# Leitfaden der Kurvenlehre

## Düsing, Karl

## Hannover, 1911

Aufgaben

Setzt man dagegen $x = 0$ und $y = b$, so erhält man

$$r = \frac{a^2}{b}.$$

Beide Resultate stimmen überein mit den Formeln für die Radien der Hauptkrümmungskreise der Ellipse.

3. Anwendung auf die Hyperbel.

Die Differentialquotienten sind dieselben wie bei der Ellipse, nur hat der erste das entgegengesetzte Vorzeichen. Da beide in der Formel für $r^2$ als Quadrate vorkommen, so erhält man dieselbe Formel für $r^2$ wie bei der Ellipse.

Aufgabe: 1. Bei einer Ellipse soll man den Radius desjenigen Krümmungskreises zahlenmäßig berechnen, dessen Berührungspunkt senkrecht über dem Brennpunkt liegt, also etwa wie bei Fig. 105 *C*. Bei der Ellipse sei gegeben:

$$a = 9 \text{ und } b = 7 \text{ cm}.$$

Anleitung: Man berechnet das $x$ und $y$ des Berührungspunktes und setzt es ebenso wie das gegebene $a$ und $b$ in die Formel für den Krümmungsradius der Ellipse ein:

$$r^2 = \frac{(a^4 y^2 + b^4 x^2)^3}{a^8 b^8}$$

Oder man berechnet aus $x$, $y$, $a$, $b$ zuerst $y'$ und $y''$ und setzt diese Größen in die allgemeine Formel (V) des Krümmungsradius ein:

$$r^2 = \frac{(1 + (y')^2)^3}{(y'')^2}$$

2. Die Parabel $y^2 = 2\,p\,x$ und der Hauptkrümmungskreis sollen verglichen werden, und zwar sollen die Ordinaten in der halben Brennweite $\left(x_1 = \frac{p}{4}\right)$ für beide Kurven berechnet und verglichen werden.

Das Ergebnis wird zeigen, daß die Gestalt der Parabel in der Nähe des Scheitels sich nur wenig von der des Hauptkrümmungskreises unterscheidet. Daher nimmt man oft statt der parabolischen Spiegel kugelförmige, die sich leichter herstellen lassen. Doch dürfen sie im Vergleich zur Brennweite nicht zu groß sein. Der Brennpunkt liegt dann in der Mitte des Radius (Fig. 106).

3. Man untersuche die Krümmungen der Kegelschnitte. Hierbei wird man finden, daß $y''$ stets beide Vorzeichen hat, wenn es durch $x$ ausgedrückt ist, weil zu jedem $x$ eine gewölbte und eine hohle Stelle gehört. Drückt man aber $y''$ durch $y$ aus, so hat es entweder das positive oder das negative Vorzeichen. Für negative $y$ sind die Kurven von oben betrachtet hohl, für positive oberhalb der $X$-Achse sind sie dagegen gewölbt.

4. Man untersuche, ob die Kegelschnitte Wendepunkte haben.

5. Man bestimme für die Kurve

$$y = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{8}$$

Maximum, Minimum und Wendepunkt, ferner den Radius der Krümmungskreise an den Stellen des Maximums und Minimums, sowie die Koordinaten der Mittelpunkte dieser Krümmungskreise. [1])

6. Man führe dieselben Rechnungen für die Kurve mit folgender Gleichung aus:

$$y = 2\,x^3 + 5\,x^2 + 4\,x + 1$$

# Andere Koordinatensysteme.

Unter besonderen Umständen ist es angebracht, andere Koordinaten als die rechtwinkligen zu gebrauchen.

## Gebogene Koordinaten.

1. Bei vielen Registrierapparaten, z. B. bei einem selbstschreibenden Barometer, dreht sich eine Trommel von einem Uhrwerk getrieben langsam um ihre Achse. Auf sie ist

[1]) Weitere Beispiele über Minim., Maxim. u. Wendepunkte findet man: „Elem. d. Diff.- u. Integ.-Rechnung“ v. Düsing, 2. Aufl., S. 54—67.