Leitfaden der Kurvenlehre

Düsing, Karl

Hannover, 1911

Die Gleichung der Geraden

urn:nbn:de:hbz:466:1-78413

Die Kurve ist also die Darstellung der Gleichung.

Da man an solchen Kurven die Abhängigkeit der Ordinaten von den Abszissen bequem übersehen kann, so wählt man gerade in der Technik sehr oft die zeichnerische Darstellung und zwar hauptsächlich für verwickelte Gleichungen und Gesetze.

Man zeichne die Kurve der Abhängigkeit des Dampfdruckes p von der Temperatur $t = 0^{0}$ bis $t = 200^{0}$:

$$p = \left(\frac{75 + t}{175}\right)^{6}.$$

Passender Maßstab für t: $1^{0} = 1$ mm, für p: 1 kg/qcm $= 10$ mm.

Die gerade Linie.

Die Gleichung der Geraden.

Eine Linie ist gerade, wenn sie stets dieselbe Richtung beibehält. Die Richtung ist durch den $\sphericalangle\, \alpha$ der Linie mit dem positiven Teil der X-Achse gegeben[1]. Die Tangens dieses Winkels bezeichnen wir mit M und nennen sie die Steigung der Geraden. Den Winkel α nennt man den Steigungswinkel. Eine Gerade hat also überall dieselbe Steigung.

Die Ordinaten und Abszissen müssen im allgemeinen in demselben Maßstab aufgetragen werden, weil sonst die Steigung unrichtig würde. In dem auf Seite 4 erwähnten und in Fig. 7 und 8 gezeichneten Fällen, wo die Höhen in größerem Maßstab aufgezeichnet wurden als die Längen, sind die Steigungen der Linien auf der Zeichnung größer als in Wirklichkeit. Um eine jedesmalige Berechnung der Steigung zu vermeiden, schreibt man dann meistens die Steigungen direkt an die betreffende Linie, z. B. 1 : 200; 1 : 15; 1 : ∞, wie es auch in Fig. 8 an einer Stelle geschehen ist.

[1]) Daher sagt man auch wohl statt „Winkel" das Wort „Richtungsunterschied". — Die Drehung erfolgt in demselben Sinne wie in der Trigonometrie beim Einheitskreis.

In der Fig. 13 ist nun eine beliebige Gerade gezeichnet und auf ihr ein beliebiger Punkt P angenommen, dessen Koordinaten x und y seien. Wie die Figur zeigt, ist $\operatorname{tg} \alpha = M = \frac{y-n}{x}$. Wenn die Linie nun eine Gerade sein soll, so muß dieser Wert für alle Punkte der Linie gleich bleiben. Dann ist für alle Punkte der Geraden:

$$y = Mx + n \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Dies ist die Gleichung einer Geraden.

Bemerkung: In der Gleichung $y = Mx + n$ sind alle Glieder von der ersten Dimension, da M nur ein Verhältnis, also eine unbenannte Zahl ist. Auch x und y sind ersten Grades; die Gleichung einer geraden Linie ist also ersten Grades. Die Steigung M der Geraden, also die Tangens des Steigungswinkels α ist zugleich der Differentialquotient $\frac{dy}{dx}$ der Funktion $y = Mx + n$[1]).

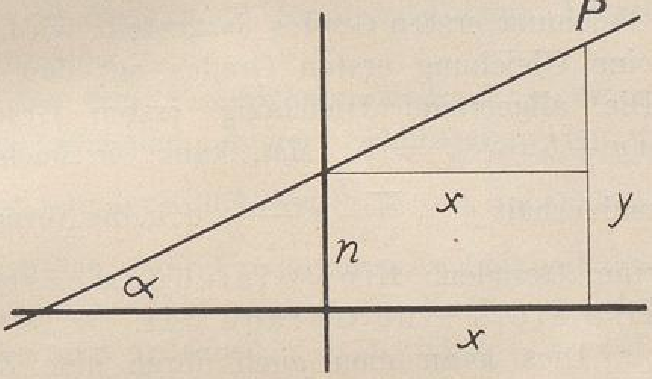

Fig. 13.

Ist die Steigung, also Tangens α positiv, so steigt die Gerade von links nach rechts. Ist die Steigung negativ, so fällt die Gerade nach rechts; die negative Steigung ist ein Gefälle. Den Verlauf einer Linie betrachten wir stets von links nach rechts.

Setzt man $x = 0$, so erhält man $y = n$. Letzteres ist also das Stück, das die Gerade auf dem positiven Teil der Y-Achse abschneidet. Trifft die Gerade die Y-Achse unterhalb des Schnittpunktes der Achsen, so ist n negativ. Für eine Gerade, die durch den Achsenschnittpunkt geht, ist $n = 0$, sie hat also die Gleichung $y = Mx$.

[1]) Siehe Elemente der Differential- und Integralrechnung von K. Düsing. Mit Beispielen aus der technischen Mechanik von E. Preger. 2. Auflage.

In der Gleichung der Geraden sind x und y die Variablen, die also für jeden Punkt der Geraden andere Werte haben. Dagegen sind M und n die Konstanten, die für alle Punkte gleich bleiben; sie sind die Bestimmungsgrößen der Geraden, und zwar wird durch M die Richtung und durch n die Lage bestimmt.

Die Gleichung ersten Grades.

Wir waren zu dem Resultat gekommen, daß die Gleichung einer Geraden vom ersten Grade ist. Umgekehrt kann man auch fragen, welche Art von Linien durch eine beliebige Gleichung ersten Grades dargestellt wird. Man nehme irgendeine Gleichung ersten Grades mit den Variablen x und y. Die allgemeine Gleichung ersten Grades würde lauten: $ay + bx + c = 0$. Man kann sie leicht nach y entwickeln und erhält $y = \frac{-b}{a} x - \frac{c}{a}$, d. h. die Normalform der Gleichung einer Geraden. Eine Gleichung ersten Grades stellt also stets eine Gerade dar.

Dies kann man auch durch eine Zeichnung erläutern: Man gibt a, b und c feste Werte, z. B. 4, 5, 6, ferner der Abszisse der Reihe nach die Werte 1, 2, 3 usw. und rechnet zu jedem x mit Hilfe der gegebenen Gleichung die Werte von y aus. Diese Werte kann man zunächst, wie auf Seite 7 geschehen ist, in eine Tabelle eintragen. Alsdann schneidet man die einzelnen x auf der Abszissenachse ab und errichtet im Endpunkt von jedem x ein Lot von der Länge des zugehörigen y. Verbindet man jetzt die erhaltenen Endpunkte der Ordinaten, so ergibt sich eine Gerade. Bei ihr ist $M = -\frac{b}{a}$ und $n = -\frac{c}{a}$.

Übung: 1. Man zeichne die Geraden: a) $y = 3x + 5$, b) $y = -2x - 5$, c) $y = \frac{1}{2} x$ und d) $y = x$.

2. Welche Gleichung hat die Gerade, wenn ihr Steigungswinkel $= 45^0$ und $n = 3$ cm ist? Man zeichne diese Linie.