Leitfaden der Kurvenlehre

Düsing, Karl

Hannover, 1911

Anwendung (Scheinwerfer)

urn:nbn:de:hbz:466:1-78413

Differenz zweier Abszissen. — Die Länge der Tangente und die der Normalen ergibt sich dann als Abstand ihrer Endpunkte P_1 und P_2 bzw. P_1 und P_3.

2. Man beweise, daß Subtangente und Subnormale zusammen gleich dem doppelten Brennstrahl $FB = LB$ (Fig. 37) sind.

Benennungen: Die Verbindung eines Punktes der Parabel mit dem Brennpunkt nennen wir Brennlinie oder Brennstrahl (Radius vector). Zieht man durch einen Punkt der Parabel eine Parallele zur X-Achse, so nennen wir diese Linie „Durchmesser„.

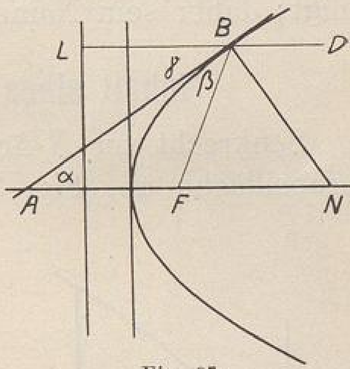

Fig. 37.

Lehrsatz: Die Tangente der Parabel halbiert den Winkel zwischen der Brennlinie und der Verlängerung des Durchmessers, die Normale den zugehörigen Nebenwinkel.

Beweis: $AF = x_1 + \frac{p}{2}$ (Fig. 37.),

$$LB = x_1 + \frac{p}{2} \text{ (Fig. 37)},$$

$$\underline{LB = FB \text{ nach der Erklärung der Parabel},}$$

also ist $AF = FB$.

Daher $\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \beta$ als Basiswinkel,

$\underline{\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \gamma \text{ als Wechselwinkel},}$

demnach $\sphericalangle \beta = \sphericalangle \gamma$.

Also halbiert die Tangente AB den Winkel LBF und demnach die Normale PN den Winkel FBD.

Anwendung: Ein Hohlspiegel, dessen spiegelnde Fläche ein Rotations-Paraboloid ist (siehe unten), heißt parabolisch. Ein vom Brennpunkt eines parabolischen Spiegels ausgehender Lichtstrahl (FB) wird parallel zur Achse der Parabel zurückgeworfen (BD). Ebenso alle anderen von F

ausgehenden Lichtstrahlen. Die Spiegel der Scheinwerfer sind deshalb parabolisch. Das Licht ist dem Spiegel meist etwas näher gerückt, damit die Strahlen ein wenig divergieren.

Umgekehrt werden alle parallel zur Achse eintretenden Lichtstrahlen im Brennpunkt vereinigt. Richtet man die Achse eines solchen Spiegels gegen die Sonne, so werden die Sonnenstrahlen vom Spiegel zurückgeworfen und im Brennpunkt vereinigt; daher sein Name.

Inhalt eines Abschnittes der Parabel.

Senkrecht zur X-Achse schneiden wir ein Stück von der Parabelfläche ab (Fig. 38). Wir berechnen den Inhalt des oberen Teiles dieses Abschnittes, indem wir ihn in senkrechte schmale Streifen von der Höhe y und der Breite $\triangle x$ zerlegen. Wenn jeder Streifen unendlich schmal ist, so kann er als Rechteck aufgefaßt werden, und sein Inhalt ist $y \cdot d\,x$. Die ganze Fläche wäre also:

$$F = \int y \cdot d\,x = \int \sqrt{2\,p\,x} \cdot d\,x$$

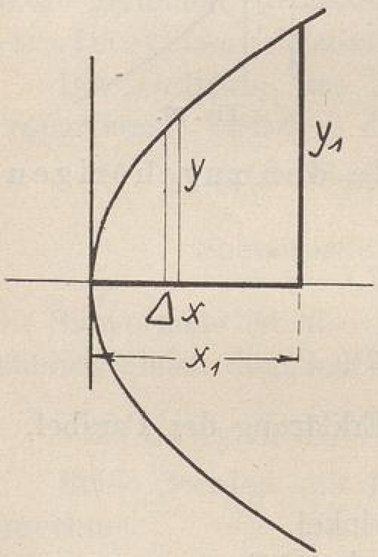

Fig. 38.

Die Fläche bis zum Ende der Abszisse x_1 ist:

$$F = \int_{x=0}^{x=x_1} \sqrt{2\,p\,x} \cdot d\,x =$$

$$= \sqrt{2\,p} \int_0^{x_1} x^{\frac{1}{2}} \cdot d\,x$$

Integriert man diesen Ausdruck, so erhält man: $\left[\sqrt{2\,p}\,\frac{x^{3/2}}{3/2}\right]_0^{x_1}$

Setzt man hierin die Grenzen ein, so wird:

$$F = \sqrt{2\,p}\,\frac{x_1^{3/2}}{3/2} - 0 = \frac{2}{3} x_1 \sqrt{2\,p\,x_1} = \frac{2}{3} x_1 y_1 \,..\,(18)$$