Leitfaden der Kurvenlehre

Düsing, Karl

Hannover, 1911

Inhalt der gleichseitigen Hyperbel

urn:nbn:de:hbz:466:1-78413

Von jedem früheren Rechteck von konstanter Größe ist also ein kleiner Betrag $J \cdot R$ abzuziehen, der proportional der Stromstärke J ist.

Gehen z. B. bei 10 Ampere von der eingeführten Spannung 5 Volt verloren, so ist der Verlust bei 2 Ampere nur 1 Volt.

Von jedem früheren Rechteck ist also ein kleines Rechteck $J \cdot R$ abzuziehen, welches eine ebenso große Grundlinie J wie die früheren Rechtecke $J \cdot n$ und eine konstante Höhe proportional R hat. Diese Rechtecke, die abgezogen werden müssen, sind in der Fig. 60 schraffiert.

Die rechten unteren Ecken dieser schmalen Rechtecke geben uns die wirklichen Tourenzahlen an. Sie liegen auf einer gleichseitigen Hyperbel, die um diesen Betrag, der proportional R ist, nach unten verschoben ist.

Beide Kurven nähern sich bei kleiner Stromstärke, d. h. der Unterschied zwischen den Umlaufszahlen ist verhältnismäßig gering. Bei großer Stromstärke ist dieser Unterschied verhältnismäßig viel größer und bei zu großer Belastung schneidet die neue Kurve die X-Achse, d. h. der Motor bleibt stehen.

Der Inhalt eines Abschnittes der gleichseitigen Hyperbel.

Wir denken uns die Fläche der Hyperbel $x\,y = \frac{a^2}{2}$ in senkrechte unendlich schmale Streifen zerlegt, von denen jeder den Inhalt $y \cdot dx$ hat. Die Fläche des Abschnittes von x_1 bis x_2 ist dann:

$$F = \int_{x_1}^{x_2} y \cdot dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{a^2}{2x} \cdot dx = \frac{a^2}{2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{x} \cdot dx$$

$$F = \frac{a^2}{2} (\log_e x_2 - \log_e x_1) = \frac{a^2}{2} \log_e \frac{x_2}{x_1} \quad . \quad . \quad (33)$$

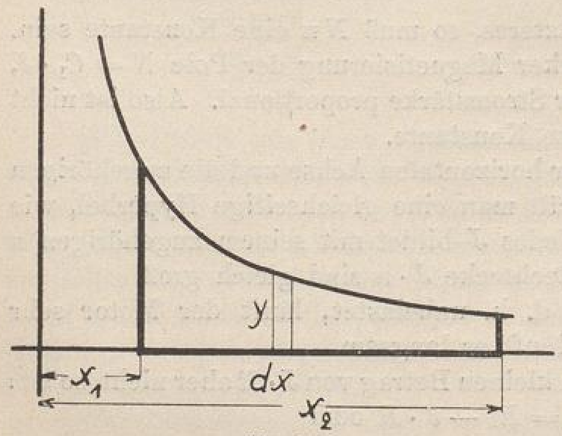

Fig. 61.

Anwendung: Bei der Isotherme dient diese Formel zur Berechnung der Arbeit, die das Gas bei seiner Ausdehnung vom Volumen x_1 auf das Volumen x_2 leistet. Auf der horizontalen Achse sind nämlich nicht nur die Kubikmeter, sondern zugleich auch die Wege des Kolbens aufgetragen, während vertikal darüber die Drucke angegeben sind (Fig. 59). Multipliziert man den kleinen Teil des Weges dx mit dem zugehörigen Druck y, so erhält man die auf dem Wege dx geleistete Arbeit.

Beim Integrieren erhält man dann die Arbeit, die auf dem ganzen Wege $x_1 x_2$ geleistet wird[1]).

Ähnlichkeit der gleichseitigen Hyperbeln.

Aus der Gleichung der gleichseitigen Hyperbel $xy = \frac{a^2}{2}$ geht hervor, daß die verschiedenen gleichseitigen Hyperbeln

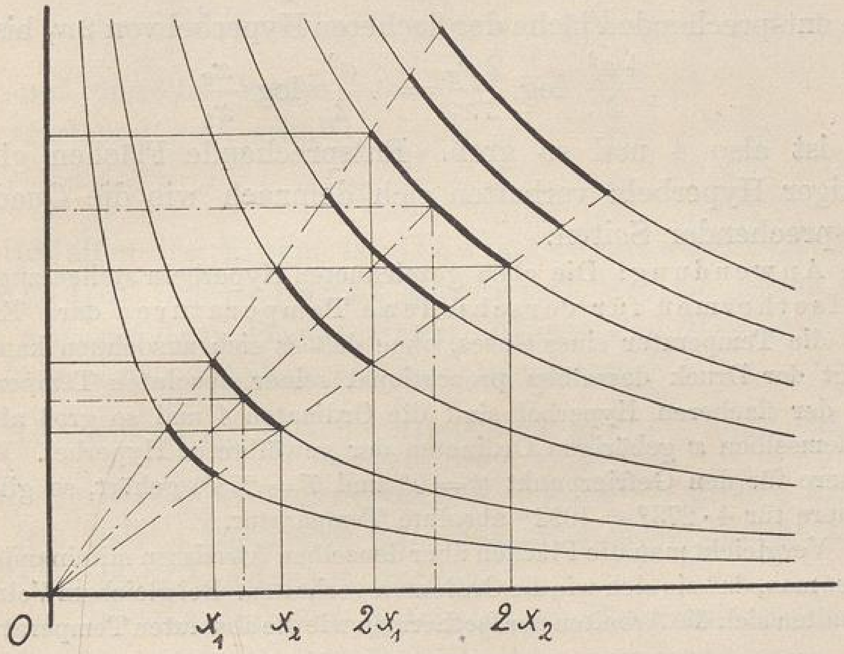

Fig. 62.

sich nur durch die Konstante $\frac{a^2}{2}$ unterscheiden. Sie sind also ähnlich. In Fig. 62 sind unter anderen auch die Hyperbeln $xy = \frac{a^2}{2}$ und $xy = \frac{(2a)^2}{2}$ gezeichnet. Bei der flacheren Hyperbel sind die Flächen der Rechtecke 4 mal so groß wie bei der gewölbteren. Einem doppelt so großen x entspricht ein doppelt

---

[1]) Die Ausführung eines Beispiels findet man: Elemente der Diff. u. Intg. in geom. Methode von Düsing. 2. Auflage, Seite 75.