Leitfaden der Kurvenlehre

Düsing, Karl

Hannover, 1911

Berechnung geradlinig begrenzter Flächen

Dreieck mit den Katheten $x_2 - x_1$ und $y_2 - y_1$. Dann ist

$$r^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Bemerkung: Zieht man, um r zu erhalten, die Wurzel, so ist das Resultat von der ersten Dimension, und zwar gilt nur das positive Vorzeichen, da r als absolute Größe gesucht wird. Die Formel gilt für jede Lage der Punkte P_1 und P_2.

Übung: 1. Wie groß ist die Entfernung der Punkte P_1 und P_2, wenn $x_1 = 5$, $y_1 = -4$ und $x_2 = -3$, $y_2 = 7$ cm ist?

2. Wie groß ist die Entfernung eines Punktes mit den Koordinaten $x_1 = 3$, $y_1 = 4\ m$, vom Achsenschnittpunkt?

3. Wie groß ist die Entfernung der Punkte P_1 und P_2, wenn $x_1 = 5$, $x_2 = -2$ und $y_1 = 3$, $y_2 = -3$ m ist? Zeichnung.

4. Man berechne aus Fig. 7 die Höhen, welche die einzelnen Schleusen zu überwinden haben.

5. Man berechne aus Fig. 8 die genaue Länge der Rohrleitung zwischen dem Wasserschloß und dem Turbinenhaus. Wie groß ist der Höhenunterschied zwischen den Enden der Rohrleitung?

Berechnung von geradlinig begrenzten Flächen.

Aufgaben: 1. Aus den gegebenen Koordinaten ($x_1\ y_1$ und $x_2\ y_2$) zweier Punkte sind die Koordinaten ($x_3\ y_3$) des

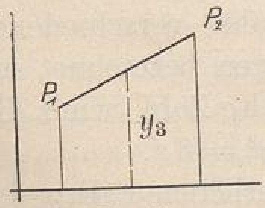

Fig. 10.

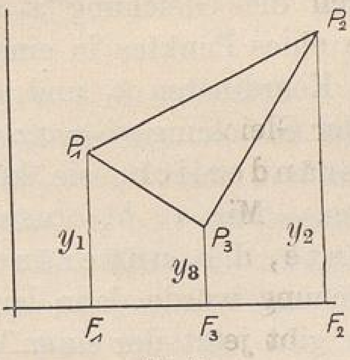

Fig. 11.

Halbierungspunktes ihrer Verbindungslinie zu berechnen. Nach Fig. 10 ist:

$$x_3 = \frac{x_1 + x_2}{2}; \; y_3 = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

2. Die Fläche eines Dreiecks zu berechnen, wenn die Koordinaten der Endpunkte gegeben sind. Das gesuchte Dreieck ist die Differenz von Trapezen (Fig. 11):

$$P_1 P_2 P_3 = P_1 P_2 F_2 F_1 - P_1 P_3 F_3 F_1 - P_3 P_2 F_2 F_3.$$

Diese Inhalte sind aus den Koordinaten der Punkte zu berechnen. Man erhält schließlich die Formel:

$$F = \frac{1}{2}\Big[x_1 (y_3 - y_2) + x_2 (y_1 - y_3) + x_3 (y_2 - y_1)\Big].$$

Bemerkung: Die Formel hat zwei Dimensionen. Die x lassen sich vertauschen, ebenso die y; es ist also gleichgültig, welchen Punkt man als 1, 2 oder 3 bezeichnet. Ferner lassen sich die x gegen die y vertauschen; man kann also das Achsenkreuz um 90^0 drehen, ohne daß sich F ändert.

Übung: 1. Man berechne den Inhalt eines Dreiecks, von dem der eine Eckpunkt die Koordinaten $x_1 = 2$ und $y_1 = 4$, der zweite $x_2 = 8$, $y_2 = 7$ und der dritte $x_3 = 5$, $y_3 = 2$ cm hat.

2. Man berechne den Inhalt des in Fig. 8 gezeichneten Grundstücks. Die Maße der Koordinaten sind in m eingeschrieben.

Zeichnung einer Linie aus einer gegebenen Gleichung.

Durch die Gleichung $x_1 = 3$ und $y_1 = 1$ Einheiten ist die Lage eines Punktes in einem Achsenkreuz bestimmt. Hier sind die Koordinaten x_1 und y_1 als konstante Größen gegeben.

In der Gleichung $y^3 = ax$ dagegen sind x und y variabel d. h. veränderlich; sie können also verschiedene Werte annehmen. Mit a, b, c usw. dagegen bezeichnet man eine konstante, d. h. unveränderliche Zahl, wie z. B. $a = 8$. Die Gleichung würde dann lauten: $y^3 = 8x$.

Man gibt jetzt der einen Veränderlichen z. B. x der Reihe nach die Werte 1, 2, 3 usw. Dann gehört zu jedem x ein oder mehrere bestimmte Werte von y. Man sagt y ist abhängig von x oder eine Funktion von x, und man schreibt: $y = f(x)$. Ist z. B. $x = 1$, so ergibt obige Gleichung für $a = 8$, daß $y = 2$ ist. Man rechnet nun zu jedem x mit