Leitfaden der Kurvenlehre

Düsing, Karl

Hannover, 1911

Epizykloide

urn:nbn:de:hbz:466:1-78413

oder 360^0, so ist die Steigung $= \infty$ und der Steigungswinkel $= 90^0$. Ist $\varphi = 180^0$, so ist die Steigung $= 0^0$. Im allgemeinen nimmt die Steigung mit dem Cosinus des Rollwinkels zu und ab.

Epizykloide.

Erklärung: Rollt ein Kreis auf einem anderen als Bahn, den er von außen berührt, so beschreibt jeder Punkt des Rollkreises eine Epizykloide. — Die bisher betrachtete Zykloide rollte auf einer Geraden. Da diese als Kreislinie mit unendlich großem Radius aufgefaßt werden kann, so ist die Zykloide nur ein besonderer Fall der Epizykloide.

Konstruktion: Aus der Erklärung ergibt sich, daß die Konstruktion der Epizykloide derjenigen der Zykloide entspricht. Der Unterschied besteht nur darin, daß die Parallelen zur Bahn hier konzentrische Kreise um den Mittelpunkt des festen sind. Das übrige Verfahren ist dasselbe wie bei der Zykloide (Fig. 80).

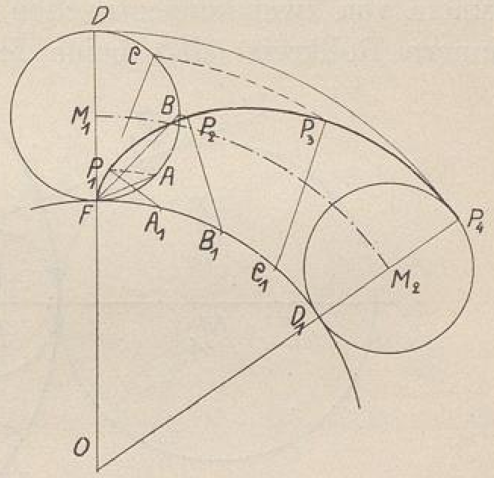

Fig. 89.

Lehrsatz: 1. Die Tangente der Epizykloide geht durch den höchsten, d. h. hier den äußersten, die Normale durch den tiefsten, d. h. hier den innersten Punkt des Rollkreises.

Beweis: Läßt man den Kreis um ein unendlich kleines Stückchen rollen, so unterscheidet sich der entstandene Bogen der Epizykloide nicht von dem der Zykloide, weil dies Stückcken der Bahn als unendlich kurze Gerade aufgefaßt werden kann. Durch den entstandenen Bogen der Epizykloide ist die Richtung der Tangente und die der Normalen gegeben, folglich haben diese dieselbe Richtung wie bei der Zykloide, jene Sätze der Zykloide gelten also auch für die Epizykloide.

Lehrsatz: 2. Ist der Radius des festen Kreises $n = \frac{R}{r}$ mal so groß wie der des Rollkreises, so ist nach einer vollen Abwicklung des rollenden Kreises die abgelaufene Bahn $\frac{1}{n} = \frac{r}{R}$ des Umfanges des festen Kreises.

Beweis: Die Umfänge verhalten sich wie die Radien.

Die Evolute der Epizykloide.

Hilfssatz: Rollen zwei Rollkreise (M_1 und M_2) auf je einem von zwei konzentrischen festen Kreisen (C), sodaß der innere Rollkreis (M_2) beide festen Kreise berührt und die

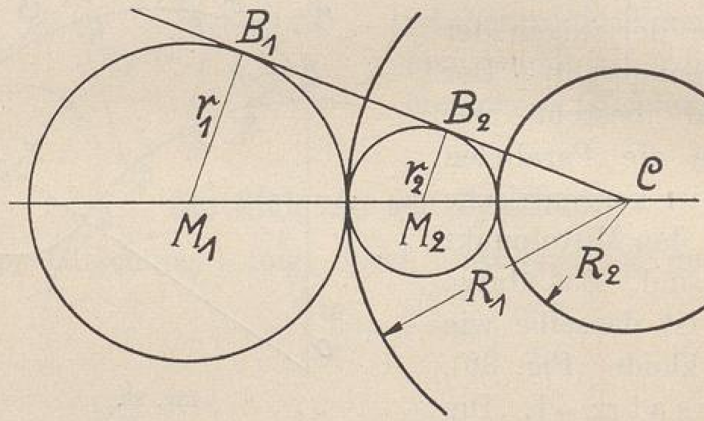

Fig. 81.

gemeinsame Tangente ($B_1 B_2$) der Rollkreise durch den Mittelpunkt C der festen Kreise geht, so verhalten sich die Radien der Rollkreise wie die der festen (Fig. 81).

Beweis: Man zieht die Radien r_1 und r_2 zu den Berührungspunkten der gemeinsamen Tangente. Dann ist:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{M_1\,C}{M_2\,C} = \frac{r_1 + R_1}{r_2 + R_2}$$

$$r_1 r_2 + r_1 R_2 = r_1 r_2 + r_2 R_1$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{R_1}{R_2}$$