Leitfaden der räumlichen Geometrie für Gewerbebetreibende und gewerbliche Schulen

Hoch, Julius

Leipzig, 1902

a) Einander schneidende Ebenen.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76720

$$BA = ED \text{ und } BC = EF$$

ist, und verbinde die so erhaltenen Punkte auf den Schenkeln des einen Winkels mit den gleichliegenden Punkten auf den Schenkeln des anderen Winkels, dann sind die beiden Geraden AD und CF ein und derselben dritten Geraden BE gleich und parallel, weshalb dieselben auch untereinander parallel und gleich sein müssen, woraus aber auch folgt, dass die beiden Geraden AC und DF gleich und parallel sind, da sie in einer einzigen Ebene liegen. Infolge der Übereinstimmung der beiden Dreiecke ABC und DEF in den drei Seiten ($AB = DE$, $BC = EF$, $CA = FD$) sind dieselben aber auch deckungsgleich, mithin müssen die beiden Winkel ABC und DEF einander gleich sein.

Unter Bezugnahme auf die gleichen Verhältnisse in der Ebenen Geometrie (vergl. Seite 8) erhält dieser Satz folgende allgemeine Fassung:

Winkel im Raume mit paarweise parallelen Schenkeln sind dann einander gleich, wenn beide Paare Schenkel in derselben oder in entgegengesetzter Richtung parallel laufen; sie ergänzen einander zu 180°, wenn das eine Schenkelpaar in derselben, das andere in entgegengesetzter Richtung parallel läuft.

2. Die Lage der Ebenen gegeneinander.

a) Einander schneidende Ebenen.

Zwei Ebenen, welche einander schneiden, haben immer eine gerade Linie miteinander gemeinschaftlich, welche die Durchschnittslinie heisst.

Drei Ebenen können, abgesehen von dem Falle, dass dieselben untereinander parallel sind, folgende Lagen einnehmen:

1. dieselben schneiden einander in einer einzigen geraden Linie,
2. je zwei schneiden einander in einer Linie so, dass die drei so entstehenden Schnittlinien untereinander parallel sind und endlich
3. die drei Ebenen schneiden einander in einem Punkte.

Zwei einander schneidende Ebenen begrenzen den unendlichen Raum teilweise, bezw. teilen denselben, falls man die Ebenen nach allen Seiten als unbegrenzt ansieht, in vier Teile, von denen jeder ein Keil oder Flächenwinkel genannt wird; die Durchschnittslinien der beiden Ebenen, welche allen vier Keilen gemeinschaftlich ist, heisst Kant- oder Scheitellinie.

Unter dem Neigungswinkel zweier einander schneidender Ebenen versteht man denjenigen Winkel, der von zwei durch einen Punkt der Scheitellinie hindurchgehenden Geraden gebildet wird, von denen jede in einer Ebene liegt und winkelrecht zur gemeinschaftlichen Schnittlinie steht. In welchem Punkte der Durchschnittslinie die Winkelrechten errichtet werden, ist gleichgültig, da Winkel im Raume, mit gleichgerichteten Schenkeln einander gleich sind. (S. 9.)

Wird der auf diese Weise erhaltene Neigungswinkel zweier Ebenen gleich 90°, so sagt man, die Ebenen stehen aufeinander winkelrecht.

Je nachdem der Neigungswinkel zweier einander schneidenden Ebenen ein rechter oder ein schiefer Winkel ist, heissen die Ebenen winkelrecht oder schief zu einander stehend.

Steht eine gerade Linie auf einer Ebene winkelrecht, so steht auch jede durch diese Gerade hindurchgehende Ebene zu der Ebene winkelrecht.

Steht die Gerade AB (Fig. 7) auf der Ebene MN winkelrecht, so muss auch die durch AB hindurchgehende Ebene RS, welche die gegebene Ebene in CD schneidet, auf MN winkelrecht stehen, denn zeichnet man in der Ebene MN den durch B hindurchgehenden Strahl BF winkelrecht zu der Durchschnittslinie CD, so muss der Winkel ABF ein Rechter sein, weil die Gerade AB winkelrecht zu der Ebene MN steht. Dieser Winkel BAF ist jedoch nach der oben gegebenen Erklärung der Neigungswinkel.

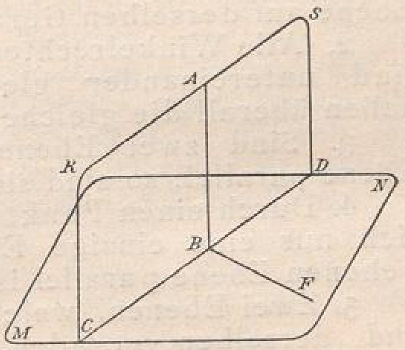

Fig. 7.

Durch folgerichtigen Schluss und Umkehrung ergiebt sich:

1. Stehen zwei Ebenen aufeinander winkelrecht und errichtet man in einem beliebigen Punkt der Durchschnittslinie eine Winkelrechte zu dieser in der einen Ebene, so muss dieselbe auch winkelrecht zur zweiten Ebene stehen.

2. Stehen zwei Ebenen aufeinander winkelrecht und errichtet man in einem beliebigen Punkte der Durchschnittslinie eine Winkelrechte zu einer Ebene, so muss diese ganz in die zweite Ebene hineinfallen.

3. Stehen zwei Ebenen aufeinander winkelrecht und fällt man an einem beliebigen Punkt der einen Ebene eine Winkelrechte auf die andere Ebene, so muss diese ganz in die erste Ebene hineinfallen.

4. Stehen zwei einander schneidende Ebenen auf einer dritten Ebene winkelrecht, so steht auch die Durchschnittslinie der beiden ersten Ebenen winkelrecht zur dritten Ebene.

5. Steht die Durchschnittslinie zweier Ebenen auf einer dritten Ebene winkelrecht, so stehen auch die beiden Ebenen selbst winkelrecht zur dritten Ebene.