Leitfaden der Kurvenlehre

Düsing, Karl

Hannover, 1911

Steigung eines Kreises

urn:nbn:de:hbz:466:1-78413

Die Steigung des Kreises.

Der Differentialquotient der Gleichung des Kreises ergibt sich wie folgt:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$2x + 2y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Im ersten Quadranten sind x und y positiv, der Differentialquotient ist also negativ. In der Tat ist die Steigung hier negativ, denn die Kreislinie fällt.

Im zweiten Quadranten ist x negativ und y positiv. Setzt man dies ein, so wird der Differentialquotient, d. h. die Steigung, positiv, der Kreis steigt von links nach rechts. Man vergleiche Fig. 22. Den Verlauf einer Linie haben wir ja stets von links nach rechts gerechnet.

Beim Übergang aus dem zweiten in den ersten Quadranten geht der Differentialquotient aus dem positiven ins negative Gebiet, muß also durch Null gehen. Solange der Differentialquotient positiv ist, steigt der Kreis; sobald er negativ wird, fällt er. Der Kreis hat also seinen höchsten Punkt, sein „Maximum" erreicht, wenn der Differentialquotient gleich Null ist. In der Tat ist hier die Steigung gleich Null, denn die Tangente geht parallel zur X-Achse.

Wie stark der Kreis steigt oder fällt, ersieht man aus dem absoluten Werte des Differentialquotienten. Je größer der absolute Wert von x und je kleiner also der von y ist, desto stärker steigt oder fällt der Kreis.

Für $y = o$ wird der Differentialquotient, also auch die Steigung, unendlich groß, d, h. die Tangente geht zur Y-Achse parallel.

Das Vorzeichen des Differentialquotienten gibt uns also die Art des Verlaufs des Kreises und auch jeder Kurve an, d. h. ob sie steigt oder fällt. Die absolute Größe des Differentialquotienten gibt uns die Stärke der Änderung, also der Steigung oder des Gefälles an.

Übung: Wie verhält sich der Differentialquotient und der Verlauf des Kreises im dritten und vierten Quadranten?

Die Tangente an den Kreis.

Die Tangente hat, wie wir gesehen haben, dieselbe Richtung und damit dieselbe Steigung wie der Kreis im Berührungspunkt, nämlich gemäß Gleichung (8):

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$

Dies ist die Steigung des Kreises im allgemeinen; sie ändert sich von Punkt zu Punkt. Die Steigung beim Berührungspunkt $(x_1 y_1)$ ist also

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x_1}{y_1}$$

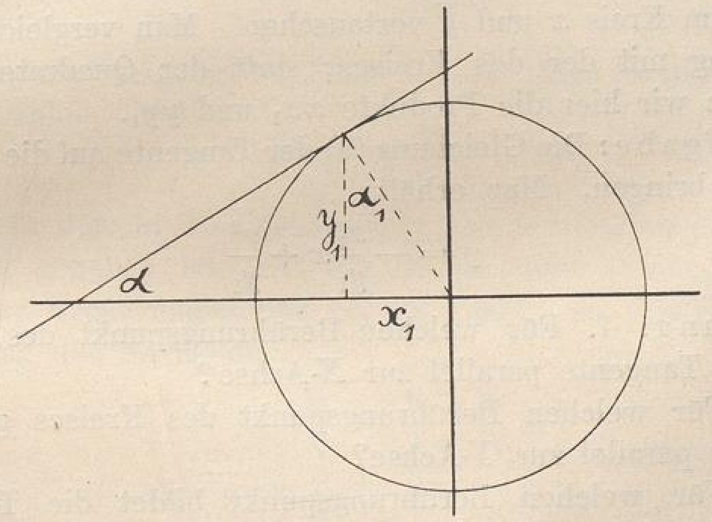

Fig. 22

Diese Steigung ergibt sich auch aus Fig. 22, in welcher

$$M = \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha_1 = -\frac{x_1}{y_1}$$

ist. Wir kennen jetzt von der Tangente die Steigung $\left(-\frac{x_1}{y_1}\right)$ und einen Punkt, nämlich den Berührungspunkt. Die Gleichung