



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Leitfaden der Kurvenlehre**

**Düsing, Karl**

**Hannover, 1911**

Resultate

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78413](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78413)

## Verzeichnis der Resultate.

- Seite 5 Übung 1: 17 *cm*.
- „ 5 „ 2: 5 *cm*.
- „ 5 „ 3: 9,1 *cm*.
- „ 5 „ 4: 20 *m*, 15 *m*, 9 *m*, 18 *m*, 8 *m*.
- „ 5 „ 5: 2860 *m*, 406,3 *m*.
- „ 5 Aufgabe 1:  $\frac{x_1 + x_2}{2}$  und  $\frac{y_1 + y_2}{2}$ .
- „ 5 „ 2:  $\frac{1}{2} [(y_2 + y_1)(x_2 - x_1) - (y_3 + y_1)(x_3 - x_1) - (y_2 + y_3)(x_2 - x_3)]$ . Multiplizieren und vereinigen.
- „ 6 Übung 1: 21 *qcm*.
- „ 6 „ 2: 404,3 *qcm*.
- „ 10 „ 1:  $\alpha = 71^\circ$ ,  $n = 5$ ;  $\alpha = 116^\circ$ ,  $n = -5$ ;  
 $\alpha = 27^\circ$ ,  $n = 0$ ;  $\alpha = 45^\circ$ ,  $n = 0$ .
- „ 10 Übung 2:  $y = x + 3$ .
- „ 11 „ 3:  $y = \sqrt{3}x + 5$ .
- „ 11 „ 4: Parallele zur X-Achse im Abstand von 8 *cm*.
- „ 11 „ 5: a) Parallele zur X-Achse im Abstand von 7 *cm*.  
 b) X-Achse; c) Y-Achse.
- „ 11 „ 6:  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $30^\circ$ .
- „ 11 „ 7:  $\alpha = 124^\circ$ ;  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{2}$ ;  $n = b = 3$ .
- „ 11 „ 8: 1:6,7; 1:6,6; 1:3,3; 1:14; 1:36.
- „ 11 „ 9: Gerade;  $n = 30,6$ ;  $M = 76,5 = 30$ .
- „ 13 „ 1:  $\frac{5 + 3}{3 - 4} = \frac{3 - y}{5 - x}$ .
- „ 13 „ 2:  $r^2 = (2 + 3)^2 + (-4 - 2)^2$ ;  $r = 7,8$  *cm*;  
 $M = -\frac{5}{6}$ ;  $\alpha = 99^\circ 25'$ .



- Seite 14 Übung 1:  $x_1 = -\frac{5}{2}$  und  $y_1 = \frac{1}{3}$ .
- „ 14 „ 2:  $x_2 = 3$ ;  $y_3 = 2$ ;  $x_4 = 2\frac{1}{4}$ ;  $y_5 = -3$ .
- „ 14 Aufgabe:  $y = Mx - Mx_1 + y_1$ .
- „ 15 Übung 1:  $\frac{-2-y}{3-x} = \frac{2}{3}$  oder  $y = \frac{2}{3}$ .
- „ 15 „ 2: a)  $1 = \frac{y-4}{x-2}$ ; b)  $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{y-4}{x+2}$ ;
- c)  $\sqrt{3} = \frac{y-4}{x+2}$ .
- „ 15 Anwendung: Gerade mit den Steigerungen 0,095 und 0,06. Blechstärke 6—7 mm. Siehe Fig. 16.
- „ 17 Übung 1:  $y = -\frac{x}{M} + \frac{x_1}{M} + y_1$ .
- „ 17 „ 2: Für den Fußpunkt ist  $y_1 = \sqrt{3}x + 2$   
 Gleichung des Lotes:  $\frac{y - \sqrt{3} - 2}{x - 1} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$   
 oder  $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x + \frac{4}{3}\sqrt{3} + 2$ .
- „ 17 Übung 3a: Gleichung des Lotes:  $-\frac{1}{M} = \frac{y_1 - y}{x_1 - x}$   
 $x_2 = \frac{x_1 + My_1 - Mn}{1 + M^2}$ ;  $y_2 = \frac{Mx_1 + M^2y_1 + n}{1 + M^2}$ .
- „ 17 Übung 3b:  $-\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2-y}{3-x}$ ;  $x_2 = 0,05$ ;  $y_2 = 4,07$ .
- „ 17 „ 4a:  $r = \frac{y_1 - (Mx_1 + n)}{\sqrt{1 + M^2}}$ .
- „ 17 „ 4b:  $r = \frac{2 - (\sqrt{2} \cdot 3 + 4)}{\sqrt{1 + 2}} =$
- „ 17 „ 5:  $x_1 = 2$ ;  $y_1 = 3$ ;  $\text{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\frac{1}{2} - 1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$   
 $\alpha - \beta = 161\frac{1}{2}^\circ$ .
- „ 18 Übung 6a:  $\text{tg} 45^\circ = \frac{2 - M}{1 + 2M}$  also  $M = \frac{1}{3}$  usw.



Seite 18 Übung 7:  $\frac{2-1}{3+2} = \frac{2-y}{3-x}$ ;  $\frac{1+4}{-2-1} = \frac{1-y}{-2-x}$ ;  
 $\frac{-4-2}{1-3} = \frac{-4-y}{1-x}$ ; 5,10; 5,83; 6,32 cm.  $80^{\circ}45'$ ;  
 $49^{\circ}15'$ ;  $50^{\circ}0'$ .

„ 18 Übung 8:  $135^{\circ}$ ;  $85^{\circ}$ ;  $121^{\circ}30'$ ;  $132^{\circ}20'$ ;  $66^{\circ}10'$ .

„ 19 „ 1: Kreis mit  $r=5$  um den Achsenschnitt-  
punkt.

„ 20 Aufgabe 1:  $r$ .

„ 20 Übung 1:  $x_1 = 0,96$ ,  $x_2 = -4,16$   
 $y_1 = 5,92$ ,  $y_2 = -4,32$ .

„ 20 „ 2: Gleichung der Sehne:  $\frac{y-0}{x-1} = -\sqrt{3}$ .

$x_1 = +2,70$ ;  $y_1 = -2,94$  Länge der Sehne ist  
 $x_2 = -1,20$ ;  $y_2 = +3,82$   $\sqrt{60,9} = 7,8$ .

„ 24 Aufgabe:  $y = -\frac{x_1}{y_1}$ ;  $x + \frac{r^2}{y_1}$ .

„ 24 Übung 1:  $x_1 = 0$ ;  $y_1 = \pm r$ .

„ 24 „ 2:  $x_1 = \pm r$ ;  $y_1 = 0$ .

„ 24 „ 3:  $x_1 = \frac{1}{2}\sqrt{2}r$ ;  $y_1 = \frac{1}{2}\sqrt{2}r$ .

„ 24 „ 4: Aus  $\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{x_1}{y_1}$  und der Gleichung des

Kreises findet man  $y_1 = 0,8r$ . Dann ist  $x_1 = -\frac{r}{2}$  und

die Gleichung der Tangente:  $-\frac{x}{2} + 0,8y = r$ .

„ 24 Übung 5:  $y_1 = 6,92$ ,  $y_2 = 6,71$ ,  $y_3 = 6,34$ ,  
 $y_4 = 5,75$ ,  $y_5 = -4,90$ ,  $y_6 = 3,61$ ,  $y_7 = 0$ .  
 $M_1 = -0,145$ ,  $M_2 = -0,322$ ,  $M_3 = -0,476$ ,  
 $M_4 = -0,696$ ,  $M_5 = -1,02$ ,  $M_6 = -1,66$ ,  
 $M_7 = \infty$ .

„ 25 Übung 6:  $\alpha = 45^{\circ}$   $x_1 = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$   $y_2 = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ .

„ 27 „ 1:  $y_2 = +\frac{2}{\sqrt{3}}r$  und  $x_2 = -2r$ .



- Seite 27 Übung 2:  $x_2 = \sqrt{2}r$ ;  $y_2 = \sqrt{2}r$ ;  $y = x + \sqrt{2}r$ .
- „ 27 „ 3:  $y_1 = 4,58$ ;  $\operatorname{tg} \alpha = -0,438$ ;  $n = 5$ ;  
 $n' = 2$ ;  $t' = 10,50$ ;  $t = 11,45$ .
- „ 30 Übung 1: Kreis mit dem Radius 3; Kreis mit dem  
 Radius 5, der vertikalen Verschiebung nach oben = 36  
 und der horizontalen Verschiebung nach links = 10.
- „ 31 Übung 2:  $(y - 5)^2 + (x - 3)^2 = 16$  oder  $y^2 + 10y$   
 $+ x^2 - 6x + 18 = 0$ .
- „ 31 Übung 3:  $v = 1$      $x_1 = +1,7$      $y_1 = -2,3$   
 $h = -2$      $x_2 = -5,7$      $y_2 = +4,3$   
 $r = 3,87$ .
- „ 31 „ 4:  $x_1 = +3$ ;  $y_1 = +3$ .
- „ 31 „ 5:  $v = 6$ ;  $h = 5$ ;  $r = 8$ .
- „ 31 „ 6:  $v = 6$ ;  $h = 10$ ;  $r = 5$ .
- „ 32 „ 1: Man erhält dieselbe Gleichung wieder.
- „ 32 „ 2:  $y(M \sin \alpha + \cos \alpha) = x(M \cos \alpha - \sin \alpha) + n$ .
- „ 35 „ 1:  $y^2 = 2p \left(x - \frac{p}{2}\right) = 2px - p^2$ .
- „ 35 „ 2:  $y^2 = 2px + p^2$ .
- „ 35 „ 3: Parabeln mit  $p = 2$  und  $p = \frac{1}{8}$ .
- „ 35 „ 4:  $x_1 = 2$  und  $y_1 = 6$ .
- „ 36 Anwendung:  $s_1 = 1,90$  m.
- „ 37 Übung 1:  $x_1 = 5,70$ ;  $x_2 = 0,80$ ;  $y_1 = 7,40$ ;  $y_2 = -2,40$ .
- „ 37 „ 2:  $x_1 = 0,23p$ ;  $x_2 = -3,23p$ ;  $y_1 = \pm 0,68p$ ;  
 $y_2$  imaginär.
- „ 37 Übung 3:  $x_1 = 3$ ;  $x_2 = \frac{1}{3}$ ;  $y_1 = 3,46$ ;  $y_2 = -1,16$ ;  
 $L = 5,37 = 1,37 + 4,00$ .
- „ 37 Übung 4:  $x_1 = 2,4$ ;  $x_2 = -10,4$ ;  $y_1 = \pm 4,37$ ;  
 $y_2$  imaginär;  $L = 8,74$ .
- „ 39 Übung 1:  $x_1 = 1$ ;  $y_1 = 2$ ;  $M_1 = 1$ ;  $x_2 = 2$ ;  $y_2 = 2,83$ ;  
 $M_2 = 0,71$ ;  $x_3 = 3$ ;  $y_3 = 3,46$ ;  $M_3 = 0,58$ ;  $x_4 = 4$ ;  
 $y_4 = 4,00$ ;  $M_4 = 0,50$ .
- „ 39 Übung 2: Für  $y_1 = p$  und  $x_1 = \frac{p}{2}$ , also über dem  
 Brennpunkt.
- „ 39 Übung 3:  $\alpha = 38,4^\circ$ .



- Seite 40 Übung 1:  $y = \frac{x}{4} + 4$ .
- „ 40 „ 2:  $x_1 = \infty$ ;  $x_2 = 0$ .
- „ 40 „ 3a:  $x_1 = \frac{3}{2}p$ ;  $y_1 = p\sqrt{3}$ ;  $y = \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2}p$ ;  $n = \frac{\sqrt{3}}{2}p$ ;  $x_2 = -\frac{3}{2}p$ .
- „ 40 Übung 4:  $y = x + \frac{p}{2}$ .
- „ 41 Aufgabe:  $y = -\frac{y_1}{p}x + \frac{y_1 x_1}{p} + y_1$ .
- „ 42 „ 1: In der Gleichung der Normalen setzt man  $x = x_2$  und  $y = y_2 = 0$ . Die Längen erhält man aus den Koordinaten der Endpunkte nach Gleichung (1).
- „ 42 Aufgabe 2: Brennstrahl  $= \frac{p}{2} + x_1$ ; Subtangente  $= 2x_1$ ; Subnormale  $= p$ .
- „ 46 Aufgabe 1:  $v = \frac{1}{5}\pi x_1^2 y_1$ .
- „ 46 „ 2:  $v = \frac{4}{5}\pi x_1^2 y_1$ .
- „ 46 „ 3:  $v = \frac{1}{2}\pi y_1^2 x_1$ .
- „ 48 Anwendung 1:  $s_1 = 0$  und  $s_2 = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot v^2$ ;  $g_{\max} = 41\,000\text{ m}$ ;  $h_{\max} = 3570\text{ m}$ .
- „ 48 Anwendung 2:  $M_b = Qx$ ;  $M_b = \frac{Q}{l}x \frac{x}{2}$ ; obere Ast der Parabel, die um  $90^\circ$  gedreht ist; Tangente an die Parabel.
- „ 48 Anwendung 3: 3,5; 5,9; 7,4.
- „ 52 Aufgabe 1:  $x = a$ ;  $y = b$ .
- „ 52 „ 2:  $x_2 = \frac{-Mna^2 \pm ab\sqrt{b^2 - n^2 + M^2a^2}}{b^2 + M^2a^2}$   
 $y_1 = \frac{nb^2 \pm Mab\sqrt{b^2 - n^2 + M^2a^2}}{b^2 + M^2a^2}$ .



Seite 52 Aufgabe 3: Man schlägt mit  $a$  um den Endpunkt von  $b$  einen Kreis (siehe Fig. 45).

- „ 52 Aufgabe 4: Ellipse mit  $a=4$  und  $b=5$ .
- „ 52 „ 5:  $x_1 = \pm 3,67$  cm.
- „ 52 „ 6:  $y_1 = 4,32$ ;  $y_2 = 3,3$ ;  $r = 1,4$  cm.
- „ 52 „ 7:  $9x^2 + 25y^2 = 225$ .
- „ 52 „ 8:  $y_1 = 3,90$ ;  $r_1 = 6,7$ ;  $r_2 = 3,9$  cm.
- „ 54 „ 1: Der Verlauf ist ähnlich wie beim Kreise.
- „ 54 „ 2:  $y = -\frac{b^2 x_1}{a^2 y_1} x + \frac{b^2}{y_1}$ .
- „ 55 „  $y = \frac{a^2 y_1}{b^2 x_1} x - \frac{a^2}{b^2} y_1 + y_1$ .
- „ 56 Übung 1:  $72x + 57y = 576$ .
- „ 56 „ 2:  $\alpha = 38^\circ$ .
- „ 56 „ 3:  $x_1 = 0$ ;  $x_1 = a$ .
- „ 56 „ 4:  $x_1 = 3,9$ ;  $y_1 = 3,0$ ;  $y = \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{16}{3}$ ;  
 $x_2 = 16\sqrt{3}$ ;  $n = \frac{16}{3}$ .
- „ 56 Übung 5:  $x_1 = \pm 3,3$ ;  $y = 0,705x + 5,325$ .
- „ 57 „ 6:  $0$ ;  $0,17$ ;  $0,19$  usw.
- „ 57 „ 7:  $x_1 = a^2 : c$ .
- „ 57 Aufgabe 1:  $(x-e)^2 b^2 + y^2 a^2 = a^2 b^2$ .
- „ 57 „ 2:  $x^2 b^2 + (y-b)^2 a^2 = a^2 b^2$ .
- „ 57 „ 3: Ellipse mit  $a=10$ ,  $b=100\sqrt{2}$ .
- „ 58 „ 4:  $x_1 = 1$ .
- „ 62 „ 1: Gang der Rechnung wie bei der Ellipse.
- „ 62 „ 2:  $(x+e)^2 b^2 - y^2 a^2 = a^2 b^2$ .
- „ 62 „ 3:  $a=4$ ;  $b=3$ ;  $e=\sqrt{7}$ .
- „ 62 „ 4:  $y = \frac{9}{4}$ .
- „ 63 „ 5:  $y_1 = 2,7$ ;  $y_2$  imaginär.
- „ 63 „ 1: Für keinen; für Punkt mit  $x = a$ .
- „ 63 „ 2:  $16x \cdot 6,3 - 25y \cdot 3 = 400$ .
- „ 64 „ 3:  $4x\sqrt{13} - 9y \cdot \frac{4}{3} = 36$ .
- „ 64 „ 4:  $M = \frac{6 \cdot 16}{2,8 \cdot 25}$ .



- Seite 64 Aufgabe 5:  $x_1 = \frac{5}{3} \cdot 5$ .
- „ 65 „ —: Gang der Ableitung wie bei der Ellipse (S. 56 Nr. 4).
- „ 66 Aufgabe 1:  $a \sqrt{2}$ .
- „ 66 „ 2:  $a$ .
- „ 67 „ —:  $a = 4$ ;  $s = 2,9$ .
- „ 68 „ 1:  $y x_1 + x y_1 = a^2$ .
- „ 68 „ 2:  $x y + (x + y) \frac{a}{\sqrt{2}} = 0$ .
- „ 85 Übung:  $y^3 = 27 \cdot x$ ;  $F = 36 \text{ qcm}$ ;  $36 y = 9 x + 145$ ;  $n = 4$ ;  $-y \frac{2}{3} = 1,8 x$ ;  $F = 28,8$ ;  $2,45 y = 1,2 x + 4,8$ ;  $n = 1,96 \text{ cm}$ .
- „ 106 Beispiel: Arbeit = 22 500 *mk*g.
- „ 118 Übung 1: Subtangente =  $-x_1$ .
- „ 118 „ 2: Man trägt  $x_1$  zweimal ab und verbindet mit dem Berührungspunkt.
- „ 118 Übung 3: Subtangente =  $r y_1'$ ;  $q = r x_1$ .
- „ 130 Aufgabe 1:  $r = 8,9 \text{ cm}$ .
- „ 130 „ 2:  $y = 0,70 p$ ;  $y_1 = 0,66 p$ .
- „ 130 „ 3 und 4: Die Kegelschnitte haben keine Wendepunkte.
- „ 130 Aufgabe 5: Min bei  $x_1 = 0$ ,  $y_1 = 0$ ; Max bei  $x_2 = +\sqrt{2}$  und  $x_3 = -\sqrt{2}$ ,  $y_2 = \frac{1}{2}$  und  $y_3 = \frac{1}{2}$ ;  
Wendepunkte bei  $x = \pm 1$ ;  $r_1 = 1$ ;  $r_2 = r_3 = 1$ ;  $a_1 = 0$ ,  $b_1 = 1$ ;  $a_2 = +\sqrt{2}$ ,  $a_3 = -\sqrt{2}$ ,  $b_2 = b_3 = -0,5$ .
- „ 130 Aufgabe 6: Min bei  $x_1 = -\frac{2}{3}$ ,  $y_1 = -\frac{1}{27}$ ; Max bei  $x_2 = -1$ ,  $y_2 = 0$ ; Wendepunkt bei  $x_3 = -\frac{5}{6}$ ;  $r_1 = \frac{1}{2}$ ;  $r_2 = \frac{1}{2}$ ;  $a_1 = -0,67$ ,  $b_1 = 0,46$ ;  $a_2 = -1$ ,  $b_2 = -0,5$ .