Leitfaden der Kurvenlehre

Düsing, Karl

Hannover, 1911

Tangente und Normale

urn:nbn:de:hbz:466:1-78413

Tangente und Normale.

Lehrsatz: Die Tangente der Zykloide geht durch den höchsten, die Normale durch den tiefsten Punkt des Rollkreises.

Beweis: Man zieht an den Rollkreis eine beliebige Tangente, verbindet seinen tiefsten Punkt F (Fig. 76) und seinen höchsten Punkt H mit dem Berührungspunkt B und mit einander und fällt von B die Senkrechte auf den Durchmesser FH. Dann ist:

$\alpha = \alpha'$ als Sehnen- und Tangentenwinkel,

$\alpha = \alpha''$ als Komplemente desselben Winkels.

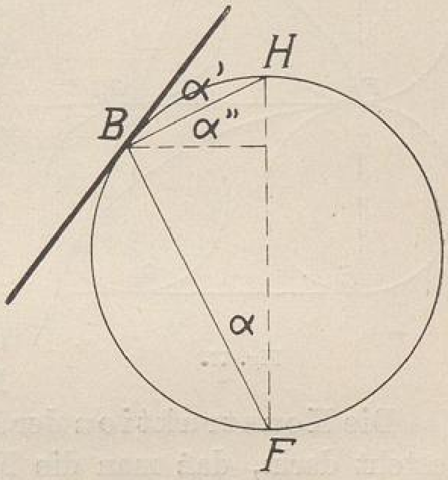

Fig. 76.

Folglich ist $\alpha' = \alpha''$, d. h. BH halbiert den Winkel zwischen der Tangente des Rollkreises und der Horizontalen, ist also eine Tangente der Zykloide und BF die zugehörige Normale. Demnach geht die Tangente der Zykloide durch den höchsten und die Normale durch den tiefsten Punkt des zugehörigen Rollkreises.

Evolute der Zykloide.

Man läßt einen Kreis auf seiner Bahn abrollen, bis z. B. $^3/_8$ seines Umfanges abgerollt ist. Dann zeichnet man symmetrisch unter der Bahn FQ zwei gleich große Kreise (Fig. 77).

Verbindet man nun den Zykloidenpunkt B mit dem tiefsten Punkt Q des Rollkreises und verlängert diese Gerade bis zum Schnitt C mit dem untern Kreis, so sind die abgeschnittenen Bogen $\widehat{BQ}$ und $\widehat{CQ}$ gleich und zwar hier gleich $^3/_8$ des Umfanges vom Rollkreis.

Denkt man sich jetzt den unteren Kreis nach links auf der unteren Bahn $Q_1 F_1$ abrollen, so beschreibt jeder Punkt des