



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Leitfaden der räumlichen Geometrie für Gewerbebetreibende und gewerbliche Schulen

Hoch, Julius

Leipzig, 1902

c) Das Prismaoid.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-76720](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-76720)

auch ein rechtwinkeliges und hat es als Begrenzungsflächen Quadrate, so nennt man dieses Prisma einen Würfel oder einen Kubus.

In jedem Prisma ist jeder zur Grundfläche parallele Schnitt mit dieser Grundfläche deckungsgleich.

Jeder Schnitt eines Prismas mit einer Ebene parallel zu einer Seitenkante ist ein Parallelogramm.

Ist die Grundfläche eines geraden Prismas ein regelmässiges Vieleck, so heisst das Prisma ein regelmässiges.

c) Das Prismatoid.

Jener Körper (Fig. 12) welcher begrenzt wird von zwei beliebigen in parallelen Ebenen liegenden Vielecken als Grundflächen, und von Dreiecken als Seitenflächen, von denen jedes mit einem Vieleck einer Seite, mit dem anderen aber eine Ecke gemeinschaftlich hat, heisst ein Prismatoid. Der Abstand der beiden parallelen Grundflächen heisst die Höhe des Pramatoides. Die Seiten der beiden Grundflächenvielecke heissen Grundkanten, die Durchschnittslinien zweier aufeinanderfolgender Seitenflächen heissen Seitenkanten. Im allgemeinen ist die Anzahl der Seitenflächen gleich der Summe aus den Seitenzahlen der beiden Grundflächen, doch kann unter Umständen die Anzahl der Seitenflächen auch kleiner sein, wenn zwei Seiten der beiden Grundflächen einander parallel sind.

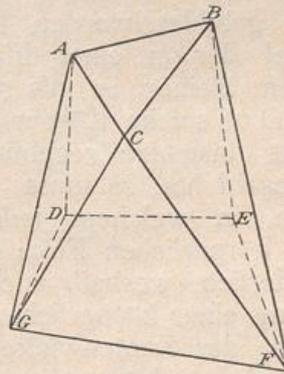


Fig. 12.

Aus der Entstehung eines Prismatoids folgt unter Berücksichtigung des Umstandes, dass parallele Ebenen parallele Schnitte haben, dass eine durch die Mitte einer Seitenkante zu den beiden Grundflächen parallele Schnittebene alle übrigen Seitenkanten des Prismatoides sowohl als auch die Höhe desselben halbiert. Die so erhaltene Schnittebene, welche ebensoviel Kanten hat, als das Prismatoid Seitenflächen, heisst der Mittelschnitt des Prismatoides.

Der Mittelschnitt hat im allgemeinen so viel Kanten wie die Anzahl der Kanten der beiden Grundflächen zusammen beträgt, und jede Kante ist halb so gross wie je eine Kante einer Grundfläche.

Verbindet man irgend einen beliebigen Punkt des Mittelschnittes mit sämtlichen Eckpunkten des Prismatoides, so wird dieses in Pyramiden zerlegt, welche alle ihre Spitzen in dem angenommenen Punkte haben, und an denen zwei die beiden

Grundflächen, die anderen aber je eine Seitenfläche des Prismatoides zur Grundfläche haben.

Haben die beiden Grundflächen eines Prismatoides gleichviel Seiten und sind ausserdem je zwei gegenüber liegende Seiten parallel, so heisst dieser Körper ein Obelisk.

d) Die regelmässigen Polyeder.

Ein ebenflächiger Körper oder Polyeder, dessen Begrenzungsflächen regelmässige, untereinander deckungsgleiche Vielecke sind und ausserdem von untereinander deckungsgleichen körperlichen Ebenen gebildet wird, heisst ein regelmässiger Polyeder oder platonischer Körper.

Da die regelmässigen Polyeder nur von regelmässigen Vielecken begrenzt werden sollen und nur dann eine körperliche Ecke gebildet werden kann, wenn die Summe aller Kantenwinkel der in einer Fläche zusammentreffenden Begrenzungsflächen kleiner ist als 360° (vergleiche Seite 15), so kann es nur fünf solche Körper geben. Denn berücksichtigt man zunächst dasjenige regelmässige Vieleck, welches die geringste Seitenzahl hat, so muss man vom gleichseitigen Dreieck ausgehen, in welchem jeder Winkel 60° beträgt. Zur Bildung einer körperlichen Ecke sind bekanntlich mindestens drei Ebenen erforderlich, weshalb auch drei gleichseitige Dreiecke wohl zur Bildung einer körperlichen Ecke zusammentreten können, da die Summe der Kantenwinkel $3 \cdot 60^\circ = 180^\circ$ ist, mithin kleiner als 360° ; ebenso können auch noch vier gleichseitige Dreiecke zur Bildung einer körperlichen Ecke zusammentreten, da die Summe der Kantenwinkel $4 \cdot 60^\circ = 240^\circ$, auch noch kleiner ist, als 360° ; auch fünf gleichseitige Dreiecke können noch zur Bildung einer körperlichen Ecke zusammentreten, da auch hier noch die Summe der Kantenwinkel $5 \cdot 60^\circ = 300^\circ$ noch immer kleiner als 360° ist. Nun können aber nicht mehr als fünf gleichseitige Dreiecke eine körperliche Ecke bilden, weil die Summe der Kantenwinkel gleich oder grösser als 360° wäre, was unmöglich ist. Demnach kann es nur drei regelmässige Polyeder geben, welche von gleichseitigen Dreiecken begrenzt werden, und zwar sind es:

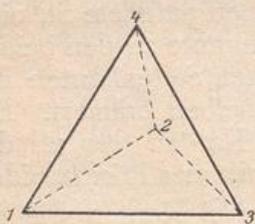


Fig. 13.

1. Das Tetraeder (Fig. 13.), auch Vierflächner genannt, begrenzt von vier gleichseitigen Dreiecken, von denen immer je drei zu einer körperlichen Ecke zusammentreten; dieser Körper hat vier Ecken und sechs Kanten.

2. Das Oktaeder (Fig. 14), auch Achtflächner genannt, begrenzt von acht gleichseitigen Dreiecken, von denen immer