



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Leitfaden der Kurvenlehre

Düsing, Karl

Hannover, 1911

Integration

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78413](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78413)

Sinoide.

Trägt man nicht die Sinus selbst, sondern Vergrößerungen oder Verkleinerungen dieser Stücke senkrecht nach oben auf, so erhält man als Kurve eine Sinoide. Eine solche Kurve bekommt man auch, wenn man die Sinus zwar selbst in wahrer Größe, aber die Bogen vergrößert oder verkleinert aufträgt.

Allgemeine Betrachtungen an Kurven.

Die Bogenlänge.

Die Länge s einer beliebigen Kurve (Fig. 91), die zwischen zwei den Abszissen x_1 und x_2 entsprechenden Punkten der Kurve liegt, denkt man sich in unendlich kleine Teile zerlegt. Jedes Teilchen ds ist dann:

$$ds = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

Die Länge der Kurve zwischen den Abszissen x_1 und x_2 ist also:

$$s = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx.$$

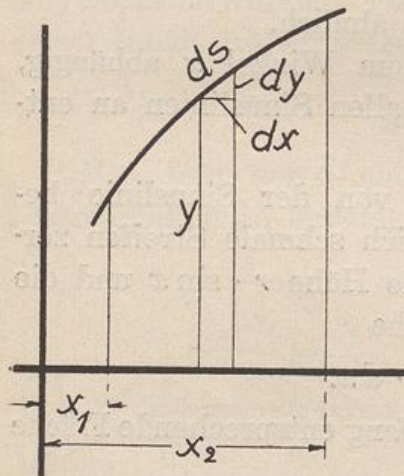


Fig. 91.

Die Fläche.

Den Inhalt der Fläche zwischen einer Kurve, der Abszissenachse und den Ordinaten y_1 und y_2 haben wir bei den Kegelschnitten wiederholt berechnet. Ähnlich wie bei diesen zerlegen wir auch bei einer beliebigen Kurve mit bekannter Gleichung die Fläche in senkrechte Streifen von der Länge y und der Breite dx . Dann ist jeder Streifen $y \cdot dx$. Die Fläche zwischen y_1 und y_2 ist also:

$$F = \int_{x_1}^{x_2} y \cdot dx = \int_{x_1}^{x_2} f(x) \cdot dx$$

Oft sind Flächen von Kurven begrenzt, deren Gleichung nicht bekannt oder sehr verwickelt ist. Der Inhalt kann dann auf verschiedene Weise ermittelt werden.

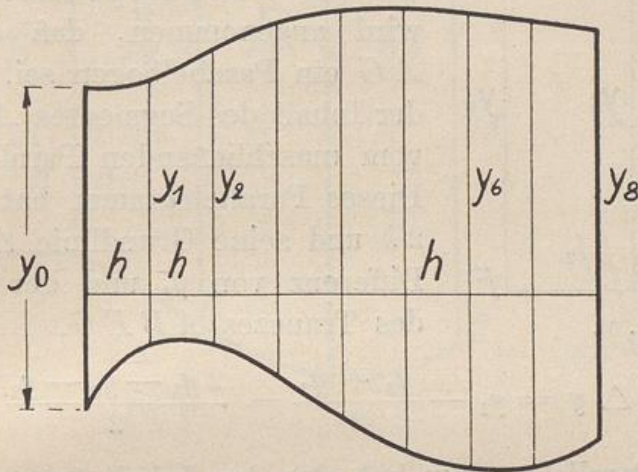


Fig. 92.

a) Trapezregel (Fig. 92): Man teilt die gegebene Fläche in eine beliebige Anzahl Streifen von der gleichen Breite h und sieht die Streifen als Trapeze an. Dann ist Streifen F_1, F_2 usw.:

$$F_1 = h \frac{y_0 + y_1}{2}$$

$$F_2 = h \frac{y_1 + y_2}{2}$$

.....

$$F_8 = h \frac{y_7 + y_8}{2}$$

Die ganze Fläche $F = h \left(\frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + \dots + \frac{y_8}{2} \right)$.

An Stellen mit starker Krümmung zerlegt man die Streifen in schmalere Streifen durch Zwischenordinaten und kann die zerlegten Streifen für sich nach der Trapezregel berechnen.