Leitfaden der Kurvenlehre

Düsing, Karl

Hannover, 1911

Ihre Konstruktion

---

urn:nbn:de:hbz:466:1-78413

3. Bei der Hyperbel. Die Rechnung wird ebenso durchgeführt wie bei der Ellipse und liefert dasselbe Resultat:

$$r = \frac{b^2}{a}$$

Auch hier erhalten wir also einen Radius, der ebenso groß ist wie die Ordinate im Brennpunkt.

4. Hauptkrümmungskreise der gleichseitigen Kegelschnitte. Sowohl für den Kreis wie für die gleichseitige Hyperbel ergibt sich:

$$r = a.$$

Konstruktion der Hauptkrümmungskreise.

1. Bei einer gezeichneten Parabel ist p durch den Brennpunkt oder die Leitlinie gegeben; gegebenen Falls kann man p auch als Subnormale finden.

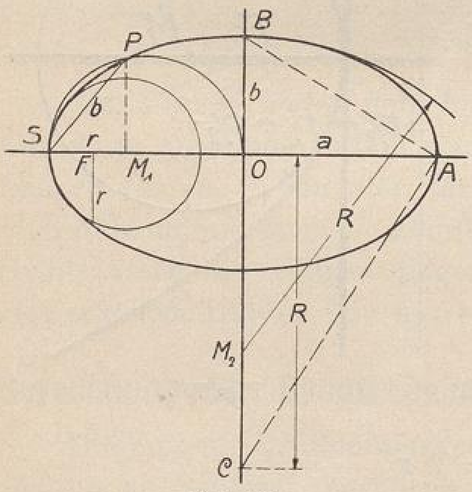

Fig. 107.

2. Bei der Ellipse: Man schlägt über $S\,O$ einen Halbkreis (Fig. 107) und mit b als Radius einen Kreis um S; beide schneiden sich in P. Dann ist die Projektion $S\,M_1$ von der Strecke $S\,P$ oder b auf die große Achse gleich dem gesuchten Radius r des Hauptkrümmungskreises. Es ist nämlich

$$b^2 = S\,P^2 = r\,a, \text{ also } r = \frac{b^2}{a}$$

Sucht man den oberen Hauptkrümmungskreis, so verbindet man die Endpunkte von b und a, nämlich B und A, miteinander und errichtet in A auf $A\,B$ ein Lot, welches auf der unteren Hälfte der Y-Achse eine Strecke abschneidet, die gleich dem gesuchten Radius R des Hauptkrümmungskreises ist. Hier ist nämlich

$$a^2 = b \cdot R, \text{ also } R = \frac{a^2}{b}$$

3. Bei der Hyperbel: Man errichtet auf der Asymptote (Fig. 108) im Schnittpunkt mit b, nämlich in B, ein Lot. Dann ist die Projektion dieses Lotes auf die X-Achse der gesuchte Radius r. Es ist nämlich

$$b^2 = a \cdot r, \text{ also } r = \frac{b^2}{a}$$

Bei allen drei Kegelschnitten kann man auch im Brennpunkt eine Ordinate errichten. Diese ist gleich dem gesuchten Radius des Hauptkrümmungskreises.

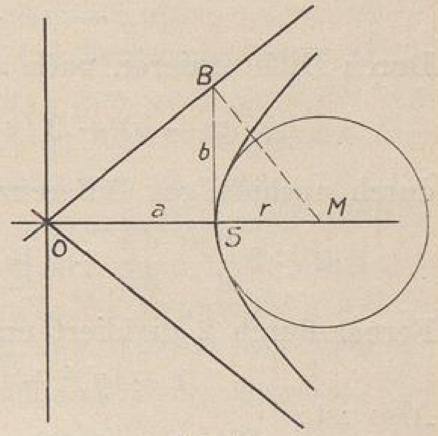

Fig. 108.

Allgemeine Ableitung der Krümmungskreise von Kurven.

Obige Formeln und Konstruktionen gelten nur für die Hauptkrümmungskreise der Kegelschnitte. Diese liegen an den Scheiteln. Will man den Krümmungskreis an einem anderen Punkt der Kegelschnitte oder für irgendeine andere Kurve berechnen, so bedarf man einer allgemeinen Formel, die jetzt abgeleitet werden soll.

Der gesuchte Kreis hat an der Berührungsstelle denselben ersten (y') und zweiten Differentialquotienten (y'') wie die Kurve. Wenn die Gleichung der Kurve gegeben ist, so kann man ihre Differentialquotienten berechnen. Setzt man diese in die allgemeine Gleichung des Kreises ein, so läßt sich aus der er-

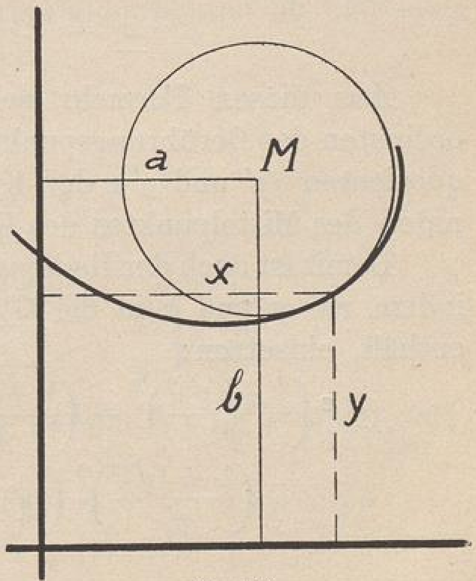

Fig. 109.