Leitfaden der Kurvenlehre

Düsing, Karl

Hannover, 1911

Hypozykloide

äußeren, die äußere ist Evolvente der innern und C der Krümmungspunkt für B.

Konstruktion der Evolute: Man erhält die Evolute der Epizykloide, indem man die Normale, z. B. BQ der Epizykloide über den Fußpunkt Q hinaus im Verhältnis der Radien der Rollkreise verlängert. — Dies Verhältnis war bei der Zykloide 1 : 1. — Durch entsprechende Verlängerung der Tangente nach außen erhält man die Evolvente aus der Evolute.

Die Länge der Epizykloide FC ist ähnlich wie bei der Zykloide gleich dem Krümmungsradius BC ihrer Evolvente; also ist die ganze Länge einer Epizykloide gleich der doppelten Summe der Durchmesser der Rollkreise.

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{4}(\boldsymbol{r}_1 + \boldsymbol{r}_2) = 8\, r_1 \frac{r_1 + R_1}{2\, r_1 + R_1}$$

Hypozykloide.

Erklärung: Rollt ein Kreis in einem anderen ab, den er von innen berührt, so beschreibt jeder seiner Punkte eine Hypozykloide (Fig. 83).

Die Konstruktion ist der der Epizykloide entsprechend.

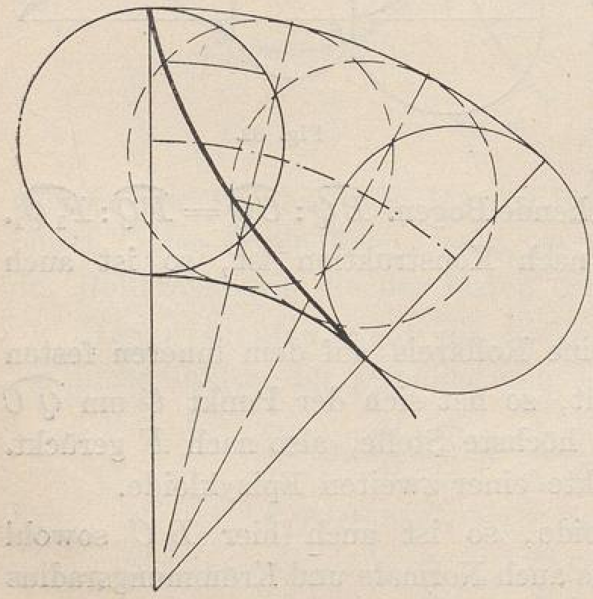

Fig. 83.

Die konzentrischen Kreise liegen hier nnerhalb.

Die Tangente geht durch den höchsten, d. h. hier den i nnersten, die Normale durch den tiefsten, d. h. hier den äußersten Punkt des Rollkreises. Beweis wie oben.

Auch hier ist die nach einer vollen Abwicklung abgelaufene Bahn

$\frac{1}{n} = \frac{r}{R}$ des festen Umfanges, wenn der Halbmesser des festen Kreises $n = \frac{R}{r}$ mal so groß ist, wie der des Rollkreises.

Hypozykloide Gradführung.

Lehrsatz: Ist der Halbmesser KG des Rollkreises halb so groß wie der des festen F_1G, so ist die Hypozykloide eine Gerade und zwar der Durchmesser (Fig. 84).

Beweis: Wir wollen den Weg eines beliebigen Punktes B_1 des Rollkreises feststellen. Wir verbinden B_1 mit den Mittelpunkten K und G. Dann ist F_1KB_1 doppelt so groß wie F_1GB_1. Da sich also die Zentriwinkel umgekehrt verhalten wie die Radien, so sind die zugehörigen Bogen gleich, d. h. $\widehat{B_1F_1} = \widehat{B_2F_1}$. Der Kreis ist also vom Fußpunkt F_1 bis B_2 gerollt und B_1 bewegt sich hierbei auf dem Durchmesser von B_1 nach B_2; ebenso bewegt sich gleichzeitig F_1 nach F_2. Die Punkte des Rollkreises bewegen sich also auf geraden Linien und zwar auf Durchmessern.

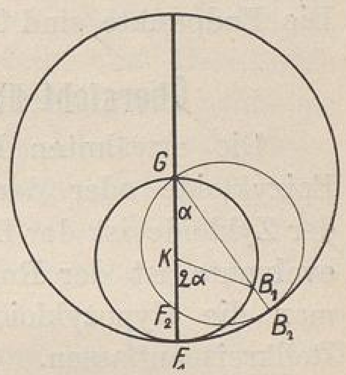

Fig. 84.

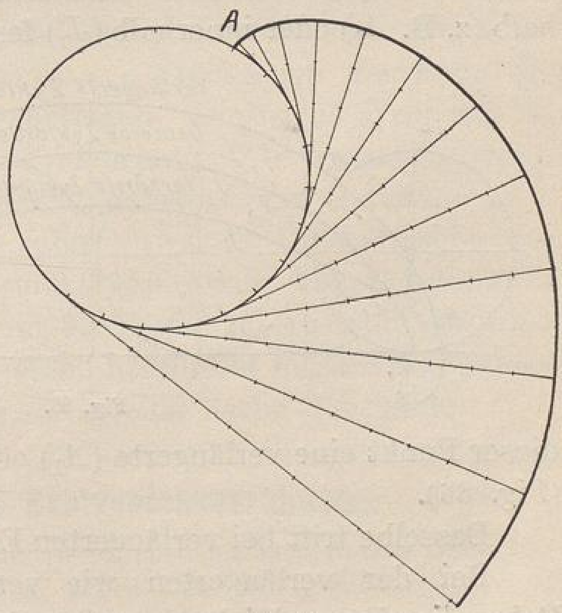

Fig. 85.

Kreisevolvente.

Erklärung: Denkt man sich um einen Kreis