Leitfaden der Kurvenlehre

Düsing, Karl

Hannover, 1911

Steigung einer Kurve

2. In dem Kreis $x^2 + y^2 = 16$ lege man durch den Punkt $x_1 = 1$, $y_1 = 0$ eine Sehne, die um 120^0 gegen den positiven Teil der X-Achse geneigt ist. Man suche die Gleichung dieser Sehne, die Koordinaten ihrer Schnittpunkte und ihre Länge.

Die Steigung einer Kurve.

Eine Sekante möge eine Kurve in zwei Punkten schneiden. Dreht man die Sekante, so rückt der eine Schnittpunkt dem andern immer näher, bis er ihm schließlich unendlich nahe ist; die Sekante ist damit zur Tangente geworden.

Die Verbindung dieser unendlich nahe liegenden Punkte ist eine unendlich kleine Sehne, die mit der Peripherie zusammenfällt. Die Richtung dieser Sehne ist die Richtung der Kurve an dieser Stelle. Die Verlängerung dieser Sehne ist eine Tangente. Letztere hat also dieselbe Steigung wie die Kurve am Berührungspunkt.

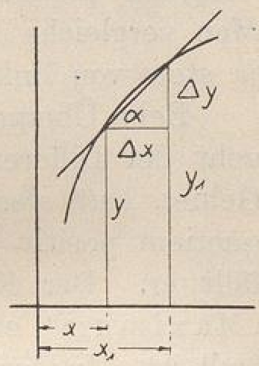

Fig. 21.

Die Schnittpunkte der Sehne mögen die Koordinaten $x\,y$ und $x_1\,y_1$ haben (Fig. 21). Dann ist die Steigung der Sehne

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y_1 - y}{x_1 - x} = \frac{\triangle\, y}{\triangle\, x}$$

Wird die Sehne zur Tangente, so werden die Stücke $\triangle\, y$ und $\triangle\, x$ unendlich klein; man schreibt sie $d\,y$ und $d\,x$. Die Steigung der Tangente ist gleich derjenigen der Kurve und zwar gleich $\frac{d\,y}{d\,x}$. Diese Größe wird Differentialquotient genannt[1]).

Der Differentialquotient der Gleichung einer Kurve ändert sich ständig mit den Koordinaten des Punktes.

[1]) Düsing, Elemente der Differential- und Integralrechnung S. 5. Die Kenntnis der einfachsten Differenzierungen und Integrierungen, namentlich die der Potenz werden vorausgesetzt: $\frac{d\,(x^m)}{d\,y} = m\,x^{m-1}$ und $\int x^m \cdot d\,x = \frac{x^{m+1}}{m+1} + C$.