Leitfaden der Kurvenlehre

Düsing, Karl

Hannover, 1911

Die Abbildung des Kreises

urn:nbn:de:hbz:466:1-78413

ebene durch einen Doppelkegel geführt, erscheinen also als Gerade und sind dann in die Papierebene herumgeklappt, um sie zu zeigen.

Ein Schnitt durch einen Kegel liefert also einen Kreis, eine Parabel, Ellipse oder Hyperbel. Diese Kurven heißen daher „Kegelschnitte“.

Die Abbildung des Kreises.

Es sei KR ein Kreis, der senkrecht zur Papierebene steht, und A das Auge des Beschauers (Fig. 65). Verbindet man A mit allen Punkten des Kreises, so erhält man die Sehstrahlen (z. B. AK und AR), die einen Kegelmantel bilden. Will man den Kreis auf einer Bildebene, z. B. auf

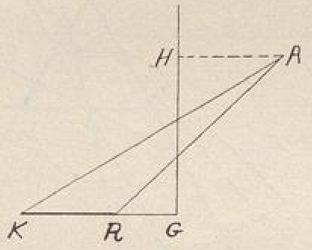

Fig. 65.

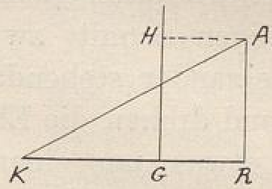

Fig. 66.

HG, abbilden, so erhält man als Bild den Schnitt dieser Bildebene mit dem Kegel.

Ist die Bildebene parallel zu KR, so erhält man als Bild einen Kreis. Dreht man die Bildebene um G rechts herum, so wird der Durchmesser KR verkürzt, man erhält eine Ellipse, deren kleinere Achse in der Papierebene liegt. Die Verkürzung ist am stärksten, wenn HG auf AK senkrecht steht. Dreht man weiter, so wird dieser in der Papierebene liegende Durchmesser wieder länger, bis man abermals einen Kreis erhält, wenn HG senkrecht zu KR steht. Dreht man noch weiter, so wird der in der Papierebene liegende Durchmesser weiter verlängert, und man erhält eine Ellipse, deren größere Achse in der Papierebene liegt.

Wenn die Bildebene HG lotrecht steht und der Kreis KR so groß ist, daß R senkrecht unter A liegt (Fig. 66), so fällt das Bild von R ins Unendliche, und man erhält als Bild auf der Bildebene HG eine Parabel.

Liegt der Kreis so, daß R noch weiter nach rechts fällt, so besteht das Bild aus zwei Ästen, und man erhält auf HG eine Hyperbel.

Befindet man sich z. B. in einem Zirkus oder unter einem Brückenbogen, so erscheinen die sichtbaren Stücke der Kreise als Bogen von Hyperbeln. Sie sind in dem Punkte, der dem Auge gegenüberliegt, am stärksten gekrümmt.

Die allgemeine Gleichung zweiten Grades.

Die allgemeine Gleichung zweiten Grades:

$$x^2 + ax + by^2 + cy + dxy + e = 0$$

stellt stets einen Kegelschnitt dar.

Man gebe den Größen a, b, c, d, e beliebige Werte und zeichne die den entstandenen Gleichungen entsprechenden Kurven; es sind Kegelschnitte.

Auch auf folgende Weise kann man sich dies verdeutlichen:

Man verschiebe bei der Parabel, Ellipse und Hyperbel das Achsenkreuz parallel und leite die allgemeinen Gleichungen für diese Kegelschnitte ab.

Wenn h die horizontale und v die vertikale Verschiebung ist, so erhält man für den Kreis (Gleichung 10 und 10a):

$$x^2 + y^2 - 2hx - 2vy + h^2 + v^2 - r^2 = 0$$

für die Parabel (Gleichung 20):

$$y^2 - 2px - 2vy + v^2 + 2ph = 0$$

Für die Ellipse bezw. Hyperbel erhält man in entsprechender Weise:

$$x^2b^2 \pm y^2a^2 - 2hb^2x \mp 2va^2y + h^2b^2 \pm v^2a^2 - a^2y^2 = 0.$$

Diese Gleichungen vergleiche man mit der bereits genannten allgemeinen Gleichung. Man bemerkt dabei folgendes: