# Leitfaden der Kurvenlehre

## Düsing, Karl

## Hannover, 1911

Die allgemeine Parabelgleichung

urn:nbn:de:hbz:466:1-78413

Ein beliebiger Punkt der Parabel hat also jetzt die Gleichung:

$$(y - v)^2 = 2p(x - h)$$

$$y^2 - 2vy + v^2 = 2px - 2ph$$

oder: $y^2 - 2vy - 2px + v^2 + 2ph = 0.$

Es sei nun folgende Gleichung einer allgemeinen Parabel gegeben:

$$y^2 + ay + bx + c = 0.$$

So ist hierin:

der Parameter

$$p = -\frac{b}{2} \quad \ldots \ldots \quad (20\,\text{a})$$

die Vertikalverschiebung

$$v = -\frac{a}{2} \quad \ldots \ldots \quad (20\,\text{b})$$

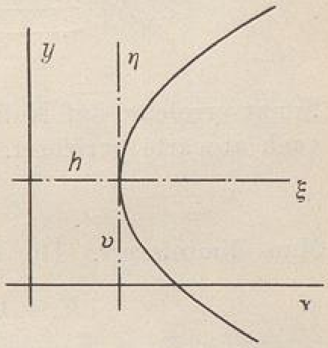


Fig. 4).

die Horizontalverschiebung

$$h = \frac{c - v^2}{2p} = \frac{c - \frac{a^2}{4}}{-b} = \frac{a^2 - 4c}{4b} \quad \ldots \quad (20\,\text{c})$$

## Die allgemeine Parabelgleichung.

Eine Gleichung zweiten Grades ist dann eine Parabelgleichung, wenn die eine Koordinate nur in der ersten Potenz, die andere Koordinate in der zweiten oder in der ersten und zweiten Potenz und außerdem kein Produkt beider Koordinaten vorkommt.

Die allgemeine Gleichung zweiten Grades

$$y^2 + ay + bx^2 + cx + dyx + e = 0$$

stellt also dann eine Parabel vor, wenn $b = 0$ und $d = 0$ ist.

Diese Gleichung stellt dagegen einen Kreis dar, wenn $d = 0$ und $b = 1$ ist. Siehe Gleichung (10).

Anwendungen: 1. Ein Geschoß verläßt das Geschützrohr, welches um den Winkel $\alpha$ gegen die Horizontale geneigt ist, mit der Geschwindigkeit $v$, Fig. 41. Man soll die Gleichung der Geschoßbahn bestimmen, wenn der Luftwiderstand nicht berücksichtigt wird.

Anleitung: Das Geschoß behält die horizontale Geschwindigkeit $v_1 = v \cdot \cos \alpha$ während der ganzen Flugzeit bei, so daß es nach $t$ Sekunden einen horizontalen Weg $s = v_1 \cdot t$ zurückgelegt hat. Die vertikale Geschwindigkeit $v_2$ des Geschosses ändert sich nach den Gesetzen des freien Falles. Sie ist beim Verlassen des Geschützrohres $v_2 = v \cdot \sin \alpha$, vermindert sich bis zum Augenblick, wo das Geschoß seinen höchsten

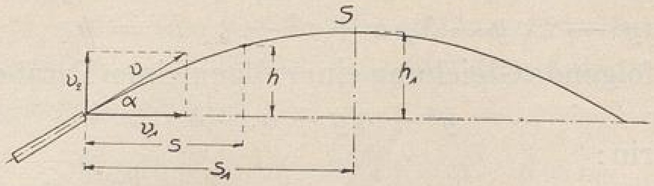


Fig. 41.

Punkt erreicht, auf Null und wächst dann ins Negative, d. h. ist dann nach abwärts gerichtet. Die Flughöhe $h$ ist nach $t$ Sekunden

$$h = v_2 \cdot t - \frac{g\,t^2}{2}.$$

Man eliminiere $t$. Die Gleichung der Kurve erhält man zu

$$h = \operatorname{tg} \alpha \cdot s - \frac{g}{2} \cdot \frac{s^2}{v^2 \cdot \cos^2 \alpha}.$$

Welcher Art ist die Kurve? Welches sind die Koordinaten $s_1$ und $h_1$ des höchsten Punktes der Kurve? Man bestimme Tragweite $s_2$ und höchste Erhebung $h_1$ für ein Infanteriegeschoß mit $v = 800$ m/sec und $\alpha = 20^0$.

2. Ein Freiträger trägt an seinem nicht eingespannten Ende eine Einzellast $Q$. Wie groß ist in jedem Querschnitt das Biegungsmoment $M_b$? (Bezeichnungen nach Fig. 42.) Wie groß werden die Biegungsmomente bei gleichmäßig verteilter Last $Q$? Welche Kurven entstehen,

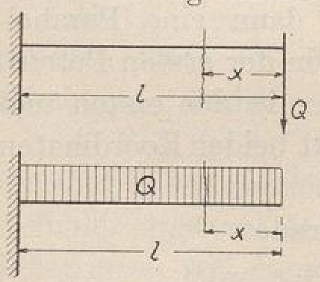


Fig. 42.

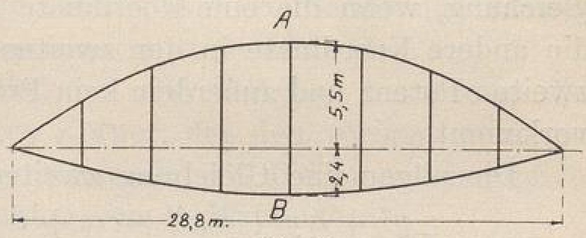


Fig. 43.

wenn man in jedem Trägerquerschnitt das Biegungsmoment für Einzellast und für verteilte Last aufträgt? In welcher Beziehung stehen die beiden Kurven zueinander? Zeichne beide Kurven für $Q = 1000$ kg und $l = 1$ m. Maßstab für die Längen 1 : 10, für $M_b$ 1 mm = 2000 cmkg

3. Die obere und die untere Gurtung des in Fig. 43 gezeichneten Brückenträgers sollen die Form einer Parabel mit dem Scheitel in $A$ bezw. $B$ haben. Die eingeschriebenen Maße des mittleren Stabes sind gegeben. Man bestimme rechnerisch die Länge der übrigen sechs senkrechten Stäbe, welche gleiche Entfernung voneinander haben.