Leitfaden der Kurvenlehre

Düsing, Karl

Hannover, 1911

Die Normale

urn:nbn:de:hbz:466:1-78413

Normale.

Da die Steigung der Tangente $-\frac{x_1 b^2}{y_1 a^2}$ ist, so ist die der Normalen $+\frac{y_1 a^2}{x_1 b^2}$. Setzt man diese in die Gleichung (4) einer Geraden ein, deren Steigung gegeben ist und die durch den Berührungspunkt geht, so erhält man als Gleichung der Normalen:

$$\frac{y_1 a^2}{x_1 b^2} = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

Aufgabe: Diese Gleichung auf die Normalform zu bringen und n zu bestimmen.

Berührungsgrößen.

Wie bei der Parabel wird auch bei der Ellipse von den Berührungsgrößen mindestens eine analytisch berechnet. Wir wählen auch hier die Subtangente. Die Berechnung ist ähnlich der bei der Parabel.

Aus der Gleichung der Tangente berechnet man die Abszisse x_2 des Schnittpunktes P_2 der Tangente mit der X-Achse (Fig. 50). Alsdann ist die Subtangente die Differenz der Abszissen von P_2 und P_1. In der Gleichung der Tangente:

$x_2 x_1 b^2 + y_2 y_1 a^2 = a^2 b^2$ wird $y_2 = 0$ und daher:

$$x_2 = \frac{a^2 b^2}{x_1 b^2} = \frac{a^2}{x_1}$$

$$\text{Subtangente} = x_2 - x_1 = \frac{a^2}{x_1} - x_1 = \frac{a^2 - x_1^2}{x_1}$$

Ferner ergibt sich die Subnormale daraus, daß die Ordinate y_1 des Berührungspunktes P_1 die mittlere Proportionale zwischen der Subtangente und Subnormalen ist.

$$y_1^2 = \text{Subtangente} \times \text{Subnormale}$$

$$y_1^2 = \frac{a^2 - x_1^2}{x_1} \times \text{Subnormale}$$

$$\text{Subnormale} = \frac{y_1^2 x_1}{a^2 - x_1^2} = \frac{b^2}{a^2}\left(a^2 - x_1^2\right)\frac{x_1}{a^2 - x_1^2}$$

$$\text{Subnormale} = \frac{b^2 x_1}{a^2} = \frac{p}{a} x_1.$$