UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Leitfaden der Kurvenlehre

Düsing, Karl

Hannover, 1911

Die Steigung der Parabel

urn:nbn:de:hbz:466:1-78413

Visual Library

einander. Man sagt, die eine Parabel ist n mal so groß als die andere. Alle Parabeln sind einander ähnlich.

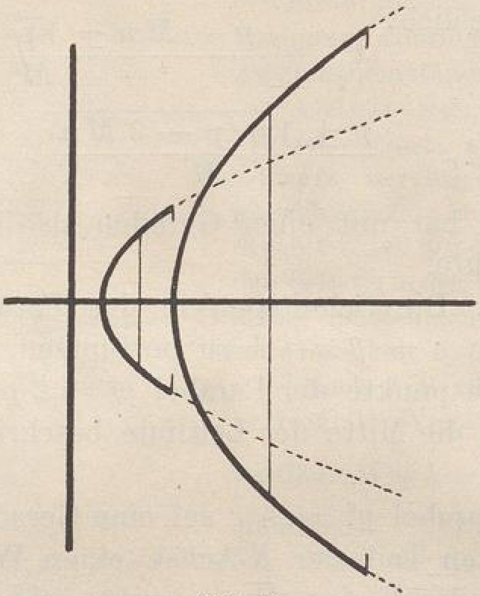

Fig. 35.

Fig. 35 zeigt zwei Parabeln mit gemeinsamer Leitlinie. In der größeren ist p dreimal so groß als in der kleineren. Die dick gezeichneten Stücke entsprechen einander.

Die Steigung der Parabel.

Die Steigung einer Kurve erhält man bekanntlich durch Differenzieren ihrer Gleichung:

$$y = \sqrt{2px} = \sqrt{2p} \cdot x^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{2p}}{2x^{\frac{1}{2}}} = \frac{p}{\sqrt{2px}} = \frac{p}{y} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Besprechung: Der Wert $\frac{p}{y}$ des Differentialquotienten der Gleichung der Parabel ist für positive y positiv; die Kurve steigt also. Sie steigt bei kleinem y stark; je mehr die Ordinaten wachsen, desto weniger. Bei negativem y fällt sie, und zwar anfangs stärker, später schwächer. Auch aus den Figuren der Parabel ist dies leicht ersichtlich.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Der Differentialquotient wird für keinen endlichen Wert von y zu Null, also ist kein „Extremwert", d. h. kein Maximum und kein Minimum vorhanden. Für $y = 0$ wird $\frac{p}{y}$ unendlich; der Steigungswinkel im Scheitel der Kurve ist also 90^0.

Übung: 1. Wie groß ist die Steigung der Parabel $y^2 = 4x$ an den Punkten mit den Abszissen 1, 2, 3, 4 usw.?

2. In welchen Punkten ist die Steigung gleich 1?

3. Unter welchem Winkel trifft der in Fig. 33 berechnete Wasserstrahl den 0,75 m unter der Ausflußöffnung des Gefäßes liegenden Wasserspiegel?

Die Tangente der Parabel.

Im Berührungspunkt hat die Parabel dieselbe Steigung wie die Tangente. Die Steigung der Parabel war durch Differenzierung ihrer Gleichung gefunden:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p}{y}$$

Dies ist die allgemeine Größe der Steigung. Die Steigung der Parabel im Berührungspunkt (x_1, y_1) ist also $\frac{p}{y_1}$. Von der Tangente kennen wir jetzt die Steigung und einen Punkt, nämlich den Berührungspunkt.

Die Gleichung einer Geraden, die durch einen Punkt geht, und deren Steigung gleich M ist, war nach Gleichung (4):

$$M = \frac{y - y_1}{x - x_1}.$$

Setzt man hierin die berechnete Steigung ein, so erhält man:

$$\frac{p}{y_1} = \frac{y - y_1}{x - x_1}.$$

Dies ist die Gleichung der Tangente. Sie läßt sich noch vereinfachen:

$$y y_1 - y_1^2 = p x - p x_1$$
$$y y_1 - 2 p x_1 = p x - p x_1$$
$$y y_1 = p(x + x_1) \quad \ldots \quad (16)$$