Leitfaden der Kurvenlehre

Düsing, Karl

Hannover, 1911

Normale des Kreises

berechne zuerst die zu den Abscissen gehörigen Ordinaten der Punkte des Kreises.)

6. An welchen Punkten ist die Steigung des Kreises gleich 1?

Die Normale des Kreises.

Errichtet man auf der Tangente einer Kurve im Berührungspunkt ein Lot, so nennt man dies die Normale. Wir wissen zwar aus der Planimetrie, daß dies beim Kreis der Radius ist, doch soll die Gleichung der Normalen zur Übung analytisch abgeleitet werden.

Die Steigung der Tangente war $\frac{dy}{dx} = -\frac{x_1}{y_1}$. Da die Normale senkrecht zur Tangente steht, so ist ihre Steigung

$$M_2 = -\frac{1}{M_1}$$

wenn M_1 die Steigung der Tangente ist. Also ist die Steigung der Normalen

$$M_2 = +\frac{y_1}{x_1}$$

Setzt man dies in die Gleichung (4) einer Geraden ein, deren Steigung gegeben ist, und die durch einen Punkt, nämlich hier den Berührungspunkt $(x_1\, y_1)$, geht, so erhält man als Gleichung der Normalen:

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$$y_1 x - y_1 x_1 = y x_1 - y_1 x_1$$

$$y = \frac{y_1}{x_1} x$$

Bemerkung: In dieser Gleichung ist $n = 0$, also geht die Normale durch den Achsenschnittpunkt, d. h. durch den Mittelpunkt des Kreises. Hierdurch wird bestätigt, daß die Normale ein Radius ist; und die Steigung eines Radius ist, wie die Fig. 23 zeigt, gleich $\frac{y_1}{x_1}$.