Leitfaden der Kurvenlehre

Düsing, Karl

Hannover, 1911

Die Gleichung der Parabel.

urn:nbn:de:hbz:466:1-78413

Beispiele: 1. Für $\alpha = 45^0$ wird

$$y = \frac{\eta}{\sqrt{2}} + \frac{\xi}{\sqrt{2}} \text{ und } x = \frac{\xi}{\sqrt{2}} - \frac{\eta}{\sqrt{2}}$$

2. Für $\alpha = -45^0$ ist die Drehung rechts herum erfolgt:

$$y = \frac{\eta}{\sqrt{2}} - \frac{\xi}{\sqrt{2}} \text{ und } x = \frac{\eta}{\sqrt{2}} + \frac{\xi}{\sqrt{2}} \quad . \quad . \quad (13)$$

Übung: 1. Man drehe das Achsenkreuz, das durch den Mittelpunkt des Kreises geht, und stelle die neue Gleichung des Kreises auf.

2. Man wandle die Gleichung einer Geraden in derselben Weise um.

Parabel.

Die Gleichung der Parabel.

Einleitung: Man suche und zeichne den geometrischen Ort für alle Punkte, die gleich weit entfernt sind: 1. von einem Punkte; 2. von einer Geraden; 3. von zwei Punkten; 4. von zwei Graden; 5. von einer Geraden und einem Punkte.

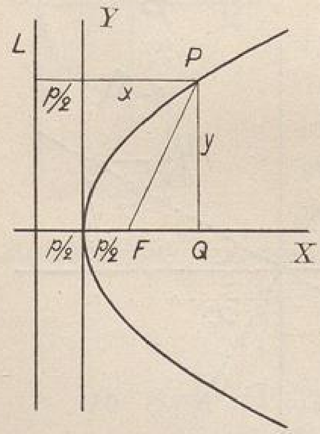

Fig. 29.

Erklärung: Die Parabel ist der geometrische Ort für diejenigen Punkte, die von einer Geraden und einem Punkte gleich weit entfernt sind. Die Gerade nennt man die Leitlinie, Richtlinie oder Direktrix (L) und den Punkt den Brennpunkt (F). (Fig. 29.) Fällt man von F ein Lot auf L, so wollen wir dies Lot mit p und den Schnitt dieses Lotes mit der Parabel als Scheitel der Parabel bezeichnen; p wird durch die Parabel halbiert. Die Verlängerung dieses Lotes ist die X-Achse und senkrecht hierzu durch den Scheitel legen wir die Y-Achse. Dann ist für einen beliebigen Punkt P der Parabel:

$$LP = PF$$

$$x + \frac{p}{2} = \sqrt{y^2 + FQ^2}$$

$$x + \frac{p}{2} = \sqrt{y^2 + \left(x - \frac{p}{2}\right)^2}$$

$$x^2 + xp + \frac{p^2}{4} = y^2 + x^2 - xp + \frac{p^2}{4}$$

$$\boldsymbol{y^2 = 2px} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Dies ist also die Gleichung der Parabel, und zwar ist es die Scheitelgleichung, weil wir beide Achsen durch den Scheitel gelegt haben.

Besprechung: Beide Seiten der Gleichung sind von der zweiten Dimension, da p eine Länge ist.

Aus der Gleichung der Parabel folgt, daß $y = \pm\sqrt{2px}$ ist. Also gehören zu jedem x zwei gleiche und entgegengesetzte y; die Kurve ist demnach zur X-Achse symmetrisch. Diese wird daher auch als Achse der Parabel bezeichnet. Für ein unendlich großes x wird y ebenfalls unendlich groß, und für ein negatives x wird y imaginär, d. h. die Parabel liegt nur auf der rechten Seite der Y-Achse und erstreckt sich in zwei Zügen, sogenannten Ästen bis ins Unendliche. Die Y-Achse ist keine Symmetrieachse. Ferner wird für $x = o$ auch $y = o$. Die Parabel geht durch den Scheitel.

Stellt man die Gleichung für zwei Punkte auf: $y_1{}^2 = 2px_1$ und $y_2{}^2 = 2px_2$, so ergibt sich $y_1{}^2 : y_2{}^2 = x_1 : x_2$. Die Abszissen einer Parabel verhalten sich also wie die Quadrate der Ordinaten.

Ist die Parabel um 90° links herum gedreht, so steht sie gleichsam auf dem Kopf und hat als tiefsten Punkt den Scheitelpunkt; jetzt lautet ihre Gleichung $x^2 = 2py$, und die Ordinaten verhalten sich wie die Quadrate der Abszissen. Allgemein kann man also sagen: Stellt man bei einer Parabel die Scheitelgleichung auf, so verhalten sich die einen Koordinaten wie die Quadrate der anderen.