



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Leitfaden der Kurvenlehre

Düsing, Karl

Hannover, 1911

Zykloide

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78413](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78413)

2. Die Normalen der Evolvente umhüllen die Evolute.
3. Die Krümmungsmittelpunkte der Evolvente liegen auf den Ecken der Evolute.

Läßt man die Seiten des Vielecks unendlich klein und ihre Anzahl unendlich groß werden, so wird das Vieleck zu einer Kurve und die obigen drei Sätze lassen sich fast unverändert auf die Kurve übertragen:

1. Der Krümmungsradius der Evolvente ist gleich dem abgewickelten Stück der Evolute.
2. Die Normalen der Evolvente umhüllen die Evolute, sind also die Tangenten der letzteren.
3. Die Krümmungsmittelpunkte der Evolvente sind die Berührungspunkte dieser Tangenten.

Mit der Abwicklung kann man an einer beliebigen Stelle beginnen. Eine Evolute hat demnach unendlich viele Evolventen, die einander parallel sind; es sind also „Parallelkurven“.

Zykloide.

Erklärung: Rollt ein Kreis auf einer seiner Tangenten so beschreibt jeder Punkt dieses Kreises eine Zykloide. Der Kreis heißt Rollkreis, die Tangente heißt Bahn und F der Fußpunkt (Fig. 74).

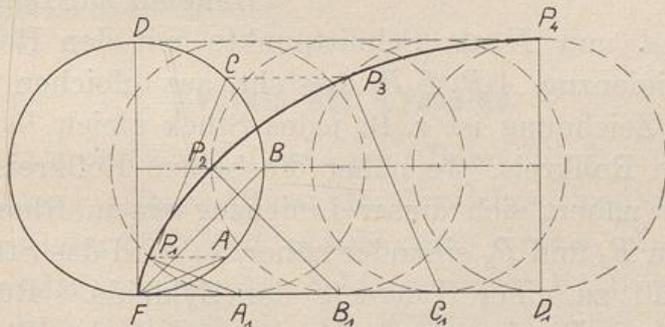


Fig. 74.

Konstruktion: Sie ergibt sich aus der Erklärung. Man teilt den Umfang des Rollkreises in beliebig viele Teile, z. B. in 8 gleiche Teile durch die Punkte A, B, C usw. und trägt die erhaltenen Bogen auf der Bahn vom Fußpunkt aus

bis zu den Punkten A_1, B_1, C_1 usw. ab. Dann zieht man durch A, B, C usw. Parallelen zur Bahn und schlägt um jeden Teilpunkt der Bahn A_1, B_1, C_1 usw. mit der entsprechenden Sehne des Rollkreises einen Kreis, z. B. mit AF um A_1 . Die Schnittpunkte P_1, P_2, P_3 usw. der Kreise mit den zugehörigen Parallelen sind die Punkte der Zykloide. *Bei der Lage des Rollkreises über A_1 kommt die Sehne FA in die Lage A_1P_1 . Bei der Lage über B_1 kommt die Sehne FB nach P_2B_1 .

Tangente der Zykloide.

Lehrsatz: Die Tangente der Zykloide halbiert den Winkel zwischen der zugehörigen Tangente des Rollkreises und der Parallelen zur Bahn (Fig. 75).

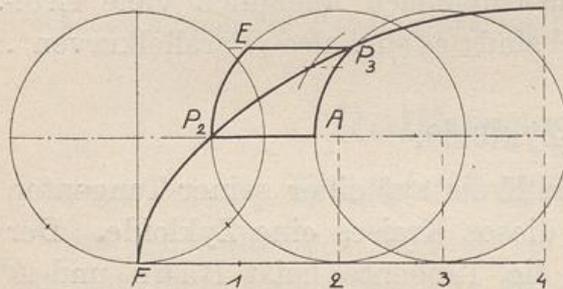


Fig. 75.

Beweis: Wir zeichnen zwei auf einander folgende Lagen des Rollkreises, z. B. über den Fußpunkten 2 und 3. Dann sind P_2 und P_3 Punkte der Zykloide; zieht man hierdurch Parallelen zur Bahn, so erhält man A und E als Schnittpunkte mit den Rollkreisen.

Der Linienzug AP_2EP_3 besteht aus gleichen Stücken, in unserer Zeichnung ist z. B. jedes Stück gleich $\frac{1}{8}$ des Umfanges vom Rollkreis. Je näher die beiden Rollkreise liegen, desto mehr nähert sich dieser Linienzug einem Rhombus.

Rücken P_2 und P_3 einander näher, so wird das Stück P_2P_3 im Grenzfall zu einer Tangente der Zykloide. Rücken zugleich A und P_3 einander näher, so wird das Stück AP_3 im Grenzfall zu einer Tangente des Rollkreises.

Da nun die Diagonale im Rhombus die Winkel desselben halbiert, so halbiert die Tangente der Zykloide den Winkel zwischen der zugehörigen Tangente des Rollkreises und der Parallelen zur Bahn.