Leitfaden der Kurvenlehre

Düsing, Karl

Hannover, 1911

Übungen (Kolbenweg)

In der Gleichung der Geraden sind x und y die Variablen, die also für jeden Punkt der Geraden andere Werte haben. Dagegen sind M und n die Konstanten, die für alle Punkte gleich bleiben; sie sind die Bestimmungsgrößen der Geraden, und zwar wird durch M die Richtung und durch n die Lage bestimmt.

Die Gleichung ersten Grades.

Wir waren zu dem Resultat gekommen, daß die Gleichung einer Geraden vom ersten Grade ist. Umgekehrt kann man auch fragen, welche Art von Linien durch eine beliebige Gleichung ersten Grades dargestellt wird. Man nehme irgendeine Gleichung ersten Grades mit den Variablen x und y. Die allgemeine Gleichung ersten Grades würde lauten: $ay + bx + c = 0$. Man kann sie leicht nach y entwickeln und erhält $y = \frac{-b}{a} x - \frac{c}{a}$, d. h. die Normalform der Gleichung einer Geraden. Eine Gleichung ersten Grades stellt also stets eine Gerade dar.

Dies kann man auch durch eine Zeichnung erläutern: Man gibt a, b und c feste Werte, z. B. 4, 5, 6, ferner der Abszisse der Reihe nach die Werte 1, 2, 3 usw. und rechnet zu jedem x mit Hilfe der gegebenen Gleichung die Werte von y aus. Diese Werte kann man zunächst, wie auf Seite 7 geschehen ist, in eine Tabelle eintragen. Alsdann schneidet man die einzelnen x auf der Abszissenachse ab und errichtet im Endpunkt von jedem x ein Lot von der Länge des zugehörigen y. Verbindet man jetzt die erhaltenen Endpunkte der Ordinaten, so ergibt sich eine Gerade. Bei ihr ist $M = -\frac{b}{a}$ und $n = -\frac{c}{a}$.

Übung: 1. Man zeichne die Geraden: a) $y = 3x + 5$, b) $y = -2x - 5$, c) $y = \frac{1}{2}x$ und d) $y = x$.

2. Welche Gleichung hat die Gerade, wenn ihr Steigungswinkel $= 45^0$ und $n = 3$ cm ist? Man zeichne diese Linie.

3. Welche Gleichung hat die Gerade, wenn ihr Steigungswinkel $= 60^0$ ($30^0, 120^0, 150^0$) und $n = 5$ cm ist? Man zeichne sie.

4. Welche Linie hat die Gleichung $y = 8$ cm oder ausführlicher geschrieben $y = 0\,x + 8$? Zeichnung.

5. Welche Linie hat die Gleichung a) $y = 7$ cm, ferner b) $y = 0$ und c) $x = 0$?

6. Welche Winkel bilden die Geraden $y = x + 2$, $y = \sqrt{3}x + 5$, $\sqrt{3}y + x - 2 = 0$ mit dem positiven Teil der X-Achse?

7. Man zeichne die Gerade $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ für $a = 2$, $b = 3$ cm.

8. Man berechne die Steigungen der Rohrleitungen Fig. 8 in den einzelnen Strängen.

9. Die Formel für den Beschleunigungsdruck p eines Kolbengestänges bei unendlich langer Schubstange lautet $p = \left(1 - \frac{x}{r}\right)\frac{v^2}{r}$. Dabei ist x der Kolbenweg ($x_{min} = 0$, $x_{max} = 2r$), r der Kurbelradius $= 0{,}4$ m, v die Umfangsgeschwindigkeit des Kurbelzapfens $= 3{,}5$ m/sec. Man zeichne die Kurve, welche dieser Gleichung entspricht zwischen $x = 0$ und $x = 2r$ auf.

Die Lage eines Punktes zu einer Geraden.

Die Koordinaten eines bestimmten Punktes haben wir mit $x_1 y_1$ oder $x_2 y_2$ usw. bezeichnet, die Koordinaten eines beliebigen Punktes einer Geraden aber allgemein mit x und y. Den beliebigen Punkt einer Geraden nennt man auch wohl den „laufenden“ Punkt.

Liegt der Punkt mit den Koordinaten $x_1 y_1$ oder kurz ausgedrückt der Punkt $(x_1 y_1)$ auf der Geraden $y = Mx + n$, so erfüllen auch seine Koordinaten diese Gleichung der Geraden, also ist $y_1 = M x_1 + n$.

Erfüllen seine Koordinaten die Gleichung nicht, so liegt er nicht auf der Geraden. Wäre z. B. $y_1 > M x_1 + n$, so würde der Punkt über der Geraden $y = Mx + n$ liegen. Wäre $y_1 < M x_1 + n$, so würde der Punkt unterhalb dieser Geraden liegen.