Leitfaden der Kurvenlehre

Düsing, Karl

Hannover, 1911

Polarplanimeter

Statt also sämtliche Rechtecke einzeln zu umfahren, braucht man nur ihren Gesamtumriß, d. h. den Umriß der gegebenen Fläche, zu umfahren. Die Rolle hat sich hierbei um einen

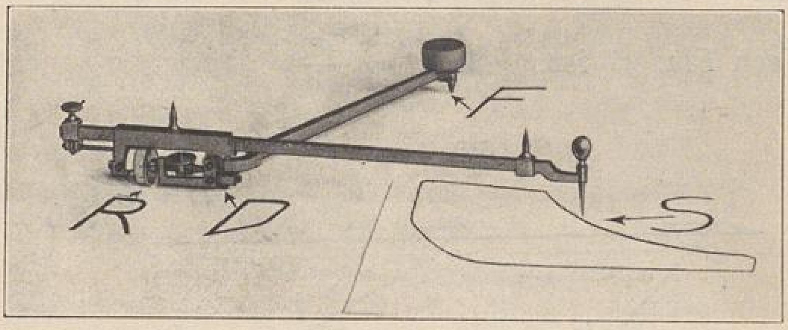

Fig. 98.

Betrag weitergedreht, der proportional dem Inhalt ist und welchen man an der auf dem Umfang der Rolle angebrachten Teilung abliest. Die Teilung ist so gewählt, daß man direkt den Inhalt zahlenmäßig erhält.

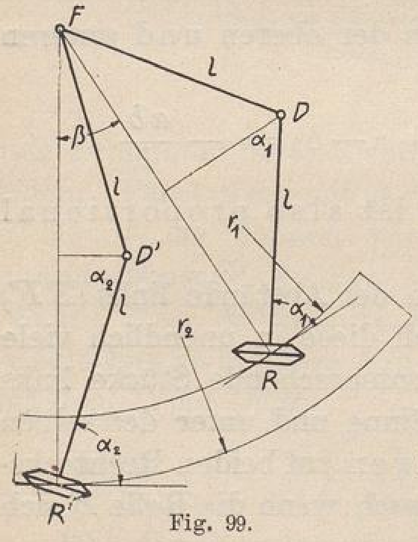

Fig. 99.

d) Polarplanimeter. Gebräuchlicher als dieser Integrator ist das Polarplanimeter (Fig. 98 und 99). Es unterscheidet sich vom vorherigen dadurch, daß die Punkte A und B (Fig. 95 und 96) zu einem vereinigt sind, der einen festen Drehpunkt F bildet.

Wir denken uns die gegebene Fläche durch konzentrische Kreise in Ringe zerlegt und stecken die feste Nadel F des Planimeters in ihren Mittelpunkt.

Auch hier können wir uns die Bewegung der Rolle über ein Stück der Kreise aus einem Schieben der Rolle längs ihrer Achse und einem Drehen senkrecht hierzu um ihre Achse zusammengesetzt denken. Die Drehung ist hierbei wie oben proportional dem Sinus des Winkels zwischen Arm und der durchlaufenen Strecke, d. h. hier zwischen Arm und Tangente an dem Bogen.

Die Drehung der Rolle (Fig. 99) beim Bewegen über den Bogen $\widehat{r_1 \cdot \beta}$ des inneren Kreises ist demnach $+\widehat{r_1 \cdot \beta} \cdot \sin \alpha_1$ und beim äußeren Kreis $-\widehat{r_2 \cdot \beta} \cdot \sin \alpha_2$.

Nun ist aber in den gleichschenkligen Dreiecken FDR und $FD'R'$:

$$\left.\begin{aligned} \sin \alpha_1 &= \frac{r_1}{2} : l \\ \sin \alpha_2 &= \frac{r_2}{2} : l \end{aligned}\right\} \text{ Diese Werte werden eingesetzt und}$$

die Drehung beim Bewegen über den inneren und äußeren Bogen ist also:

$$+\widehat{r_1 \cdot \beta} \cdot \sin \alpha_1 - \widehat{r_2 \cdot \beta} \cdot \sin \alpha_2 =$$

$$+\frac{r_1 \cdot \widehat{r_1 \cdot \beta}}{2\,l} - \frac{r_2 \cdot \widehat{r_2 \cdot \beta}}{2\,l} =$$

$$\frac{1}{l}\left(\frac{r_1 \cdot \widehat{r_1 \cdot \beta}}{2} - \frac{r_2 \cdot \widehat{r_2 \cdot \beta}}{2}\right)$$

Der Ausdruck $\frac{r_1 \cdot \widehat{r_1 \cdot \beta}}{2}$, oder $\frac{1}{2} \times$ Radius $\times$ Bogen ist aber der Inhalt eines Sektors, dasselbe gilt von $\frac{r_2 \cdot \widehat{r_2 \cdot \beta}}{2}$.

Also ist die Drehung $= \frac{1}{l} \times$ Differenz der Sektoren,

$= \frac{1}{l} \times$ Inhalt des Ringes.

Diese Drehung ist also proportional dem Inhalt des Ringes.

Die Drehung beim Überfahren der Abstände der Kreise hebt sich wie oben auf.

Ebenso braucht man nicht jeden Ring zu umfahren, sondern nur den gesamten Umriß der Ringe, d. h. den Umriß der gegebenen Fläche. Die Gesamtdrehung der Rolle ist also auch hier proportional dem Inhalt der ganzen Fläche. Man liest diesen Inhalt an der Teilung auf dem Umfang der Rolle ab. Wegen der einfacheren Handhabung wird in der Praxis das Polarplanimeter dem Integrator vorgezogen.