so gross als die Anzahl aller Kanten, weil in jeder Seitenfläche die Anzahl der Winkel und die Anzahl der Kanten gleich gross ist und jede Kante als gleichzeitig zwei Begrenzungsflächen angehörend doppelt gezählt wird.

In jedem ebenflächigen Körper ist die Anzahl der Flächenwinkel ebenso gross wie die Anzahl der Kanten.

In jedem ebenflächigen Körper ist die Summe aus

der Anzahl der Ecken und Flächen ebenso gross wie die um zwei vermehrte Anzahl der Kanten.

Dieser Satz ist allgemein bekannt unter dem Namen Euler'scher Lehrsatz, nach dem Mathematiker Leonhard Euler 1707—1783, welcher denselben zuerst aufgestellt hat so benannt. Zum Zweck des Beweises dieses Lehrsatzes, denke man sich