

# **Nichtlineares Verhalten elektrostatischer Kammantriebe**

Zur Erlangung des akademischen Grades eines  
DOKTORINGENIEUR (Dr.-Ing.)  
der Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik  
der Universität Paderborn  
genehmigte Dissertation

von  
Dipl.-Ing. Torsten Reimann  
aus Ludwigsfelde

Referent: Prof. Dr.-Ing. R. Noé  
Koreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Hilleringmann  
Tag der mündlichen Prüfung: 10.12.2004

München, den 20.3.2005

Diss. 14/204

# Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit bei der Infineon Technologies AG in München.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Reinhold Noé vom Lehrstuhl für optische Nachrichtentechnik der Universität Paderborn danke ich für Überlassung des Promotionsthemas und die universitäre Betreuung.

Bedanken möchte ich mich des Weiteren bei Herrn Dr. Robert Aigner für die Unterstützung der Arbeit bei der Infineon Technologies AG und die Freiheit zum selbstständigen Arbeiten.

Meinen Doktorandenkameraden Herrn Gernot Fattinger, Herrn Dr. Marc Földner, Herrn Marc Strasser, Herrn Martin Handtmann und Herrn Dr. Florian Plötz danke ich für die fachlichen Anregungen und Diskussionen sowie die schöne Zeit auch außerhalb der Arbeit. Ganz besonderen Dank gilt Herrn Gernot Fattinger für die umfassende Hilfe beim Aufbau des Messplatzes und Herrn Dr. Marc Földner für die Unterstützung bei den FEM-Simulationen.

Herrn Dr. Hergen Kapels und Herrn Dr. Andreas Meckes danke ich für die Fertigung der Teststrukturen.

Ebenfalls bedanken möchte ich mich bei Herrn Martin Franosch für die Durchführung der REM-Bruchmessungen und bei Herrn Dr. Werner Hemmert für die Beratung im Bereich der Bilddatenverarbeitung.

Meinen Eltern, die mir mein Studium und damit die Promotion ermöglichten, gilt mein ganz besonderer Dank. Sie und meine Schwester standen mir auch in schwierigen Situationen zur Seite und haben mich immer wieder motiviert.

München, April 2004

Torsten Reimann

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Elektrostatistische Kammantriebe</b>	<b>7</b>
2.1	Dynamisches Verhalten	7
2.1.1	Federkonstante mäanderförmiger Aufhängungen	7
2.1.2	Effektive Masse und Resonanzfrequenz	9
2.1.3	Frequenzgang für den linearen Fall	12
2.1.4	Frequenzgang bei nichtlinearer Kraftkennlinie	15
2.2	Simulation der Moden eines Kammantriebs	20
2.3	Berechnung der Kapazitätsänderungen mittels FEM	22
2.3.1	Kapazitätsänderung in Antriebsrichtung	23
2.3.2	Kapazitätsänderung bei vertikaler Auslenkung	25
2.4	Abweichungen vom idealen Verhalten	29
2.4.1	Seitliche Verschiebung der Kämmen	29
2.4.2	Levitation	31
2.5	Kapazitätsänderung bei statischer Auslenkung in y-Richtung	39
2.6	Bewegungsgleichung bei nicht konstanter Kapazitätsänderung	41
<b>3</b>	<b>Herstellung</b>	<b>46</b>
3.1	Prozessablauf	46
3.2	Design	48
3.3	Geometriefehler	50
<b>4</b>	<b>Laterale Schwingungsmessung</b>	<b>55</b>
4.1	Messmethode	55
4.2	Realisierung des Messplatzes	55
4.2.1	Optik	56
4.2.2	Steuerungselektronik	58
4.2.3	Bildverarbeitung	59

---

4.2.4 Driftkompensation .....	62
4.2.5 Messoptionen .....	64
4.3 Messergebnisse.....	68
4.3.1 Frequenzgangmessungen .....	68
4.3.2 Transiente Messungen .....	82
4.3.3 Statische Messungen.....	87
<b>5 Statische Messung der vertikalen Auslenkung.....</b>	<b>90</b>
5.1 Messprinzip .....	90
5.2 Ergebnisse .....	90
<b>6 Auswertung und Diskussion.....</b>	<b>93</b>
<b>7 Zusammenfassung und Ausblick.....</b>	<b>103</b>
<b>8 Symbolverzeichnis.....</b>	<b>106</b>
<b>9 Literaturverzeichnis.....</b>	<b>110</b>

# 1 Einleitung

Die schnelle Entwicklung der Mikrosystemtechnik gestattet heute die Herstellung kostengünstiger Sensoren in Massenproduktion. Damit konnten sie in vielen Bereichen der Industrie (Robotik, Maschinenüberwachung, Lagekontrolle) und des täglichen Lebens (Airbag, Navigationssystem, Camcorder) Einzug halten [1]. Basismaterial für die meisten Anwendungen stellt dabei auf Grund der herausragenden Eigenschaften und technologischen Möglichkeiten Silizium dar.

Elektrostatische Aktoren, bestehend aus bewegten Leitern und Dielektrika, werden in makroskopischen Systemen, wie zum Beispiel Voltmetern [2], eingesetzt. Dieses Aktuationsprinzip wird auch in der Mikromechanik umgesetzt, um kleine Strukturen anzutreiben. Einer der wichtigsten Mikroaktoren ist der Kammantrieb [3]. Diese Elemente finden als Antriebseinheit und als Sensoren Verwendung. Sie werden in verschiedenen Systemen eingesetzt, wie zum Beispiel in RF-Filtern, Mikrogreifern, Beschleunigungssensoren und Drehratensensoren (Gyroskopen) [4].

Eine Vielzahl von Entwicklungs- und Forschungsergebnissen sind seit dem ersten Bericht von Tang [5] auf dem Gebiet der mikromechanischen Kammantriebe veröffentlicht worden. Die allgemeinen Grundlagen wurden in der Veröffentlichung von Johnson und Warn dargestellt [6]. Unterschiedliche Fingerformen zur Realisierung spezieller Kraftprofile präsentierten Ye [7, 8] und Jensen [9]. Eine weitere Arbeit beschreibt einen asymmetrischen Kammantrieb für vertikale Auslenkungen und Drehbewegungen [10].

Insbesondere bei Resonanz betriebene Oszillatoren haben sich in den letzten Jahren immer mehr Einsatzmöglichkeiten erschlossen [11]. Wichtigstes Beispiel sind Drehratensensoren, welche die Winkelgeschwindigkeit ohne äußere Referenz messen können [12, 13, 14, 15]. Da die gemessene Kraft, aus deren Wert die Winkelgeschwindigkeit ermittelt wird, bei einer bestimmten Frequenz von der Amplitude der Schwingung abhängig ist [16], sind möglichst große Auslenkungen erwünscht. Auf Grund der relativ kleinen Antriebskräfte, die sich mit elektrostatischen Kammantrieben realisieren lassen, erfolgt eine Maximierung der Auslenkungsamplitude durch Betrieb des mechanischen Oszillators bei seiner Resonanzfrequenz und niedrigen Drücken [17]. Weil der Arbeitspunkt in der Regel in den oberen Bereich der Resonanzüberhöhung gelegt wird, ist eine genaue Kenntnis des qualitativen und quantitativen Verlaufs der Frequenzgänge notwendig. Wegen der geringen Bandbreite der Resonanzspitzen bei niedrigen Drücken sowie fertigungs- und alterungsbedingter Toleranzen ist ein hoher regelungs- und messtechnischer Aufwand

erforderlich, um eine definierte und stabile Amplitude gewährleisten zu können. Um diesen zu verringern, wird die Nutzung des aus einer nichtlinearen Federkennlinie resultierenden Frequenzgangs vorgeschlagen [18]. Der Vorteil dabei ist, dass der Anstieg eines solchen Amplitudengangs im Unterschied zu dem eines linearen Systems über einen weiten Frequenzbereich vergleichsweise flach ist und deshalb die Anforderungen an die Regelung geringer sind.

Da detaillierte Kenntnisse insbesondere des frequenzabhängigen Verhaltens von Kammantrieben für den Einsatz in Drehratensensoren von großem Interesse sind, werden im Rahmen dieser Arbeit solche Antriebsstrukturen charakterisiert und nichtideale Verhaltensmuster näher untersucht. Im Speziellen soll überprüft werden, welche Folgen die Ausweitung des Auslenkungsbereichs bis in den nichtlinearen Kapazitätsbereich [19] und der von Tang beschriebene Levitationseffekt [3] auf das Verhalten eines Kammantriebs haben.

Für einen Einstieg in die Problematik werden im zweiten Kapitel wichtige Kenngrößen berechnet und das dynamische Verhalten eines linearen beziehungsweise nichtlinearen Oszillators betrachtet. Weiterhin werden FEM-Simulationen zur Bestimmung wichtiger Parameter und zur Charakterisierung des nichtlinearen Kapazitätsbereichs durchgeführt. Anschließend erfolgt die Herleitung eines Modells zur analytischen Berechnung des levitationsbedingten Beitrags zur Kapazitätsänderung in Antriebsrichtung. Der sich daraus ergebende Einfluss auf das statische und dynamische Verhalten wird in einem weiteren Abschnitt betrachtet.

Um bestimmte Verhaltensmuster verifizieren und Kammantriebe charakterisieren zu können, wurden Teststrukturen hergestellt (Kapitel 3) und ein optischer Messplatz (Kapitel 4) aufgebaut. Die Ergebnisse der Frequenzgangmessungen und der transienten sowie statischen Messungen werden ebenfalls im Kapitel 4 dargestellt und erläutert.

Kapitel 5 erörtert die experimentelle Untersuchung des statischen vertikalen Verhaltens. Neben der Beschreibung der verwendeten interferometrischen Messmethode werden auch die Resultate der Messungen vorgestellt.

Der Vergleich der Messergebnisse mit analytisch und numerisch berechneten Werten erfolgt in Kapitel 6. Darin wird außerdem auf die sich aus den gewonnenen Erkenntnissen ergebenden Möglichkeiten und Konsequenzen für den Einsatz von Kammantrieben in Drehratensensoren eingegangen.

Kapitel 7 beinhaltet die Zusammenfassung und gibt einen Ausblick auf noch ausstehende Arbeiten.

## 2 Elektrostatische Kammantriebe

Elektrostatische Kammantriebe stellen eine der wichtigsten Komponenten der Mikromechanik dar. Ihr Arbeitsprinzip basiert auf der Kraftwirkung, die zwischen zwei unterschiedlich geladenen Platten generiert wird [4]. Bei Kammantrieben mit rechteckigen Fingern ändert sich die Kapazität linear mit der Auslenkung, was zu einer positionsunabhängigen Antriebskraft führt. Abweichungen von diesem Verhalten zeigen sich nur an den Enden des Auslenkungsbereichs [19].

Im vorliegenden Kapitel werden verschiedene mechanische Parameter hergeleitet, die bei der näherungsweisen Betrachtung einer solchen Antriebsstruktur als Feder-Masse-System von Bedeutung sind. Da insbesondere das dynamische Verhalten von Interesse ist, werden neben der linearen Beschreibung eines schwingungsfähigen Systems auch Ansätze zur Lösung einer Bewegungsdifferentialgleichung mit nichtlinearer Feder und auslenkungsabhängiger Antriebskraft aufgezeigt. Auf Grund fertigungsbedingter Toleranzen und designbedingter Asymmetrien werden des Weiteren Abweichungen vom idealen Verhalten betrachtet. Dabei wird besonderes Augenmerk auf den Einfluss des Levitationseffekts auf die Kapazitätsänderung in Antriebsrichtung gelegt.

### 2.1 Dynamisches Verhalten

#### 2.1.1 Federkonstante mäanderförmiger Aufhängungen

Die Aufhängungen beziehungsweise Federelemente lateraler Kammantriebe, die für große Auslenkungen entworfen werden, müssen bestimmte Bedingungen erfüllen. Zum einen sollten sie nur die Bewegung in die gewünschte Richtung ( $y$ -Richtung) unterstützen und zum anderen Querbewegungen ( $x$ -Richtung) möglichst stark unterdrücken, um ein seitliches Anziehen und damit einen Kurzschluss zu verhindern. Darüber hinaus sollten die Aufhängungen so entworfen werden, dass mechanischer Stress relaxieren kann und somit unerwünschte Änderungen im mechanischen Verhalten, wie zum Beispiel Nichtlinearitäten, vermieden werden.

Mäanderförmige Aufhängungen erfüllen diese Kriterien. Daher wird im Folgenden die Federkonstante einer solchen Struktur hergeleitet [20].

Die Abbildung 2.1 zeigt die Verformung der Federelemente, wenn die bewegliche Masse (Shuttle) durch die Kraft  $F_y$  um  $y_0$  ausgelenkt wird.

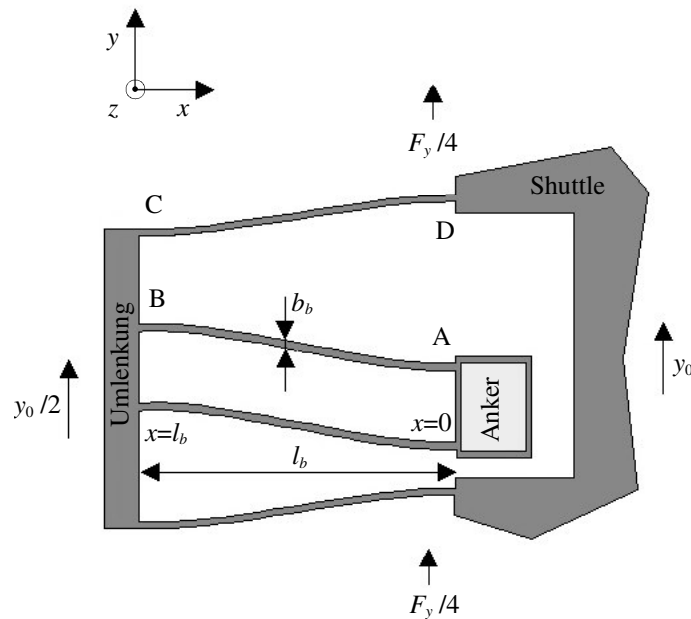


Abbildung 2.1: Zwei von vier mäanderförmigen Federn eines lateralen Oszillators

Auf jede der vier Federn wirkt eine Kraft  $F_y/4$ , die das Shuttle um  $y_0$  auslenkt. Die Umlenkungen der Federn bewegen sich um  $y_0/2$ . Zur Berechnung der Federkonstante wird eine Feder in die Segmente [AB] und [CD] mit der Länge  $l_b$ , der Breite  $b_b$  sowie der Höhe  $h$  ( $z$ -Ausdehnung der Struktur) unterteilt. Ein Segment kann als ein doppelseitig eingespannter Balken betrachtet werden. Da die Umlenkungen wesentlich breiter als ein Balken dimensioniert sind, ist es gerechtfertigt, diese als starr anzusehen. Unter diesen Voraussetzungen sind die Anstiege an den beiden Balkenenden:

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad \text{und} \quad \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=l_b} = 0. \quad (2.1)$$

Des Weiteren lässt sich feststellen, dass die auslenkungsbedingte Verkürzung bei allen Balken gleich ist. Damit gilt für die Auslenkung in  $y$ -Richtung:

$$y(x) = \frac{F_y}{4(12EI_z)} (3l_b x^2 - 2x^3) \quad \text{für } 0 \leq x \leq l_b. \quad (2.2)$$



Darin sind  $E$  der Elastizitätsmodul und  $I_z$  das Flächenträgheitsmoment des Balkenquerschnitts bezüglich der  $z$ -Achse.

Mit der Randbedingung  $y(l_b) = y_0/2$  ergibt sich für die Federkonstante in  $y$ -Richtung:

$$k_y = \frac{F_y}{y_0} = \frac{24EI_z}{l_b^3}. \quad (2.3)$$

Analog dazu berechnet sich die Federkonstante für eine vertikale Auslenkung durch eine in  $z$ -Richtung angreifende Kraft nach:

$$k_z = \frac{24EI_y}{l_b^3}. \quad (2.4)$$

Für die Flächenträgheitsmomente  $I_y$  und  $I_z$  gilt bei rechteckigem Querschnitt mit der Balkenbreite  $b_b$  und der Höhe  $h$  [21]:

$$I_y = \frac{h^3 b_b}{12} \quad \text{und} \quad I_z = \frac{b_b^3 h}{12}. \quad (2.5)$$

Für die gesamte Federkonstante  $k_x$  aller vier Federn in  $x$ -Richtung gilt:

$$k_x = \frac{8A_{\text{quer}}E}{l_b}. \quad (2.6)$$

Darin ist  $A_{\text{quer}}$  die Querschnittsfläche des Balkens. Für ein Balkendesign mit  $l_b = 200 \mu\text{m}$  und  $b_b = 2 \mu\text{m}$  ergibt sich ein  $k_x/k_y$ -Verhältnis von 40000. Somit werden Bewegungen in  $x$ -Richtung stark unterdrückt.

### 2.1.2 Effektive Masse und Resonanzfrequenz

Die Berechnung der effektiven bewegten Masse  $m_{\text{eff}}$  ergibt sich aus der Herleitung der Resonanzfrequenz mit Hilfe der Energiemethode von Rayleigh [22].

Ausgangspunkt bildet die Gleichheit von maximaler kinetischer und potenzieller Energie während eines Schwingungszyklus.

$$E_{\max}^{\text{kin}} = E_{\max}^{\text{pot}} \quad (2.7)$$

Die kinetische Energie der bewegten Masse setzt sich aus der kinetischen Energie des Shuttles mit den Fingern (Index  $s$ ), der kinetischen Energie der zwei Umlenkungen (Index  $u$ ) und der kinetischen Energie der Federbalken (Index  $b$ ) zusammen. Für die gesamte kinetische Energie gilt somit:

$$E^{\text{kin}} = \frac{1}{2}v_s^2 m_s + \frac{1}{2}v_u^2 m_u + \frac{1}{2} \int v_b^2 dm_b, \quad (2.8)$$

wobei  $v$  die Geschwindigkeit und  $m$  die Masse des jeweiligen Elements ist. Nach Abbildung 2.1 werden die Umlenkungen ( $y_{u,\max} = y_0/2$ ) nur halb so weit ausgelenkt wie das Shuttle ( $y_{s,\max} = y_0$ ). Mit der maximalen Geschwindigkeit des Shuttles  $v_{s,\max} = \omega y_0$  und der Umlenkungen  $v_{u,\max} = \omega y_0/2$  gilt für die jeweilige maximale kinetische Energie in  $y$ -Richtung:

$$E_{s,\max}^{\text{kin}} = \frac{1}{2} \omega^2 y_0^2 m_s \quad (2.9)$$

$$E_{u,\max}^{\text{kin}} = \frac{1}{8} \omega^2 y_0^2 m_u. \quad (2.10)$$

Für den Beitrag der Federbalken zur gesamten kinetischen Energie wird zuerst das Segment [AB] aus Abbildung 2.1 betrachtet. Das Geschwindigkeitsprofil dieses Segments ist proportional zum Ortsprofil bei der maximalen Auslenkung. Für das Segment [AB] wurde das Ortsprofil bereits bestimmt (Gleichung (2.2)). Mit der Randbedingung  $y(l_b) = y_0/2$  läßt sich schreiben:

$$v_{\text{[AB]}}(x) = \frac{y_0}{2} \left[ 3 \left( \frac{x}{l_b} \right)^2 - 2 \left( \frac{x}{l_b} \right)^3 \right] \omega. \quad (2.11)$$

Durch Integration des Geschwindigkeitsprofils nach der Masse kann nun die maximale kinetische Energie des Segments [AB] berechnet werden.

$$E_{[AB],\max}^{\text{kin}} = \frac{1}{2} \int_0^{m_{[AB]}} v_{[AB]}^2(x) dm_{[AB]} = \frac{y_0^2 \omega^2 m_{[AB]}}{8l_b} \int_0^{l_b} \left[ 3 \left( \frac{x}{l_b} \right)^2 - 2 \left( \frac{x}{l_b} \right)^3 \right]^2 dx = \frac{13}{280} y_0^2 \omega^2 m_{[AB]} \quad (2.12)$$

Für das Ortsprofil des Segments [CD] aus Abbildung 2.1 gilt:

$$y_{[CD]}(x) = y_0 - y_{[AB]}(x). \quad (2.13)$$

Analog zur vorherigen Betrachtung folgt daraus für die maximale kinetische Energie dieses Segments:

$$E_{[CD],\max}^{\text{kin}} = \frac{83}{280} y_0^2 \omega^2 m_{[CD]}. \quad (2.14)$$

Somit berechnet sich der Beitrag der Federbalken zur gesamten, maximalen kinetischen Energie zu:

$$E_{b,\max}^{\text{kin}} = 4E_{[AB],\max}^{\text{kin}} + 4E_{[CD],\max}^{\text{kin}} = \frac{6}{35} y_0^2 \omega^2 m_b, \quad (2.15)$$

wobei  $m_b$  die gesamte Masse der Federbalken bezeichnet.

Die maximale kinetische Energie der bewegten Masse während einer Schwingungsperiode kann nun angegeben werden:

$$E_{\max}^{\text{kin}} = \frac{1}{2} y_0^2 \omega^2 m_{\text{eff}} \quad (2.16)$$

$$m_{\text{eff}} = m_s + \frac{1}{4} m_u + \frac{12}{35} m_b. \quad (2.17)$$

Die maximale potenzielle Energie des Resonators aufgrund der elastischen Dehnung ist gegeben durch:

$$E_{\max}^{\text{pot}} = \frac{1}{2} k_y y_0^2. \quad (2.18)$$

Durch Gleichsetzen der kinetischen und potenziellen maximalen Energien nach Rayleigh ergibt sich für die Resonanzfrequenz  $\omega_0$ :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_y}{m_{\text{eff}}}}. \quad (2.19)$$

Diese Beziehung hat jedoch nur Gültigkeit, wenn vernachlässigbar wenig Energie durch Dämpfung verloren geht.

### 2.1.3 Frequenzgang für den linearen Fall

Kammantriebe können bei Beschränkung auf die gewünschte Antriebsschwingung in  $y$ -Richtung näherungsweise als lineares Feder-Masse-System mit einem Freiheitsgrad betrachtet werden. Die Bewegungsgleichung für ein solches System lautet:

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \alpha \frac{dy(t)}{dt} + k y(t) = F(t). \quad (2.20)$$

In dieser Gleichung sind  $m$  die effektive bewegte Masse,  $\alpha$  die Dämpfungskonstante,  $k$  die Federkonstante und  $y(t)$  die Auslenkung des Shuttles. Für die resultierende Antriebskraft  $F(t)$ , die sich aus der Differenz von antriebsseitiger Kraft  $F_a$  und detektionsseitiger Kraft  $F_d$  ergibt, gilt nach Abbildung 2.2:

$$F(t) = F_a(t) - F_d(t) = \frac{1}{2} \frac{\partial C}{\partial y} (U_{dc} - u_{ac} \sin(\omega t))^2 - \frac{1}{2} \frac{\partial C}{\partial y} U_{dc}^2. \quad (2.21)$$

Mit der Voraussetzung  $U_{dc} \gg u_{ac}$  folgt daraus:

$$F(t) = -\frac{\partial C}{\partial y} U_{dc} u_{ac} \sin(\omega t) = -F_0 \sin(\omega t). \quad (2.22)$$

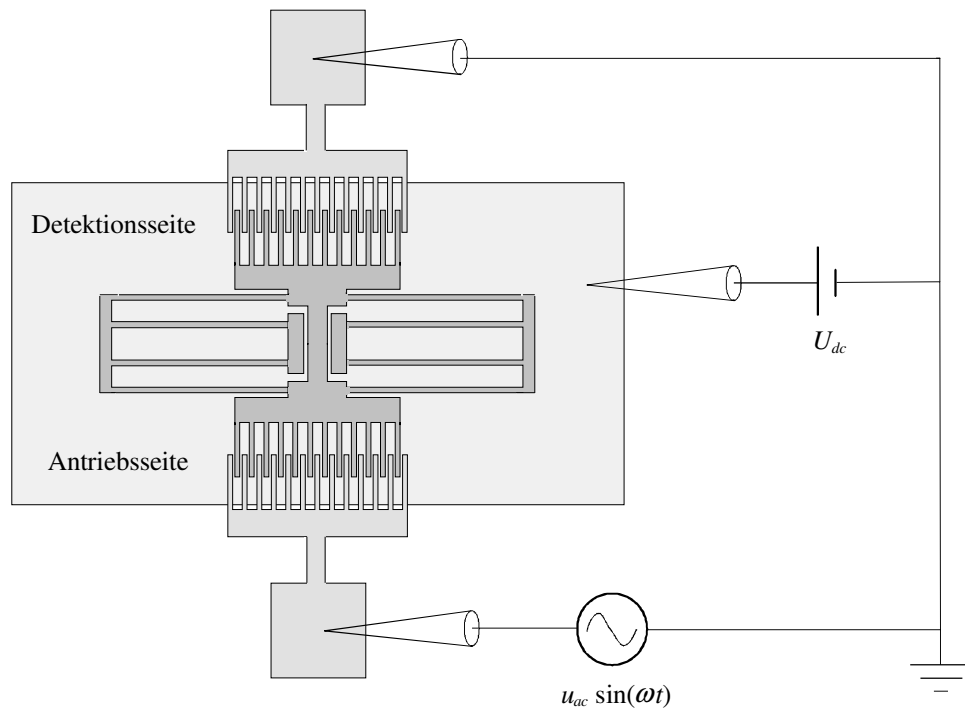


Abbildung 2.2: Spannungsbeaufschlagung eines Kammantriebs

Mit dem Lösungsansatz  $y(t) = A e^{j(\omega t + \varphi)}$  ergibt sich aus Gleichung (2.20) für die Amplitude  $A$  und die Phase  $\varphi$  der Auslenkung:

$$A(\omega) = \frac{F_0}{\sqrt{(m\omega^2 - k)^2 + (-\alpha\omega)^2}} \quad (2.23)$$

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{\alpha\omega}{m\omega^2 - k}\right). \quad (2.24)$$

Die Abbildung 2.3 zeigt Amplituden- und Phasengänge bei unterschiedlich starker Dämpfung. Da die Kapazitätsänderung  $\partial C/\partial y$  bei Kammantrieben im Idealfall konstant und damit unabhängig von der Auslenkung ist, stellt  $y(t)$  eine harmonische Schwingung mit derselben Frequenz wie die Anregung dar.

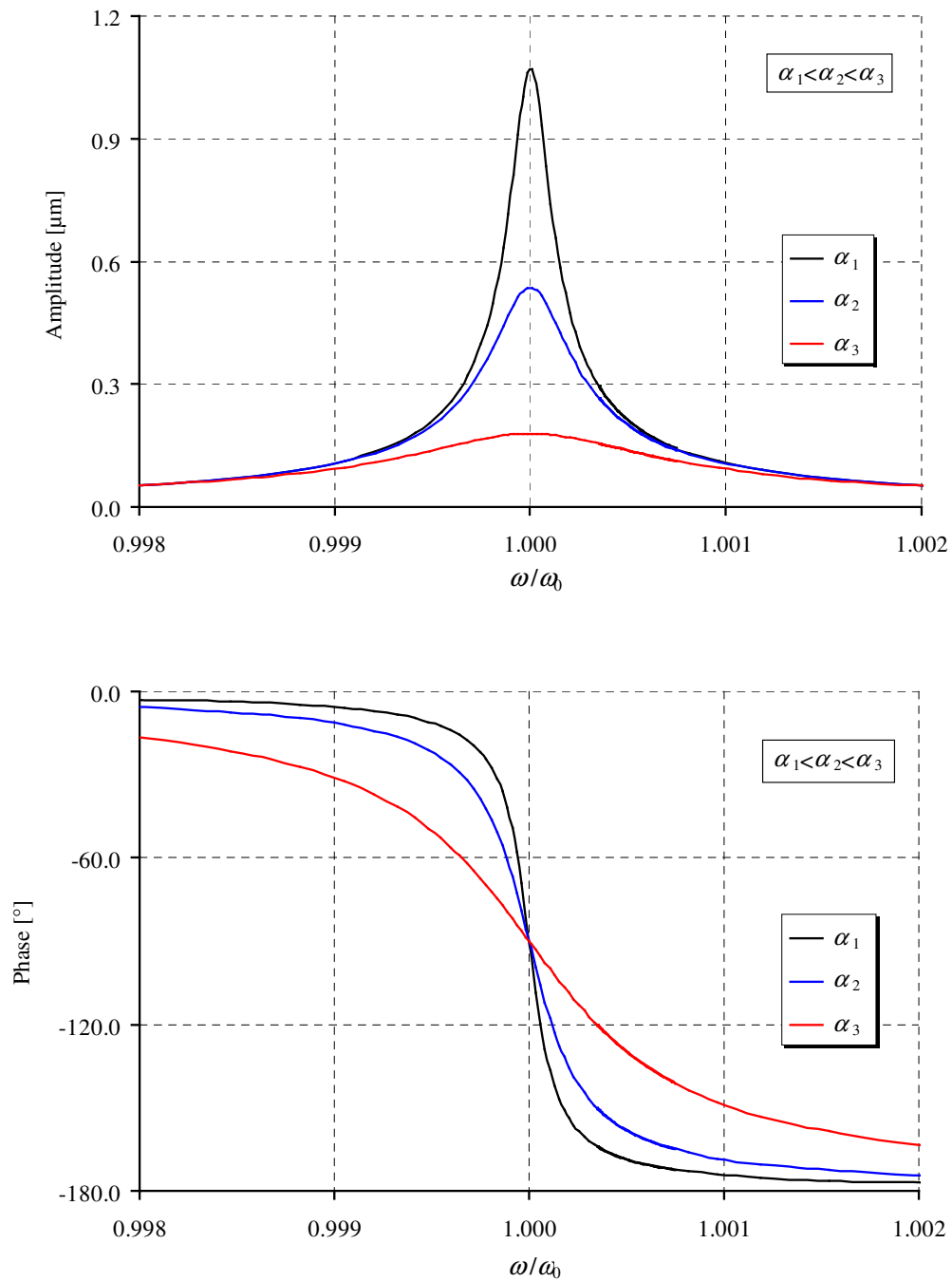


Abbildung 2.3: Amplituden- (oben) und Phasengänge (unten) eines linearen gedämpften Oszillators für unterschiedliche Dämpfungswerte

## 2.1.4 Frequenzgang bei nichtlinearer Kraftkennlinie

Nichtlineare Kraftkennlinien führen im Vergleich zum Frequenzgang eines linearen Systems zu einem abweichenden frequenzabhängigen Verhalten. Wird die Federkraft mit zunehmender Auslenkung überproportional größer, muss diesem Aspekt in der Bewegungsdifferentialgleichung Rechnung getragen werden. Eine Federrückstellkraft  $F_{Feder}$ , die der Gleichung

$$F_{Feder} = k_l y + k_{nl} y^3 = k_l y + n(y) \quad (2.25)$$

genügt beziehungsweise sich dadurch annähern lässt, führt zur Duffingschen Differentialgleichung [23].

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \alpha \frac{dy(t)}{dt} + k_l y(t) + k_{nl} y^3(t) = F(t) \quad (2.26)$$

Diese Differentialgleichung beschreibt heteronome Schwingungen, bei denen der äußere Einfluss in der Form des Störungsgliedes  $F(t) = F_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$  additiv in die Differentialgleichung eingreift. Für diese nichtlineare Differentialgleichung existiert keine geschlossene analytische Lösung.

Um den Frequenzgang zu beschreiben, bedient man sich deshalb der Methode der Harmonischen Balance [24]. Der Ansatz kommt aus der nichtlinearen Regelungstechnik und interpretiert die Differentialgleichung (2.26) als Regelkreis (Abbildung 2.4).

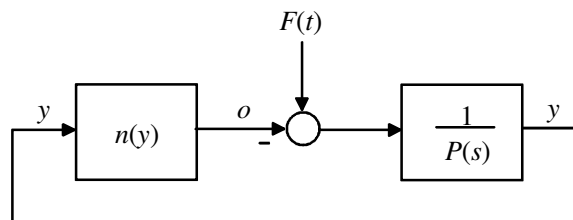


Abbildung 2.4: Regelkreis der Harmonischen Balance

Durch Laplacetransformation wird aus Gleichung (2.26):

$$s^2 Y(s) + s \frac{\alpha}{m} Y(s) + \frac{k_l}{m} Y(s) = \mathcal{L} \left[ \frac{F(t) - n(y(t))}{m} \right]. \quad (2.27)$$

Daraus folgt

$$Y(s) = \frac{\mathcal{L} \left[ \frac{F(t) - n(y(t))}{m} \right]}{s^2 + s \frac{\alpha}{m} + \frac{k_l}{m}} = \frac{\mathcal{L} \left[ \frac{F(t) - n(y(t))}{m} \right]}{P(s)}. \quad (2.28)$$

Man setzt voraus, dass das lineare Teilsystem Tiefpasscharakter hat, also der Grad des Polynoms  $P(s)$  mindestens zwei beträgt, und die Nichtlinearität  $n(y)$  eine ungerade Funktion ist. Der Regelkreis befindet sich im Zustand des Schwingungsgleichgewichts. Es wird von der Annahme ausgegangen, dass die im Regelkreis umlaufende Schwingung die äußere Frequenz  $\omega$  hat. Man entwickelt  $o$  und  $y$  in Fourierreihen und kann wegen des Tiefpasscharakters des linearen Teilsystems sämtliche Oberschwingungen vernachlässigen. Für eine Einbeziehung der Oberwellen muss der harmonische Ansatz erweitert werden. Im Rahmen dieser Arbeit wird ausschließlich die Grundschwingung berücksichtigt. Somit stellen die Eingangsgröße  $y(t)$  mit

$$y(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (2.29)$$

und die Ausgangsgröße  $o(t)$  mit

$$o(t) = a_1 \sin(\omega t + \varphi) + b_1 \cos(\omega t + \varphi) = C_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \quad (2.30)$$

$$C_1 \sin(\omega t + \varphi_1) = C_1 \cos(\varphi_1 - \varphi) \sin(\omega t + \varphi) + C_1 \sin(\varphi_1 - \varphi) \cos(\omega t + \varphi)$$

harmonische Schwingungen dar. Die Nichtlinearität verhält sich also wie ein lineares Übertragungsglied und wird durch die Beschreibungsfunktion  $N$  definiert. Unter Verwendung der Zeigerdarstellung für  $y$  und  $o$  ergibt sich:

$$N = \frac{O}{Y} = \frac{C_1 e^{j\varphi_1}}{A e^{j\varphi}} = \frac{C_1}{A} e^{j(\varphi_1 - \varphi)} = \frac{C_1}{A} \cos(\varphi_1 - \varphi) + j \frac{C_1}{A} \sin(\varphi_1 - \varphi) = \frac{a_1}{A} + j \frac{b_1}{A}. \quad (2.31)$$

$A$  ist die Amplitude von  $y(t)$  und  $a_1$  beziehungsweise  $b_1$  sind die Fourierkoeffizienten von  $o(t)$ .



Mit der Annahme

$$\frac{n(y)}{m} = \frac{k_{nl}}{m} y^3(t) \quad (2.32)$$

und  $\varphi = 0$  ergeben sich für die Fourierkoeffizienten:

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} n(y) \sin(v) dv = \frac{3}{4} \frac{k_{nl}}{m} A^3 \quad \text{und} \quad b_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} n(y) \cos(v) dv = 0. \quad (2.33)$$

Daraus folgt:

$$N = N(A) = \frac{3}{4} \frac{k_{nl}}{m} A^2. \quad (2.34)$$

Aus dem Regelkreis in Abbildung 2.4 ergibt sich:

$$Ae^{j(\omega t + \varphi)} = \frac{1}{P(j\omega)} \left( \frac{F_0}{m} e^{j(\omega t + \varphi_0)} - N(A) A e^{j(\omega t + \varphi)} \right). \quad (2.35)$$

Die Aufspaltung in Real- und Imaginärteil führt zu einem Paar reeller Gleichungen, aus denen nach

$$\left( \operatorname{Re} N(A) + \operatorname{Re} P(j\omega) \right)^2 + \left( \operatorname{Im} N(A) + \operatorname{Im} P(j\omega) \right)^2 = \left( \frac{F_0}{mA} \right)^2 \quad (2.36)$$

die Gleichung

$$\left( \frac{k_l}{m} - \omega^2 + \frac{3}{4} \frac{k_{nl}}{m} A^2 \right)^2 + \left( \omega \frac{\alpha}{m} \right)^2 = \left( \frac{F_0}{mA} \right)^2 \quad (2.37)$$

resultiert. Für einen bestimmten Frequenzwert lässt sich  $A$  berechnen. Diese Lösungen für mehrere Frequenzen aufgetragen, ergeben den Amplitudengang. Abhängig davon, ob  $k_{nl}$  positiv (überlinear) oder negativ (unterlinear) ist, ergibt sich ein zu höheren ( $k_{nl} > 0$ ) oder

niedrigeren ( $k_{nl} < 0$ ) Frequenzen überhängender Amplitudengang (Abbildung 2.5 oben). Aus den berechneten Amplitudenwerten lassen sich die zugehörigen Phasenwerte nach der Gleichung

$$\tan(\varphi_0 - \varphi) = \frac{\operatorname{Im} N(A) + \operatorname{Im} P(j\omega)}{\operatorname{Re} N(A) + \operatorname{Re} P(j\omega)} = \frac{\omega \frac{\alpha}{m}}{\frac{k_l}{m} - \omega^2 + \frac{3}{4} \frac{k_{nl}}{m} A^2} \quad (2.38)$$

bestimmen (Abbildung 2.5 unten).

Für die amplitudenabhängige Resonanzfrequenz gilt nach Gleichung (2.37) mit  $F_0 = 0$  und bei vernachlässigbarer Dämpfung  $\alpha = 0$ :

$$\omega = \sqrt{\frac{k_l}{m} + \frac{3}{4} \frac{k_{nl}}{m} A^2} = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{3}{4} \frac{k_{nl}}{m} A^2}. \quad (2.39)$$

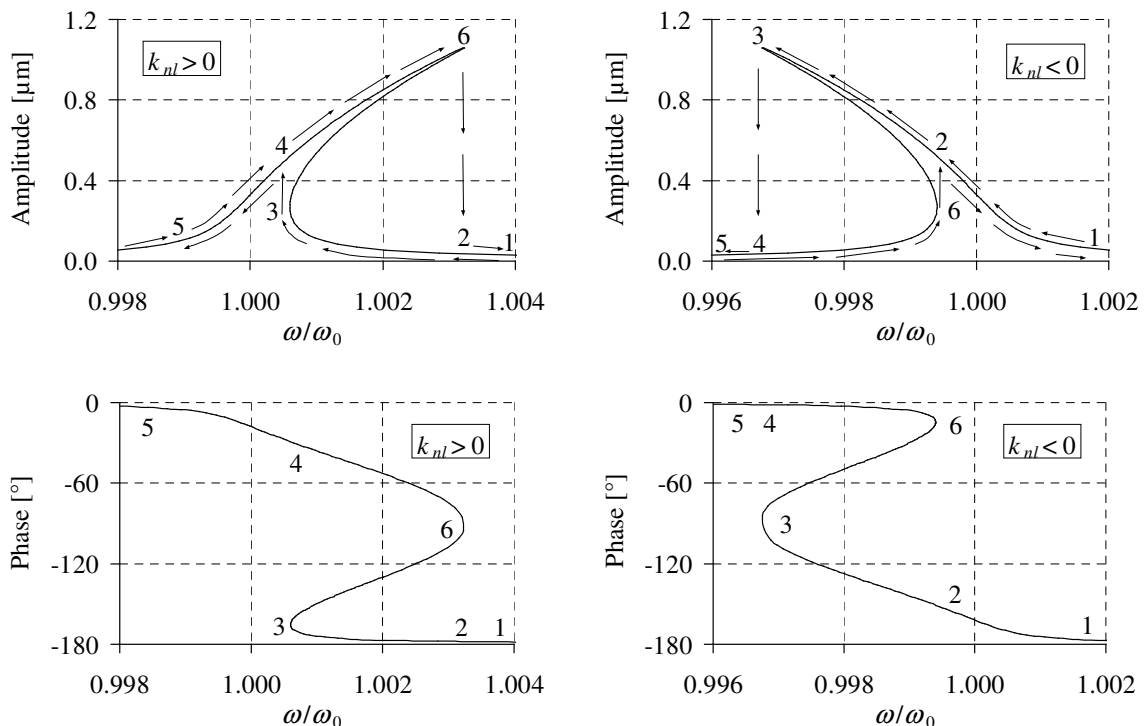


Abbildung 2.5: Amplituden- (oben) und Phasengänge (unten) eines Oszillators mit nichtlinearer Federkennlinie für  $k_{nl} > 0$  (links) und  $k_{nl} < 0$  (rechts)

### Stabilität

Die Abbildung 2.5 zeigt repräsentative Amplitudengänge für den Fall der Federverhärtung „spring hardening“ ( $k_{nl} > 0$ ) und der Federaufweichung „spring softening“ ( $k_{nl} < 0$ ). Im Folgenden soll die Antriebsamplitude der Kraft  $F_0$  konstant gehalten werden, während die Frequenz  $\omega$  variiert und die Schwingungsamplitude  $A$  beobachtet werden.

Zunächst wird das Verhalten bei einer Federverhärtung betrachtet und mit der Frequenz im Punkt 1 begonnen. Mit abnehmender Frequenz steigt die Amplitude bis zum Punkt 3 kontinuierlich an. Da  $F_0$  konstant gehalten wird, führt eine weitere Verringerung der Frequenz zu einem Sprung der Amplitude von Punkt 3 nach Punkt 4. Danach zieht eine Minderung der Frequenz auch eine Abnahme der Amplitude nach sich. In umgekehrter Richtung würde die Amplitude, ausgehend vom Punkt 5, bei kontinuierlicher Erhöhung der Frequenz über den Punkt 4 bis zum Punkt 6 laufen, von dort nach Punkt 2 springen und sich dann langsam verringern. Die Umstände sind im Fall einer Federaufweichung bis auf die Tatsache, dass die Sprünge der Amplitude in umgekehrter Richtung erfolgen, gleich.

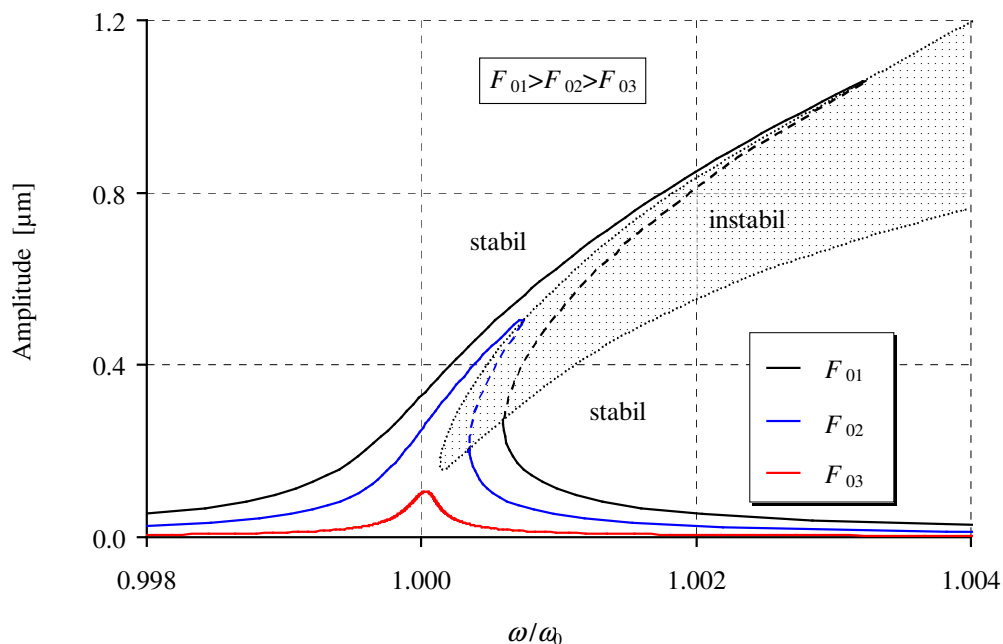


Abbildung 2.6: Amplitudengänge eines Oszillators mit nichtlinearer Federkennlinie ( $k_{nl} > 0$ ) für unterschiedliche Amplituden der Antriebskraft mit Kennzeichnung der stabilen und instabilen Bereiche

Dieses in der Praxis zu beobachtende Sprungphänomen deutet darauf hin, dass die Punkte zwischen den gestrichelten Verbindungslinien der Punkte mit vertikaler Tangente instabil sind (Abbildung 2.6). Eine mathematische Bestätigung ist in [25] aufgeführt. Wie die Abbildung

auch zeigt, treten instabile Zustände erst ab einer bestimmten Amplitude  $F_0$  der Antriebskraft auf.

## 2.2 Simulation der Moden eines Kammantriebs

Die Berechnung der Moden erfolgte mit der Simulationssoftware ANSYS Rev. 5.6 von der Firma CADFEM. Hierbei handelt es sich um ein Programm, welches die Berechnungen auf der Basis der Finiten Elemente Methode (FEM) durchführt. Mit Hilfe dieser Methode lassen sich die Eigenschwingungen auch sehr komplexer Strukturen berechnen. Die Güte der Ergebnisse ist dabei stark von der Qualität der Vernetzung des Modells abhängig. Die Abbildung 2.7 zeigt ein vernetztes FEM-Modell.

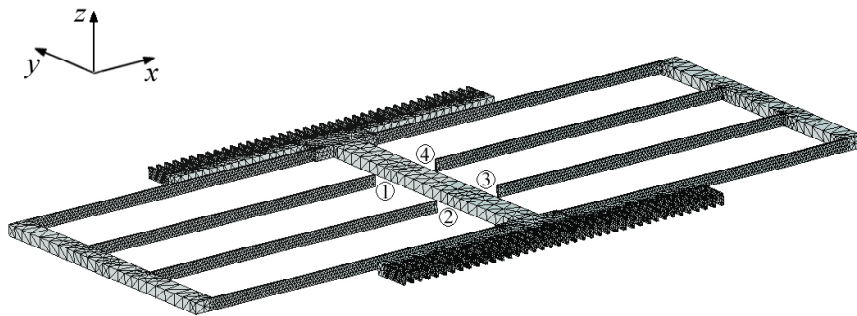


Abbildung 2.7: FEM-Modell eines Kammantriebs

Die Frontflächen der Federenden 1-4 sind fest eingespannt. Das bedeutet, dass die Knoten auf diesen Flächen keinen Freiheitsgrad haben. Die sich aus dem Modell ergebenden ersten sechs Eigenmoden zeigt die Abbildung 2.8. Für die Dichte und das  $E$ -Modul wurden Werte von  $2330 \text{ kg/m}^3$  beziehungsweise  $162 \text{ GPa}$  verwendet.

Die erste Eigenmode stellt die in den meisten Anwendungen gewünschte  $y$ -Schwingung dar. Die sich aus den Simulationen ergebenden Frequenzwerte dieser Eigenschwingung der Varianten F0.8G0.8\_A und F1.5G1.5\_A weichen von den analytisch berechneten Resonanzfrequenzen (siehe Kapitel 3.2) nur um  $0.4\%$  beziehungsweise  $2.9\%$  ab und zeigen damit eine gute Übereinstimmung.

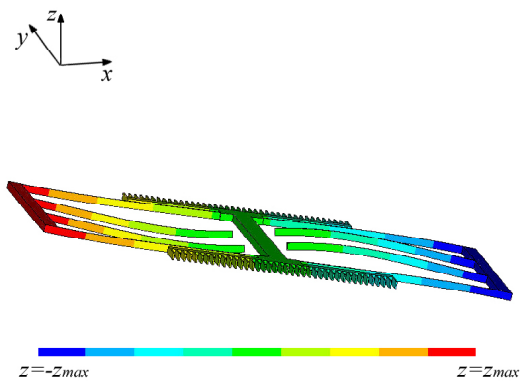
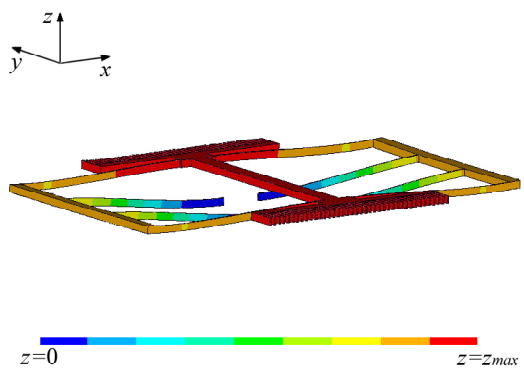
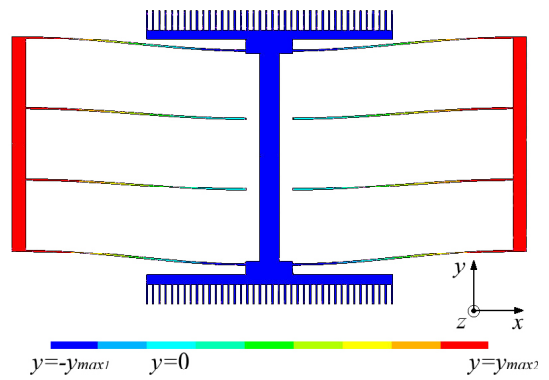
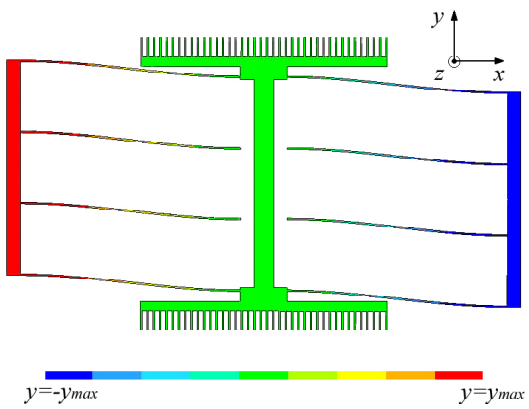
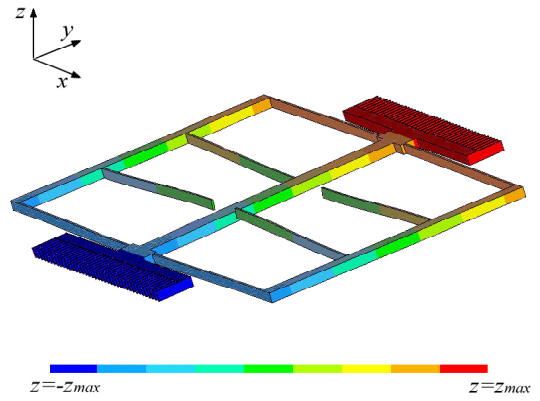
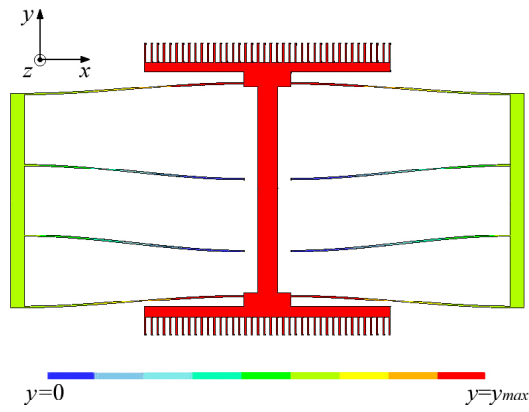


Abbildung 2.8: 1.-6. Eigenmode eines Kammantriebs

Die 2. Eigenmode beschreibt eine Kippschwingung um die zur  $x$ -Achse parallel liegende Symmetrieachse der Struktur. Die nächsten beiden Eigenschwingungen sind wieder laterale

Bewegungen. Bei der 3. Mode schwingen nur die Massen der Umlenkungen gegenphasig zueinander. Das Shuttle verharrt im Ruhezustand. Im Gegensatz dazu oszillieren die beiden Umlenkungen bei der 4. Eigenmode in Phase. Das Shuttle führt bezüglich der Umlenkmassen eine gegenphasige Relativbewegung aus. Die 5. Eigenschwingung beschreibt die vertikale  $z$ -Mode der Struktur, wohingegen bei der 6. Eigenmode die gesamte bewegliche Masse periodisch um die zur  $y$ -Achse parallel liegende Symmetrieachse verkippt. In Abhängigkeit von den Designparametern kann die Reihenfolge der Eigenmoden variieren und von der in der Abbildung 2.8 gezeigten Anordnung abweichen.

## 2.3 Berechnung der Kapazitätsänderungen mittels FEM

Die Berechnung der Kapazitätsänderungen wurde wiederum mit der Simulationssoftware ANSYS Rev. 5.6 durchgeführt. Auf Grund der periodischen Anordnung der Finger eines Kamms und der damit verbundenen Symmetrien genügt es, die Kapazität einer Anordnung bestehend aus jeweils der Hälfte eines verankerten und eines beweglichen Fingers zu berechnen. Der Raum zwischen den Fingern, den Fingern und der Abschirmungsebene sowie oberhalb der Finger wurde durch ein vernetztes Volumen mit der Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$  von Luft aufgefüllt. Die Ebene unterhalb des beweglichen Fingers dient der Abschirmung vor vertikalen Feldern (siehe Kapitel 2.4.2) und liegt auf demselben Potenzial wie die beweglichen Teile. Eine prinzipielle Darstellung der simulierten Anordnung zeigt die Abbildung 2.9. Die gestrichelten Linien markieren darin die Grenzen des Gesamtvolumens.

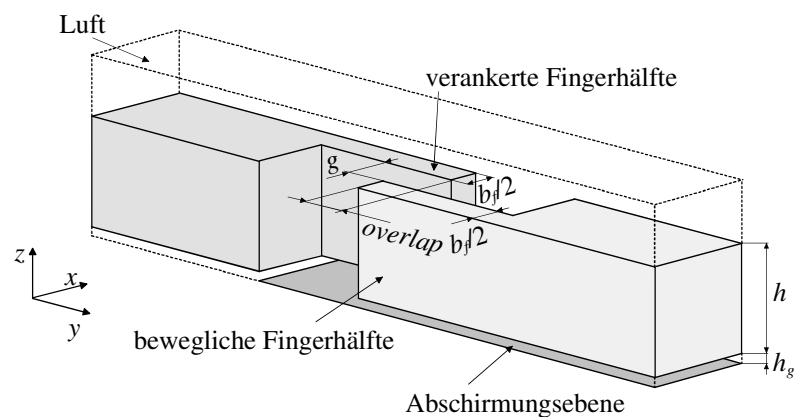


Abbildung 2.9: Prinzipielle Darstellung der in ANSYS simulierte Anordnung

Zunächst wurden die Kapazitäten für verschiedene Auslenkungswerte simuliert. Als Ergebnis erhält man einen von der Auslenkung abhängigen diskreten Kapazitätsverlauf. Dieser wird durch ein geeignetes Polynom approximiert. Der Fit erfolgt nach der Least-Mean-Square Methode mit der Software Matlab 6.5. Die Ableitung der Fitfunktion beschreibt die Kapazitätsänderung der simulierten Anordnung. Da eine kammförmige Antriebsformation bei den hier betrachteten Strukturen aus 40 beweglichen und 41 festen Fingern bestand und nur halbe Finger simuliert wurden, müssen die ermittelten Kapazitätsänderungen mit dem Faktor 80 multipliziert werden, um die gesamte Änderung zu erhalten. Die Strukturhöhe  $h$  betrug bei allen Modellen  $4\ \mu\text{m}$ .

### 2.3.1 Kapazitätsänderung in Antriebsrichtung

Die Antriebsrichtung entspricht der gewünschten Bewegungsrichtung des Shuttles. Im Rahmen dieser Arbeit wird im Idealfall nur eine Auslenkung in  $y$ -Richtung angeregt. Dadurch ändert sich die Überlappung *overlap* der Finger, die  $5\ \mu\text{m}$  bei  $y = 0\ \mu\text{m}$  beträgt. Es wurden Simulationen über den Auslenkungsbereich  $-4.8 \dots +4.8\ \mu\text{m}$  ( $overlap = 0.2 \dots 9.8\ \mu\text{m}$ ) in  $0.2\ \mu\text{m}$  Schritten durchgeführt. Der Abstand  $h_g$  des beweglichen Fingers zur Abschirmungsebene war bei diesen Berechnungen konstant  $0.9\ \mu\text{m}$ .

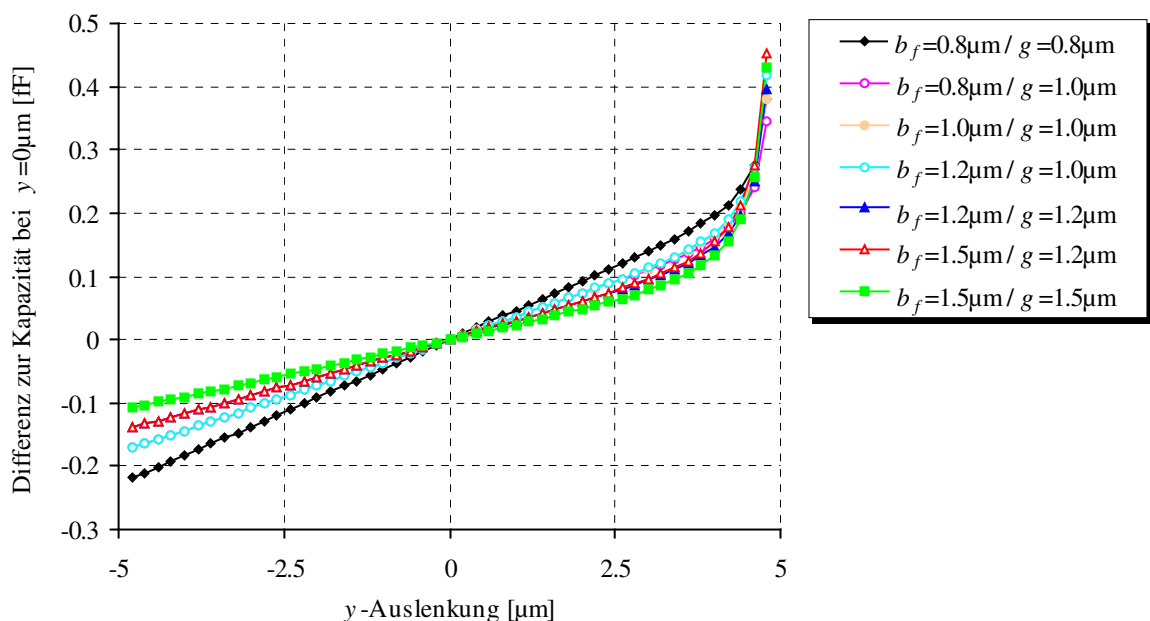


Abbildung 2.10: Kapazitätsdifferenz zur Ruhekapazität ( $y = 0\ \mu\text{m}$ ) in Abhängigkeit von der  $y$ -Auslenkung für verschiedene Fingervarianten

Die aus den Simulationen ermittelte Kapazitätsdifferenz zur jeweiligen Ruhekapazität  $C(y = 0 \mu\text{m})$  ist in der Abbildung 2.10 für die unterschiedlichen Kammkonfigurationen über der  $y$ -Auslenkung aufgetragen. Als Ansatz für den Fit der Kapazitätskurven wird die folgende Funktion verwendet.

$$C_a(y) = \frac{P1}{(y_0 - y)^{P2}} + P3 y^{P4} + P5 y + P6. \quad (2.40)$$

Für die Kapazitätsänderung in  $y$ -Richtung folgt daraus:

$$\left. \frac{dC_a(y)}{dy} \right|_{lat} = \frac{P1 P2}{(y_0 - y)^{P2+1}} + P3 P4 y^{P4-1} + P5. \quad (2.41)$$

$y_0$  bezeichnet in diesen Gleichungen den Abstand der Fingerfrontfläche von der Gegenelektrode bei  $y = 0 \mu\text{m}$  (siehe Abbildung 3.3).  $P4$  wird nur als ganze Zahl gefittet, damit die Fitfunktion über den gesamten Auslenkungsbereich Gültigkeit behält. Die sich aus den Fits ergebenden Kurven für die Kapazitätsänderung der Antriebsseite zeigt die Abbildung 2.11.

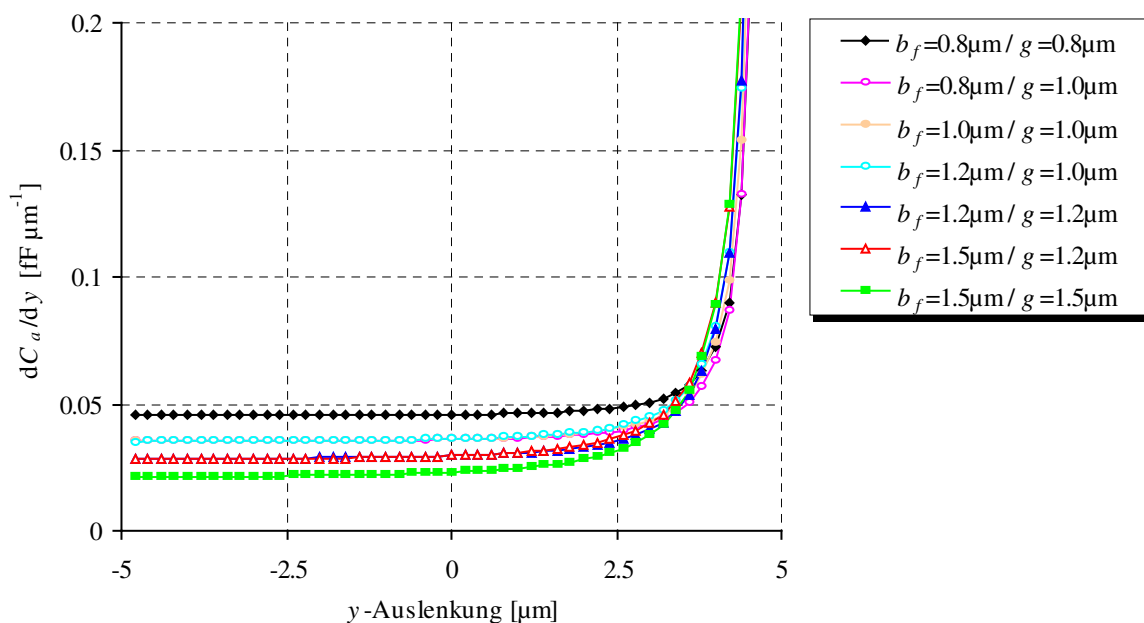


Abbildung 2.11: Kapazitätsänderung  $dC_a/dy$  in Abhängigkeit von der  $y$ -Auslenkung für verschiedene Fingervarianten



Wie die Darstellung zeigt, nimmt die Kapazitätsänderung erwartungsgemäß mit größer werdendem Spaltabstand  $g$  ab. Von  $1g$  Fingerüberlappung bis  $5g$  Abstand der Fingerenden zur Gegenelektrode ist  $dC_d/dy$  konstant. Das nichtlineare Verhalten außerhalb des genannten Bereichs hat seinen Ursprung in den Streufeldern, die eine Abhängigkeit der Kapazitätsänderung von der Fingerposition bewirken. Ihr Einfluss nimmt mit zunehmendem Spaltabstand zu. Bei  $y > 3.2 \mu\text{m}$  verhalten sich alle Kurven in etwa gleich. Die Abnahme der Kapazitätsänderung bei sehr geringem *overlap* fällt im Vergleich zum Anstieg bei größeren Auslenkungen wesentlich geringer aus. Bei geeigneter Skalierung lässt sich ein Abfall von  $dC_d/dy$  bei einer Fingerüberlappung von *overlap*  $< 1g$  erkennen. In [19] beginnt der lineare Kapazitätsbereich bei einer Fingerüberlappung von  $2g$  und endet bei einem Abstand zwischen den Fingerfrontflächen und der Gegenelektrode von  $3g$ . Auf Grund der Unterschiede zwischen dem im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Modell und dem Modell aus [19] (keine Abschirmungsebene, andere Aspektverhältnisse, eventuell andere Vernetzung) wird auf eine Beurteilung der Ergebnisse verzichtet.

Da bei den hier durchgeführten Simulationen eine Zunahme der Auslenkung zu einem Anstieg der Kapazität führt, charakterisieren die ermittelten Funktionen nur das Verhalten der Antriebsseite. Für die Kapazitätsänderung der Detektionsseite ergibt sich daraus:

$$\left. \frac{dC_d(y)}{dy} \right|_{lat} = \frac{-P1 P2}{(y_0 + y)^{P2+1}} - P3 P4 y^{P4-1} - P5. \quad (2.42)$$

Die Fingerbreite  $b_f$  stellt im Vergleich zum Fingerabstand  $g$  nur einen sekundären Einflussfaktor dar. Bei genauer Betrachtung des positiven Auslenkungsbereichs in Abbildung 2.11 lässt sich eine Erhöhung der Kapazitätsänderung mit zunehmender Fingerbreite schlussfolgern.

### 2.3.2 Kapazitätsänderung bei vertikaler Auslenkung

Obwohl in der Literatur häufig die Ergebnisse von 2D-FEM-Simulationen [3, 26] veröffentlicht wurden, wird in analytischen Berechnungen [6, 10] auf den nicht vernachlässigbaren Anteil der Streufelder an der Kapazitätsänderung insbesondere bei vertikaler Verschiebung der Finger hingewiesen. Aus diesem Grund wurden für die vertikalen Simulationen dieselben 3D-Modelle wie für die Berechnungen der lateralen

Kapazitätsänderung verwendet. Vergleichend wurde für die Anordnung  $b_f = 0.8 \mu\text{m} / g = 0.8 \mu\text{m}$  eine zusätzliche zweidimensionale Berechnung durchgeführt. Wie die Abbildung 2.12 zeigt, bestehen erhebliche Unterschiede im Anstieg (Vergleich Tabelle 2.1) der sich aus dem 2D- beziehungsweise 3D-Modell ergebenden Kapazitätskurven. Dabei bezeichnet die  $z$ -Auslenkung die Differenz zwischen Variationsgröße  $h_g$  und dem Referenzabstand  $h_{g0} = 0.9 \mu\text{m}$  der Struktur zum Substrat. Bei  $h_g = h_{g0}$  ( $z = 0 \mu\text{m}$ ) befinden sich die beweglichen und festen Finger auf gleicher Höhe. Die Simulationen für Auslenkungen in  $z$ -Richtung wurden für  $z = -0.8 \dots 2.1 \mu\text{m}$  ( $h_g = 0.1 \dots 3 \mu\text{m}$ ) durchgeführt. Die Überlappung *overlap* und der Abstand der Fingerfrontflächen von der Gegenelektrode betragen konstant  $5 \mu\text{m}$ . In Abbildung 2.13 sind die sich aus den Berechnungen ergebenden Kapazitätsdifferenzen zur jeweiligen Anfangskapazität bei  $z = -0.8 \mu\text{m}$  der verschiedenen Fingervarianten gegen  $z$  dargestellt. Wie erwartet, nimmt die Kapazität generell bis zu einem bestimmten  $z$ -Wert ( $z_0$ ) zu und wird mit weiterer Erhöhung der Auslenkung wieder kleiner. Grund dafür ist die im Kapitel 2.4.2 beschriebene Feldasymmetrie. Da für die Betrachtungen in dieser Arbeit nur der ansteigende Kapazitätsverlauf von Interesse ist, wird nur dieser Bereich gefittet.

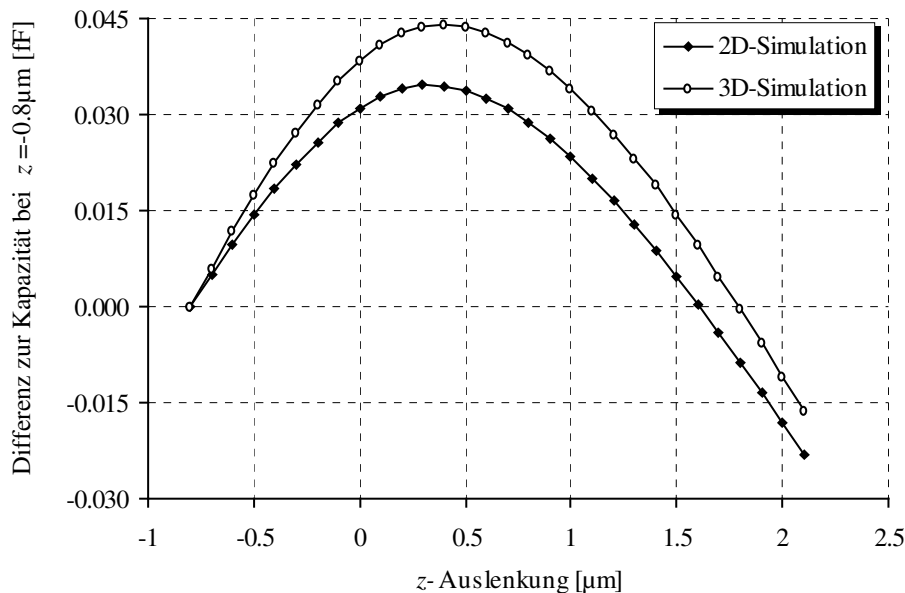


Abbildung 2.12: Kapazitätsdifferenz zur Anfangskapazität bei  $z = -0.8 \mu\text{m}$  in Abhängigkeit von der  $z$ -Auslenkung der Anordnung  $b_f = 0.8 \mu\text{m} / g = 0.8 \mu\text{m}$  aus 2D- und 3D-Modell

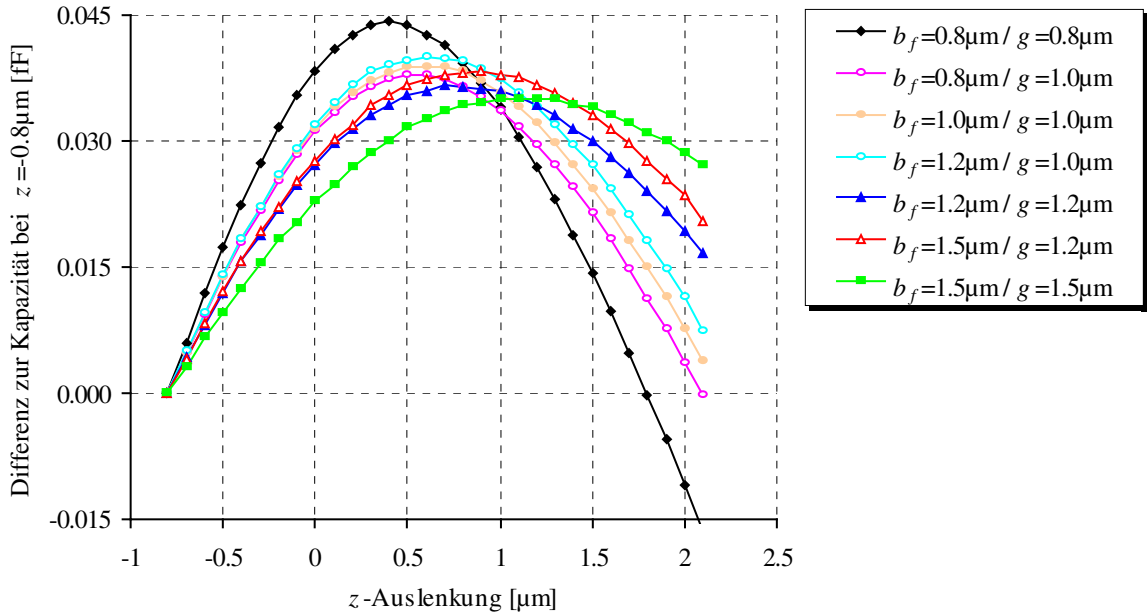


Abbildung 2.13: Kapazitätsdifferenz zur Anfangskapazität bei  $z = -0.8 \mu\text{m}$  in Abhängigkeit von der  $z$ -Auslenkung für verschiedene Fingervarianten

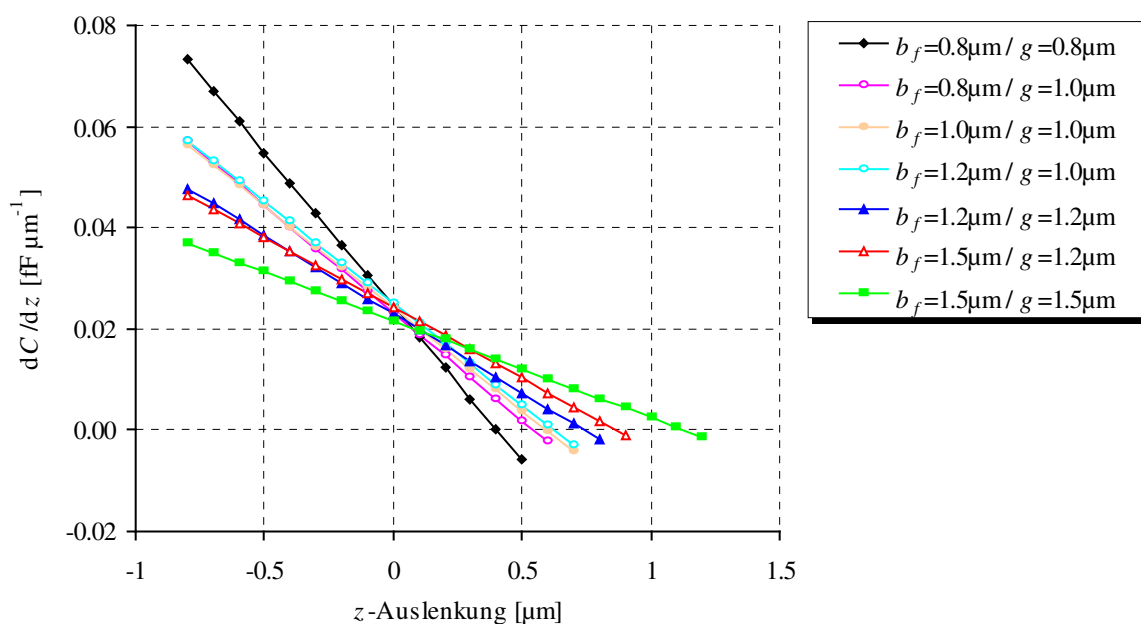
Durch Integration der Gleichung (2.63) für die Kapazitätsänderung  $dC/dz$  ergibt sich als Ansatz für den Fit der Kapazitäten:

$$C = \int_0^z \frac{dC}{dz} dz = C_z \int_0^z \frac{z_0 - z}{z_0} dz = C_{z_0} (y_0 + y) \left( Z - \frac{Z^2}{2z_0} \right) + C_0. \quad (2.43)$$

Die Fitparameter darin sind die maximale vertikale Auslenkung  $z_0$  und die Kapazitätsänderungskonstante in  $z$ -Richtung pro  $y$ -Längeneinheit  $C_{z_0}$ . Die Tabelle 2.1 zeigt die für diese Größen ermittelten Werte der verschiedenen Fingerkonfigurationen für die simulierte Anordnung aus Abbildung 2.9. Erwartungsgemäß beeinflussen sowohl die Fingerbreite als auch der Fingerabstand die beiden Fitparameter. Allgemein gilt, dass eine Vergrößerung der Fingerbreite eine Zunahme von  $z_0$  und  $C_{z_0}$  zur Folge hat. Ein Erhöhung des Spaltabstands führt ebenfalls zu einem Anstieg von  $z_0$ , andererseits aber zu einer Verringerung von  $C_{z_0}$ . Die aus den Werten der Tabelle 2.1 resultierenden Kurven für die Kapazitätsänderung zeigt die Abbildung 2.14. Auffällig ist die dominante Abhängigkeit der Funktionen vom Spaltabstand. Mit zunehmender Spaltbreite wird der Anstieg von  $dC/dz$  geringer. Daraus folgt, dass mit breiter werdendem Spalt die Kapazitätsänderung und damit die Levitationskraft für  $z < 0$  abnimmt, für  $z > 0$  aber zunimmt. Die Fingerbreite spielt demgegenüber nur eine untergeordnete Rolle.

Tabelle 2.1: Aus 3D-Simulationsergebnissen der Anordnung aus Abbildung 2.9 ermittelte Werte für  $z_0$  und  $C_{z_0}$  für verschiedene Fingervarianten

Fingerbreite $b_f$ [ $\mu\text{m}$ ]	Spaltabstand $g$ [ $\mu\text{m}$ ]	$z_0$ [nm]	$C_{z_0}$ [fF $\mu\text{m}^{-2}$ ]
0.8	0.8	402	$4.893 \cdot 10^{-3}$
		341 (2D)	$3.699 \cdot 10^{-3}$ (2D)
0.8	1.0	544	$4.627 \cdot 10^{-3}$
1.0	1.0	577	$4.819 \cdot 10^{-3}$
1.2	1.0	625	$5.013 \cdot 10^{-3}$
1.2	1.2	712	$4.579 \cdot 10^{-3}$
1.5	1.2	867	$4.842 \cdot 10^{-3}$
1.5	1.5	1127	$4.323 \cdot 10^{-3}$


 Abbildung 2.14: Aus den Werten der Tabelle 2.1 resultierende Verläufe der Kapazitätsänderung  $dC/dz$  in Abhängigkeit von der  $z$ -Auslenkung für verschiedene Fingervarianten

Bei den hier durchgeführten Simulationen zur Berechnung der Kapazitätsänderung bei vertikaler Auslenkung betrug die Überlappung der Finger  $overlap = 5 \mu\text{m}$ . In Anbetracht des erwähnten Einflusses der Streufelder stellt die Annahme konstanter Werte für  $z_0$  und  $C_{z_0}$  über den gesamten lateralen Auslenkungsbereich eine Vereinfachung dar. Beide Parameter sind

wahrscheinlich auch von der lateralen Auslenkung abhängig. Eine Bestimmung dieser Abhängigkeiten war im Rahmen der vorliegenden Arbeit wegen des hohen zeitlichen und rechnerischen Aufwands nicht möglich, so dass  $z_0$  und  $C_{z0}$  in den weiteren Betrachtungen als konstante Größen angenommen werden.

## 2.4 Abweichungen vom idealen Verhalten

Mikroelektromechanische Strukturen zeigen eine nicht zu vernachlässigende Empfindlichkeit auf kleine Geometrieänderungen. So erforderten beispielsweise die fertigungsbedingten Variationen der Seitenwände und deren Auswirkungen auf die Aufhängungen des Analog Devices Beschleunigungssensors XL76 Maskenmodifikationen [27]. Eine Optimierungsstudie in [28] merkte eine sehr starke Empfindlichkeit eines Drucksensors auf Membrandicke und -radius an. Des Weiteren kann die kritische Dämpfung und das elektrostatische Verhalten perforierter Massen bei Beschleunigungs- und Drehratensensoren in hohem Maße von der Dimensionierung der Ätzlöcher abhängen [29, 30]. Aus diesem Grund wird in den folgenden Unterkapiteln der Einfluss nichtidealer Verhaltensmuster von Kammstrukturen insbesondere auf die Kapazitätsänderung in Antriebsrichtung betrachtet.

### 2.4.1 Seitliche Verschiebung der Kämmen

Im Idealfall schwingt ein beweglicher Finger genau mittig zwischen zwei verankerten Fingern.

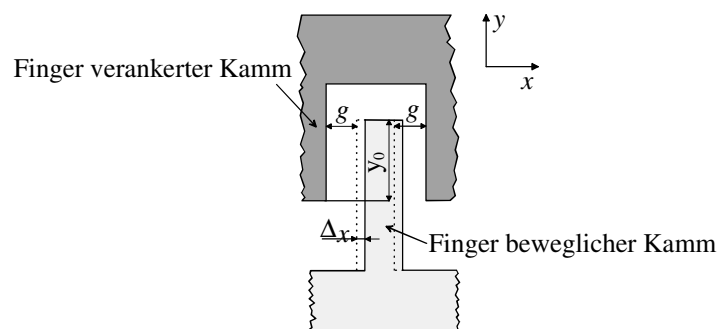


Abbildung 2.15: Schematische Darstellung eines Kammausschnitts

Auf Grund fertigungsbedingter Toleranzen und damit einhergehendem nichtidealen Schwingungsverhalten ist es nicht auszuschließen, dass die Abstände  $g$  beiderseits eines beweglichen Fingers während einer Schwingungsperiode nicht immer exakt gleich groß sind. Kommt es zu einer seitlichen Verschiebung  $\Delta x$  (Abbildung 2.15), so gilt für die resultierende Kraft in  $x$ -Richtung:

$$F_x = \frac{1}{2} \varepsilon h A_0 U^2 \left( \frac{1}{(g - \Delta x)^2} - \frac{1}{(g + \Delta x)^2} \right). \quad (2.44)$$

Durch Ableitung nach  $\Delta x$  ergibt sich für die elektrostatische Kraftkonstante  $k_{x,el}$ :

$$k_{x,el} = \frac{dF_x}{d\Delta x} = \varepsilon h A_0 U^2 \left( \frac{1}{(g - \Delta x)^3} + \frac{1}{(g + \Delta x)^3} \right). \quad (2.45)$$

Die Kraftwirkung nimmt also mit zunehmender seitlicher Auslenkung des Fingers überproportional zu. Da  $F_x$  in Richtung der Auslenkung und nicht wie beispielsweise Federrückstellkräfte dieser entgegen wirkt, ist die Stabilität des Antriebs nur gewährleistet, solange  $F_x$  kleiner als die rücktreibende Federkraft des Systems in  $x$ -Richtung ist.

Um den Einfluss einer solchen seitlichen Verschiebung auf die Bewegung in Anregungsrichtung abzuschätzen, wird angenommen, dass sich der Finger bei einer Auslenkung in  $y$ -Richtung auch seitlich verschiebt. Es soll also gelten:  $\Delta x = f(y)$ . Da sich mit der  $y$ -Auslenkung auch die Überlappung der Finger und damit die effektive Plattenfläche  $A_0$  ändert, gilt außerdem:

$$A_0 = h(y_0 + y). \quad (2.46)$$

Zum Zweck einer tendenziellen Abschätzung soll für  $\Delta x$  eine lineare Abhängigkeit von  $y$  angenommen werden. Für die Kapazität gilt somit unter Vernachlässigung der Streufelder:

$$C = \varepsilon h (y_0 + y) \left( \frac{1}{g - ay} + \frac{1}{g + ay} \right). \quad (2.47)$$

Durch Ableitung nach  $y$  ergibt sich:

$$\frac{dC}{dy} = \frac{2g\epsilon h(g^2 + 2a^2 y_0 y + a^2 y^2)}{(g - ay)^2 (g + ay)^2}. \quad (2.48)$$

Die Kapazitätsänderung ist nicht wie im Idealfall konstant, sondern nichtlinear von der  $y$ -Auslenkung abhängig. Das bedeutet, dass die antreibende Kraft ebenfalls ein nichtlineares Verhalten aufweist.

## 2.4.2 Levitation

Die beweglichen Kämme sind in der Regel durch eine Ebene gleichen Potentials unterlegt. Diese dient als Abschirmung von relativ großen vertikalen Feldern, welche die beweglichen Finger nach unten ziehen und zum „Ankleben“ am Substrat führen könnten. Der Nachteil einer solchen Abschirmungsebene besteht darin, dass diese Maßnahme zu einer asymmetrischen Verteilung des elektrischen Feldes führt (Abbildung 2.16).

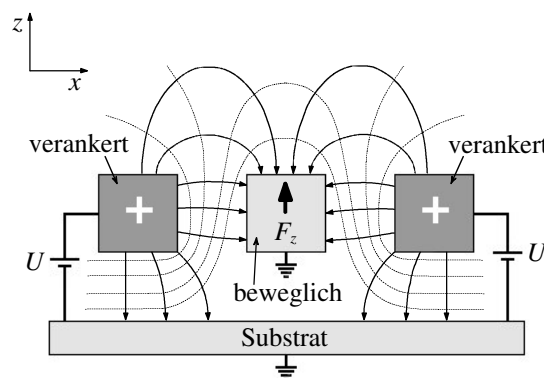


Abbildung 2.16: Querschnittsdarstellung des Potenzialverlaufs und des elektrischen Feldes zwischen den Fingern eines Kammantriebs zur Verdeutlichung des Levitations-Effekts

Diese Ungleichheit bewirkt eine vertikale Kraft, die zu einer vom Substrat weggerichteten Auslenkung der beweglichen Finger führt. Nach [26] gilt für die Kraftkomponente in  $z$ -Richtung:

$$F_z = F_{z0} \text{overlap}. \quad (2.49)$$

In dieser Gleichung sind  $F_{z0}$  [ $\text{nN } \mu\text{m}^{-1}$ ] die vertikale Kraftdichte und  $overlap$  [ $\mu\text{m}$ ] die Überlappung der Finger. Für die Kraftdichte gilt im Bereich  $z < z_0$ :

$$F_{z0} \approx \frac{1}{2} C_{z0} U^2 \frac{(z_0 - z)}{z_0}. \quad (2.50)$$

Darin bezeichnen  $C_{z0}$  [ $\text{F m}^{-2}$ ] die Kapazitätsänderungskonstante in  $z$ -Richtung pro  $y$ -Längeneinheit,  $U$  die Spannung zwischen beweglichen und festen Fingern und  $z$  die Auslenkung in vertikaler Richtung.  $z_0$  ist die Auslenkung, bei der die vertikale Kraftdichte und damit die Kraft zu Null wird. Das bedeutet, dass der bewegliche Finger bei nicht vorhandener Aufhängung bis zu diesem Gleichgewichtspunkt ausgelenkt werden würde.  $z_0$  ist unabhängig von der angelegten Spannung. Ob  $F_{z0}$  eine signifikante statische Auslenkung oder die Anregung einer Schwingung verursacht, hängt von der Steifigkeit der Aufhängungen und dem Qualitätsfaktor für vertikale Bewegungen ab.

#### Statische vertikale Auslenkung

Für den statischen Fall gilt nach [26]:

$$F_{mech} = F_z \quad (2.51)$$

$$\Rightarrow k_z z = \frac{1}{2} C_z U^2 \frac{(z_0 - z)}{z_0}, \quad (2.52)$$

wobei  $k_z$  die vertikale Federkonstante und  $C_z$  die Kapazitätsänderungskonstante in  $z$ -Richtung sind. Aus Gleichung (2.52) folgt für  $z$ :

$$z = \frac{z_0 C_z U^2}{2k_z z_0 + C_z U^2}. \quad (2.53)$$

In Abbildung 2.17 ist die Abhängigkeit der Auslenkung  $z$  von der Spannung  $U$  grafisch dargestellt.



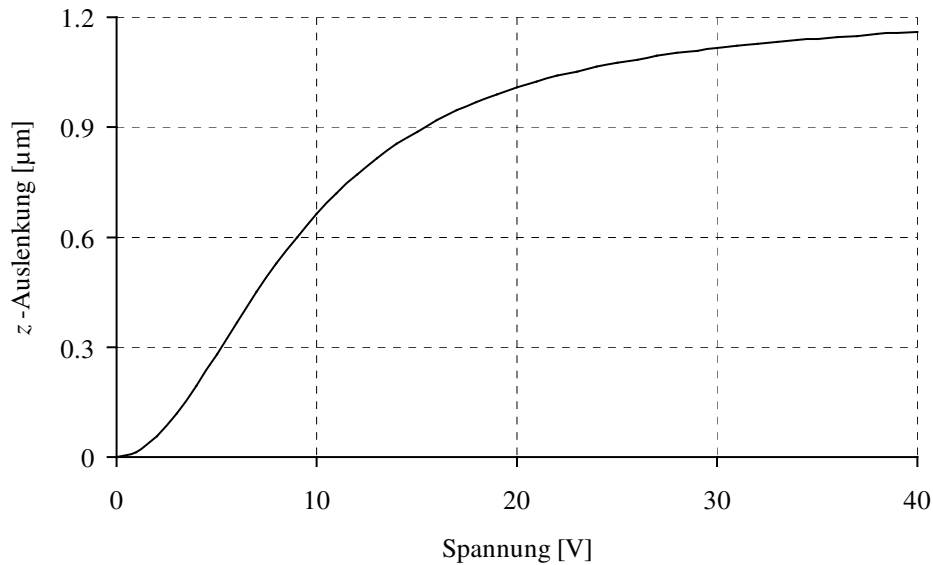


Abbildung 2.17: Abhängigkeit der  $z$ -Auslenkung von der angelegten Spannung  $U$ , mit  $C_z = 1.25 \text{ fF } \mu\text{m}^{-1}$ ,  $k_z = 43 \text{ nN } \mu\text{m}^{-1}$  und  $z_0 = 1.22 \text{ } \mu\text{m}$

### Dynamische vertikale Bewegung

Betrachtet man den Resonator im dynamischen Fall als vertikal ungedämpftes System [26], hat die Bewegungsgleichung die Form:

$$m \frac{d^2 z(t)}{dt^2} + k_z z(t) = F_z = \frac{1}{2} C_z U(t)^2 \frac{(z_0 - z(t))}{z_0}. \quad (2.54)$$

$m$  ist in dieser Gleichung die effektive Masse der schwingenden Struktur. Im Gegensatz zum statischen Fall sind  $U(t) = U_p + u_d(t)$  und  $z(t) = Z_p + z_d(t)$  jetzt zeitabhängige Größen. Dabei wird angenommen, dass  $U_p \gg u_d$  und  $Z_p \gg z_d$  sind. Nach Linearisierung im Arbeitspunkt  $(U_p, Z_p)$  mittels Taylorreihenentwicklung und Beschränkung auf die linearen Terme ergibt sich aus Gleichung.(2.54):

$$m \frac{d^2 z_d(t)}{dt^2} + k_z z_d(t) + \frac{C_z U_p^2}{2 z_0} z_d(t) = C_z \frac{(z_0 - Z_p)}{z_0} U_p u_d(t). \quad (2.55)$$

Der Term

$$\frac{C_z U_p^2}{2z_0} = k_{el} \quad (2.56)$$

kann als elektrische Federkonstante bezeichnet werden. Daraus folgt für die Resonanzfrequenz des Systems in  $z$ -Richtung:

$$\omega_{z,ges} = \sqrt{\frac{k_z + k_{el}}{m}}. \quad (2.57)$$

Das bedeutet, dass die Resonanzfrequenz  $\omega_{z,ges}$  von der angelegten Spannung abhängig ist. Mit Erhöhung der Spannung werden die Federkonstante des Gesamtsystems in  $z$ -Richtung und damit die Resonanzfrequenz größer. Diese Abhängigkeit zeigt die Abbildung 2.18.

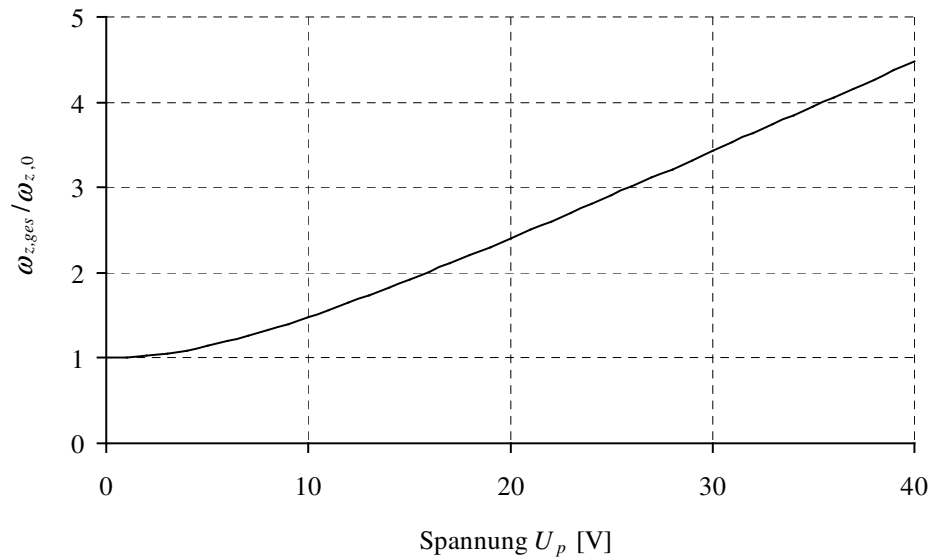


Abbildung 2.18: Abhängigkeit der auf die mechanische Resonanzfrequenz  $\omega_{z,0}$  normierten Resonanzfrequenz des Gesamtsystems  $\omega_{z,ges}$  von der angelegten Spannung  $U_p$

### Einfluss der Levitation auf die Kapazitätsänderung in Antriebsrichtung

Da die Levitationskraft auch von der Überlappung der Finger abhängt, wird im Folgenden der Einfluss dieses Effekts auf die Kapazitätsänderung in y-Richtung abgeschätzt.

Unter dieser Berücksichtigung gilt nach Abbildung 2.2 für die Kraft auf der Antriebsseite:

$$F_a = \frac{1}{2} \frac{dC_a}{dy} \Big|_{lat} (U_{dc} - u_{ac} \sin(\omega t))^2 + \frac{1}{2} \frac{dC_a}{dy} \Big|_{Lev} (U_{dc} - u_{ac} \sin(\omega t))^2 \quad (2.58)$$

und auf der Detektionsseite:

$$F_d = \frac{1}{2} \frac{dC_d}{dy} \Big|_{lat} U_{dc}^2 + \frac{1}{2} \frac{dC_d}{dy} \Big|_{Lev} U_{dc}^2. \quad (2.59)$$

Für die daraus resultierende Gesamtkraft  $F_{el}$  ergibt sich:

$$\begin{aligned} F_{el} &= F_a + F_d \\ &= - \left( \frac{dC_a}{dy} \Big|_{lat} + \frac{dC_a}{dy} \Big|_{Lev} \right) U_{dc} u_{ac} \sin(\omega t) + \frac{1}{2} \left( \frac{dC_a}{dy} \Big|_{lat} + \frac{dC_a}{dy} \Big|_{Lev} \right) u_{ac}^2 \sin^2(\omega t). \\ &\quad + \frac{1}{2} \left( \frac{dC_a}{dy} \Big|_{lat} + \frac{dC_d}{dy} \Big|_{lat} + \frac{dC_a}{dy} \Big|_{Lev} + \frac{dC_d}{dy} \Big|_{Lev} \right) U_{dc}^2 \end{aligned} \quad (2.60)$$

Die Kraft auf der Detektionsseite ist der Kraft der Antriebsseite entgegengerichtet. Das negative Vorzeichen folgt aus negativen Kapazitätsänderungen. Der Index „lat“ bezeichnet den Teil der Kapazitätsänderung in Antriebsrichtung, der aus der y-Auslenkung des Shuttles resultiert. Der durch den Levitationseffekt verursachte Beitrag wird durch den Index „Lev“ gekennzeichnet. Die Levitationskraft hängt von den geometrischen Abmaßen der Finger, deren Überlappung und der angelegten Spannung ab. Wie stark die beweglichen Finger im Verhältnis zu den verankerten Fingern durch diese Kraft vertikal ausgelenkt werden, hängt von der mechanischen Gegenkraft der Federn ab. Es wird weiterhin berücksichtigt, dass es bei unterschiedlich starken Levitationskräften auf der Antriebs- und Detektionsseite zu Verkippungen des Shuttles kommen kann. Gesucht wird also die levitationsbedingte Kapazitätsänderung der Antriebs- ( $dC_a/dy|_{Lev}$ ) und der Detektionsseite ( $dC_d/dy|_{Lev}$ ). Als positive Auslenkung wird eine Bewegung der antriebsseitigen Finger definiert, die den Abstand zum verankerten Elektrodenkamm verringert.

Es gilt:

$$\left. \frac{dC_a}{dy} \right|_{Lev} = \frac{d\Delta C_a(Z_a(y))}{dy} \quad (2.61)$$

$$\left. \frac{dC_d}{dy} \right|_{Lev} = \frac{d\Delta C_d(Z_d(y))}{dy}. \quad (2.62)$$

$Z_a$  und  $Z_d$  bezeichnen die  $z$ -Auslenkung der beweglichen Finger auf der Antriebs- beziehungsweise Detektionsseite. Unter Verwendung der Kapazitätsänderung in  $z$ -Richtung

$$\frac{dC}{dz} = C_z \frac{z_0 - z}{z_0} \quad (2.63)$$

ergibt sich für den zusätzlichen kapazitiven Anteil auf der Antriebs-  $\Delta C_a(Z_a(y))$  und Detektionsseite  $\Delta C_d(Z_d(y))$ :

$$\Delta C_a(Z_a(y)) = FZ \int_0^{Z_a} \frac{dC_a}{dz} dz = FZ \int_0^{Z_a} \left( C_{z_0}(y_0 + y) \left( \frac{z_0 - z}{z_0} \right) \right) dz = FZ C_{z_0}(y_0 + y) \left( Z_a - \frac{1}{2} \frac{Z_a^2}{z_0} \right) \quad (2.64)$$

$$\Delta C_d(Z_d(y)) = FZ \int_0^{Z_d} \frac{dC_d}{dz} dz = FZ \int_0^{Z_d} \left( C_{z_0}(y_0 - y) \left( \frac{z_0 - z}{z_0} \right) \right) dz = FZ C_{z_0}(y_0 - y) \left( Z_d - \frac{1}{2} \frac{Z_d^2}{z_0} \right) \quad (2.65)$$

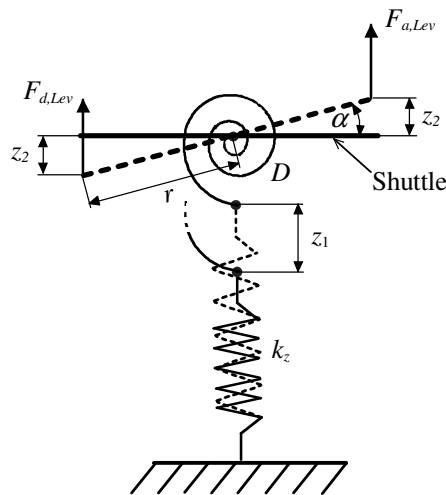


Abbildung 2.19: Modell der Aufhängung des Shuttles zur Bestimmung von  $Z_a$  und  $Z_d$

$FZ$  bezeichnet die Anzahl der beweglichen Finger pro Shuttleseite.  $Z_a$  und  $Z_d$  ergeben sich aus dem Kräfte- und Drehmomentengleichgewicht des Shuttles. Nach Abbildung 2.19 gilt für die Kräfte:

$$k_z z_1 = F_{a,Lev} + F_{d,Lev} \quad (2.66)$$

und für die Drehmomente mit der Drehfederkonstante  $D$ :

$$D\alpha = (F_{a,Lev} - F_{d,Lev})r. \quad (2.67)$$

Die Federkonstante in  $z$ -Richtung  $k_z$  lässt sich analytisch nach Gleichung (2.4) berechnen.

Unter der Annahme, dass der Verkippungswinkel  $\alpha$  sehr klein ist ( $z_2 \ll r$ ), gilt:

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{z_2}{r}\right) \approx \frac{z_2}{r}. \quad (2.68)$$

Durch Einsetzen in Gleichung (2.67) ergibt sich:

$$k_d z_2 = F_{a,Lev} - F_{d,Lev} \quad (2.69)$$

$$\text{mit } k_d = \frac{D}{r^2} = \frac{\omega_{0,kipp}^2 J_x}{r^2}. \quad (2.70)$$

$r$  ist der mittlere Abstand der beweglichen Finger von der Drehachse, welche dieselbe Orientierung wie die  $x$ -Achse hat. Die betrachtete Kippbewegung entspricht der 2. Eigenmode aus Abbildung 2.8. So lässt sich aus den modalen Simulationen  $\omega_{0,kipp}$  bestimmen. Die zur Berechnung von  $k_d$  ebenfalls erforderlichen Massenträgheitsmomente  $J_x$  werden analytisch berechnet. Für die Levitationskräfte  $F_{a,Lev}$  und  $F_{d,Lev}$  folgt aus den Gleichungen (2.49) und (2.50):

$$F_{a,Lev} = \frac{1}{2} FZ C_{z0} (y_0 + y) \left( \frac{z_0 - Z_a}{z_0} \right) U_a^2 \quad (2.71)$$

$$F_{d,Lev} = \frac{1}{2} FZ C_{z0} (y_0 - y) \left( \frac{z_0 - Z_d}{z_0} \right) U_d^2 \quad (2.72)$$

mit

$$Z_a = z_1 + z_2 \quad (2.73)$$

$$Z_d = z_1 - z_2. \quad (2.74)$$

Durch Einsetzen der Kräfte in die Gleichungen (2.66) und (2.69) ergeben sich:

$$k_z z_1 = \frac{1}{2} FZ C_{z_0} \left( (y_0 + y) \left( \frac{z_0 - (z_1 + z_2)}{z_0} \right) U_a^2 + (y_0 - y) \left( \frac{z_0 - (z_1 - z_2)}{z_0} \right) U_d^2 \right) \quad (2.75)$$

$$k_d z_2 = \frac{1}{2} FZ C_{z_0} \left( (y_0 + y) \left( \frac{z_0 - (z_1 + z_2)}{z_0} \right) U_a^2 - (y_0 - y) \left( \frac{z_0 - (z_1 - z_2)}{z_0} \right) U_d^2 \right). \quad (2.76)$$

Daraus werden  $z_1$  sowie  $z_2$  und damit  $Z_a$  beziehungsweise  $Z_d$  berechnet.

$$Z_a = \frac{FZ C_{z_0} z_0 \left( 2C_{z_0} FZ U_a^2 U_d^2 (y^2 - y_0^2) - (k_z (U_d^2 (y - y_0) + U_a^2 (y + y_0)) + k_d (U_d^2 (y_0 - y) + U_a^2 (y + y_0))) z_0 \right)}{2C_{z_0}^2 FZ^2 U_a^2 U_d^2 (y^2 - y_0^2) - C_{z_0} (k_d + k_z) FZ (U_d^2 (y_0 - y) + U_a^2 (y + y_0)) z_0 - 2k_d k_z z_0^2} \quad (2.77)$$

$$Z_d = \frac{FZ C_{z_0} z_0 \left( 2C_{z_0} FZ U_a^2 U_d^2 (y^2 - y_0^2) + (k_z (U_d^2 (y - y_0) + U_a^2 (y + y_0)) - k_d (U_d^2 (y_0 - y) + U_a^2 (y + y_0))) z_0 \right)}{2C_{z_0}^2 FZ^2 U_a^2 U_d^2 (y^2 - y_0^2) - C_{z_0} (k_d + k_z) FZ (U_d^2 (y_0 - y) + U_a^2 (y + y_0)) z_0 - 2k_d k_z z_0^2} \quad (2.78)$$

Durch Einsetzen in die Gleichungen (2.64) beziehungsweise (2.65) und Ableitung nach  $y$  erhält man die Gleichungen (2.79) und (2.80), mit den sich die levitationsbedingten Beiträge zur Kapazitätsänderung in  $y$ -Richtung bestimmen lassen. Eine grafische Darstellung von  $dC_a/dy|_{Lev}$  in Abhängigkeit von der  $y$ -Auslenkung und der angelegten Gleichspannung  $U_a$  zeigt die Abbildung 2.20 (Kapitel 2.5).

Für die nachfolgenden Berechnungen ist anzumerken, dass sich auf der Antriebs- und Detektionsseite aller im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Strukturen jeweils  $FZ = 40$  bewegliche Finger befinden. Des Weiteren müssen die aus den FEM-Simulationen im Kapitel 2.3.2 bestimmten Werte für  $C_{z_0}$  verdoppelt werden, da in dem verwendeten Modell nur jeweils eine Fingerhälfte berücksichtigt wird. Der mittlere Abstand der beweglichen Finger von der Drehachse  $r$  beträgt bei allen Designs  $72.5 \mu\text{m}$ .

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{dC_a}{dy} \right|_{Lev} &= \frac{1}{2} C_{z_0}^2 FZ^2 z_0 \cdot \\
 &\left( \begin{aligned}
 &\frac{2(2C_{z_0} FZ U_a^2 U_d^2 (y_0^2 - y^2) + (k_z (U_d^2 (y - y_0) + U_a^2 (y_0 + y)) + k_d (U_d^2 (y_0 - y) + U_a^2 (y_0 + y))) z_0)}{2C_{z_0}^2 FZ^2 U_a^2 U_d^2 (y^2 - y_0^2) - C_{z_0} (k_d + k_z) FZ (U_d^2 (y_0 - y) + U_a^2 (y_0 + y)) z_0 - 2k_d k_z z_0^2} \\
 &+ \frac{C_{z_0} FZ (2C_{z_0} FZ U_a^2 U_d^2 (y_0^2 - y^2) + (k_z (U_d^2 (y - y_0) + U_a^2 (y_0 + y)) + k_d (U_d^2 (y_0 - y) + U_a^2 (y_0 + y))) z_0)^2}{(-2C_{z_0}^2 FZ^2 U_a^2 U_d^2 (y^2 - y_0^2) + C_{z_0} (k_d + k_z) FZ (U_d^2 (y_0 - y) + U_a^2 (y_0 + y)) z_0 + 2k_d k_z z_0^2)^2} \\
 &+ (8k_z^2 (y_0 + y) z_0^2 (C_{z_0} FZ U_d^2 (y - y_0) - k_d z_0)) \cdot \\
 &\left( \frac{2C_{z_0}^2 FZ^2 U_a^4 U_d^4 (y - y_0)^2 + 2C_{z_0} FZ U_a^2 U_d^2 (k_z y_0 + k_d (y_0 - 2y)) z_0 + k_d (k_d (U_a^2 - U_d^2) + k_z (U_a^2 + U_d^2)) z_0^2}{(2C_{z_0}^2 FZ^2 U_a^2 U_d^2 (y^2 - y_0^2) - C_{z_0} (k_d + k_z) FZ (U_d^2 (y_0 - y) + U_a^2 (y_0 + y)) z_0 - 2k_d k_z z_0^2)^3} \right)
 \end{aligned} \right) \quad (2.79)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{dC_d}{dy} \right|_{Lev} &= \frac{1}{2} C_{z_0}^2 FZ^2 z_0 \cdot \\
 &\left( \begin{aligned}
 &\frac{2(2C_{z_0} FZ U_a^2 U_d^2 (y_0^2 - y^2) + (-k_z (U_d^2 (y - y_0) + U_a^2 (y_0 + y)) + k_d (U_d^2 (y_0 - y) + U_a^2 (y_0 + y))) z_0)}{2C_{z_0}^2 FZ^2 U_a^2 U_d^2 (y^2 - y_0^2) - C_{z_0} (k_d + k_z) FZ (U_d^2 (y_0 - y) + U_a^2 (y_0 + y)) z_0 - 2k_d k_z z_0^2} \\
 &+ \frac{C_{z_0} FZ (2C_{z_0} FZ U_a^2 U_d^2 (y^2 - y_0^2) + (k_z (U_d^2 (y - y_0) + U_a^2 (y_0 + y)) - k_d (U_d^2 (y_0 - y) + U_a^2 (y_0 + y))) z_0)^2}{(-2C_{z_0}^2 FZ^2 U_a^2 U_d^2 (y^2 - y_0^2) + C_{z_0} (k_d + k_z) FZ (U_d^2 (y_0 - y) + U_a^2 (y_0 + y)) z_0 + 2k_d k_z z_0^2)^2} \\
 &+ (8k_z^2 (y - y_0) z_0^2 (C_{z_0} FZ U_a^2 (y_0 + y) + k_d z_0)) \cdot \\
 &\left( \frac{2C_{z_0}^2 FZ^2 U_a^4 U_d^4 (y + y_0)^2 + 2C_{z_0} FZ U_a^2 U_d^2 (k_z y_0 + k_d (y_0 + 2y)) z_0 + k_d (k_d (U_d^2 - U_a^2) + k_z (U_a^2 + U_d^2)) z_0^2}{(2C_{z_0}^2 FZ^2 U_a^2 U_d^2 (y_0^2 - y^2) + C_{z_0} (k_d + k_z) FZ (U_d^2 (y_0 - y) + U_a^2 (y_0 + y)) z_0 + 2k_d k_z z_0^2)^3} \right)
 \end{aligned} \right) \quad (2.80)
 \end{aligned}$$

## 2.5 Kapazitätsänderung bei statischer Auslenkung in y-Richtung

Im statischen Fall wird an die festen Finger der Antriebsseite eine Gleichspannung gelegt. Das Shuttle und der Kamm der Detektionsseite liegen auf Massepotenzial. Die Kapazitätsänderung, die aus den statischen Messungen ermittelt wird, repräsentiert somit die Kapazitätsänderung der Antriebsseite.

$$\left. \frac{dC}{dy} \right|_{stat} = \frac{dC_a}{dy} = \left. \frac{dC_a}{dy} \right|_{lat} + \left. \frac{dC_a}{dy} \right|_{Lev} \quad (2.81)$$

Auf Grund der unterschiedlichen Designabmaße werden für einen Vergleich die Modelle F0.8G0.8\_A und F1.5G1.5\_A (siehe Kapitel 3.2) ausgewählt. Die theoretischen Verläufe für

$dC_a/dy|_{lat}$  sind der Abbildung 2.11 zu entnehmen. Die levitationsbedingten Beiträge  $dC_a/dy|_{Lev}$  sind laut Gleichung (2.79) unter anderem von der  $y$ -Auslenkung und der angelegten Gleichspannung  $U_a$  abhängig. Diese Abhängigkeit ist für die beiden ausgewählten Strukturen in Abbildung 2.20 dargestellt.

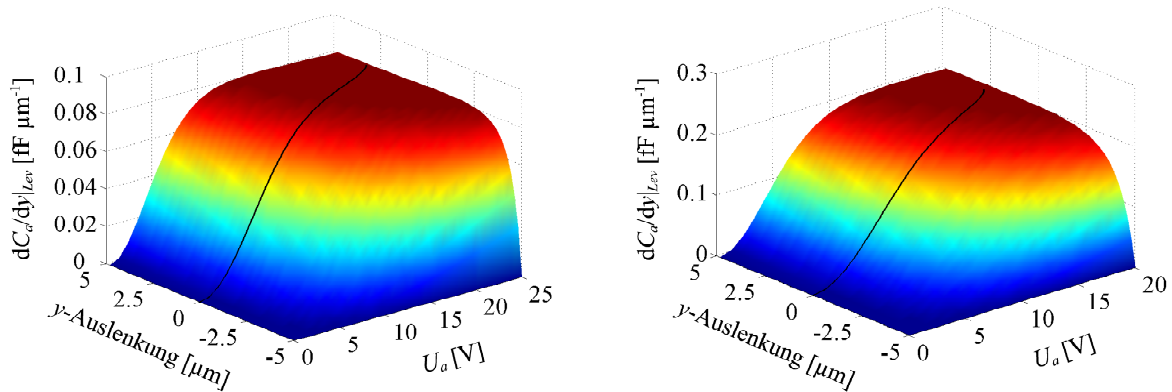


Abbildung 2.20: Berechnete Verläufe der levitationsbedingten Beiträge zur Kapazitätsänderung der Antriebsseite in Abhängigkeit von der  $y$ -Auslenkung und der angelegten Gleichspannung  $U_a$  für die Strukturen F0.8G0.8\_A (linke Darstellung) und F1.5G1.5\_A (rechte Darstellung)

Quantitativ betrachtet, ist der Einfluss des Levitationseffekts auf die Kapazitätsänderung in Antriebsrichtung bei der Struktur F1.5G1.5\_A ( $g = 1.5 \mu\text{m}$ ) mehr als doppelt groß wie bei der Vergleichsstruktur F0.8G0.8\_A ( $g = 0.8 \mu\text{m}$ ). Diese Differenz ist aber nicht nur auf die verschiedenen Fingerabstände zurückzuführen. Insbesondere die Abhängigkeit von den Federkonstanten  $k_d$  und  $k_z$  ist nicht zu vernachlässigen. Diese Kenngrößen sind bei beiden Strukturen ebenfalls unterschiedlich dimensioniert. Auf Grund der Vielzahl ungleicher Parameter werden die absoluten Werte nicht näher miteinander verglichen.

Qualitativ zeigt sich in beiden Darstellungen ein ähnliches Verhaltensmuster. Mit zunehmender Spannung und Auslenkung (beziehungsweise Fingerüberlappung) erhöht sich der Beitrag zur Kapazitätsänderung. Das relativ stark ansteigende Verhalten bei kleineren Spannungs- und Überlappungswerten (große negative Auslenkung) ist darauf zurückzuführen, dass die beweglichen Finger zunehmend aus der Ebene der verankerten Finger herausgehoben werden und damit die Kapazität steigt. Bei größeren Spannungswerten (Abbildung 2.17) und  $y$ -Auslenkungen nähern sich die Finger immer mehr dem Wert  $z_0$  an. Je geringer der Abstand zu  $z_0$  wird, umso kleiner wird die Levitationskraft. Das bedeutet, dass die Finger mit weiter zunehmender Spannung und Auslenkung nur noch geringfügig weiter angehoben werden und damit der Beitrag zur Kapazitätsänderung fast konstant bleibt.



Bei den statischen Messungen wird die Spannung erhöht, um das Shuttle weiter auszulenken. Das bedeutet, dass sich während der Messung sowohl Spannung als auch  $y$ -Auslenkung ändern. In den dreidimensionalen Darstellungen der Abbildung 2.20 resultieren die schwarzen Linien aus den  $(U_a, y)$ -Wertepaaren der Messungen. Für  $dC_a/dy|_{Lev}$  als Funktion der Auslenkung folgen daraus die im linken Diagramm der Abbildung 2.21 dargestellten Kurven.

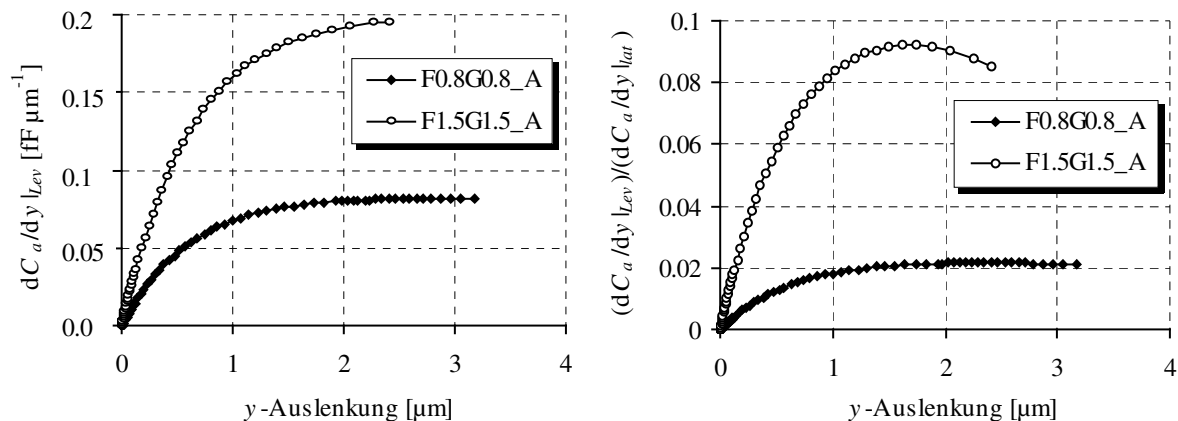


Abbildung 2.21: Berechnete levitationsbedingte Beiträge zur Kapazitätsänderung  $dC_a/dy|_{Lev}$  (links) und Verhältnis von  $dC_a/dy|_{Lev}$  zu  $dC_a/dy|_{lat}$  (rechts) in Abhängigkeit von der Auslenkung in  $y$ -Richtung

Wie groß der relative Einfluss der Levitation ist, zeigt das in Abbildung 2.21 (rechts) dargestellte Verhältnis  $(dC_a/dy|_{Lev}) / (dC_a/dy|_{lat})$ . Bei den zwei berechneten Strukturen ist die levitationsbedingte Änderung der Kapazität  $dC_a/dy|_{Lev}$  um mehr als eine Größenordnung kleiner als  $dC_a/dy|_{lat}$ .

## 2.6 Bewegungsgleichung bei nicht konstanter Kapazitätsänderung

Aus den FEM-Simulationen in Kapitel 2.3 und der Berücksichtigung des Levitationseffekts ergeben sich Kapazitätsänderungen in Antriebsrichtung ( $y$ -Richtung), die von der  $y$ -Auslenkung abhängig sind. Das führt dazu, dass die Antriebskräfte ebenfalls eine Abhängigkeit von dieser Richtungskomponente aufweisen.

Mit den Substitutionen

$$F_0 = \left( \frac{dC_a}{dy} \Big|_{lat} + \frac{dC_a}{dy} \Big|_{Lev} \right) U_{dc} u_{ac} \quad (2.82)$$

$$\left. \frac{dC}{dy} \right|_{all} = \left. \frac{dC_a}{dy} \right|_{lat} + \left. \frac{dC_d}{dy} \right|_{lat} + \left. \frac{dC_a}{dy} \right|_{Lev} + \left. \frac{dC_d}{dy} \right|_{Lev} \quad (2.83)$$

und der Annahme  $U_{dc} \gg u_{ac}$  nimmt die Gleichung (2.60) die folgende Form an.

$$F_{el} = -F_0 \sin(\omega t) + \frac{1}{2} \left. \frac{dC}{dy} \right|_{all} U_{dc}^2 \quad (2.84)$$

Weil die levitationsbedingten Beiträge zur Kapazitätsänderung vergleichsweise gering sind, wird der Einfluss der Levitation in den ersten Betrachtungen nicht berücksichtigt. Für die Bewegungsgleichung gilt unter Verwendung der Gleichungen (2.41) und (2.42), die zur Beschreibung der gesamten Kapazitätsänderung noch mit 80 (2·FZ, da nur halbe Finger simuliert wurden) multipliziert werden müssen:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + \alpha \frac{dy}{dt} + ky = -80 \left( \frac{P1 P2}{(y_0 - y)^{P2+1}} + P3 P4 y^{P4-1} \right) U_{dc} u_{ac} \sin(\omega t) + \frac{80}{2} \left( \frac{P1 P2}{(y_0 - y)^{P2+1}} - \frac{P1 P2}{(y_0 + y)^{P2+1}} + (1 + (-1)^{P4}) P3 P4 y^{P4-1} \right) U_{dc}^2 \quad (2.85)$$

Hierbei handelt es sich um eine nichtlineare Differenzialgleichung, für die keine geschlossene analytische Lösung existiert. Auf Grund der Abhängigkeit der Antriebsamplitude  $F_0$  von der Auslenkung  $y$  ist auch die Methode der Harmonischen Balance für eine Lösungsabschätzung ungeeignet [31]. Der Amplitudengang wird deshalb numerisch berechnet. Die Berechnungen müssen bis zu dem Zeitpunkt erfolgen, bei dem das System eingeschwungen und damit die Schwingungsamplitude der Auslenkung konstant ist.

Die numerischen Berechnungen erfolgten mit dem in Matlab integrierten Programmpaket Simulink. Darin wird die Differenzialgleichung durch einen Blockschaltplan (Abbildung 2.22) beschrieben und die Beschleunigung (Ausgang des MatlabFunction-Blocks), die Geschwindigkeit (Ausgang des Integrator-Blocks) sowie die Auslenkung (Ausgang des Integrator1-Blocks) für die vorgegebenen Zeitschritte berechnet. In Abbildung 2.23 sind die für unterschiedliche  $U_{dc}$ -Spannungswerte berechneten Amplitudengänge ohne Berücksichtigung der Levitation dargestellt. Wie erwartet, neigen sich die Kurven mit zunehmender Spannung verstärkt zu niedrigen Frequenzen. Hauptgrund dafür ist der in der Differenzialgleichung (2.85) auftretenden  $U_{dc}^2$ -Term. Eine Reihenentwicklung dieses

Ausdrucks ergibt ein Polynom mit ungeraden Potenzen. Der lineare Teil wirkt wie eine elektrische Feder und führt mit zunehmender Antriebsspannung zu einer Aufweichung der mechanischen Feder und somit zu einer Verschiebung der Resonanzüberhöhung zu niedrigeren Frequenzen.

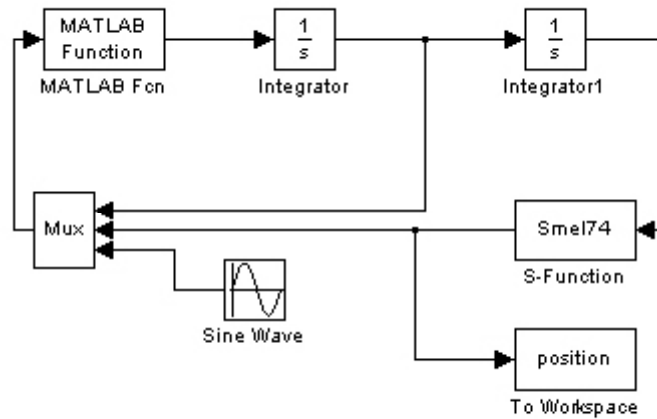


Abbildung 2.22: Simulink-Blockschaltplan zur numerischen Lösung der Bewegungsgleichung (2.85)

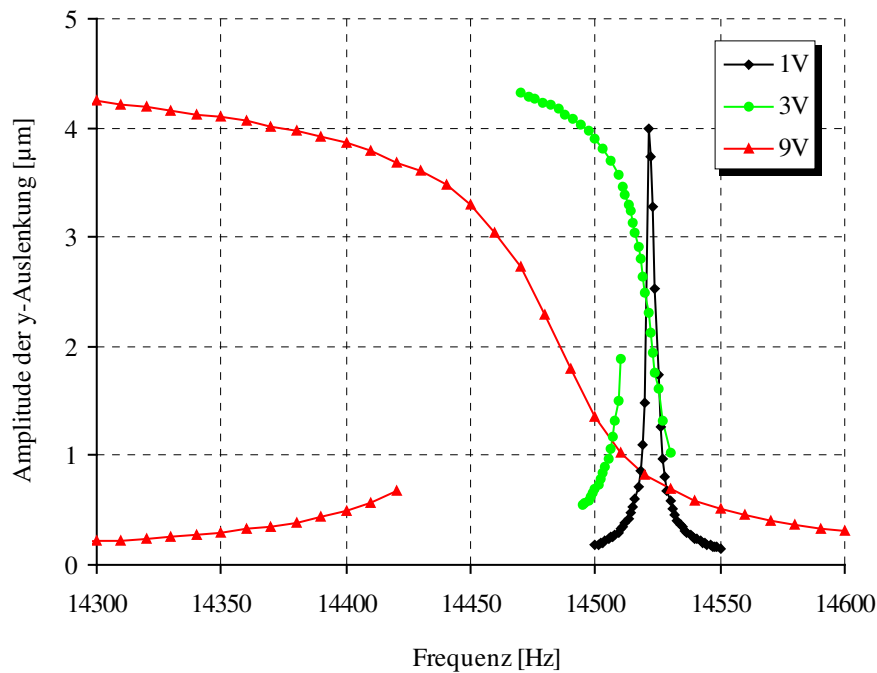


Abbildung 2.23: Berechnete Amplitudengänge ohne Berücksichtigung der Levitation für unterschiedliche Spannungswerte  $U_{dc}$  für die Struktur F0.8G0.8\_A

Wird der Levitationseffekt berücksichtigt, erhöht sich der rechnerische Aufwand drastisch, da die Kopplung von drei Schwingungsmoden betrachtet werden muss. Die Bewegungsgleichung (2.85) für die Antriebsmode wird dann zu:

$$\begin{aligned}
 m \frac{d^2 y}{dt^2} + \alpha \frac{dy}{dt} + ky = & - \left( 80 \left( \frac{P1 P2}{(y_0 - y)^{P2+1}} + P3 P4 y^{P4-1} \right) + \frac{dC_a}{dy} \Big|_{Lev} \right) U_{dc} u_{ac} \sin(\omega t) \\
 & + \frac{1}{2} \left( 80 \left( \frac{P1 P2}{(y_0 - y)^{P2+1}} - \frac{P1 P2}{(y_0 + y)^{P2+1}} + (1 + (-1)^{P4}) P3 P4 y^{P4-1} \right) + \frac{dC_a}{dy} \Big|_{Lev} + \frac{dC_d}{dy} \Big|_{Lev} \right) U_{dc}^2
 \end{aligned} \quad (2.86)$$

Ausgehend von den Gleichungen (2.66) und (2.69) für das statische Gleichgewicht folgt für das dynamische Gleichgewicht der vertikalen Bewegung  $z_1$  und der Kippschwingung  $z_2$ :

$$m \frac{d^2 z_1}{dt^2} + \alpha_1 \frac{dz_1}{dt} + k_z z_1 = F_{a,Lev} + F_{d,Lev} \quad (2.87)$$

$$\frac{J_x}{r^2} \frac{d^2 z_2}{dt^2} + \frac{\alpha_2}{r^2} \frac{dz_2}{dt} + k_d z_2 = F_{a,Lev} - F_{d,Lev} \quad (2.88)$$

Da die Dämpfungskoeffizienten  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  nicht bekannt sind, werden diese nach [32, 33] abgeschätzt. Die Levitationskräfte  $F_{a,Lev}$  und  $F_{d,Lev}$  auf der Antriebs- beziehungsweise Detektionsseite sind nach den Gleichungen (2.71) und (2.72) von der Auslenkung  $z_1$  und  $z_2$  abhängig. Aus  $z_1$  und  $z_2$  ergibt sich nach den Gleichungen (2.73) und (2.74) die gesamte vertikale Auslenkung der Finger beider Seiten. Daraus werden die antriebs- und detektionsseitige Kapazität (Gleichungen (2.64) und (2.65)) beziehungsweise durch Ableitung nach  $y$  die zusätzlichen levitationsbedingten Kapazitätsänderungen  $dC_a/dy|_{Lev}$  und  $dC_d/dy|_{Lev}$  in  $y$ -Richtung ermittelt. Diese gehen in die Terme der Antriebskräfte der Bewegungsgleichung (2.86) mit ein. Die Lösung dieses Differenzialgleichungssystems erfolgt wiederum mit Simulink. Den das System beschreibenden Blockschaltplan zeigt die Abbildung 2.24. Zum Vergleich sind zwei berechnete Amplitudengänge der Struktur F0.8G0.8\_A für  $U_{dc} = 9 \text{ V}$  mit und ohne Berücksichtigung der Levitation in Abbildung 2.25 dargestellt. Der Einfluss des Levitationseffekts ist sehr gering. Er führt zu einer zusätzlichen Aufweichung der Feder, was sich in einer Verschiebung der Resonanzkurve um 3 Hz und einer etwas stärkeren Neigung zu niedrigeren Frequenzen widerspiegelt. Dieser geringe Einfluss rechtfertigt den enormen Rechenaufwand für das Modell mit Berücksichtigung des Levitationseffekts in diesem Falle nicht. Bei größeren Fingerabständen, weicheren Federn und höheren Spannungen könnten die Unterschiede aber markanter sein und den Einsatz eines solchen Modells erforderlich machen.

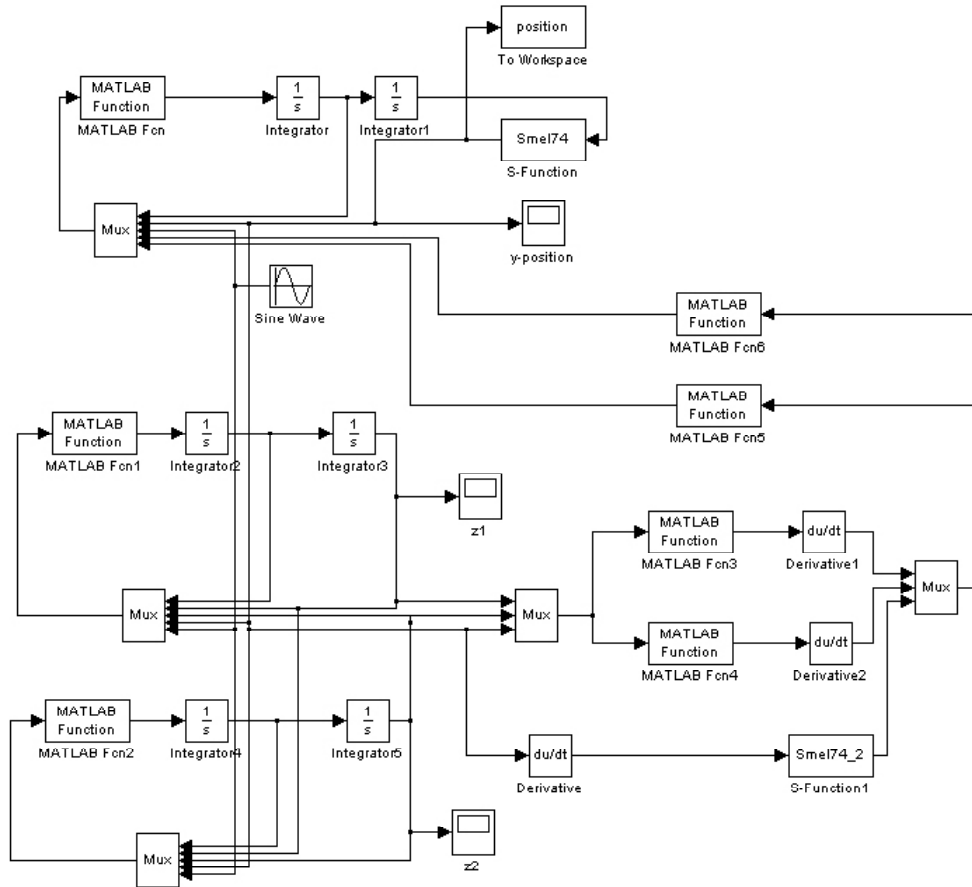


Abbildung 2.24: Simulink-Blockschaltplan zur numerischen Lösung der Bewegungsgleichung (2.86) mit Berücksichtigung des Levitationseffekts (Gleichung (2.87) und (2.88))

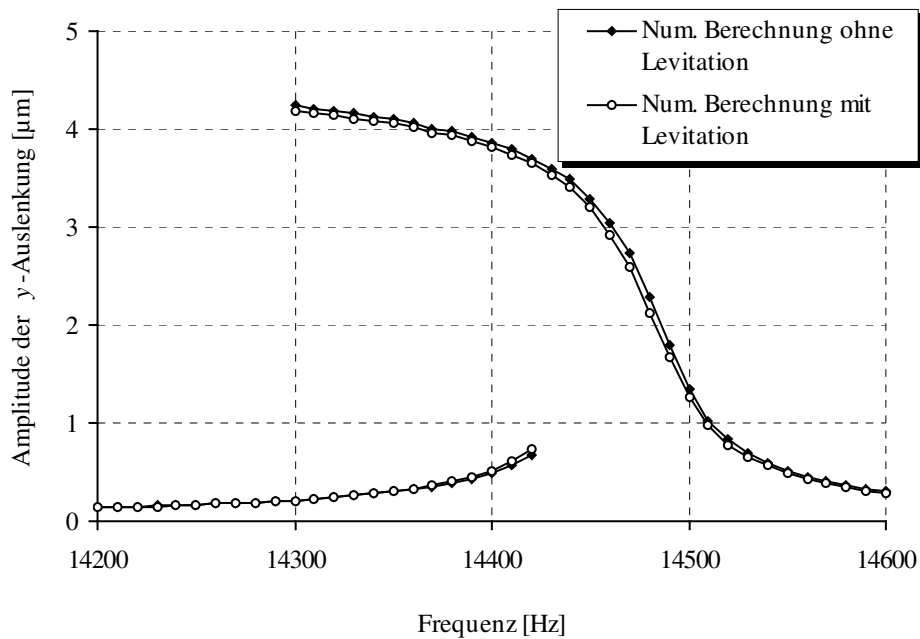


Abbildung 2.25: Vergleichende Darstellung der numerisch berechneten Amplitudengänge mit und ohne Berücksichtigung des Levitationseffekts der Stuktur F0.8G0.8\_A

## 3 Herstellung in Siliziumtechnologie

### 3.1 Prozessablauf

Ausgangsmaterial für die Herstellung der Strukturen ist ein monokristallines Siliziumsubstrat. Auf diesem wird zur elektrischen Isolation eine thermische Siliziumdioxidschicht ( $\text{SiO}_2$ ) aufgewachsen. Mit einem LPCVD (Low Pressure Chemical Vapor Deposition)-Verfahren wird dann eine 200 nm dicke Polysiliziumschicht (polykristallines Silizium) abgeschieden und anschließend strukturiert (Abbildung 3.1a).

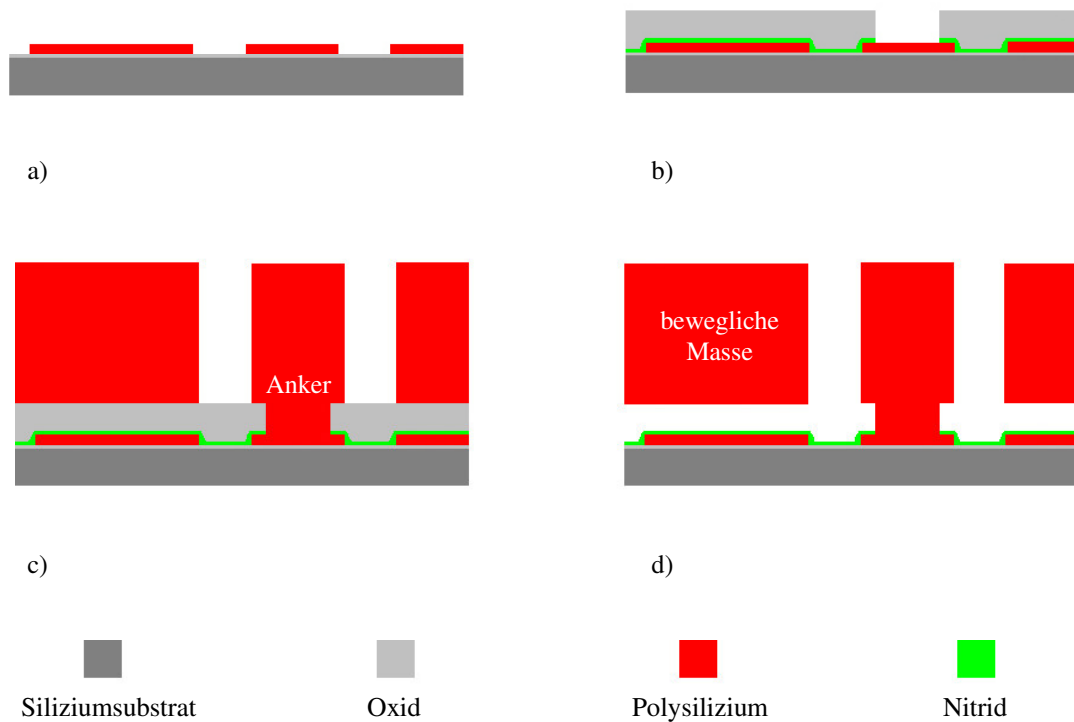


Abbildung 3.1: Prinzipieller Prozessablauf zur Herstellung einer mikroelektromechanischen Kammstruktur

Diese elektrisch leitenden Bereiche dienen als Substratelektroden und Zuleitungen für verschiedene Potenziale. Danach erfolgt die Abscheidung einer Nitridschicht. Diese wird als Ätzschutz für tiefer liegende Schichten aufgebracht. Das anschließend abgeschiedene Siliziumdioxid dient als Opferschicht. Durch die Strukturierung dieser Oxidschicht und der darunter liegenden Nitridschicht entstehen Öffnungen, die später der Verankerung und der Kontaktierung der beweglichen Struktur mit dem vergrabenen Polysilizium dienen (Abbildung 3.1b). Im nächsten Schritt erfolgt das Aufwachsen und die Strukturierung einer

mit  $4\ \mu\text{m}$  wesentlich dickeren Polysiliziumschicht, die das Basismaterial für die beweglichen Teile der Strukturen (Abbildung 3.1c) bildet. Das Freilegen der beweglichen Bereiche erfolgt in einem nasschemischen Ätzprozess durch das Entfernen der Opferoxidschicht mittels Flusssäure (Abbildung 3.1d).

Ein besonders kritischer Schritt ist das der Opferschichtätzung und dem Spülen folgende Trocknen der Strukturen. Bei diesem Vorgang werden die beweglichen Teile wegen der Oberflächenspannungen der Spülflüssigkeit zum Substrat oder zu benachbarten Strukturbereichen gezogen, an denen diese auf Grund von Adhäsionskräften haften bleiben. Um dieses sogenannte „Sticking“ zu vermeiden, wird die Methode der superkritischen Trocknung verwendet [34]. Dabei wird das Spülmedium durch flüssiges Kohlendioxid ersetzt, so dass bei hohen Drücken der Übergang von der flüssigen in die gasförmige Phase ohne ein Überschreiten der Dampfdruckkurve, die am kritischen Punkt endet, erfolgen kann.

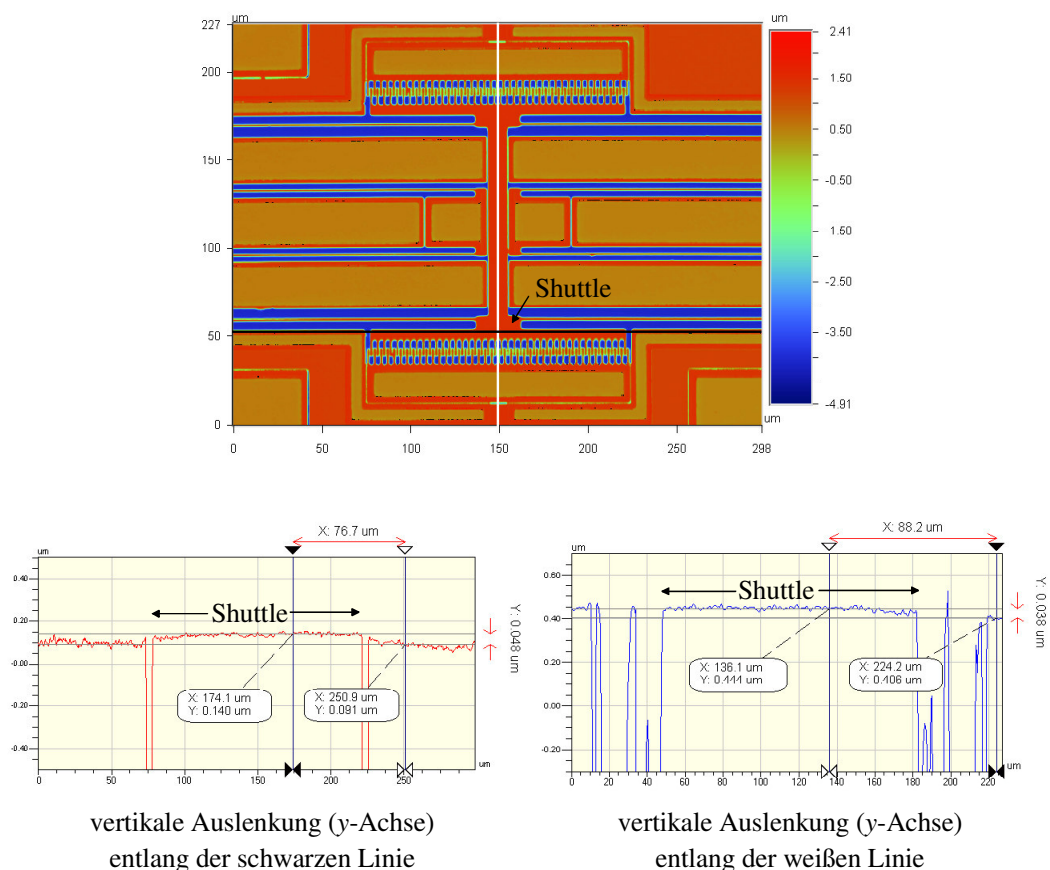


Abbildung 3.2: Messung der Heraushebung und Verkippung des Shuttles einer Kammstruktur mittels Weißlichtinterferometer Wyko NT2000

Ein weiteres in der Mikromechanik häufig auftretendes Problem sind mechanische Schichtspannungen, deren Gradienten zu Verwölbungen und Verbiegungen der beweglichen

Teile führen können. Durch verschiedene prozesstechnische Schritte (zum Beispiel Kompensationsschichten, Temperung) und Designmaßnahmen (zum Beispiel Mäanderstrukturen, Spiralfedern) [35] wird versucht, solchen Spannungen und Spannungsgradienten entgegenzuwirken. Die im Zusammenhang mit dieser Arbeit gefertigten Strukturen zeigen nur geringe Verwölbungen, wie Messungen (Abbildung 3.2) mit dem Weißlichtinterferometer Wyko NT2000 [36] belegen. Die interferometrischen Messungen ergaben eine durchschnittliche Heraushebung des Shuttles von 50 nm.

## 3.2 Design

Im Folgenden werden die für die Untersuchungen realisierten Strukturen beschrieben. Alle Varianten basieren auf dem Aufbau aus Abbildung 3.3, bei dem die bewegliche Masse über mäanderförmige Aufhängungen verankert ist.

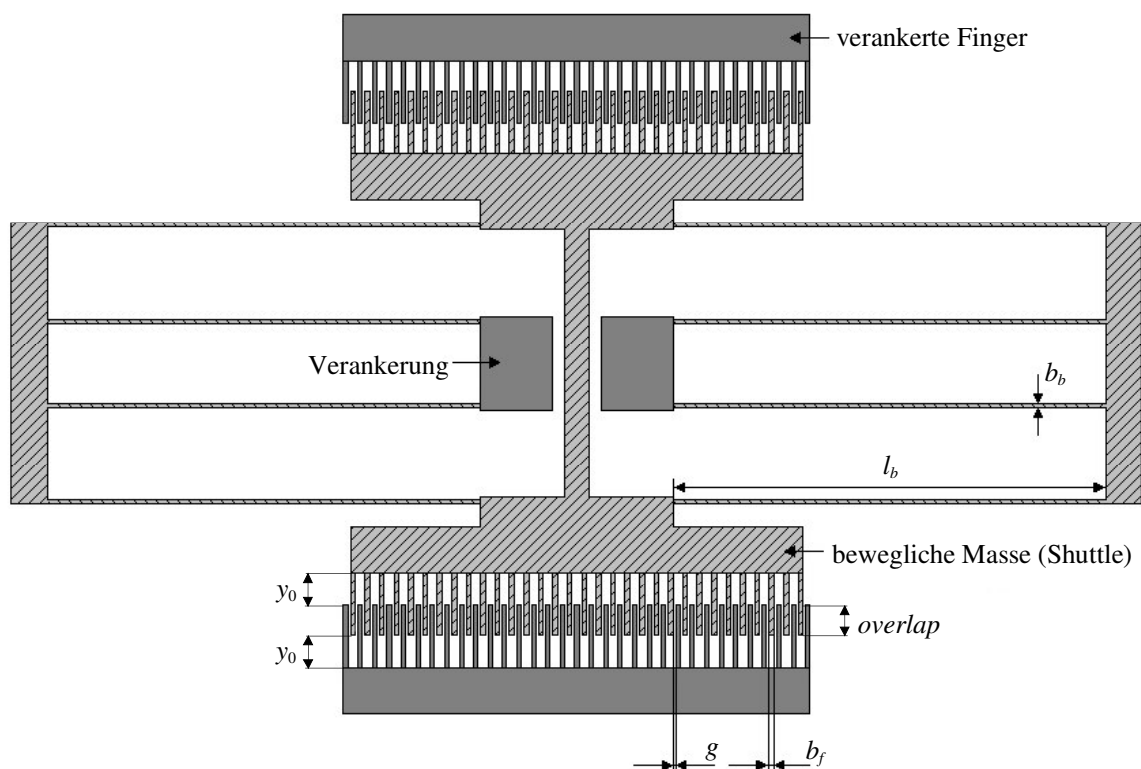


Abbildung 3.3: Aufbau eines Kammantriebs



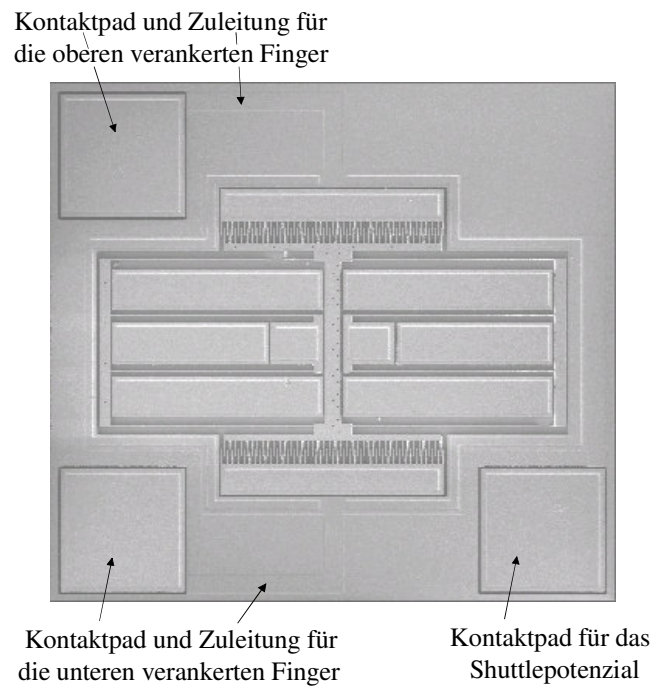


Abbildung 3.4: Mikroskopaufnahme eines gefertigten Kammantriebs

Die mittige Aufhängung des Shuttles ermöglicht eine laterale Entspannung von Stress. Alle Strukturen verfügen über 40 bewegliche und 41 verankerte Finger pro Shuttleseite. Wichtige Designparameter sind die Fingerbreite  $b_f$ , der Fingerabstand  $g$ , die Federbalkenlänge  $l_b$  und die Federbalkenbreite  $b_b$ .  $b_f$  und  $g$  sind Geometriegrößen, welche die Antriebskraft bestimmen.  $l_b$  und  $b_b$  haben Einfluss auf die Federkonstanten und damit die Resonanzfrequenzen, die mit Hilfe der in den Kapiteln 2.1.1 und 2.1.2 erörterten Methoden berechnet wurden.  $y_0$  und  $overlap$  sind konstante Maße und mit  $5\ \mu\text{m}$  bei allen Strukturen gleich groß bemessen.

Wie die Mikroskopaufnahme eines gefertigten Kammantriebs (Abbildung 3.4) zeigt, hat jede Probe drei Kontaktflächen. Über diese Pads werden die entsprechenden Potenziale angelegt beziehungsweise abgegriffen. Die beiden linken Kontakte stehen über Zuleitungen mit den festen Fingern der Antriebs- beziehungsweise Detektionsseite in Verbindung. Das Potenzial des rechten Pads wird über die untere dünne Polysiliziumebene und die im Zentrum befindliche Verankerung an die bewegliche Masse geführt.

Es wurden 25 unterschiedliche Varianten entworfen und hergestellt. Die für die durchgeführten Untersuchungen wichtigsten Designs sind der Tabelle 3.1 zu entnehmen.

Tabelle 3.1: Designvarianten der hergestellten Kammantriebe

Typ	$b_f$ [ $\mu\text{m}$ ]	$g$ [ $\mu\text{m}$ ]	$l_b$ [ $\mu\text{m}$ ]	$b_b$ [ $\mu\text{m}$ ]	theoretische Resonanzfrequenz [kHz]
F0.8G0.8_A	0.8	0.8	159	0.8	15
F0.8G0.8_B	0.8	0.8	112	0.8	20
F0.8G1.0	0.8	1.0	161	0.8	15
F1.0G1.0_A	1.0	1.0	163	1.0	15
F1.0G1.0_B	1.0	1.0	132	1.0	20
F1.2G1.0	1.2	1.0	241	1.2	10
F1.2G1.2_A	1.2	1.2	184	1.2	15
F1.2G1.2_B	1.2	1.2	239	1.2	10
F1.5G1.2	1.5	1.2	277	2.0	15
F1.5G1.5_A	1.5	1.5	278	1.5	10
F1.5G1.5_B	1.5	1.5	215	1.5	15

### 3.3 Geometriefehler

Durch nichtideale Ätzprozesse können Ätzflanken entstehen, die nicht senkrecht verlaufen. Grund dafür sind Unterätzungen der Ätzmaske und der länger andauernde Ätzangriff im oberen Bereich der Struktur. Daraus resultieren typischerweise trapezförmige Querschnitte der Aufhängungen (Abbildung 3.5).

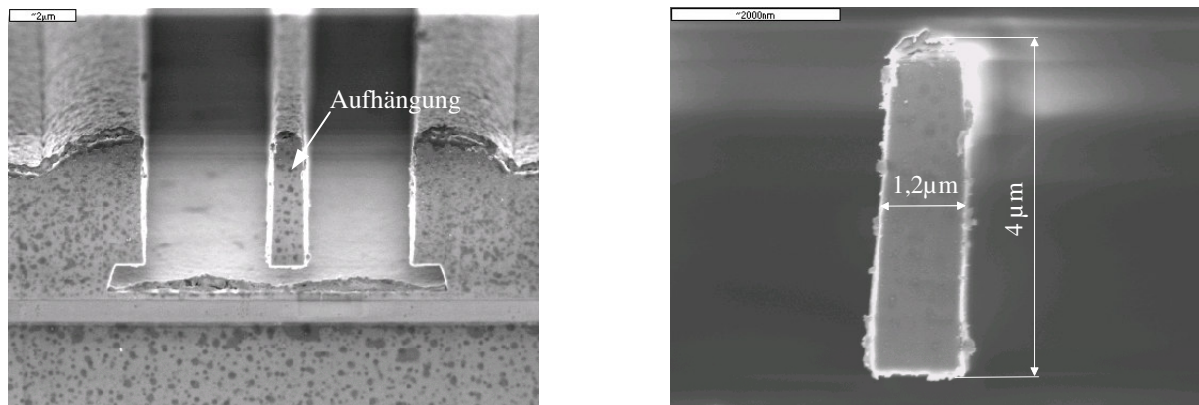


Abbildung 3.5: REM-Aufnahmen vom Querschnittsprofil der Aufhängung eines Kammantriebs mit unterschiedlicher Vergrößerung

Schlüsselparameter sind dabei die Maskenunterätzung  $b_u$  und der Flankenwinkel  $\theta$  (Abbildung 3.6).

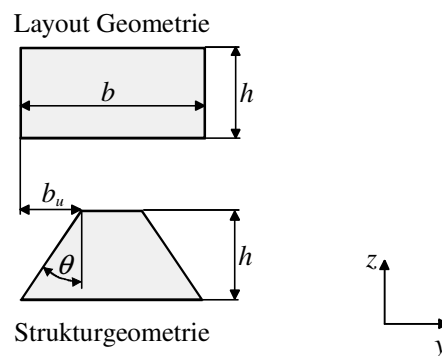


Abbildung 3.6: Schematische Darstellung fertigungsbedingter Abweichungen im Querschnittsprofil eines Balkens

Bei trapezförmigem Querschnitt ergibt sich für das Flächenträgheitsmoment bei einer Verbiegung um die in  $z$ -Richtung weisende Symmetrieachse [37, 38]:

$$I_z = \frac{h \left( 3(b - 2b_u)^2 (b^2 - 4bb_u + 5b_u^2) + 6h \tan \theta (2b^3 - 13b^2b_u + 29bb_u^2 - 22b_u^3) + 2h^2 \tan^2 \theta (12b^2 - 54bb_u + 61b_u^2) + 4h^3 \tan^3 \theta (6b - 13b_u) + 8h^4 \tan^4 \theta \right)}{36(b - 2b_u + h \tan \theta)}. \quad (2.89)$$

Im Vergleich dazu ist das Flächenträgheitsmoment eines idealen rechteckigen Querschnitts:

$$I_{z0} = \frac{b^3 h}{12}. \quad (2.90)$$

Abhängig von der Stärke der Unterätzung und der Steilheit der Flanken kann das reale Flächenträgheitsmoment größer oder kleiner als das ideale Flächenträgheitsmoment sein (Abbildung 3.7). Das bedeutet, dass abhängig von den geometrischen Verhältnissen auch die Resonanzfrequenz ober- oder unterhalb des gewünschten Wertes liegen kann.

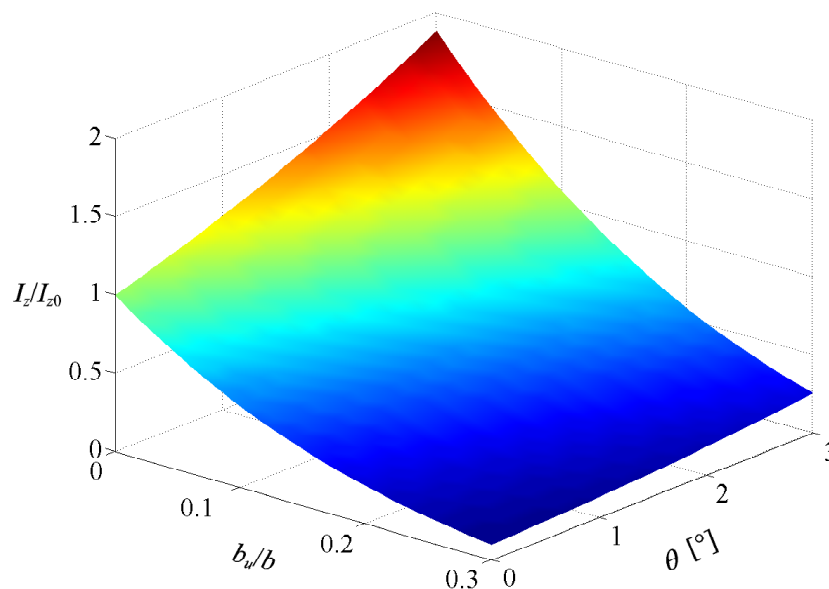


Abbildung 3.7: Verhältnis von trapezförmigem zu idealem Flächenträgheitsmoment in Abhängigkeit vom Flankenwinkel  $\theta$  und dem Verhältnis von Unterätzung zu Designbreite

Zur quantitativen Abschätzung der Querschnittsabmaße der Aufhängungen der zu untersuchenden Strukturen wurden REM-Bruchmessungen durchgeführt. Wie die Tabelle 3.2 zeigt, bestehen insbesondere im oberen Bereich der Aufhängungen deutliche Abweichungen von den Designmaßen. Daraus lässt sich für den Prozess eine Unterätzung von etwa 100 nm ableiten. Aus den Ergebnissen kann man schließen, dass die zu messenden Resonanzfrequenzen der Antriebsmode bei schmalen Balken mehr und bei breiten Balken weniger weit unter den theoretisch berechneten Eigenfrequenzen liegen werden. In der Tabelle 3.3 sind die bei den Messungen zu erwartenden prozentualen Abweichungen der

Resonanzfrequenzen von den theoretisch errechneten Eigenfrequenzen für die Antriebsmode in Abhängigkeit von der Aufhängungsbreite aufgeführt.

Tabelle 3.2: Aus REM-Bruchmessungen ermittelte Breite der Aufhängungen im Vergleich zur entworfenen Breite

Designbreite [ $\mu\text{m}$ ]	Breite oben [ $\mu\text{m}$ ]	Breite unten [ $\mu\text{m}$ ]	Durchschnitt [ $\mu\text{m}$ ]	Differenz [ $\mu\text{m}$ ]	mittlere Abweichung [%]
0.8	0.58	0.79	0.685	0.115	-14.4
1.0	0.782	0.9857	0.884	0.116	-11.6
1.2	1.03	1.172	1.101	0.099	-8.2
1.5	1.29	1.54	1.415	0.085	-5.7
2.0	1.7796	2.025	1.902	0.098	-4.9

Tabelle 3.3: Aus REM-Bruchmessungen ermittelte zu erwartende prozentuale Abweichung der gemessenen von den theoretischen Resonanzfrequenzen in Abhängigkeit von der entworfenen Aufhängungsbreite

entworfene Aufhängungsbreite [ $\mu\text{m}$ ]	Erwartete prozentuale Differenz zwischen gemessener und theoretischer Resonanzfrequenz [%]
0.8	-17.3
1.0	-14.1
1.2	-11.9
1.5	-9.6
2.0	-7.3

Weitere Beispiele für fertigungsbedingte Geometriefehler sind abgerundete Fingerenden (Abbildung 3.8 links) und Unterschiede in der Länge der einzelnen Finger (Abbildung 3.8 rechts). Die weiße Linie im linken Bild verdeutlicht die entworfenen Fingerform. Solche Fehler haben Einfluss auf die Antriebskraft und können zu nichtidealem Verhalten führen.

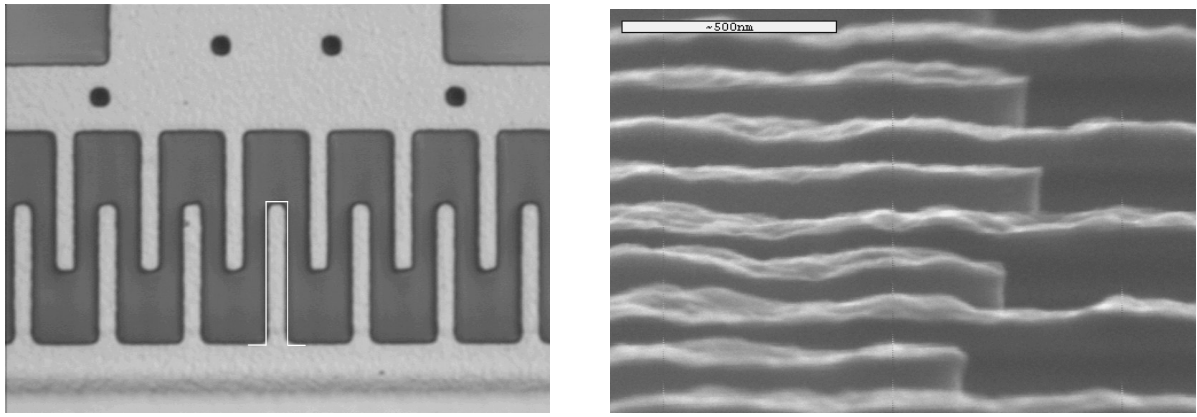


Abbildung 3.8: Mikroskop- (links) und REM-Aufnahme (rechts) der Finger eines Antriebskamms

## 4 Laterale Schwingungsmessung

Die Bestimmung der Auslenkung lateraler Kammantriebe kann mittels elektrischer [39] oder optischer [40, 41] Messmethode erfolgen.

Erstere beruht auf der Auswertung der auslenkungsabhängigen Kapazitätsänderung der untersuchten Struktur. Die Nachteile einer solchen Messung sind die Empfindlichkeit gegenüber parasitären Kapazitäten und der Einfluss von Überkoppelwirkungen der elektrischen Anregung auf die Detektionselektroden. Aus diesen Gründen wurde ein optischer Messplatz errichtet, mit dem sich das mechanische Verhalten ohne antriebsseitige Einflüsse auf die Messergebnisse bestimmen lässt. Ein weiterer Vorteil besteht in der Visualisierung der mechanischen Bewegung, was eine zusätzliche qualitative Beurteilung ermöglicht.

### 4.1 Messmethode

Mit dem im Rahmen dieser Arbeit realisierten Messsystem können die Bewegungen mikroskopisch kleiner Strukturen mit einer Auflösung im Nanometerbereich detektiert werden. Dabei wird die zu untersuchende Probe mit einem definierten Stimulus angeregt und deren Bewegung zu bestimmten Zeitpunkten durch eine stroboskopische Beleuchtung „eingefroren“. Aus den mit einer CCD-Kamera aufgezeichneten Bildern lässt sich die Bewegung der angeregten Struktur unter Verwendung spezieller Bildverarbeitungsalgorithmen qualitativ und quantitativ charakterisieren. Die wichtigsten, die Auflösung limitierenden Faktoren sind von außen eingeprägte Schwingungen und Unvollkommenheiten der Kamera, wie Unterschiede in der Empfindlichkeit der einzelnen Pixel (fixed-pattern Rauschen) [42].

### 4.2 Realisierung des Messplatzes

Das verwendete optische Messprinzip macht es erforderlich, den Messplatz besonders stabil und gegenüber Umgebungsschwingungen isoliert aufzubauen. Aus diesem Grund wurde der gesamte Aufbau auf einem schwingungsgedämpften optischen Tisch errichtet. Dieser dämpft

die Schwingungen des Untergrundes, die typischerweise hunderte von  $\mu\text{m}$  in der Amplitude betragen. [42].

Da die zu detektierenden Bewegungen bei atmosphärischem Luftdruck so stark gedämpft werden, dass sie keine messbaren Auslenkungen aufweisen, ist eine Vakuumkammer erforderlich. Diese wurde eigenständig konstruiert und so konzipiert, dass eine Kontaktierung der Proben per Nadeln möglich ist. Die Abbildung 4.1. zeigt den schematischen Aufbau des Messplatzes.

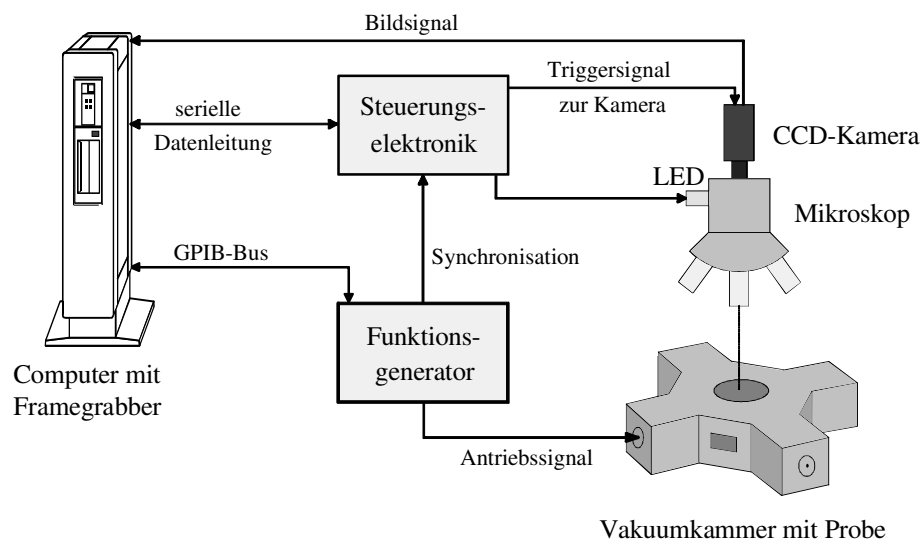


Abbildung 4.1: Schematischer Aufbau des optischen Messplatzes zur lateralen Schwingungsmessung

Im Weiteren werden wichtige Komponenten des Messaufbaus erläutert.

### 4.2.1 Optik

Die verwendete Optik besteht aus den folgenden Elementen:

- Beleuchtung
- Mikroskop
- Glasplatte der Vakuumkammer
- CCD-Kamera



### Beleuchtung

Als Lichtquelle wird eine sehr lichtstarke grüne LED ( $\lambda = 532$  nm, Lichtintensität = 10 cd) von der Firma Nishia verwendet. Eine solche Beleuchtung weist einen vergleichsweise schmalen Wellenlängenbereich der emittierten Strahlung auf, was sehr kontrastreiche Bilder und auf Grund der geringen Ansprechzeiten (ns-Bereich) sehr kurze Lichtpulse ermöglicht. Den limitierenden Faktor hierbei stellt in der Praxis die Ansteuerungselektronik für die Leuchtdiode dar. Die im Zuge dieser Arbeit realisierte Schaltung erlaubt eine minimale Pulsdauer von 50 ns.

Ein wesentlicher Grund für die Verwendung einer grünen LED ist insbesondere die beugungsbedingte und damit wellenlängenabhängige Begrenzung der optischen Auflösung. Zwei eng beieinanderliegende Punkte lassen sich bei gerader Beleuchtung noch als getrennt wahrnehmen, wenn der Abstand größer als  $\lambda/NA$  [43] ist. Je kleiner die Wellenlänge  $\lambda$  und je größer die numerische Apertur  $NA$  des Objektivs sind, desto feinere Strukturen können aufgelöst werden. Die Beugungsbegrenzung führt also zu einer Tiefpassfilterung der Bilder, die aber zur Vermeidung von Aliasingeffekten durch die örtliche Digitalisierung bis zu einem gewissen Grad erwünscht ist.

### Mikroskop

Die Proben werden durch das Auflichtmikroskop FS-70L der Firma Mitutoyo abgebildet. Bei den Messungen wurde ein 20fach Objektiv mit einer numerischen Apertur von  $NA = 0.5$  und einem Arbeitsabstand von 30 mm verwendet. Auf Grund der 3 mm dicken Glasplatte der Vakuumkammer zwischen Objektiv und Probe wurde von der Firma Mitutoyo eine Korrektur der Objektive vorgenommen, welche die durch das Glas bedingte Änderung des optischen Strahlengangs berücksichtigt. Diese Korrektur führt zu deutlich schärferen und kontrastreicheren Bildern. Von besonderer Bedeutung ist der große Arbeitsabstand, da außer der Glasplatte auch die Nadeln für die Kontaktierung der zu untersuchenden Strukturen zwischen Objektiv und Probe Platz finden müssen. Um eine optimale Ausleuchtung der Proben erreichen zu können, verfügt das FS-70L über die Möglichkeit, eine Köhlersche Beleuchtung einzustellen [43, 44].

### Glasplatte der Vakuumkammer

Das Fenster der Vakuumkammer besteht aus einer 3 mm dicken kreisrunden Glasplatte aus BK7-Glas der Firma Schott. BK7 ist ein spezielles Glas für optische Anwendungen, das einen

hohen Transmissionskoeffizienten aufweist. Zusätzlich verfügt die Glasplatte über eine Antireflexionsbeschichtung, um einer Verringerung des Bildkontrasts durch Reflexionen am Fenster der Vakuumkammer vorzubeugen.

### CCD-Kamera

Die Aufnahme der Bilder erfolgt mit einer UNIQ UP-900 10-Bit Schwarz-Weiß-Digitalkamera mit einer Pixelmatrix von  $1392 \times 1040$  Bildpunkten [45]. Jeder Bildpunkt hat eine quadratische Fläche von  $4.65 \mu\text{m} \times 4.65 \mu\text{m}$ . Der Abstand zwischen zwei Pixeln beträgt ebenfalls  $4.65 \mu\text{m}$ , was einem Füllfaktor von 100% entspricht. Die Kamera kann durch ein externes Signal getriggert werden. Die höchste Empfindlichkeit zeigt dieses Modell im Wellenlängenbereich um 500 nm. Diese Charakteristik passt gut zu dem von der LED emittierten Licht, das eine Wellenlänge von 532 nm hat.

## 4.2.2 Steuerungselektronik

Die Elektronik zur Kontrolle des Messvorgangs stellt die Schnittstelle zwischen Software und Datenauswertung einerseits sowie Kamera und Beleuchtung andererseits dar.

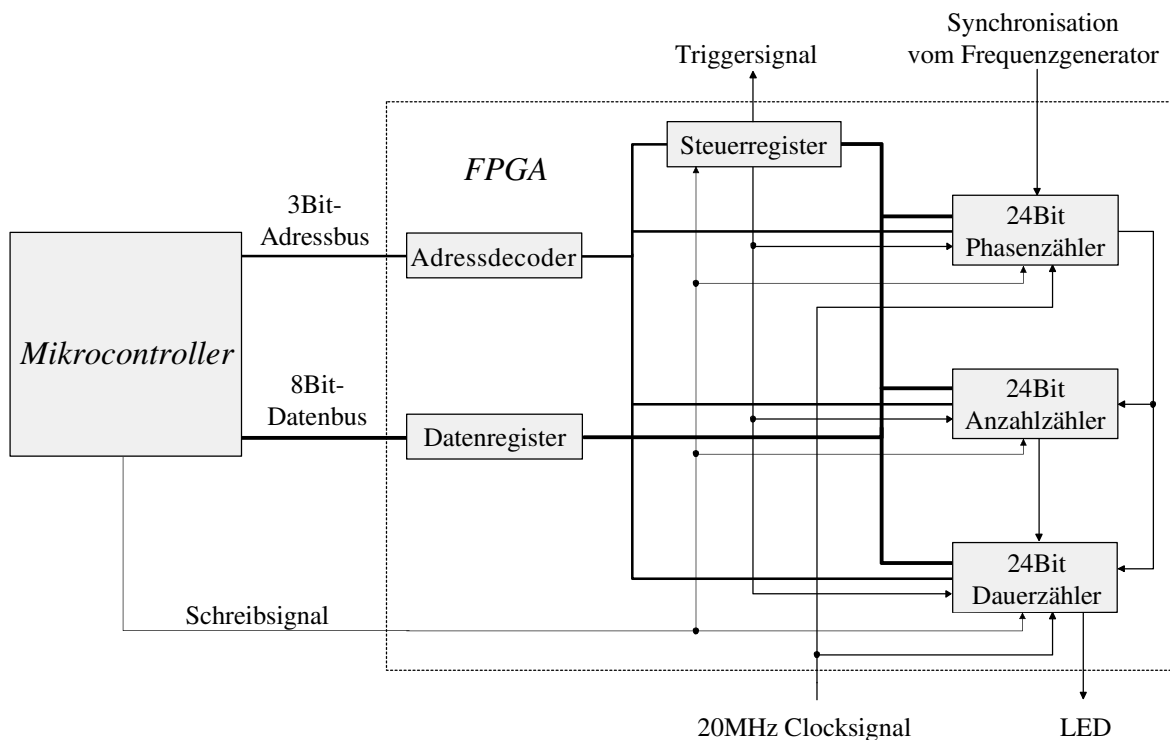


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung der Steuerungselektronik

Kernstück zur Kontrolle des Messvorgangs ist ein Atmel AT89C2051 Mikrocontroller. Dieser steht über die serielle Schnittstelle mit einem Computer in Verbindung. Die für den Messvorgang benötigten Parameter werden über eine spezielle in VC++ programmierte Software eingegeben. Mit dem Start der Messung erfolgt die Übermittlung der Daten an den Mikrocontroller, der nun die Konfiguration eines für diese Anwendung programmierten FPGA's (Field Programmable Gate Array) übernimmt. Die Verbindung zwischen Mikrocontroller und FPGA wird durch einen Daten- und Adressbus sowie weitere Steuerleitungen gewährleistet.

Neben verschiedenen Registern für die Messdaten und die Steuerbefehle wurden auch drei Zähler in den FPGA programmiert. Der Phasenzähler zählt die Zeit aus, mit der die Blitzpulse der Antriebsspannung nacheilen. Ist die gewünschte Phase erreicht, werden entsprechende Signale an den Anzahl- und Dauerzähler gegeben. Der Anzahlzähler enthält die Zahl der zu erzeugenden Blitze. Wurden alle Lichtpulse bei einer bestimmten Phasenlage generiert, wird in den Phasenzähler der nächste Wert geschrieben und eine weitere Messung kann beginnen. Wie lange ein Lichtblitz andauert, bestimmt der Dauerzähler, der die Treiberschaltung für die LED ansteuert. Mit 24Bit-Registertiefe und 20 MHz-Zähltakt können Blitze von 50 ns bis 0.8 s Dauer generiert werden. Da die zu vermessenden Schwingungsfrequenzen in der Regel zwischen 10-20 kHz lagen, war dieser Bereich ausreichend.

### 4.2.3 Bildverarbeitung

Zur Detektion der Auslenkungsänderung der sich bewegenden Struktur aus zwei zu unterschiedlichen Zeitpunkten aufgezeichneten Kamerabildern wird ein Bildverarbeitungsalgorithmus verwendet, der auf einer stückweisen linearen Interpolation (first-order spatiotemporal gradients) beruht [46, 47]. Dieses sogenannte Gradientenverfahren ermöglicht die Bestimmung von Auslenkungen im Nanometerbereich. Anders als bei der Kantendetektions- [48] oder der Punktanpassungsmethode [49, 50] können Algorithmen, die auf Gradientenverfahren basieren, für die Auswertung beliebiger Bilder verwendet werden. Es sind keine Informationen über den früheren Zustand des Beobachtungsobjektes notwendig. Außerdem berücksichtigen diese Prozeduren Informationen von allen Teilen eines Bildes, was besonders für die Auswertung verrauschter Bilder von Bedeutung ist.

Prinzipiell wird mit dem Gradientenverfahren die Verschiebung ermittelt, um die zwei linear interpolierte Bilder gegeneinander verschoben werden müssen, so dass die Summe der

quadrierten Intensitätsdifferenzen über alle Pixel minimal wird. Ist der gesuchte Verschiebungswert größer als der Pixelabstand, liefert das Verfahren im ersten Schritt einen Schätzwert (ganzzahliges Vielfaches des Pixelabstands), um den die Originalbilder gegeneinander verschoben werden. In einem weiteren Schritt wird aus den verschobenen Bildern ein Wert für eine weitere Verschiebung abgeschätzt. Diese Prozedur der Annäherung wird so oft wiederholt, bis der Schätzwert für eine Verschiebung kleiner als der Pixelabstand ist. Die gesuchte Auslenkung ergibt sich dann aus der Summe der einzelnen Verschiebungswerte.

Für die Beschreibung des Gradientenalgorithmus seien  $A(x,y)$  und  $B(x,y)$  Aufnahmen einer bewegten Struktur zu verschiedenen Zeitpunkten, so dass  $A$  und  $B$  gegeneinander verschobene Bereiche beinhalten [51]. Des Weiteren wird eine rein translatorische Verschiebung vorausgesetzt, so dass

$$A\left(x - \frac{d_x}{2}, y - \frac{d_y}{2}\right) = B\left(x + \frac{d_x}{2}, y + \frac{d_y}{2}\right) \quad (4.1)$$

gilt.

Darin repräsentieren  $d_x$  und  $d_y$  die Verschiebung der Bilder in  $x$ - beziehungsweise  $y$ -Richtung. Für kleine Verschiebungen kann man sich nach einer Taylorentwicklung beider Seiten auf die linearen Terme beschränken. Damit gilt:

$$A(x, y) - \frac{d_x}{2} \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{d_y}{2} \frac{\partial A}{\partial y} = B(x, y) + \frac{d_x}{2} \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{d_y}{2} \frac{\partial B}{\partial y}. \quad (4.2)$$

Die Bilder  $A(x,y)$  und  $B(x,y)$  entsprechen Arrays von Pixelintensitätswerten  $A[i,j]$  und  $B[i,j]$ . Die Bilder und ihre partiellen Ableitungen werden an Punkten zwischen den Pixeln approximiert. So wird  $A[(i+1/2)\Delta, (j+1/2)\Delta]$  durch

$$\bar{A}[i, j] = \frac{A[i, j] + A[i+1, j] + A[i, j+1] + A[i+1, j+1]}{4} \quad (4.3)$$

angenähert, wobei  $\Delta$  den Pixelabstand bezeichnet. Die partiellen Ableitungen  $\partial A/\partial x$  und  $\partial A/\partial y$  am Punkt  $[(i+1/2)\Delta, (j+1/2)\Delta]$  lassen sich durch

$$\overline{A_x}[i, j] = \frac{A[i+1, j] - A[i, j] + A[i+1, j+1] - A[i, j+1]}{2\Delta} \quad (4.4)$$

$$\overline{A_y}[i, j] = \frac{A[i, j+1] - A[i, j] + A[i+1, j+1] - A[i+1, j]}{2\Delta} \quad (4.5)$$

approximieren.

Das Einsetzen dieser Näherungen in Gleichung (4.2) ergibt:

$$\overline{A}[i, j] - \overline{B}[i, j] = \frac{d_x}{2} (\overline{A_x}[i, j] + \overline{B_x}[i, j]) + \frac{d_y}{2} (\overline{A_y}[i, j] + \overline{B_y}[i, j]). \quad (4.6)$$

Dies stellt ein zweidimensionales Feld  $[i, j]$  von Gleichungen mit den zwei Unbekannten  $d_x$  und  $d_y$  dar. Da die Bilddaten der Kamera durch Rauschen gestört werden, sind die Bestimmungsgleichungen im Allgemeinen nicht konsistent. Solche Gleichungen lassen sich näherungsweise mittels Least-Mean-Square-Verfahren lösen [47]. Aus Gleichung (4.6) ergibt sich unter Verwendung der Substitutionen

$$G_x[i, j] = \frac{(\overline{A_x}[i, j] + \overline{B_x}[i, j])}{2} \quad (4.7)$$

$$G_y[i, j] = \frac{(\overline{A_y}[i, j] + \overline{B_y}[i, j])}{2} \quad (4.8)$$

$$G_t[i, j] = \overline{B}[i, j] - \overline{A}[i, j] \quad (4.9)$$

für alle Pixel:

$$\sum_i \sum_j [(d_x G_x + d_y G_y + G_t)^2] = 0 = f(d_x, d_y) \rightarrow \text{Minimum}. \quad (4.10)$$

Zum Auffinden des Minimums werden die ersten Ableitungen von  $f(d_x, d_y)$  gebildet und deren Nullstellen ermittelt.

$$\frac{\partial f}{\partial d_x} = 2 \sum_i \sum_j (d_x G_x G_x + d_y G_x G_y + G_x G_t) = 0 \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial f}{\partial d_y} = 2 \sum_i \sum_j (d_x G_x G_y + d_y G_y G_y + G_y G_t) = 0 \quad (4.12)$$

Daraus folgt als Lösung für  $d_x$  und  $d_y$ :

$$\begin{bmatrix} d_x \\ d_y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \sum_i \sum_j G_x G_x & \sum_i \sum_j G_x G_y \\ \sum_i \sum_j G_x G_y & \sum_i \sum_j G_y G_y \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \sum_i \sum_j G_x G_t \\ \sum_i \sum_j G_y G_t \end{bmatrix}. \quad (4.13)$$

Das Gradientenverfahren erfordert die Erfüllung des Abtast-Theorems sowohl im Orts- als auch im Zeitbereich [52]. Im Ortsbereich verursachen die Objektive des Mikroskops eine beugungsbedingte Tiefpassfilterung. Die absolute Auflösungsgrenze beträgt  $\lambda/(2NA)$  [53], worin  $\lambda$  die Wellenlänge der Beleuchtung und  $NA$  die numerische Apertur des Objektivs sind. Die örtliche Abtastung durch den CCD-Chip der Kamera erfüllt mit dem verwendeten Aufbau das Nyquist-Kriterium. Im Zeitbereich erfolgt durch die Abtastung mit rechteckigen Lichtpulsen mit einem Puls-Pausen-Verhältnis von 1/(Bildanzahl pro Periode) eine ausreichende Tiefpassfilterung [47].

#### 4.2.4 Driftkompensation

Wie bereits erwähnt, können von außen eingeprägte Schwingungen und Driftbewegungen die Messergebnisse stark beeinflussen. Insbesondere bei länger andauernden Messungen (zum Beispiel statische und transiente Messungen) sind diese Störfaktoren nicht mehr zu vernachlässigen. Daher wurde eine Driftkorrektur in die Datenverarbeitung integriert. Dabei wird nicht nur die Verschiebung (beziehungsweise Auslenkung) der zu untersuchenden Bildbereiche (Messbereich) ermittelt, sondern zusätzlich noch die Verschiebung von einem ideal ruhenden Bereich (Referenzbereich) der Probe bestimmt. Die ermittelte Auslenkung dieses Gebiets wird von der des Messbereichs subtrahiert. Die Abbildung 4.3 und die Abbildung 4.4 zeigen Vergleiche statischer und transientser Messungen mit und ohne Driftkompensation. Diese Darstellungen verdeutlichen die Wirksamkeit der implementierten Korrekturmethode.

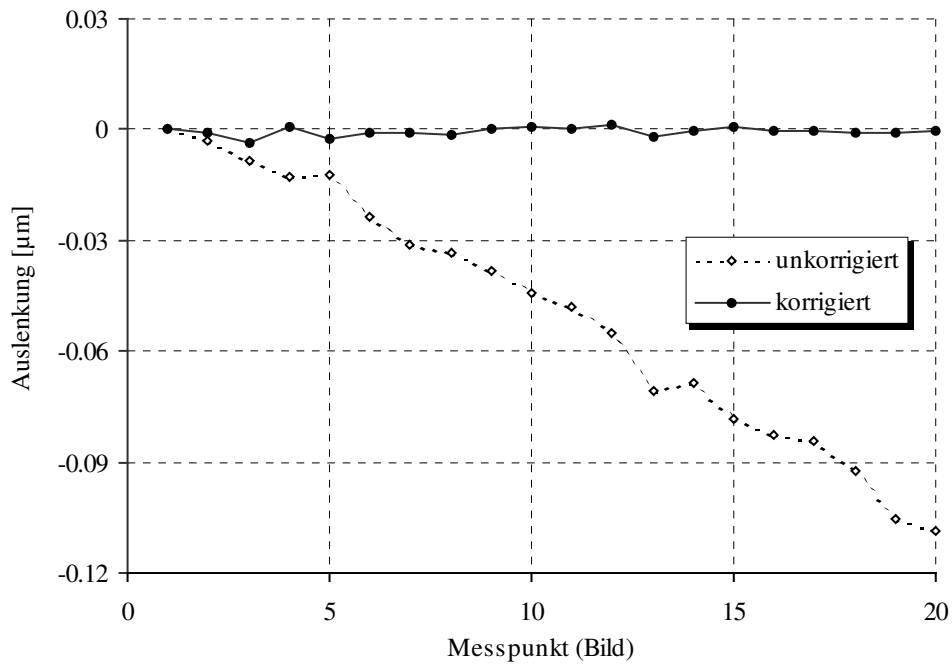


Abbildung 4.3: Statische Messungen der Auslenkung eines ideal unbewegten Strukturbereichs mit und ohne Driftkompensation (7 μs zwischen zwei Messpunkten)

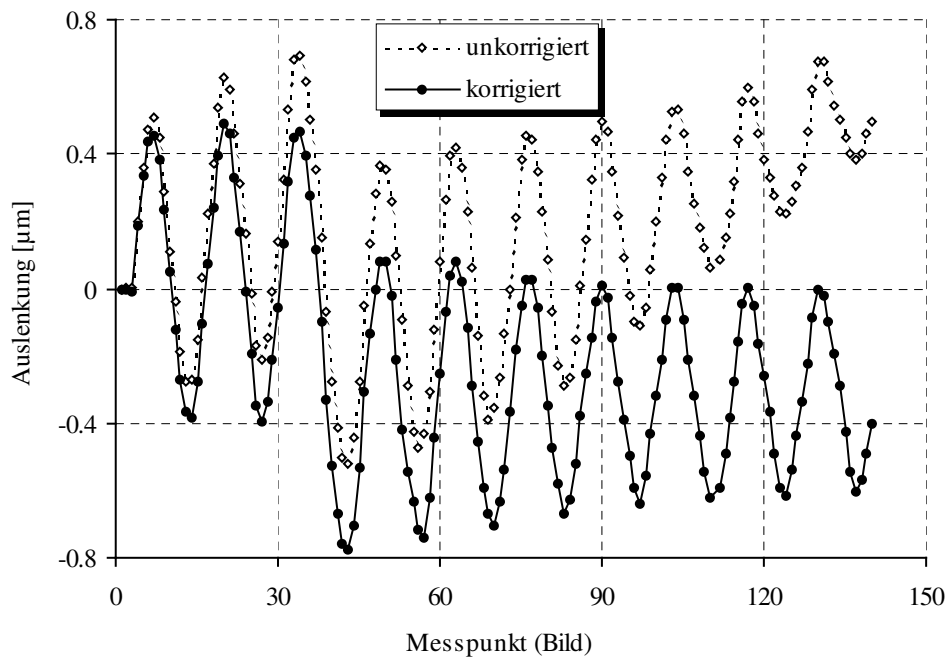


Abbildung 4.4: Transiente Messungen der Auslenkung des Shuttles eines Kammantriebs mit und ohne Driftkorrektur (7 μs zwischen zwei Messpunkten)

## 4.2.5 Messoptionen

Mit dem in den vorangegangenen Kapiteln beschriebenen Messaufbau können laterale harmonische und transiente Bewegungsvorgänge sowie laterale statische Auslenkungen untersucht werden. Im Folgenden wird auf jeden Typ von Messung detaillierter eingegangen.

### Frequenzgangmessung

Bei dieser Messung wird eine sinusförmige Anregungsspannung an die Antriebskämme gelegt. Die bewegliche Masse (Shuttle) wird mit einer Gleichspannung beaufschlagt, während die Detektionskämme auf Massepotenzial liegen (siehe Abbildung 2.2). Nach Gleichung (2.21) lässt sich unter der Voraussetzung, dass die Gleichspannung wesentlich größer als die Amplitude der Wechselfspannung ist, eine annähernd sinusförmige elektrische Kraft mit der Frequenz der Anregungsspannung erzeugen. Der Messaufbau ermöglicht die Messung der Schwingungsamplitude und der Schwingungsphase in Bezug auf die Anregungsspannung. Zu diesem Zweck erfolgt eine zeitliche Abtastung der Bewegung der Struktur, wobei die Anzahl der Abtast- beziehungsweise Messpunkte (Bildaufnahmen) pro Schwingungsperiode über die Software eingegeben wird. Durch lückenlose Abtastung mit einer Rechteckpulsfolge wird eine Verzerrung und Abschwächung der Amplituden des Spektrums [54] verhindert und gleichzeitig eine ausreichende Tiefpassfilterung [47] erreicht. Aus den Bildaufnahmen werden die Auslenkungsänderungen berechnet, die sich, wie im Kapitel 4.2.3 beschrieben, von einem zum nächsten Messpunkt (Bild) ergeben (Abbildung 4.5). Bei den Frequenzgangmessungen wurden pro Periode 8 Bilder aufgenommen [55]. Durch Weiterverarbeitung der Messwerte mittels Fourier-Transformation (FFT) lassen sich Amplitude und Phase der mechanischen Grund- und Oberschwingungen bestimmen. Führt man diese Prozedur für mehrere Frequenzen durch, können Amplituden- und Phasengang dargestellt werden (Abbildung 4.6). Aus Frequenzgangmessungen sind Aussagen zur Resonanzfrequenz und damit zur Federkonstante  $k$ , der Linearität der mechanischen Schwingung und der Dämpfung der Struktur ableitbar.



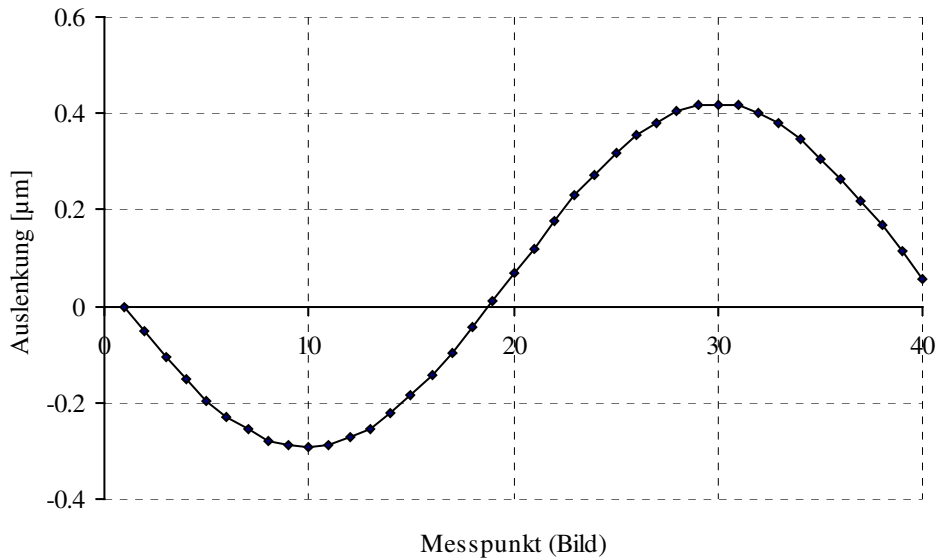


Abbildung 4.5: Messung der Auslenkung bei sinusförmiger Anregung

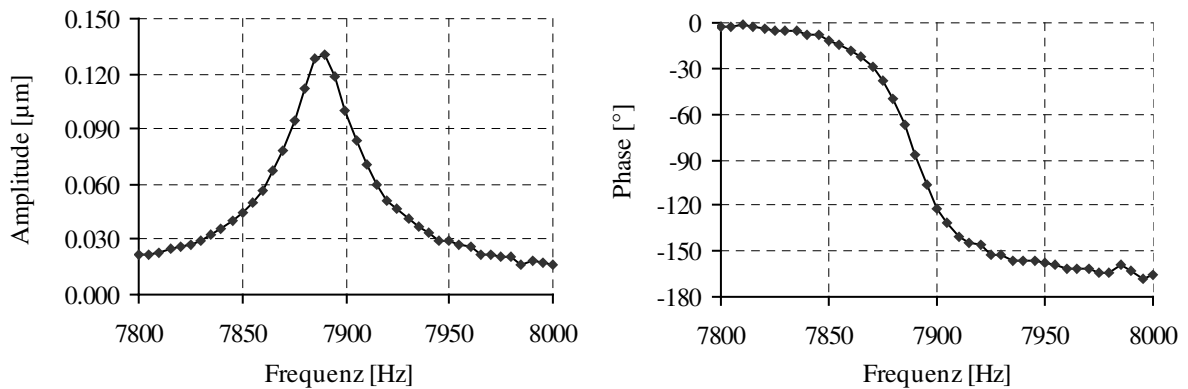


Abbildung 4.6: Gemessener Amplituden- (links) und Phasengang (rechts) der Grundschwingung eines Kammantriebs

Transiente Messung

Ein transienter Vorgang beschreibt das Einschwingverhalten eines Systems. Bei einer solchen Messung werden das Shuttle und die Detektionskämme auf Massepotenzial gelegt. Durch das Anlegen einer elektrischen Spannung an die Antriebskämme wird die bewegliche Masse ausgelenkt und das mechanische Verhalten nach Sprung der Spannung auf Massepotenzial untersucht.

Bei den im Zuge dieser Arbeit durchgeführten transienten Messungen wurden die Strukturen mit einer Spannungspulsfolge beaufschlagt. Die Verwendung einer Pulsfolge war notwendig, weil bei derselben Phasenverschiebung mehrfach geblitzt werden musste, um die für die

Kamera erforderliche Lichtmenge gewährleisten zu können. Nach jeder Aufnahme wird die Phase der Abtastung weitergeschoben, wodurch sich der zeitliche Verlauf der Bewegung messen lässt. Dabei müssen die Spannungspulse lang genug sein, damit die bewegliche Masse vor der negativen Flanke eingeschwingen und somit in Ruhe ist. Bei Verwendung einer Rechteckspannung wird das Shuttle bereits bei der positiven Spannungsflanke mit einer Sprungfunktion angeregt. Um bei negativer Flanke (Start der Messung) stabile Anfangsverhältnisse zu gewährleisten, muss der durch die positive Flanke verursachte Einschwingvorgang abgeschlossen sein. In Abhängigkeit von der Dämpfung kann dieser Vorgang verhältnismäßig lange dauern, was die Messzeit verlängert. Des Weiteren besteht beim Überschwingen auf die positive Flanke die Gefahr, dass das Shuttle so weit ausgelenkt wird, dass es anschlägt und die Struktur zerstört wird. Das bedeutet eine starke Einschränkung in Bezug auf die Anfangsauslenkung (Auslenkung beim Start der Messung). Das Einschwingverhalten bei Anregung mit einer Rechteckpulsfolge zeigt Abbildung 4.7.

Eine Reduzierung des Überschwingens bei der positiven Flanke erreicht man dadurch, dass die ansteigende Flanke statt eines Sprungverlaufs einen sinusförmigen Anstiegsverlauf erhält. Damit kann die Pulsdauer und somit die Messzeit verkürzt, das Überschwingen bei der positiven Flanke verhindert und Einschwingvorgänge mit größeren Anfangsauslenkungen gemessen werden. Einen solchen Einschwingvorgang bei Anregung mit einer Spannungspulsfolge mit sinusförmigem positiven Anstieg zeigt Abbildung 4.8.

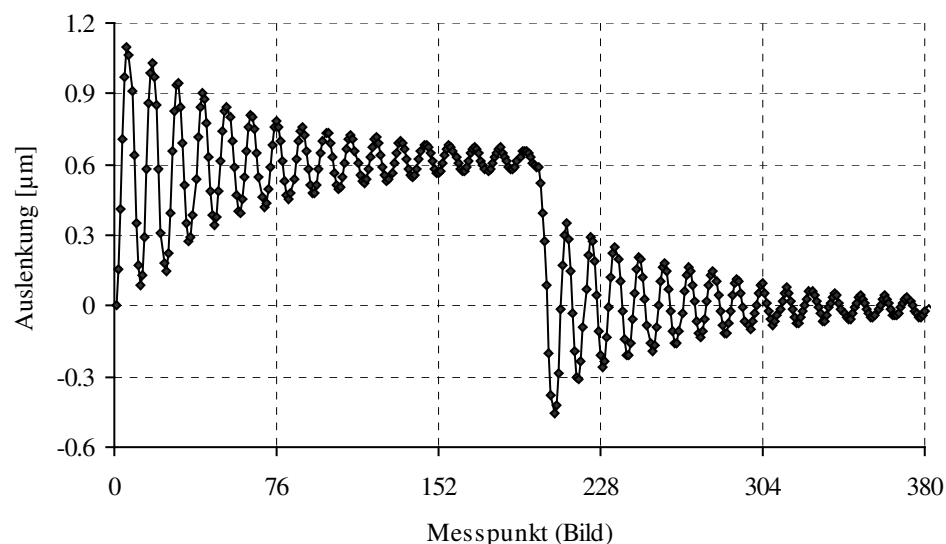


Abbildung 4.7: Messung des Einschwingverhaltens einer Kammstruktur bei Anregung mit einer Rechteckpulsfolge

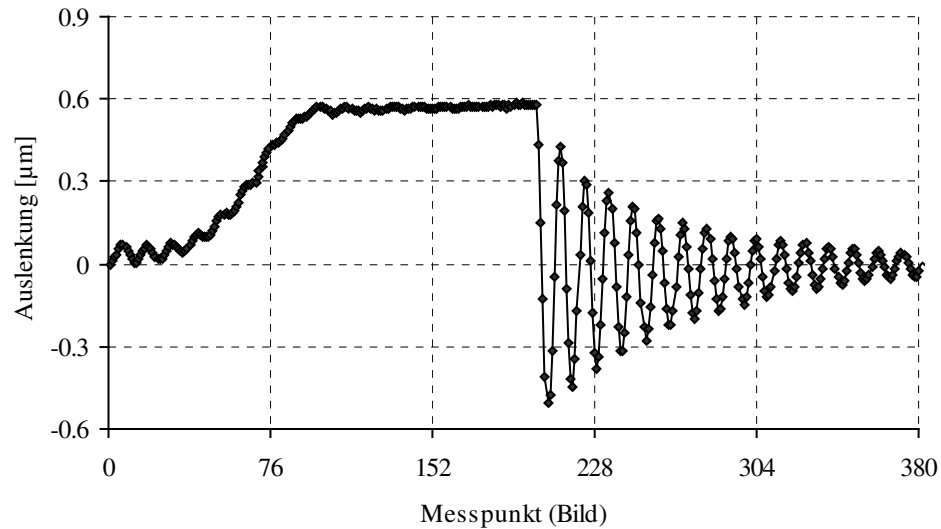


Abbildung 4.8: Messung des Einschwingverhaltens einer Kammstruktur bei Anregung mit einer Pulsfolge mit sinusförmiger Anstiegsflanke

Transiente Messungen ermöglichen die Bestimmung der Dämpfungskonstante auch bei höheren Drücken und die Ermittlung der Resonanzfrequenz beziehungsweise der Federkonstante  $k$  ohne elektrostatische Einflüsse. Darüber hinaus können sie Aufschluss über mechanisch bedingte Nichtlinearitäten geben.

### Statische Messung

Bei der statischen Messung werden die Antriebskämme der Struktur mit einer Gleichspannung  $U_{dc}$  beaufschlagt und die Detektionskämme sowie das Shuttle auf Massepotenzial gelegt. Nach dem Einschwingen des Shuttles in den Gleichgewichtszustand, welcher sich aus der Gleichheit von mechanischer und elektrostatischer Kraft ergibt, kann die Auslenkung  $y$  gemessen werden. Wie die Abbildung 4.9 zeigt, nimmt die Auslenkung überproportional mit der Spannung zu. Übersteigt  $U_{dc}$  den Wert der „Pull-in“-Spannung, werden die beweglichen Finger bis zum Anschlag an der Gegenelektrode hineingezogen. Ausgehend von den Gleichungen (4.14) und (4.15) des Kräftegleichgewichts, lassen sich aus diesen Messungen Aussagen zur Kapazitätsänderung  $dC/dy$  ableiten (Gleichung (4.16)).

$$F_{mech} = F_{el} \quad (4.14)$$

$$ky = \frac{1}{2} \frac{dC}{dy} U_{dc}^2 \quad (4.15)$$

$$\frac{dC}{dy} = \frac{2ky}{U_{dc}^2} \quad (4.16)$$

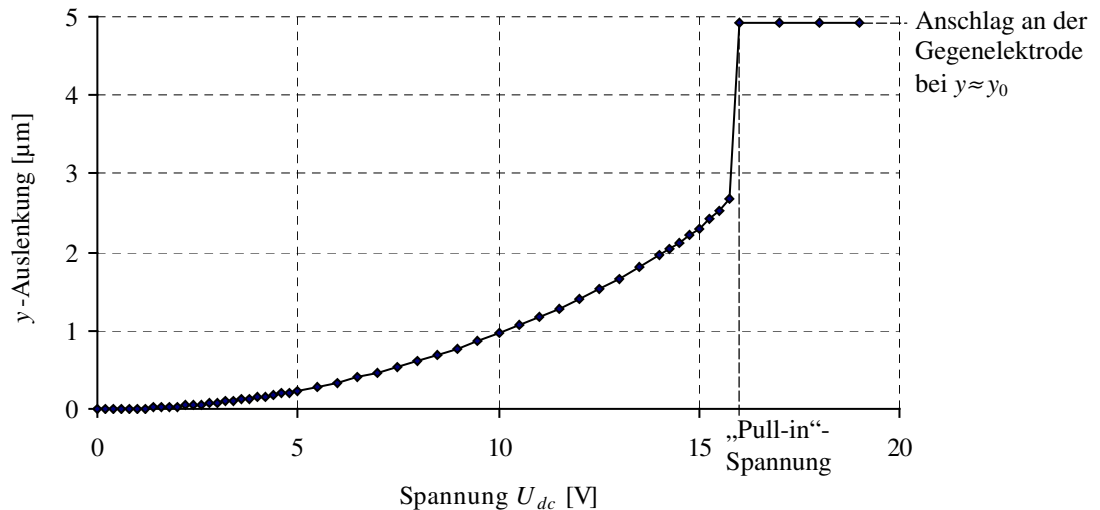


Abbildung 4.9: Abhängigkeit der gemessenen y-Auslenkung von der angelegten Spannung  $U_{dc}$

## 4.3 Messergebnisse

Im folgenden Abschnitt werden die Resultate der lateralen Messungen der im Kapitel 3.2 beschriebenen Strukturen dargestellt und erläutert. Hierbei wurde die Shuttlebewegung sowohl in  $x$ - als auch in  $y$ -Richtung untersucht (Vergleich Abbildung 2.7). Signifikante  $x$ -Auslenkungen konnten bei keiner Messung festgestellt werden. Diese Werte verschwinden im Rauschen. Daher liegt der Fokus dieses Kapitels auf der Darstellung der Messergebnisse der Bewegung in  $y$ -Richtung.

### 4.3.1 Frequenzgangmessungen

Bei diesen Untersuchungen wurde die Abhängigkeit des Frequenzgangs von der am Shuttle angelegten Gleichspannung  $U_{dc}$  näher betrachtet. Dabei wurde  $U_{dc}$  im Bereich von 1 ... 12 V

variiert und die Wechselspannungsamplitude auf  $u_{ac} = 0.05 \text{ V}$  fest eingestellt. Um den Kraftanteil mit doppelter Frequenz (siehe Gleichung (2.21)) zu minimieren, musste für  $u_{ac}$  ein solch kleiner Wert gewählt werden. Zum Vergleich der Messergebnisse der verschiedenen Proben wurden Fitkurven in die gemessenen Amplituden- und Phasengänge gelegt und die diese Abhängigkeiten beschreibenden Parameter in der Auswertung verwendet.

### Beschreibung der Modellierung

Wie im Kapitel 2.1.4 beschrieben, lässt sich der Frequenzgang eines nichtlinearen Oszillators mit Hilfe der Methode der Harmonischen Balance berechnen. Eine nichtlineare mechanische Feder, deren Rückstellkraft von der dritten Potenz der Auslenkung abhängt, verursacht einen überhängenden Amplitudengang (Abbildung 2.5 oben links). Dieser Zusammenhang wird bei der Harmonischen Balance durch die Beschreibungsfunktion  $N$  (Gleichung (2.34)) definiert. Die verwendete Modellierung beschränkt sich auf die Annahme einer nichtlinearen Federkennlinie höherer Ordnung. Nichtlinearitäten im Dämpfungsverhalten werden wegen des relativ geringen Drucks bei den Messungen von 0.01 mbar nicht berücksichtigt.

Bei den ersten Fits wurde für die Kennlinie der Feder ein Polynom 5. Ordnung angesetzt, weil sich damit das aus der Gleichung (2.36) ergebende Lösungspolynom auf ein analytisch zu lösendes Polynom 4. Grades [56] zurückführen lässt. Die Nullstellen repräsentieren die Amplitudenwerte bei der vorgegebenen Frequenz. Bei einigen Fitprozeduren treten bei bestimmten Parametern Probleme in der analytischen Berechnung auf. Diese Rechenfehler resultieren aus der unzureichenden Genauigkeit der zum Fitten verwendeten Software Matlab 6.5 (64bit Floating Point). Eine in C++ programmierte Klasse höherer Genauigkeit könnte diese Schwierigkeiten ausräumen. Auf Grund der bei der Verwendung einer solchen Klasse erforderlichen zusätzlichen Rechenzeit wurde dieser Lösungsweg nicht umgesetzt.

Eine weitere Möglichkeit zur Findung der Nullstellen besteht in der Intervallbildung mit sukzessiver Eingrenzung der Nullstelle durch Intervallhalbierung. Damit nicht mehrere Nullstellen in dasselbe Anfangsintervall fallen, müssen die Abschnitte, in die der Wertebereich unterteilt wird, genügend klein gewählt werden. Je mehr Intervalle bestehen, desto länger dauert das Durchsuchen nach Vorzeichenwechseln. Weil im überhängenden Bereich des Amplitudengangs die Lösungsamplituden (Nullstellen) sehr eng beieinanderliegen können, ist eine sehr feine Unterteilung erforderlich. Aus diesem Grund ließ sich auch mit dem Verfahren keine zeitlich akzeptable Fitprozedur realisieren.

Das zu bestimmende Polynom weist neben der Abhängigkeit höherer Ordnung von der Amplitude auch eine quadratische Abhängigkeit von der Frequenz auf. Für den Fit des

Amplitudengang ergibt sich daraus ein weiterer Lösungsansatz. Statt aus der gegebenen Frequenz  $\omega$  die Amplitude  $A(\omega)$  zu berechnen und diese mit dem gemessenen Amplitudenwert zu vergleichen, wird aus der gemessenen Amplitude die Frequenz  $\omega(A)$  berechnet und dieser Wert an den gegebenen Frequenzwert der Messung angepasst. Die Summe der quadratischen Abweichungen aller Messwerte wird durch Änderung der Fitparameter minimiert (Least-Mean-Square). Ein weiterer Vorteil dieser Methode besteht darin, dass der Grad der Nichtlinearität  $n(x)$  und damit  $N(A)$  beliebig hoch sein darf, da  $N(A)$  bei Beschränkung auf Federnichtlinearitäten nicht von der Frequenz abhängt. Somit kann das nach der Frequenz aufzulösende Polynom 4. Grades immer auf eine quadratische Gleichung zurückgeführt werden. Akzeptable Ergebnisse konnten mit einer Federkennlinie 7. Grades erreicht werden.

Ausgehend von der Bewegungsgleichung

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \alpha \frac{dy(t)}{dt} + k_l y(t) + n(y(t)) = F(t) \quad (4.17)$$

werden die normierten Koeffizienten der linearen ( $Pot1$ ) und nichtlinearen ( $Pot3, Pot5, Pot7$ ) Terme der Federkraft, die Dämpfung ( $D_1$ ) und die Antriebsamplitude ( $E_1$ ) als Parameter verwendet.

$$\frac{F_{Feder}(y)}{m} = Pot1 y + \frac{n(y)}{m} = Pot1 y + Pot3 y^3 + Pot5 y^5 + Pot7 y^7 \quad (4.18)$$

$$Pot1 = \frac{k_l}{m} \quad (4.19)$$

$$D_1 = \frac{\alpha}{m} \quad (4.20)$$

$$E_1 = \frac{F_0}{m} \quad (4.21)$$

Mit Gleichung (4.18) ergibt sich für die Beschreibungsfunktion der Nichtlinearität:

$$N(A) = \frac{1}{8} \left( 6Pot3A^2 + 5Pot5A^4 + \frac{35}{8} Pot7A^6 \right). \quad (4.22)$$

Daraus resultiert das nach der Frequenz aufzulösende Polynom.

$$\left( Pot1 - \omega^2 + \frac{3}{4} Pot3A^2 + \frac{5}{8} Pot5A^4 + \frac{35}{64} Pot7A^6 \right)^2 + (\omega D_1)^2 = \left( \frac{E_1}{A} \right)^2 \quad (4.23)$$

Für die Phase gilt nach Gleichung (2.38):

$$\tan(\varphi_0 - \varphi) = \frac{\omega D_1}{Pot1 - \omega^2 + \frac{3}{4} Pot3A^2 + \frac{5}{8} Pot5A^4 + \frac{35}{64} Pot7A^6}. \quad (4.24)$$

Die Phase wird im Fitprozess ebenfalls berücksichtigt, so dass in der zu minimierenden Summe sowohl die quadratischen Abweichungen der Frequenzwerte als auch der Phasenwerte enthalten sind. Den gemessenen Amplituden- und Phasengang sowie die zugehörigen Fitkurven der Struktur F1.2G1.0 (siehe Kapitel 3.2) bei einem Druck von 0.01 mbar und  $U_{dc} = 1$  V zeigt Abbildung 4.10.

Auffällig ist eine starke Nichtlinearität, die für eine mit zunehmender Amplitude auftretende Federverhärtung typisch ist. Auch die Phase zeigt ein für diesen Effekt charakteristisches Verhalten. Der Verlauf der Fitkurve im Amplitudenbereich oberhalb der Messwerte ( $y$ -Auslenkung  $> 3 \mu\text{m}$ ) ergibt sich aus der Parameterkonfiguration, die einen optimalen Fit in Bezug auf die Messwerte darstellt. Mit den hier verwendeten Methoden der Messtechnik lässt sich dieser Bereich nicht verifizieren. Wie Messungen bei höheren Spannungen jedoch zeigen (Abbildung 4.14), ist ein solches Verhalten nicht unwahrscheinlich. Weiterhin kann festgestellt werden, dass die Schwingungsform mit zunehmender Annäherung an das Ende des überhängenden Kurvenbereichs immer asymmetrischer bezüglich positiver und negativer Halbwellen wird (Abbildung 4.11). Das bedeutet einen nicht zu vernachlässigenden Anteil an Oberwellen. Die Abbildung 4.12 zeigt die Form der Schwingung (linkes Bild) und die Zerlegung in Grund- und Oberwellen (rechtes Bild) bei  $f = 7970$  Hz (oben). Bei derselben Frequenz kann im unteren Kurvenbereich des Amplitudengangs ( $f = 7970$  Hz (unten)) ein solches Schwingungsverhalten nicht festgestellt werden. Der Anteil an Oberwellen ist hier wesentlich geringer und führt nicht zu einer signifikanten Änderung des sinusförmigen Verlaufs (Abbildung 4.13).

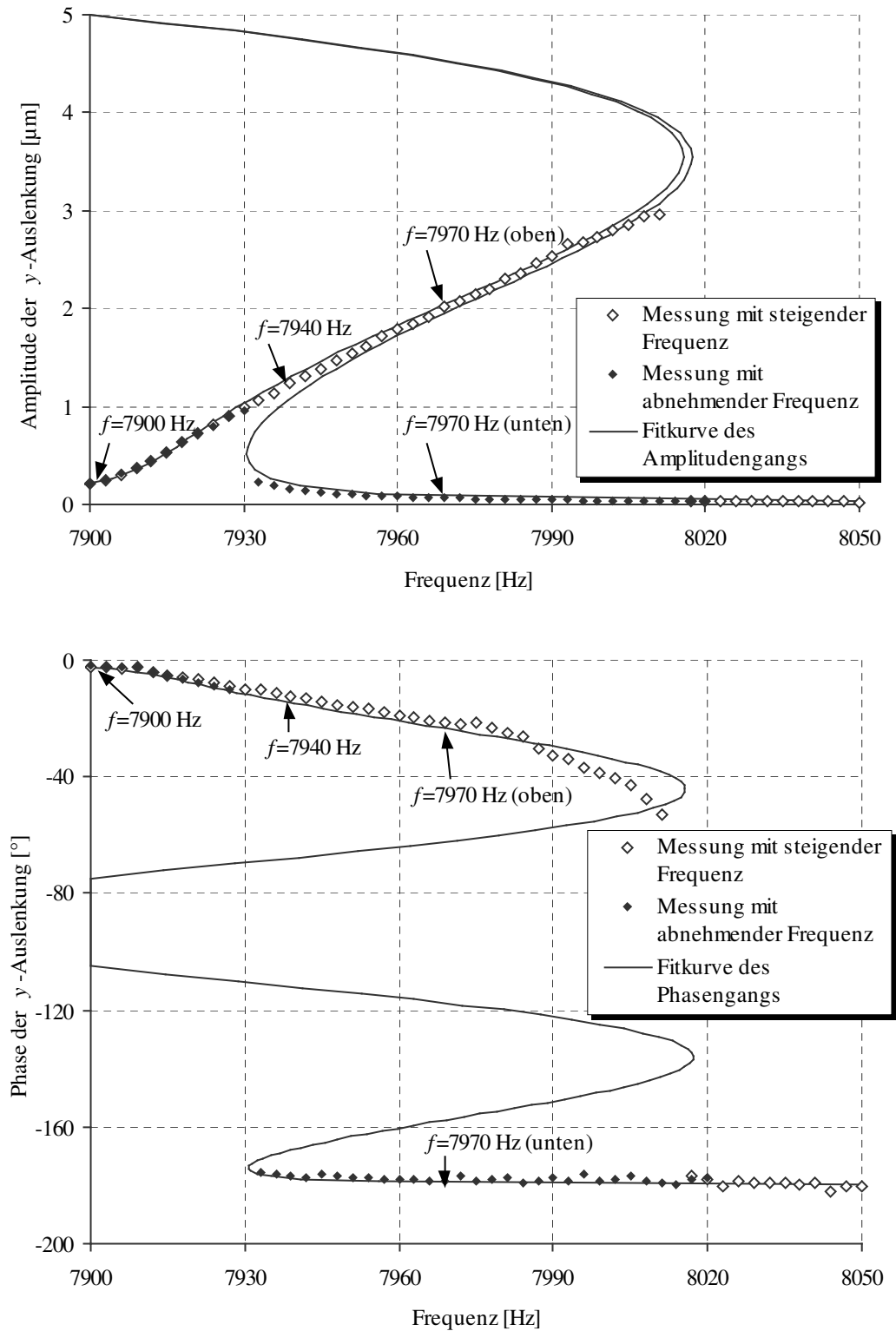


Abbildung 4.10: Messung und Fit des Amplituden- (oben) und Phasengangs (unten) der Struktur F1.2G1.0 bei  $U_{dc} = 1$  V,  $u_{ac} = 0.05$  V und einem Druck von 0.01 mbar



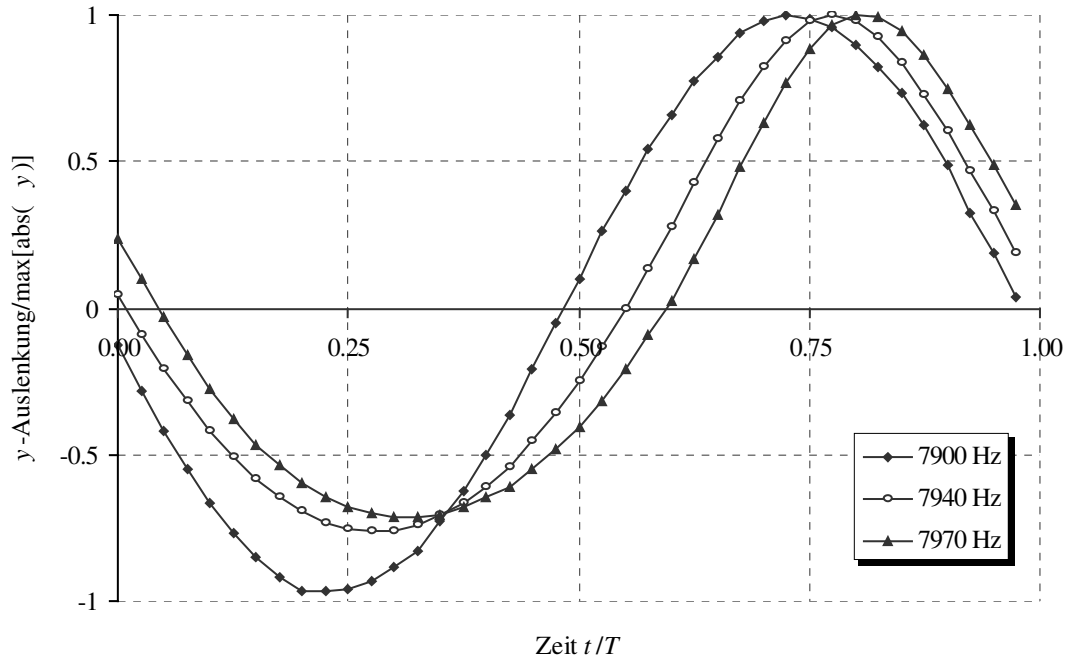


Abbildung 4.11: Gemessene Schwingungsverläufe der Struktur F1.2G1.0 an drei verschiedenen Stellen des überhängenden Kurvenbereichs des Amplitudengangs (siehe Abbildung 4.10) bei  $U_{dc} = 1$  V,  $u_{ac} = 0.05$  V und einem Druck von 0.01 mbar

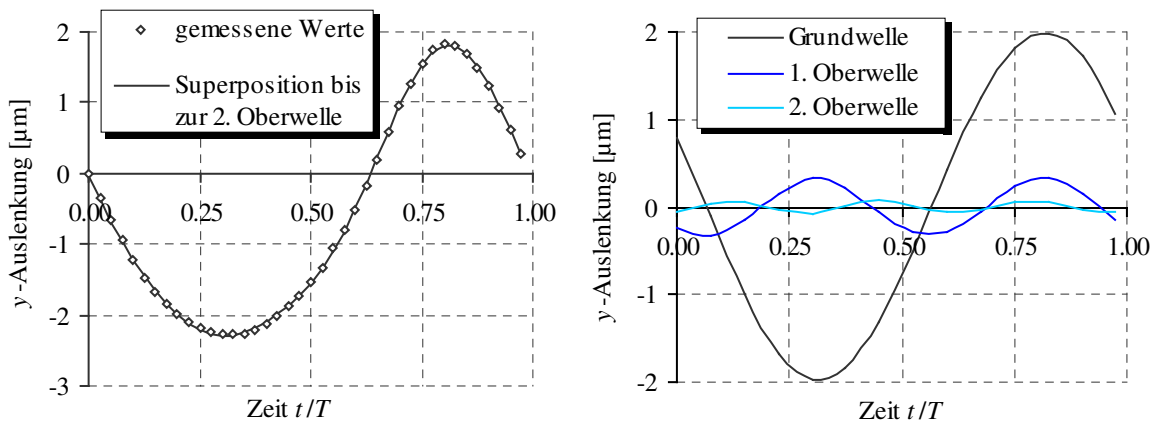


Abbildung 4.12: Gemessener Schwingungsverlauf im überhängenden Kurvenbereich (siehe Abbildung 4.10) des Amplitudengangs (links) sowie Zerlegung in Grund- und Oberwellen (rechts) der Struktur F1.2G1.0 bei  $f = 7970$  Hz (oben),  $U_{dc} = 1$  V,  $u_{ac} = 0.05$  V und einem Druck von 0.01 mbar

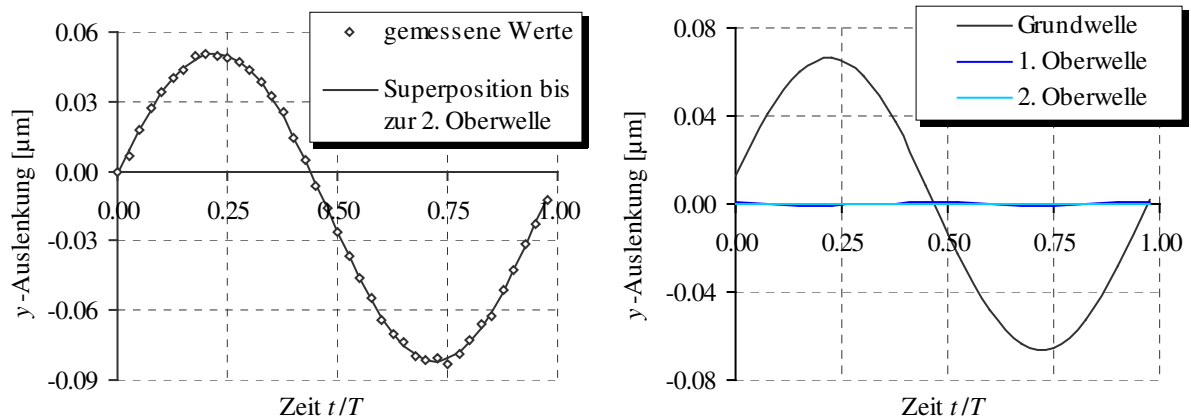


Abbildung 4.13: Gemessener Schwingungsverlauf im unteren Kurvenbereich (siehe Abbildung 4.10) des Amplitudengangs (links) sowie Zerlegung in Grund- und Oberwellen (rechts) der Struktur F1.2G1.0 bei  $f = 7970$  Hz (unten),  $U_{dc} = 1$  V,  $u_{ac} = 0.05$  V und einem Druck von 0.01 mbar

Zum Vergleich werden die Kurven eines Frequenzgangs bei höherer Spannung  $U_{dc} = 9$  V betrachtet, welche in der Abbildung 4.14 dargestellt sind. Bis zu Amplitudenwerten von  $2.5 \mu\text{m}$  ist wieder der zu höheren Frequenzen überhängende Kurvenbereich (symptomatisch für eine Federverhärtung) erkennbar. Dieser neigt sich aber für Amplituden  $> 2.5 \mu\text{m}$  zu niedrigeren Frequenzen über. Dieses Verhalten ist charakteristisch für eine Federaufweichung. Auch der Verlauf der Phase unterstreicht ein solches Muster. Die Form der Schwingungen sind im Gegensatz zu den Messungen bei  $U_{dc} = 1$  V generell nicht asymmetrisch, wie die Abbildung 4.15 für eine Messung im oberen Amplitudenbereich belegt.

Die Asymmetrie der Schwingungen im überhängenden Kurvenbereich verschwindet aber bereits bei Spannungen  $U_{dc}$  von unter 9 V. Bei einer Spannung von  $U_{dc} = 3$  V ist kaum noch eine Abweichung von der idealen Sinusform erkennbar, wie die Abbildung 4.16 beweist. Um die Veränderungen der Frequenzgänge in Abhängigkeit von  $U_{dc}$  zu verdeutlichen, sind in Abbildung 4.17 die Fitkurven der Amplitudengänge mehrerer Messungen bei unterschiedlichen  $U_{dc}$ -Werten übereinander gelegt worden. Darin ist zu erkennen, dass sich der Amplitudenbereich, in dem sich der Übergang von der Federverhärtung zur Federaufweichung vollzieht, mit zunehmender Spannung zu kleineren Amplitudenwerten verschiebt. Weiterhin kann festgestellt werden, dass es zu einer stärkeren Kurvenneigung sowohl im überlinearen als auch im unterlinearen Bereich kommt. Das bedeutet, dass der Betrag des Anstiegs der Federcharakteristik in beiden Regionen mit der Spannung zunimmt.

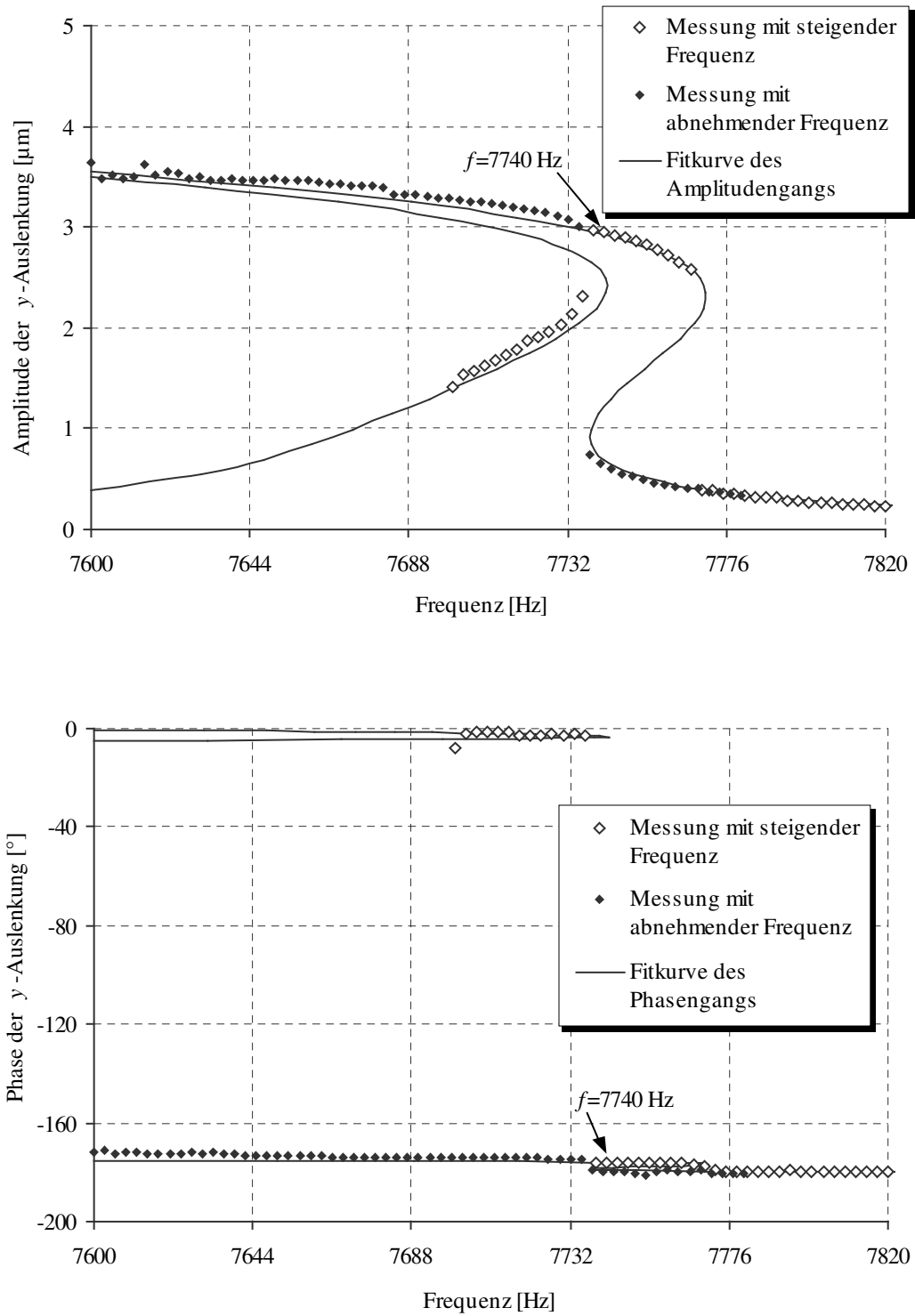


Abbildung 4.14: Messung und Fit des Amplituden- (oben) und Phasengangs (unten) der Struktur F1.2G1.0 bei  $U_{dc} = 9 \text{ V}$ ,  $u_{ac} = 0.05 \text{ V}$  und einem Druck von 0.01 mbar

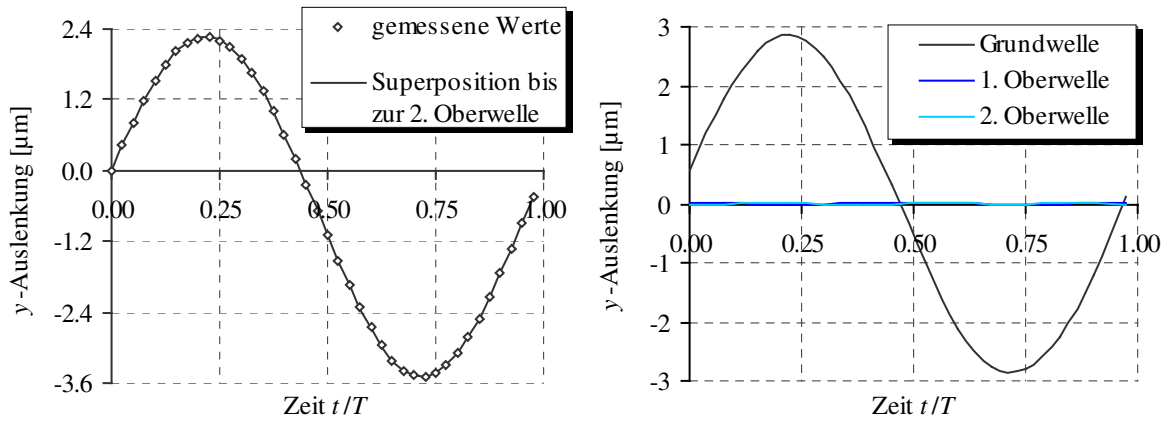


Abbildung 4.15: Gemessener Schwingungsverlauf im oberen, sich zu kleineren Frequenzen neigenden Kurvenbereich (Vergleich Abbildung 4.14) des Amplitudengangs (links) sowie Zerlegung in Grund- und Oberwellen (rechts) der Struktur F1.2G1.0 bei  $f = 7740$  Hz,  $U_{dc} = 9$  V,  $u_{ac} = 0.05$  V und einem Druck von 0.01 mbar

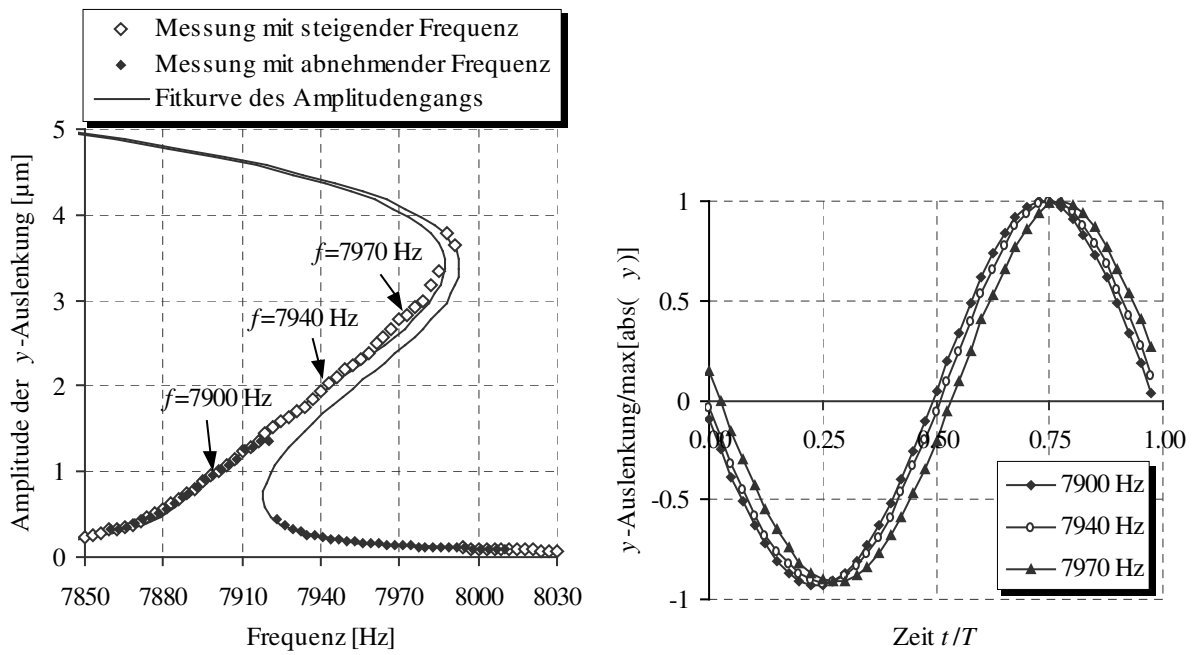


Abbildung 4.16: Messung und Fit des Amplitudengangs (links) sowie gemessene Schwingungsverläufe (rechts) an drei verschiedenen Stellen des überhängenden Kurvenbereichs des Amplitudengangs (Vergleich linkes Diagramm) der Struktur F1.2G1.0 bei  $U_{dc} = 3$  V,  $u_{ac} = 0.05$  V und einem Druck von 0.01 mbar

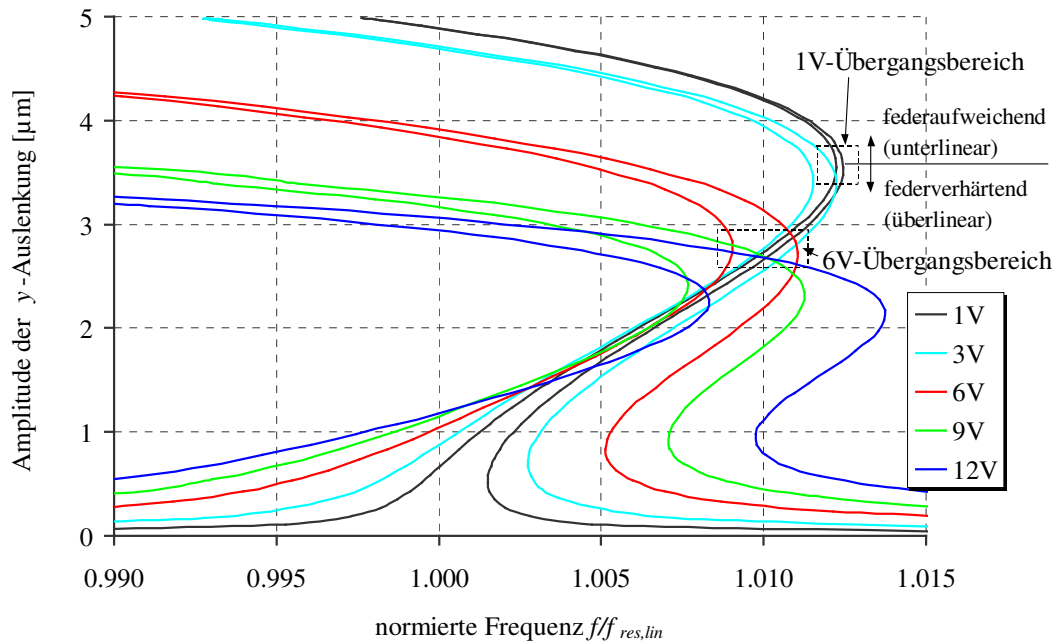


Abbildung 4.17: Fitkurven der Amplitudengänge (Amplitude gegen die auf die jeweilige lineare Resonanzfrequenz ( $f_{res,lin}$ ) normierte Frequenz) der Struktur F1.2G1.0 bei unterschiedlichen  $U_{dc}$ -Werten,  $u_{ac} = 0.05$  V und einem Druck von 0.01 mbar

Die Abbildung 4.18 (links), in der das Verhältnis der gesamten Federcharakteristik  $k$  zum konstanten Term der Federcharakteristik  $k_l$  der Struktur F1.2G1.0 (Fingerbreite =  $1.2 \mu\text{m}$ , Fingerabstand =  $1 \mu\text{m}$ ) in Abhängigkeit von der  $y$ -Auslenkung für unterschiedliche Spannungswerte  $U_{dc}$  dargestellt ist, bestätigt diese Aussage. Im Vergleich dazu ergibt sich für die Struktur F1.5G1.5 (Fingerbreite =  $1.5 \mu\text{m}$ , Fingerabstand =  $1.5 \mu\text{m}$ ) ein etwas anderes Bild. Wie Abbildung 4.18 (rechts) zeigt, ist die Steigung von  $k$  im unteren Amplitudenbereich wesentlich geringer und nimmt mit zunehmender Spannung ab. Bei größeren Auslenkungen führt eine Spannungserhöhung wie bei der zuvor betrachteten Struktur F1.2G1.0 zu einem stärkeren Abfall der Federkonstante.

Wie weitere Untersuchungen zeigten, werden die Resonanzüberhöhungen mit zunehmendem  $U_{dc}$  zu niedrigeren Frequenzen verschoben. Das bedeutet eine Verkleinerung des konstanten Terms  $k_l$  der Federcharakteristik. Diese spannungsabhängige Abnahme ist durch die Differenz des konstanten Federterms  $k_l$  und der mechanischen Federkonstante  $k_0$  für die unterschiedlichen Designs in Abbildung 4.19 dargestellt. Es ist auffällig, dass der Abfall überproportional stark erfolgt. Aus den Kurven ist des Weiteren eine Abhängigkeit vom Fingerabstand erkennbar. Je geringer der Abstand zwischen beweglichen und festen Fingern ist, umso größer ist die spannungsbedingte Änderung von  $k_l$ . Die Größe der mechanischen Federkonstante hat auf die Stärke der Änderung keinen Einfluss.

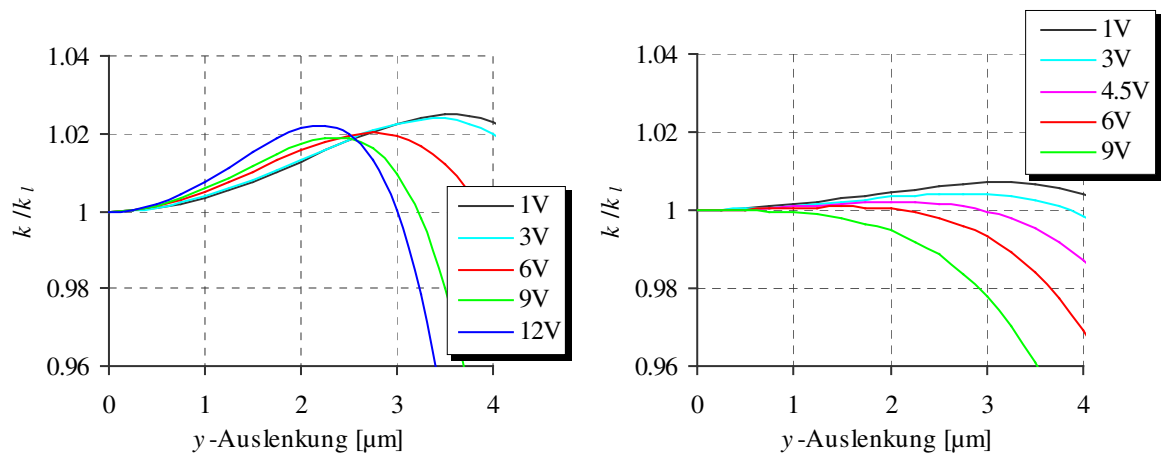


Abbildung 4.18: Aus den Fitkurven abgeleitete Verläufe der auf den konstanten Term der Federcharakteristik  $k_l$  normierten gesamten Federkonstante  $k$  in Abhängigkeit von der  $y$ -Auslenkung der Strukturen F1.2G1.0 (links) und F1.5G1.5\_A (rechts) bei unterschiedlichen Spannungen  $U_{dc}$

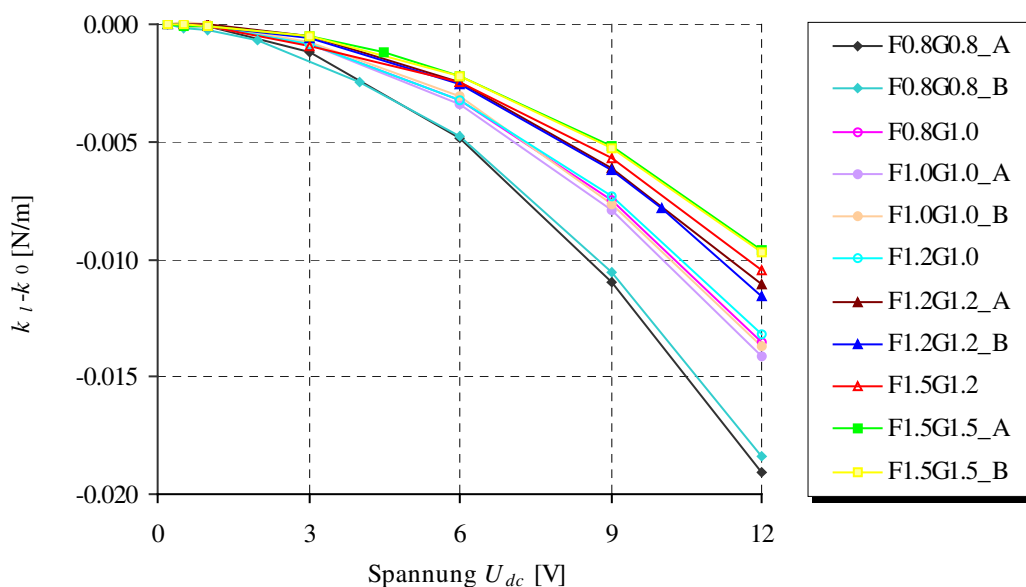


Abbildung 4.19: Differenz von aus Messungen ermitteltem konstantem Term der Federcharakteristik  $k_l$  und mechanischer Federkonstante  $k_0$  in Abhängigkeit von der angelegten Gleichspannung für verschiedene Designvarianten

Die mechanische Federkonstante  $k_0$  der Strukturen wird aus den Frequenzgängen bei  $U_{dc} = 0.2 \text{ V} \dots 0.5 \text{ V}$  ermittelt. In diesem Spannungsbereich sind keine Frequenzverschiebungen zwischen den Amplitudengängen bei unterschiedlichen Spannungen feststellbar. Da auf Grund des niedrigen Drucks die dämpfungsbedingten Verschiebungen zudem vernachlässigbar sind, werden die hierbei ermittelten Werte für  $k_l$  mit  $k_0$  gleichgesetzt.

Die aus  $k_0$  bestimmten Resonanzfrequenzen liegen bei den untersuchten Strukturen zwischen 7% und 17% unter den berechneten Frequenzwerten. Die Abbildung 4.20 zeigt die durchschnittliche prozentuale Frequenzdifferenz in Abhängigkeit von der im Design vorgesehenen Aufhängungsbreite (Federhöhe). Man erkennt, dass der Frequenzunterschied mit zunehmender Breite der Aufhängungen geringer wird. Damit bestätigen die Messungen die im Kapitel 3.3 gezogene Schlussfolgerung, dass die zu messenden Resonanzfrequenzen der Antriebsmode bei schmalen Balken mehr und bei breiten Balken weniger weit unterhalb der theoretisch berechneten Eigenfrequenzen liegen werden.

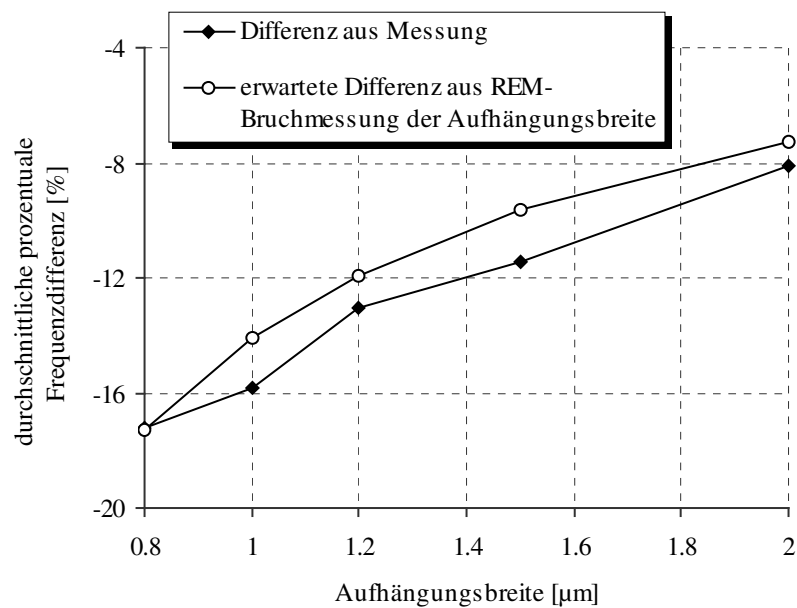


Abbildung 4.20: Durchschnittliche prozentuale Differenz zwischen gemessener sowie aus REM-Bruchmessungen prognostizierter mechanischer und theoretischer Resonanzfrequenz

Wie der konstante Term der Federcharakteristik so weist auch die Antriebsamplitude  $E_1$  (Gleichung 4.21) eine Abhängigkeit sowohl von der angelegten Gleichspannung  $U_{dc}$  als auch vom Fingerabstand  $g$  auf (Abbildung 4.21). Bezüglich  $U_{dc}$  kann ein linearer Zusammenhang festgestellt werden, wobei der Anstieg mit abnehmendem Spaltabstand zwischen festen und beweglichen Fingern zunimmt. Erwartungsgemäß ist die Antriebsamplitude umso größer, je geringer  $g$  ist. Ursache dafür ist die mit abnehmendem Fingerabstand größer werdende Kapazitätsänderung, die unmittelbaren Einfluss auf die Antriebskraft hat.

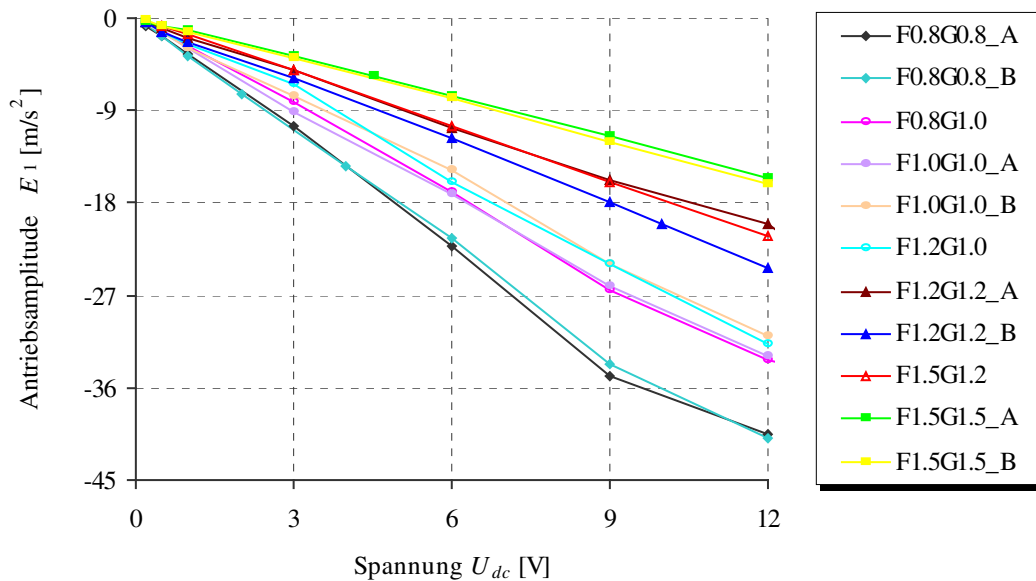


Abbildung 4.21: Fitparameter  $E_1$  in Abhängigkeit von der angelegten Gleichspannung für verschiedene Designvarianten

Neben den Messungen zur Spannungsabhängigkeit wurden auch Untersuchungen zum Einfluss des Drucks durchgeführt. Die Amplitudengänge einer Struktur bei unterschiedlichen Drücken zeigt die Abbildung 4.22, wobei die Messungen bei einer Gleichspannung  $U_{dc}$  von 1 V und einer Wechselspannungsamplitude  $u_{ac}$  von 0.05 V durchgeführt wurden. Wie zu erwarten, nimmt die maximale Amplitude mit abnehmendem Druck zu. Die Neigung der Resonanzüberhöhung ist unabhängig vom Druck und zeigt keine signifikante Änderung. Das wird durch die Darstellung der auf den konstanten Term der Federcharakteristik  $k_f$  normierten gesamten Federcharakteristik  $k$  gegen die  $y$ -Auslenkung in Abbildung 4.23 bestätigt.

### Zusammenfassung

- asymmetrische Schwingungsform bezüglich positiver und negativer Auslenkung bei Spannungen  $U_{dc} \leq 1$  V sowie Zunahme des damit verbundenen Anteils an Oberwellen mit Annäherung an das Ende des überhängenden Kurvenbereichs des Amplitudengangs
- bis zu einem bestimmten spannungsabhängigen (nur Abhängigkeit von  $U_{dc}$  untersucht) Amplitudenwert ansteigendes Verhalten der Federcharakteristik; Abnahme oberhalb dieser Schwelle
- Verschiebung der Resonanzkurve mit steigender Spannung  $U_{dc}$  zu niedrigeren Frequenzen; Zunahme dieses Effekts mit kleiner werdendem Fingerabstand
- keine Druckabhängigkeit der Nichtlinearität der Resonanzkurve



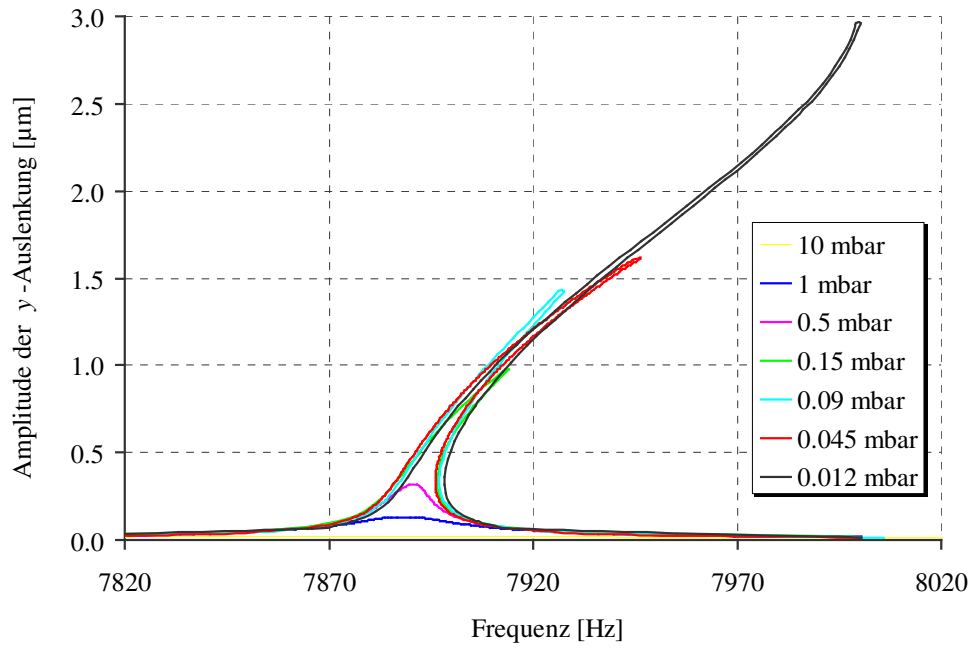


Abbildung 4.22: Fitkurven der Amplitudengänge der Struktur F1.2G1.0 bei unterschiedlichen Drücken,  $U_{dc} = 1 \text{ V}$  und  $u_{ac} = 0.05 \text{ V}$

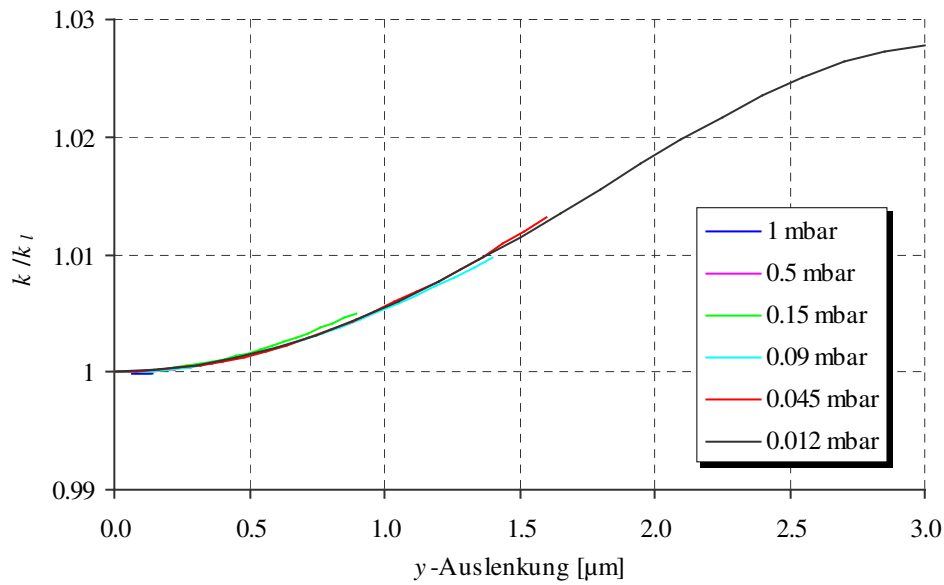


Abbildung 4.23: Aus den Fitkurven in Abbildung 4.22 abgeleitete Verläufe der auf den konstanten Term der Federcharakteristik  $k_l$  normierten gesamten Federcharakteristik  $k$  in Abhängigkeit von der  $y$ -Auslenkung der Struktur F1.2G1.0 bei unterschiedlichen Drücken

### 4.3.2 Transiente Messungen

Die transienten Messungen sollen Aufschluss über eventuell auftretende mechanische Nichtlinearitäten geben. Die beschreibenden Parameter werden wie bei den Frequenzgangmessungen durch einen Fit der Messdaten gewonnen. Als Ansatz für die Fitfunktion (Gleichung 4.25) wird eine exponentiell abklingende Sinusfunktion mit zusätzlichem linearen (*offlin t*) und konstanten Term (*offconst*) verwendet.

$$y(t) = A_0 e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi) + \text{offlin} \cdot t + \text{offconst} \quad (4.25)$$

Für die Auswertung sind in dieser Gleichung insbesondere die Parameter  $\delta$  und  $\omega$  von Bedeutung. Die Abklingzeitkonstante  $\delta$  ist durch die Formel

$$\delta = \frac{\alpha}{2m} \quad (4.26)$$

mit dem Dämpfungskoeffizienten  $\alpha$  verknüpft, der sich daraus dann für unterschiedliche Drücke bestimmen lässt. Die Kreisfrequenz  $\omega$  ist im linearen Fall durch die Beziehung (2.19) mit der Federkonstante  $k$  verbunden, die den eigentlichen Fitparameter darstellt.

Wie beim Fit der Frequenzgänge wird für die Federkennlinie ein Polynom 7. Grades verwendet, woraus vier Fitkoeffizienten für  $k$  resultieren. Die sich einstellende Frequenz des Einschwingvorgangs ist im nichtlinearen Fall von der Schwingungsamplitude abhängig. Eine lineare Abschätzung ergibt sich aus der Methode der Harmonischen Balance, indem in der Gleichung (2.35) die Anregung zu Null gesetzt wird. Durch den Vergleich von Real- und Imaginärteil beider Seiten ergibt sich ein Gleichungssystem aus zwei reellen Gleichungen. Für die amplitudenabhängige Schwingungsfrequenz bei einer Federkennlinie 7. Grades und vernachlässigbarer Dämpfung folgt daraus:

$$\omega = \sqrt{\text{Pot1} + \frac{3}{4} \text{Pot3} A^2 + \frac{5}{8} \text{Pot5} A^4 + \frac{35}{64} \text{Pot7} A^6} = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (4.27)$$

Für die Amplitude  $A$  werden die Werte der Einhüllenden (Gleichung (4.28)) verwendet, woraus sich für jeden Messwert ein Wert für  $k$ - beziehungsweise  $\omega$  errechnen lässt.

$$A = A_0 e^{-\delta t} \quad (4.28)$$

$A_0$  bezeichnet hierbei die Schwingungsamplitude zum Zeitpunkt  $t = 0$ . Die Fitparameter Phasenverschiebung  $\varphi$ , lineare Verschiebungsgeschwindigkeit der Amplitude *offlin* und Amplitudenoffset *offconst* dienen lediglich der Optimierung der Fits. Auf Grund der Vielzahl der Fitparameter wird die gesamte Prozedur in drei Schritte unterteilt. Dabei wird bei den ersten beiden Schritten von einer linearen Federkennlinie ausgegangen, um die Zahl der zu fittenden Parameter zu verringern.

Im *ersten Schritt* erfolgt ein Fit über alle Messwerte. Aus diesem Prozess ergeben sich die Werte für  $\delta$ , *offlin* und *offconst*. Aus dem Wert für  $\delta$  wird  $\alpha$  ermittelt.

Der *zweite Schritt* dient der Bestimmung von  $\varphi$  und der Anfangsamplitude  $A_0$ . Dabei wird nur über die Messwerte der letzten Schwingungsperiode gefittet, um eine Verfälschung des Fitparameters  $\varphi$  durch *Pot1* und damit durch die Frequenz zu vermeiden.

Aus dem *dritten Schritt* resultiert unter Verwendung der bereits bestimmten Parameter die Federcharakteristik  $k$  mit den vier Fitkoeffizienten *Pot1*, *Pot3*, *Pot5* und *Pot7*.

Die Abbildung 4.24 zeigt vier gemessene Einschwingvorgänge bei unterschiedlichen Drücken.

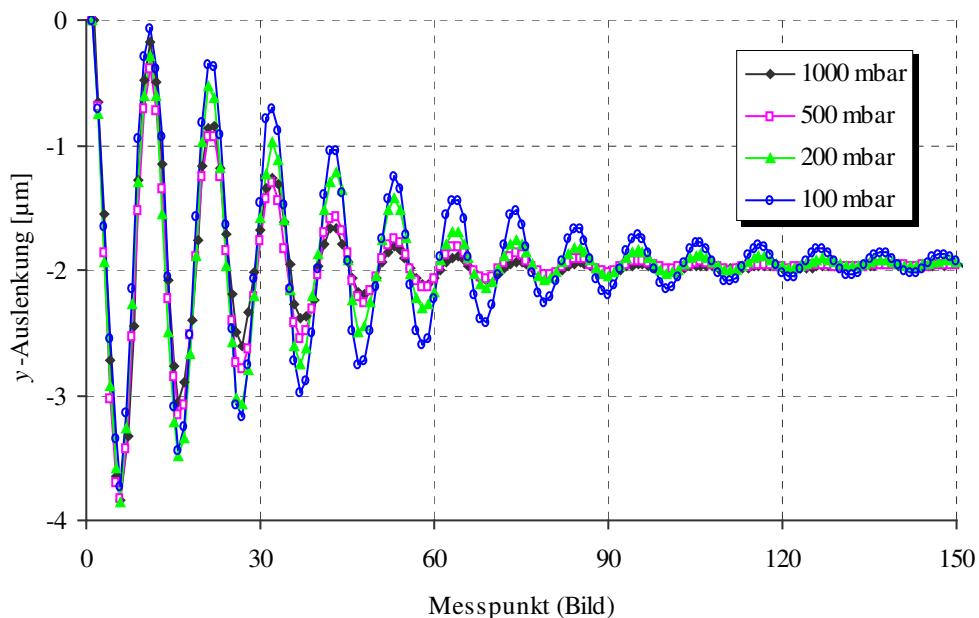


Abbildung 4.24: Messungen des Einschwingverhaltens der Struktur F0.8G1.0 bei unterschiedlichen Drücken

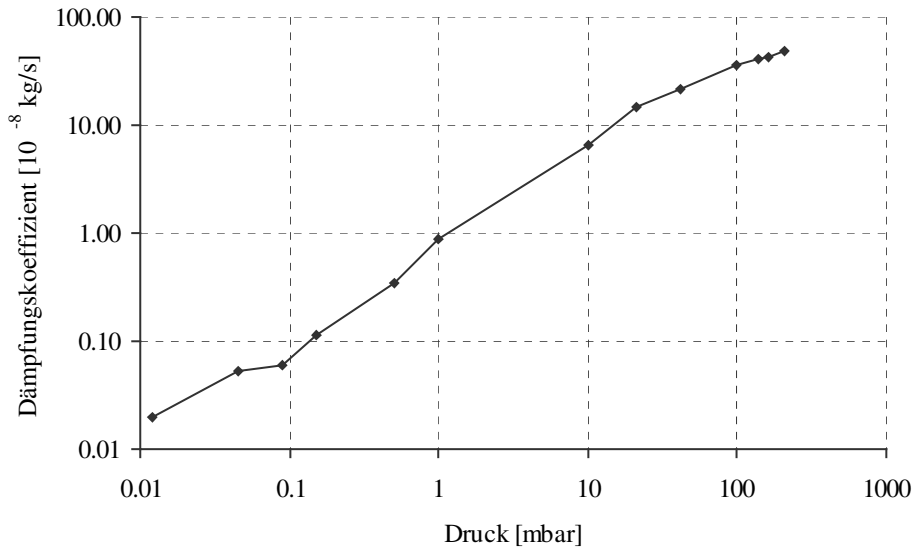


Abbildung 4.25: Aus Frequenzgangmessungen und transienten Messungen der Struktur F0.8G1.0 ermittelte Werte für den Dämpfungskoeffizienten  $\alpha$  bei unterschiedlichen Drücken

Die ermittelten Werte des Dämpfungskoeffizienten  $\alpha$  sind in der Abbildung 4.25 gegen den Druck aufgetragen. Auswertbare Messergebnisse aus den transienten Messungen ergeben sich erst bei Drücken von über 20 mbar. Daher wurden die Werte für  $\alpha$  bei Drücken von unter 20 mbar aus den Frequenzgangmessungen gewonnen, bei denen wiederum bei höherem Druck wegen der zu starken Dämpfung kein schwingendes Verhalten und damit keine auswertbaren Frequenzgänge möglich sind.

Bei Drücken von unter 20 mbar lassen die ungleichmäßig abklingenden Einschwingvorgänge bei den transienten Messungen keine sinnvollen Fits zu. Die Abbildung 4.26 zeigt einen solchen Bewegungsvorgang. Auslöser für die Unregelmäßigkeiten sind die Umlenkmassen, die durch die Sprungfunktion der Anregung ebenfalls zur Resonanz angeregt werden. Dadurch kommt es zur Überlagerung verschiedener Moden. Die 3. Eigenmode aus Abbildung 2.8 konnte mit dem Messaufbau visualisiert werden und die Vermutung bestätigen. Eine weitere Schwierigkeit bei niedrigen Drücken stellt die Dauer der transienten Vorgänge dar. Diese können so lange dauern, dass eine Messung mit einer Pulsfolge auf Grund der Limitierung der maximalen Pulsbreite durch den Frequenzgenerator nicht mehr möglich ist.

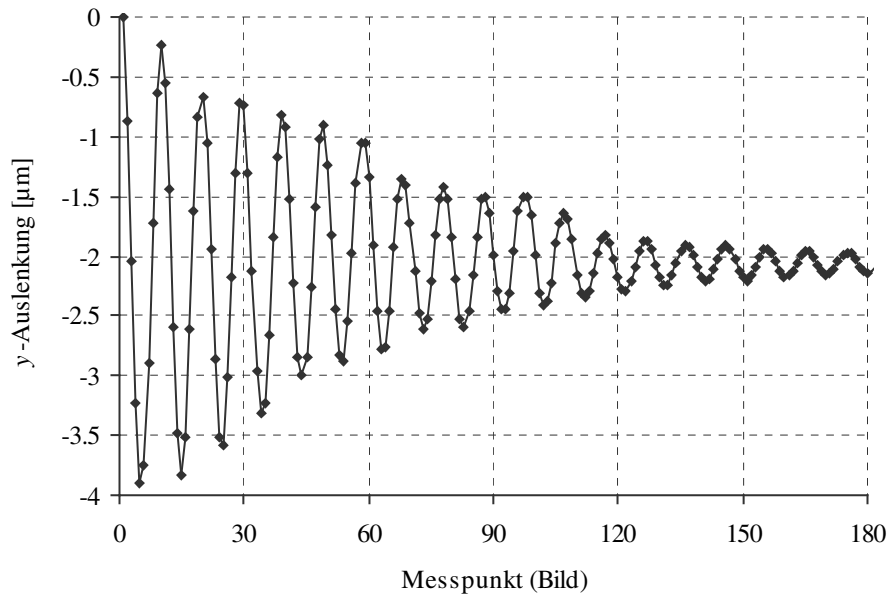


Abbildung 4.26: Messungen des Einschwingverhaltens der Struktur F0.8G1.0 bei einem Druck von 10 mbar

Mechanisch bedingte Nichtlinearitäten sollten sich insbesondere bei größeren Auslenkungen in amplitudenabhängigen Frequenzverschiebungen und/oder, je nach Ausprägtheit, in Abweichungen von der idealen sinusförmigen Schwingungsform zeigen. Beim visuellen Vergleich der gemessenen Bewegungen mit den Fitkurven können keine Verzerrungen, wie beispielsweise eine Abplattung oder Zuspitzung des sinusförmigen Verlaufs, festgestellt werden. Auch die Auswertung der Fitkoeffizienten von  $k - Pot1$ ,  $Pot3$ ,  $Pot5$  und  $Pot7$  - gibt keinen Hinweis auf ein nichtlineares Verhalten. Die entsprechende Fitkurve wird nur durch den konstanten Term  $Pot1$  der Federcharakteristik bestimmt. Im Vergleich dazu sind die Koeffizienten der höheren Potenzen vernachlässigbar klein.

Die bei den Frequenzgangmessungen zu beobachtenden Nichtlinearitäten im unteren Amplitudenbereich, die auf eine Federverhärtung hindeuten, sind so ausgeprägt, dass sie zu einer eindeutigen Frequenzverschiebung beim Einschwingvorgang führen müssten. Das beweist die Abbildung 4.27, in der sich die Vergleichskurve aus den Fitparametern der Frequenzgangmessung der Struktur F1.2G1.0 bei  $U_{dc} = 1 \text{ V}$  und  $u_{ac} = 0.05 \text{ V}$  ergibt (siehe Abbildung 4.10). Weil bei kleinen Amplituden ein eventueller nichtlinearer Einfluss sehr gering sein sollte, wurde die Vergleichskurve so in die Messwerte eingepasst, dass eine möglichst gute Übereinstimmung mit den Messwerten am Ende der Messung (bei kleinen Amplituden) gewährleistet ist. Dadurch wird die durch Nichtlinearitäten bedingte Frequenzverschiebung insbesondere bei größeren Auslenkungen wesentlich besser verdeutlicht. Um Verschiebungen durch geringe Unterschiede in  $Pot1$  aus der transienten

Messung und der Frequenzgangmessung zu vermeiden, wurde für die Berechnung beider Verläufe der aus der transienten Messung ermittelte Wert für  $Pot1$  verwendet. Somit ergeben sich die Unterschiede der Kurven nur aus den Fitkoeffizienten der höheren Potenzen ( $Pot3$ ,  $Pot5$ ,  $Pot7$ ) der Federkennlinie.

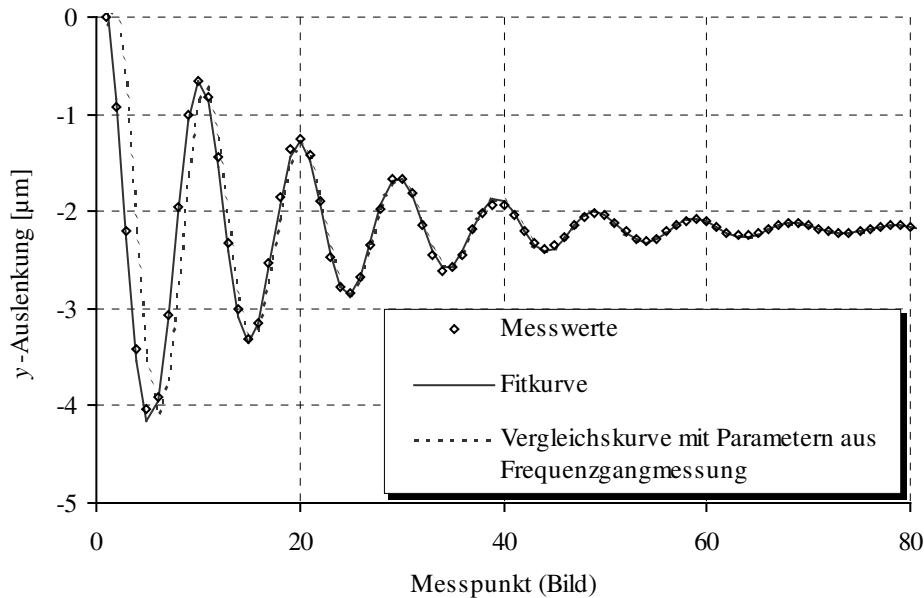


Abbildung 4.27: Vergleich einer Fitkurve aus transienter Messung mit einer Vergleichskurve, deren Verlauf sich aus den Fitparametern der Frequenzgangmessung mit  $U_{dc} = 1 \text{ V}$  und  $u_{ac} = 0.05 \text{ V}$  ergibt, der Struktur F1.2G1.0

Zusammenfassend ist festzustellen, dass bei keinem der vermessenen transienten Vorgänge eine nachweisbare Frequenzverschiebung auftritt. Auch eine Verzerrung der sinusförmigen Bewegung bei größeren Amplituden ist nicht erkennbar. Deshalb kann die Annahme einer mechanisch bedingten Nichtlinearität nicht bestätigt werden.

### Zusammenfassung

- lineare mechanische Federkennlinie
- signifikanter Einfluss der Umlenkmassen auf die Shuttlebewegung durch Überlagerung der Antriebsmode und der 3. Eigenmode aus Abbildung 2.8 bei Druckwerten von unter 20 mbar

### 4.3.3 Statische Messungen

Wie bereits im Kapitel 4.2.5 erwähnt, wurden die statischen Messungen zur Bestimmung der Kapazitätsänderung  $dC/dy$  durchgeführt. Es wird vorausgesetzt, dass die mechanische Federkennlinie linear ist. Die Ergebnisse der transienten Messungen rechtfertigen diese Annahme.  $dC/dy$  kann somit nach der Gleichung (4.16) bestimmt werden. In Abbildung 4.28 sind die Resultate der verschiedenen Strukturen grafisch dargestellt worden.

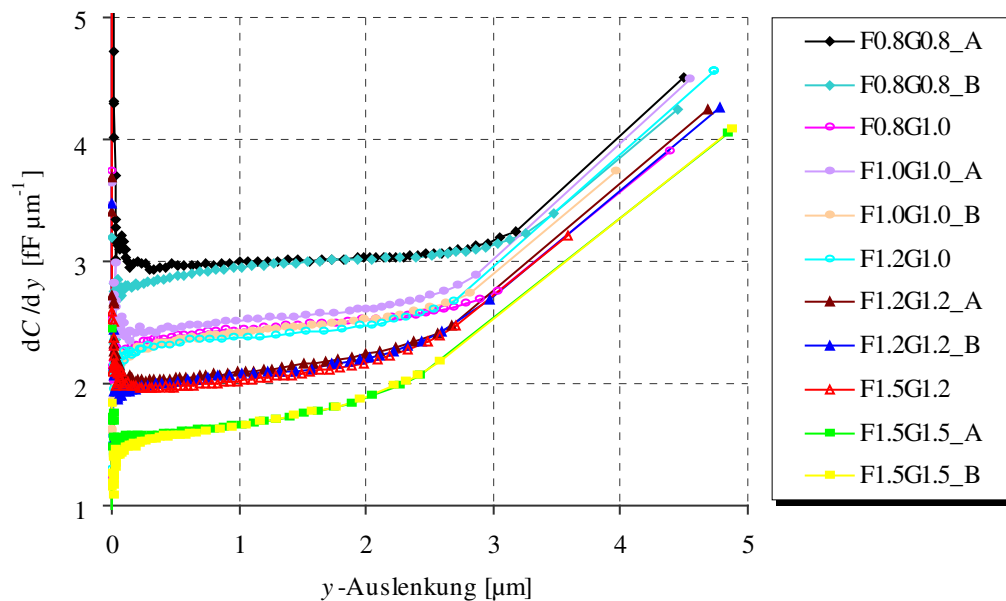


Abbildung 4.28: Darstellung der aus statischen Messungen ermittelten Werte für  $dC/dy$  in Abhängigkeit von der  $y$ -Auslenkung für verschiedene Designs

Für die Struktur F0.8G0.8\_A wird aus den Werten der Abbildung 4.28 für die Kapazitätsänderung eines Fingers ( $dC_d/dy/40$ ) ein mittlerer Wert von  $0.075 \text{ fF}/\mu\text{m}$  ermittelt. Für die Struktur F1.5G1.5\_A mit einem etwa doppelt so großem Fingerabstand ergibt sich ein Wert von  $0.04 \text{ fF}/\mu\text{m}$ . Erwartungsgemäß hängt die Kapazitätsänderung von den Fingerabständen ab, wobei ein geringerer Abstand eine größere Kapazitätsänderung zur Folge hat. Alle Kurven steigen aber mit zunehmender Auslenkung an. Dieser Anstieg wird mit größer werdendem Abstand zwischen den Fingern steiler. Zur Verdeutlichung werden die Messwerte der Kapazitätsänderung  $dC/dy$  durch ein Polynom 4. Grades nach der Least-Mean-Square Methode gefittet (Abbildung 4.29) und nach  $y$  abgeleitet. Abbildung 4.30 zeigt den sich daraus ergebenden Anstieg der Kapazitätsänderung  $d^2C/dy^2$ . Diese Darstellung bestätigt die bereits gemachten Aussagen zu  $d^2C/dy^2$  in Abhängigkeit vom Fingerabstand. Hierzu ist allerdings zu bemerken, dass sich für Auslenkungen kleiner  $0.5 \mu\text{m}$  kein konsistentes Bild

ergibt. In diesem Bereich sind die relativen Schwankungen der gemessenen Auslenkungen zu groß, so dass sich aus den Berechnungen der dargestellten Größen zufällig erscheinende Anfangsverläufe ergeben. Ursache für die Schwankungen könnten neben Messungenauigkeiten auch Ladungseffekte [57] sein, die zu einer vertikalen Auslenkung führen und damit Einfluss auf die Kapazitätsänderung hätten.

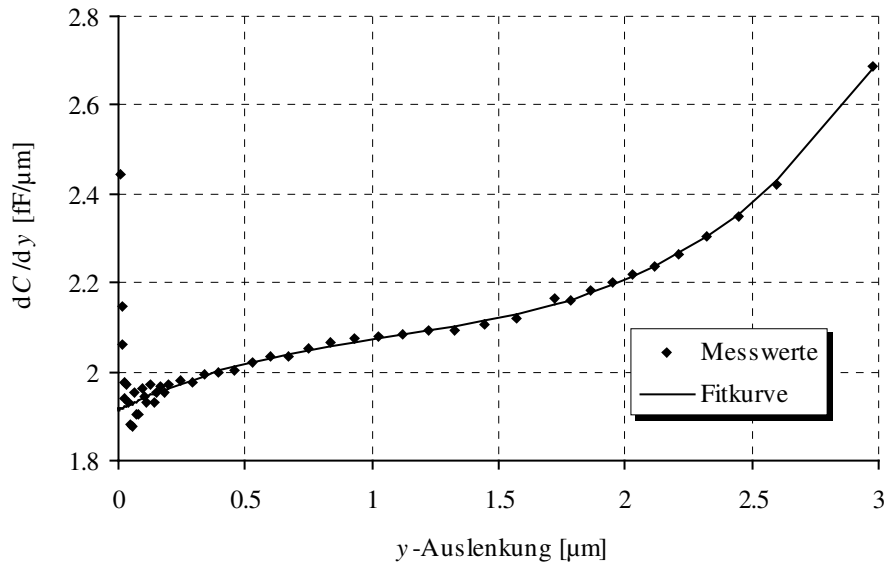


Abbildung 4.29: Darstellung der aus einer statischen Messung ermittelten Werte für  $dC/dy$  und der zugehörigen Fitkurve in Abhängigkeit von der  $y$ -Auslenkung für die Struktur F1.2G1.2\_B

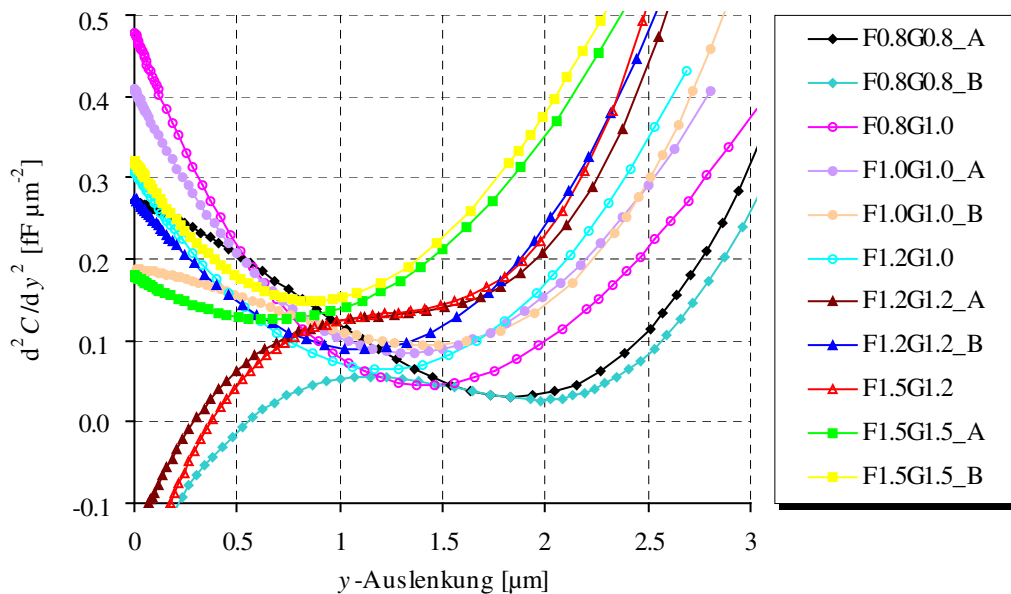


Abbildung 4.30: Aus Fitkurven ermittelter Anstieg der Kapazitätsänderung  $d^2C/dy^2$  in Abhängigkeit von der  $y$ -Auslenkung für verschiedene Designs



Zusammenfassung

- Zunahme der Kapazitätsänderung  $dC/dy$  mit kleiner werdendem Fingerabstand und zunehmender  $y$ -Auslenkung
- je größer der Fingerabstand, umso stärker der Anstieg von  $dC/dy$  in Abhängigkeit von  $y$  im betrachteten Auslenkungsbereich ( $y = 1.5 \dots 5 \mu\text{m}$ )

## 5 Statische Messung der vertikalen Auslenkung

### 5.1 Messprinzip

Die vertikalen Messungen wurden mit dem Interferometer „Wyko NT2000“ der Firma Veeco Metrology Group durchgeführt [36]. Die Beleuchtung erfolgt hier mit inkohärentem weißen Licht, welches durch einen Strahlteiler aufgeteilt wird. Ein Lichtstrahl wird an einem Referenzspiegel und der andere an der Probe reflektiert. Nach Rekombination der beiden reflektierten Strahlen erfolgt die Auswertung der resultierenden Intensität mit einer CCD-Kamera. Durch Variation des Fokus mittels Piezotranslator erhält man eine vom Höhenprofil der Probe abhängige Änderung des Intensitätsmusters. Daraus lässt sich ein Rückschluss auf den Wegunterschied zwischen Mess- und Referenzstrahl ziehen. Der vertikale Messbereich ist somit nicht durch eine Wellenlänge, sondern durch die maximale Verschiebungsvariation des Piezotranslators begrenzt. Die Auflösungsgrenze liegt bei 3 nm.

### 5.2 Ergebnisse

Wie bei den statischen Messungen der lateralen Auslenkung wurde auch bei diesen Untersuchungen die Struktur antriebseitig mit einer Gleichspannung  $U_{dc}$  beaufschlagt und die Finger der Detektionsseite sowie das Shuttle auf Massepotenzial gelegt.  $U_{dc}$  wurde von 0 V bis zur „Pull-in“-Spannung variiert, bei der es zum Anschlagen der beweglichen Finger an der Gegenelektrode kommt.

Die Abbildung 5.1 zeigt die  $z$ -Auslenkung für beide Shuttleseiten über der Spannung  $U_{dc}$ . Neben einer translatorischen Verschiebung kommt es auch zu einer Verkippung der beweglichen Masse. Ursache dafür ist die nur an einer Shuttleseite angreifende Kraft. Die Abbildung 5.2 verdeutlicht die Lage des Shuttles bei verschiedenen Spannungen.

Um ein Verkippen zu vermeiden, wurde bei weiteren Messungen die Gleichspannung an die bewegliche Masse gelegt, so dass auf der Antriebs- und Detektionsseite im Idealfall dieselbe Kraft wirkt. Bei diesen Messungen wurden nur relativ geringe Verkippungen (maximal 60 nm Auslenkungsdifferenz zwischen Antriebs- und Detektionsseite) gemessen. Die vertikale Auslenkung des Shuttles in Abhängigkeit von der Shuttlespannung zeigt die Abbildung 5.3.

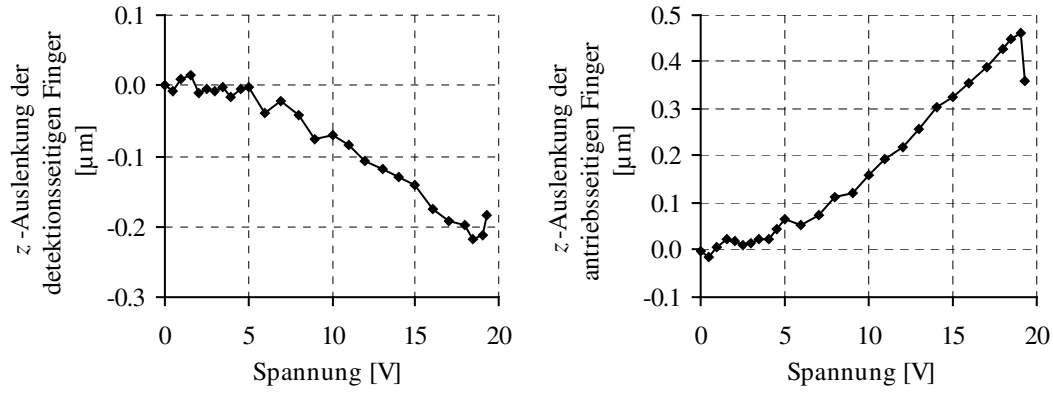


Abbildung 5.1: Statische Messung der z-Auslenkung der Finger der Detektions- (links) und Antriebsseite (rechts) der Struktur F1.5G1.5 in Abhängigkeit von der Spannung

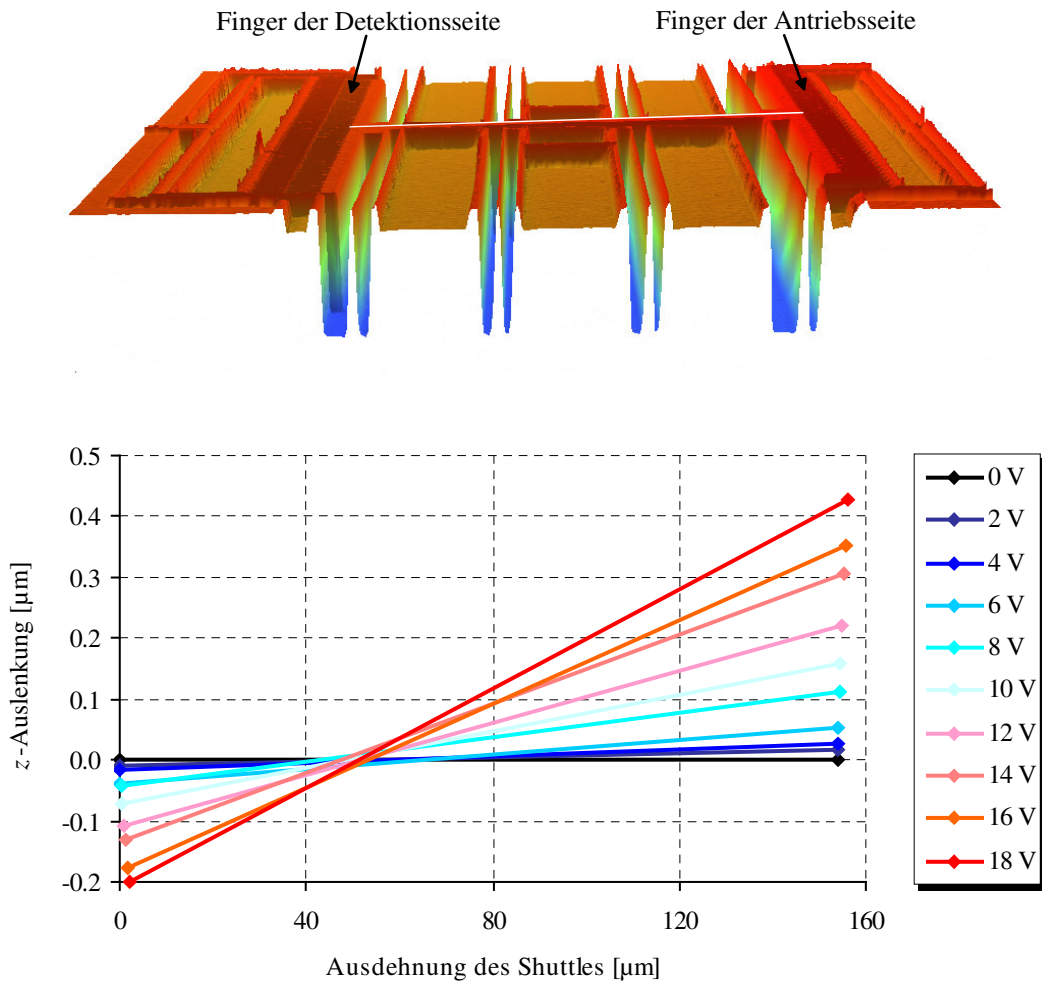


Abbildung 5.2: Statische Messung der z-Auslenkung des Shuttles der Struktur F1.5G1.5 bei unterschiedlichen Spannungen entlang der oben gezeichneten weißen Linie

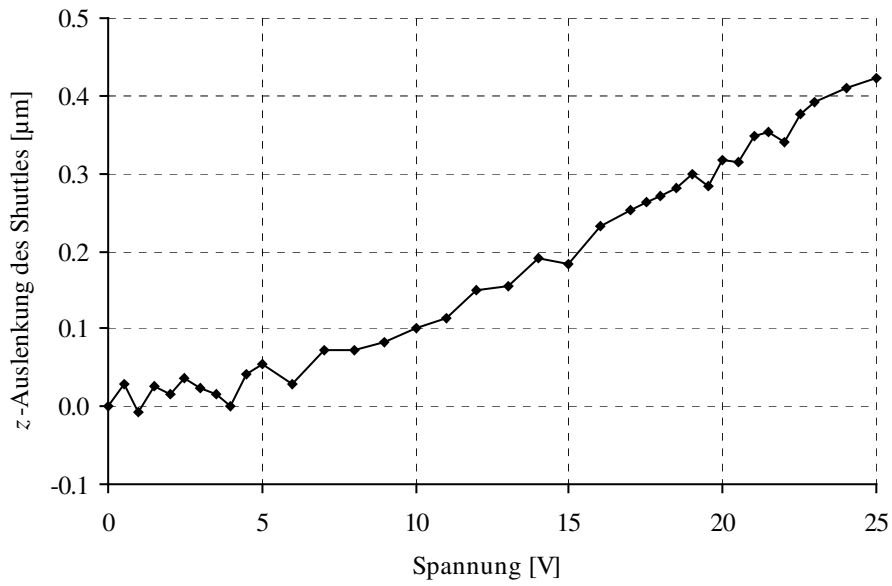


Abbildung 5.3: Statische Messung der  $z$ -Auslenkung des Shuttles der Struktur F1.5G1.5 in Abhängigkeit von der Shuttlespannung

### Zusammenfassung

- zunehmende Auslenkung des Shuttles in  $z$ -Richtung mit steigender Spannung  $U_{dc}$
- Verkipfung des Shuttles bei asymmetrischer Anregung

## 6 Auswertung und Diskussion

In diesem Abschnitt werden die Messergebnisse mit den analytisch und numerisch berechneten Werten verglichen und Möglichkeiten für den Einsatz von Kammantrieben als Antriebsstruktur in Gyroskopen aufgezeigt.

### Statische Betrachtung

Im Kapitel 4.3.3 wurde aus den Ergebnissen der statischen lateralen Messungen unter Verwendung der Gleichung (4.16) die Kapazitätsänderung der Antriebsseite  $dC_a/dy$  bestimmt. Die Berechnungen erfolgten auf der Grundlage einer linearen Federkennlinie. Diese Annahme kann durch die Erkenntnisse aus den transienten Messungen gerechtfertigt werden. Aus den Frequenzgangmessungen lässt sich andererseits ein nichtlineares auslenkungsabhängiges Federverhalten ableiten. Aus diesem Grund wird  $dC_a/dy$  auf der Basis einer linearen als auch einer nichtlinearen Feder für eine bestimmte Struktur berechnet und mit den theoretischen Werten verglichen.

Ein Hauptproblem bei der Annahme eines nichtlinearen Federverhaltens stellte der durch das nichtlineare Kapazitätsverhalten, besonders bei größeren Auslenkungen, bedingte Einfluss der angelegten Spannung auf die Federkennlinie dar. Wegen der relativ geringen Anzahl an Frequenzgangmessungen bei verschiedenen Spannungswerten ist eine Bewertung der Abhängigkeit des Federverhaltens von der Spannung nicht sinnvoll. Weil bei den statischen Messungen nur der Auslenkungsbereich von 0 ... 3  $\mu\text{m}$  relevant ist (bei etwa 3  $\mu\text{m}$  kommt es zum Anschlagen des Shuttles), lässt sich der Spannungseinfluss durch einen möglichst weiten linearen Kapazitätsbereich reduzieren. Die elektrisch bedingten Abhängigkeiten höherer Ordnung (5., 7., ...) der Federkraft von der Auslenkung können dadurch vernachlässigt werden. Strukturen mit möglichst kleinem Fingerabstand erfüllen diese Bedingung am besten. Deshalb wird für die folgenden Berechnungen die Struktur F0.8G0.8\_A gewählt. Aus den Frequenzgangmessungen wird für den Koeffizienten des kubischen Terms, der auch bei  $U_{dc} \rightarrow 0 \text{ V}$  nicht ganz verschwindet, ein mittlerer Wert abgeschätzt. Bei allen theoretischen Berechnungen wird von einer mittleren Fingerbreite von 0.7  $\mu\text{m}$  (0.8  $\mu\text{m}$  Designmaß) und einem mittleren Fingerabstand von 0.9  $\mu\text{m}$  (0.8  $\mu\text{m}$  Designmaß) ausgegangen. Diese Werte wurden aus der im Kapitel 3.3 ermittelten Maskenunterätzung abgeleitet.

Unter den beschriebenen Voraussetzungen zeigt sich beim quantitativen Vergleich von theoretischen und gemessenen Werten ein akzeptabler Unterschied von nur 0.3 fF/ $\mu\text{m}$  (10%).

Durch Subtraktion dieses Offsets von den theoretischen Werten erhält man für einen qualitativen Vergleich die in der Abbildung 6.1 dargestellten Kurven. Die beste Übereinstimmung von Theorie und Messung ergibt sich bei Annahme einer nichtlinearen Federkennlinie. Mit einer linearen Feder zeigen sich bei größeren Auslenkungen eindeutige Abweichungen vom theoretischen Verlauf. Der absolute Beitrag der Levitation zur Kapazitätsänderung ist vergleichsweise gering. Im betrachteten statischen Fall hat dieser Effekt aber vor allem bei kleineren Auslenkungen einen markanten Einfluss.

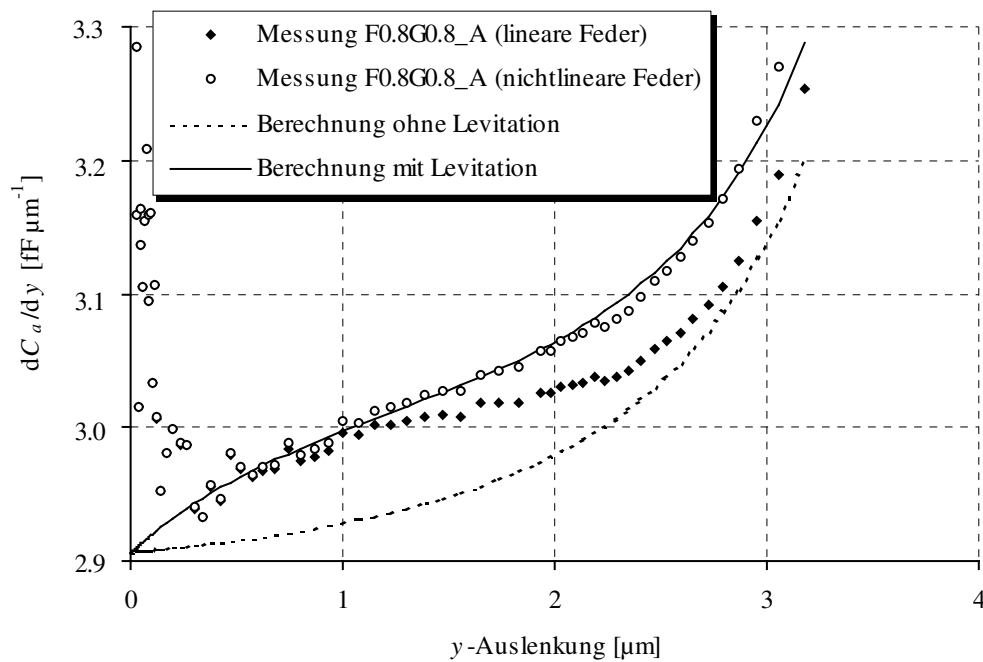


Abbildung 6.1: Qualitativer Vergleich der berechneten und aus statischen Messungen bestimmten Kapazitätsänderung der Antriebsseite gegen die  $y$ -Auslenkung für die Struktur F0.8G0.8\_A

Aus den Werten der Abbildung 6.1 (insbesondere für  $y < 2 \mu\text{m}$ ) ergibt sich für die Kapazitätsänderung eines Fingers ein mittlerer Wert von  $0.075 \text{ fF}/\mu\text{m}$ . In [3] wird für ein vergleichbares Design mit einem Fingerabstand von  $0.9 \mu\text{m}$  ein simulierter Wert von  $0.1 \text{ fF}/\mu\text{m}$  pro Finger angegeben. Der Hauptunterschied ist vermutlich auf die verschiedenen Abstände der Abschirmungsebene von den Fingern zurückzuführen. In [3] beträgt dieser Abstand  $2 \mu\text{m}$ , bei den im Zuge dieser Arbeit untersuchten Proben nur  $0.9 \mu\text{m}$ . Laut [3] verringert diese Abschirmung den Wert der Kapazitätsänderung um 30%. Ein kleinerer Abstand führt wahrscheinlich zu einer noch geringeren Kapazitätsänderung.

### Dynamische Betrachtung

Im folgenden Teilabschnitt werden die Ergebnisse der Frequenzgangmessungen der Struktur F0.8G0.8\_A zu Grunde gelegt und mit den numerisch berechneten Amplitudengängen verglichen.

Wie im Kapitel 4.3.1 festgestellt wurde, kommt es mit Erhöhung der Spannung  $U_{dc}$  zu einer immer stärkeren Verschiebung der Resonanzpeaks zu niedrigeren Frequenzen. Bei der betrachteten Struktur hat sich die Resonanzfrequenz bei  $U_{dc} = 9\text{ V}$  im Vergleich zum Frequenzwert bei  $U_{dc} = 0.2\text{ V}$  um  $255\text{ Hz}$  verschoben. Der numerisch berechnete Frequenzgang ohne Berücksichtigung der Levitation weist nur eine Verschiebung von  $65\text{ Hz}$  auf. Wegen der starken quantitativen Abweichung muss vermutet werden, dass ein weiterer Effekt die Verschiebung der Frequenzgänge beeinflusst. Auch die Einbeziehung des Levitationseffekts im erweiterten Modell aus Abbildung 2.24 kann die Unterschiede in der Frequenzverschiebung nicht erklären. Die Gesamtverschiebung mit Berücksichtigung dieses Effekts beträgt  $70\text{ Hz}$  ( $65\text{ Hz}$  ohne Levitation), was immer noch eine Differenz von  $185\text{ Hz}$  zur Messung bedeutet. Im Vergleich zum Modell ohne Berücksichtigung der Levitation zeigen die Amplitudengänge des erweiterten Modells eine etwas bessere Annäherung an den Fit der gemessenen Kurve, wie die Abbildung 6.2 zeigt.

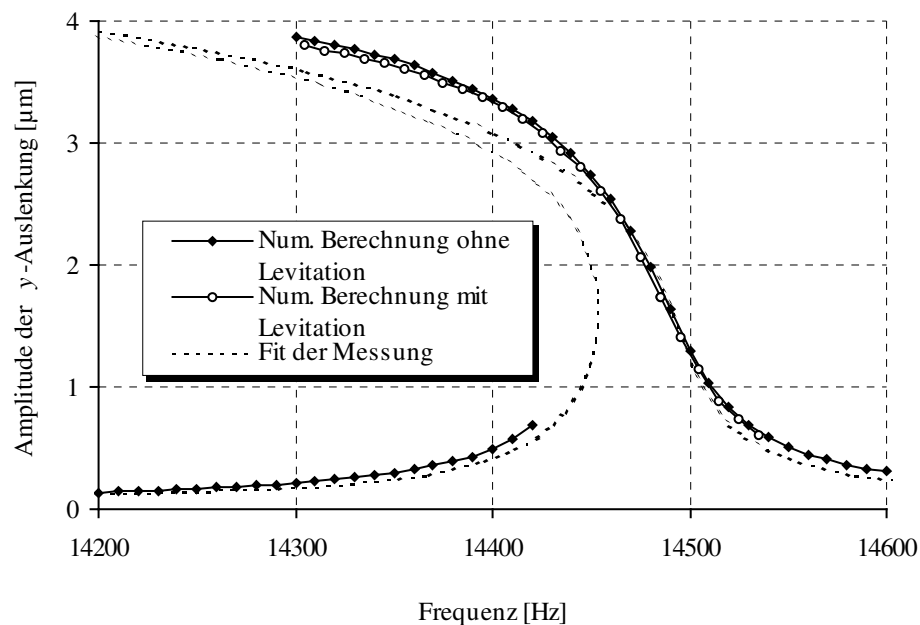


Abbildung 6.2: Vergleichende Darstellung der numerisch berechneten Amplitudengänge mit und ohne Berücksichtigung des Levitationseffekts und der Fitkurve der Messwerte der Struktur F0.8G0.8\_A ohne kubischen Term der Federkennlinie

Darin wurden die Kurven zum Zweck einer besseren qualitativen Vergleichbarkeit übereinandergelegt (ohne Frequenzverschiebung). Der Levitationseffekt führt zu einer zusätzlichen Aufweichung der Feder, was sich in der erwähnten Frequenzverschiebung und einer verstärkten Kurvenneigung widerspiegelt. Die Fitkurve der Messwerte wurde ohne den kubischen Term der Federkennlinie dargestellt. Dieser Ausdruck, der die Eigenschaft einer Federverhärtung beschreibt, kann mit den beschriebenen Modellen nicht erklärt werden und wird im folgenden Abschnitt diskutiert.

### Mechanische Nichtlinearität

Wie zuvor erwähnt, geben die Ergebnisse der transienten Messungen keinen Hinweis auf das Vorhandensein einer mechanisch überlinearen Feder. Bei den Frequenzgangmessungen konnte eine Zunahme des Koeffizienten des kubischen Terms der Federkennlinie mit Anstieg der Spannung  $U_{dc}$  festgestellt werden. Bei geringen Spannungen ( $< 3$  V) bleibt dieser Kennwert aber nahezu unverändert und verschwindet nicht völlig. Dieser spannungsunabhängige Teil unterstützt die Annahme einer mechanischen Nichtlinearität [58]. Bei den aus den statischen Messungen ermittelten Kapazitätsänderungen würde eine solche Federeigenschaft im Vergleich zu den theoretisch ermittelten Werten eine bessere Übereinstimmung ergeben, wie die Abbildung 6.1 zeigt. Ob eine mechanische Nichtlinearität vorliegt, konnte mit den durchgeführten Messungen nicht eindeutig geklärt werden.

Die mit der Spannung zunehmende Versteifung wird möglicherweise durch die levitationsbedingte vertikale Auslenkung beziehungsweise Verkippung der Struktur verursacht. Durch eine Verkippung werden die Federbalken zusätzlich in vertikaler Richtung verformt. Außerdem hat eine Verkippung eine Verdrehung der Federn zur Folge. Diese geometrischen Änderungen könnten Einfluss auf die Federsteifigkeit haben. Da die Levitationskraft und damit die vertikale Auslenkung spannungsabhängig sind, hätte eine höhere Spannung eine größere vertikale Auslenkung und damit eine Federversteifung zur Folge. Um diese Vermutung zu bestätigen, wurden nichtlineare FEM-Simulationen zur Ermittlung der Federkonstante durchgeführt. Eine mittlere Federkonstante  $k$  lässt sich aus der berechneten potenziellen Energie  $E^{\text{pot}}$  aus Gleichung (6.1) extrahieren.

$$E^{\text{pot}} = \frac{1}{2} k y^2 \quad (6.1)$$



In der ersten Simulation, die als Referenz dient, wurde die bewegliche Masse ausschließlich in  $y$ -Richtung ausgelenkt. Bei der zweiten Simulation wurde das Shuttle abhängig von der lateralen Auslenkung noch zusätzlich vertikal verkippt. Die Variation der  $z$ -Auslenkung erfolgte linear mit der  $y$ -Auslenkung, wobei die Maxima bei  $5\ \mu\text{m}$  lateraler und  $200\ \text{nm}$  vertikaler Verschiebung lagen. Das Maximum von  $200\ \text{nm}$  wurde aus den statischen vertikalen Messungen bei  $U_{dc} = 9\ \text{V}$  abgeschätzt, da dynamische Messungen der  $z$ -Auslenkung nicht möglich waren. Die aus den Simulationen resultierenden Kurven für die Federcharakteristik in  $y$ -Richtung zeigt die Abbildung 6.3.

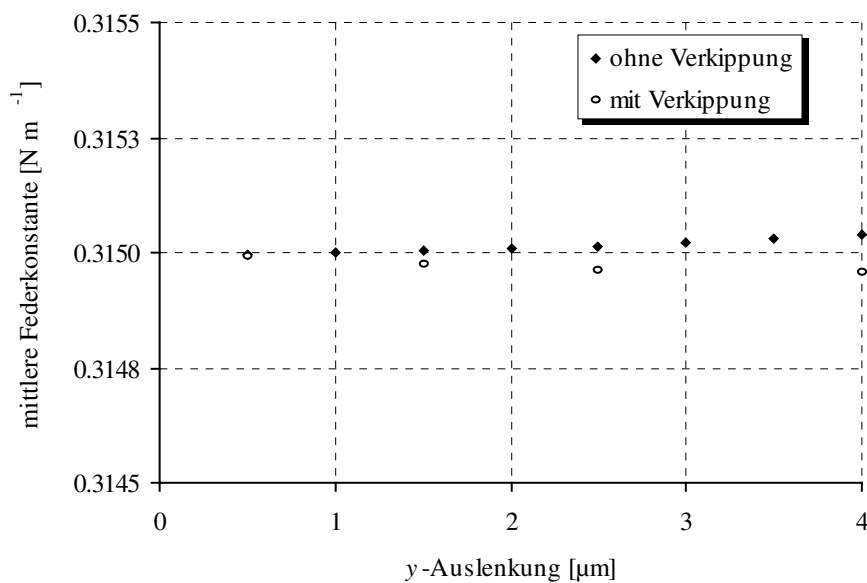


Abbildung 6.3: Aus FEM-Simulationen errechnete mittlere Federkonstante in Abhängigkeit von der  $y$ -Auslenkung ohne und mit zusätzlicher vertikaler Auslenkung beziehungsweise Verkipfung

Wie aus der Abbildung hervorgeht, ist die Federcharakteristik über der Auslenkung annähernd konstant. Bei den Berechnungen ohne Verkipfung ist ein leichter Anstieg erkennbar, wohingegen die Federkonstante bei den Simulationen mit Verkipfung etwas kleiner wird. Die Unterschiede sind sehr gering und können auf Rechenungenauigkeiten zurückgeführt werden. Damit bestätigen die Simulationen die Vermutungen nicht.

Eine weitere Ursache für die mechanische Nichtlinearität könnten die im Kapitel 4.3.1 bereits erwähnten Asymmetrien zwischen positiver und negativer Schwingungshalbwellen sein, die bei Spannungen  $U_{dc} \leq 1\ \text{V}$  auftreten. Es wird angenommen, dass die asymmetrische Antriebskraft für diesen Effekt verantwortlich ist. Daher wurde eine vergleichende Messung mit symmetrischer Antriebskraft durchgeführt. Hierbei wurden um  $180^\circ$ -phasenverschobene

Wechselspannungen gleicher Amplitude an die Antriebs- beziehungsweise Detektionskämme gelegt. Bei einer doppelseitig angetriebenen Struktur treten die beschriebenen asymmetrischen Verzerrungen auch bei kleinen Spannungen nicht in Erscheinung, wie die Abbildung 6.4 beweist. Die Darstellung zeigt außerdem, dass der Verlauf des Frequenzgangs durch die Asymmetrie nicht beeinflusst wird. Beide gemessenen Amplitudengänge weisen identisches Verhalten auf. Ein Verschwinden der asymmetrischen Schwingungsform mit größer werdender Spannung bei einseitigem Antrieb kann darauf zurückgeführt werden, dass die Antriebskraft in zunehmendem Maße durch den  $U_{dc}^2$ -Term bestimmt wird. Dieser ist zwar nichtlinear, aber bezüglich negativer und positiver Halbwelle symmetrisch.

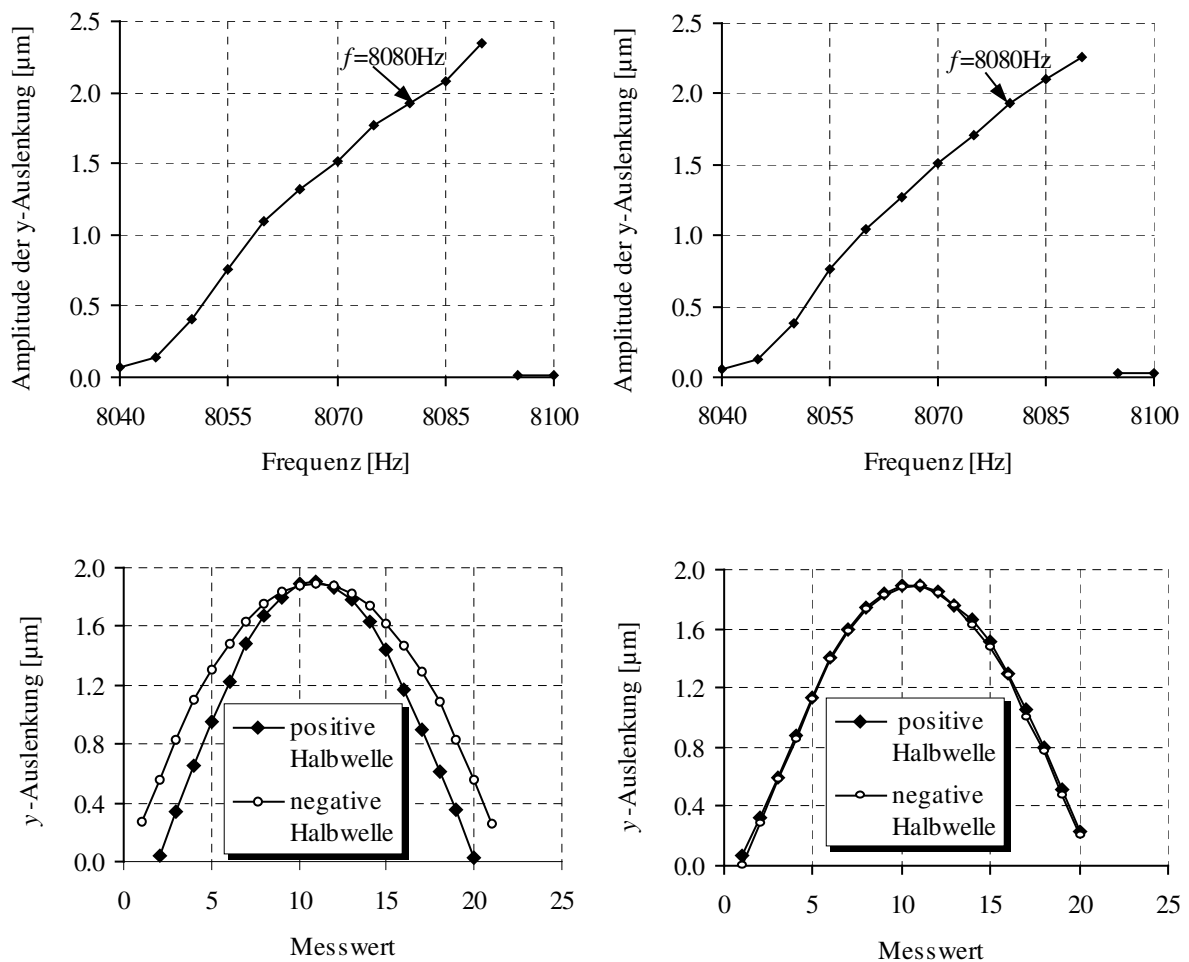


Abbildung 6.4: Amplitudengänge (oben) und vergleichende Darstellung von positiver und negativer Schwingungshalbwelle (unten) der Struktur F1.2G1.0 bei asymmetrischem Antrieb  $U_{dc} = 0.5 \text{ V}$  (linke Seite) beziehungsweise symmetrischem Antrieb  $U_{dc} = 0.3 \text{ V}$  (rechte Seite)

### Möglichkeiten für Drehratensensoren

Abschließend wird auf den Vorschlag aus [18] eingegangen, Nichtlinearitäten für Drehratensensoren zu nutzen. Danach bewirkt die nichtlineare mechanische Feder (Aufhängung) der Antriebsstruktur einen zu höheren Frequenzen überhängenden Amplitudengang. Der über einen relativ weiten Frequenzbereich vergleichsweise geringe Anstieg der Resonanzüberhöhung ermöglicht die Verwendung einer weniger komplexen Antriebsregelung.

Insbesondere bei kleinen Spannungswerten  $U_{dc}$  zeigt sich bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Frequenzgangmessungen die in [18] erwähnte nichtlineare Federcharakteristik. Mit Erhöhung der Spannung ändert sich dieses Verhalten. Aus einer Federverhärtung wird im oberen Amplitudenbereich eine Federaufweichung. Ursache dafür ist die elektrisch (kapazitive) bedingte Nichtlinearität, die an Dominanz gewinnt und mit zunehmender Spannung das überlineare Verhalten kompensiert. Die verhärtende Eigenschaft der Feder weist eine Abhängigkeit von der Auslenkung zur dritten Potenz auf. Die elektrisch bedingte Nichtlinearität zeigt Abhängigkeiten höherer Ordnung, wie der Vergleich der Messwerte mit der Fitkurve, die eine Abhängigkeit bis zur 7. Ordnung beschreibt, in Abbildung 6.5 belegt.

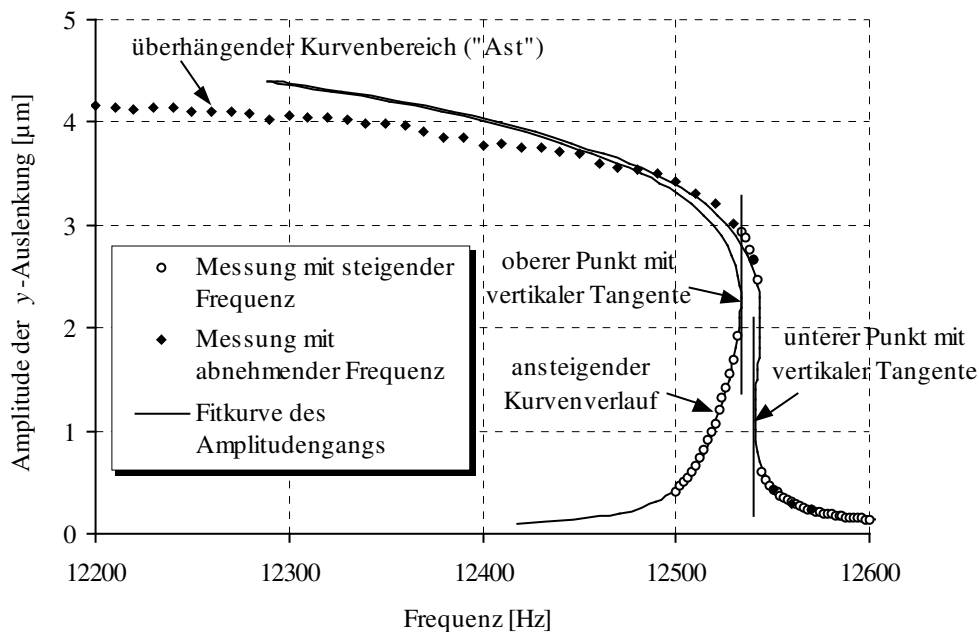


Abbildung 6.5: Messung und Fit des Amplitudengangs der Struktur F1.5G1.2 bei  $U_{dc} = 6 \text{ V}$ ,  $u_{ac} = 0.05 \text{ V}$  und einem Druck von  $0.01 \text{ mbar}$

Daraus resultieren im zu kleineren Frequenzen überhängenden Bereich der Amplitudengänge noch flachere Anstiege, wie beim Vergleich der oberen Darstellungen aus Abbildung 4.10

(dominante federverhärtende Nichtlinearität) und Abbildung 4.14 (im oberen Auslenkungsbereich dominante elektrische federaufweichende Nichtlinearität) festgestellt werden kann. Auf den zu niedrigeren Frequenzen geneigten überhängenden Kurvenbereich in Abbildung 4.14 oder Abbildung 6.5 gelangt man, wenn der Frequenzbereich von größeren zu kleineren Frequenzen durchlaufen wird. Zur Gewährleistung des Amplitudensprungs muss der obere Punkt mit vertikaler Tangente links vom unteren Punkt mit vertikaler Tangente liegen. Ist das nicht der Fall, springt die Amplitude nicht auf den überhängenden „Ast“ sondern auf den darunterliegenden ansteigenden Kurvenverlauf (Abbildung 6.6 links), da dessen stabiler Schwingungszustand energetisch näher zum Schwingungszustand der vorherigen Frequenz liegt. Wird der Frequenzbereich von niedrigeren zu höheren Frequenzen bis zum Sprung auf den Anfang des überhängenden Kurvenbereichs durchlaufen und nun die Frequenz wieder verringert, dann könnten die Schwingungszustände des überhängenden „Astes“ ebenfalls erreicht werden. Praktisch wurde diese Möglichkeit nicht verifiziert. Um ohne „Richtungswechsel“ des Frequenzdurchlaufs den überhängenden Kurvenbereich zu erreichen, müssen allerdings die oben genannten Voraussetzungen erfüllt werden. Dazu muss der verhärtende Federterm je nach Ausprägtheit eventuell durch den aufweichenden Anteil teilweise kompensiert werden. Das lässt sich durch Erhöhung der Spannung, Verringerung der federversteifenden Nichtlinearität oder Vergrößerung des Fingerabstands erreichen. Bei größeren Fingerabständen weicht der Kapazitätsverlauf bereits bei weniger Überlappung vom linearen Verhalten ab, was schon bei kleineren Auslenkungen und Spannungen eine federaufweichende Wirkung hat und damit zu einer Kompensation des überlinearen Anteils auch im unteren Amplitudenbereich führt. Das verdeutlicht die Abbildung 6.6, bei der die Amplitudengänge zweier Strukturen mit unterschiedlichen Fingerabständen, aber sonst etwa gleichen mechanischen Designparametern, dargestellt sind.

Für die Bestimmung der Winkelgeschwindigkeit muss die Amplitude der Antriebsschwingung bekannt sein. Um den regelungstechnischen Aufwand zu minimieren, sollte der Arbeitspunkt in einem möglichst weiten konstanten Bereich des Amplitudengangs liegen. Unter diesem Gesichtspunkt bietet sich der zu niedrigeren Frequenzen überhängende Kurvenverlauf an, der sich über einen Bereich von mehreren hundert Hertz erstrecken kann (Abbildung 6.5). Je weiter man den Arbeitspunkt auf diesem „Ast“ zu niedrigeren Frequenzen verschiebt, umso geringer ist der Kurvenanstieg und desto höher die Amplitude. Der Nachteil besteht jedoch darin, dass mit zunehmender Verlagerung des Arbeitspunktes der stabile Bereich enger wird. Dadurch können bereits kleinere Störungen dazu führen, dass die

Zustandsgrößen des Systems aus dem Stabilitätsbereich laufen und es zu einem Sprung der Amplitude auf den ansteigenden Kurvenverlauf kommt.

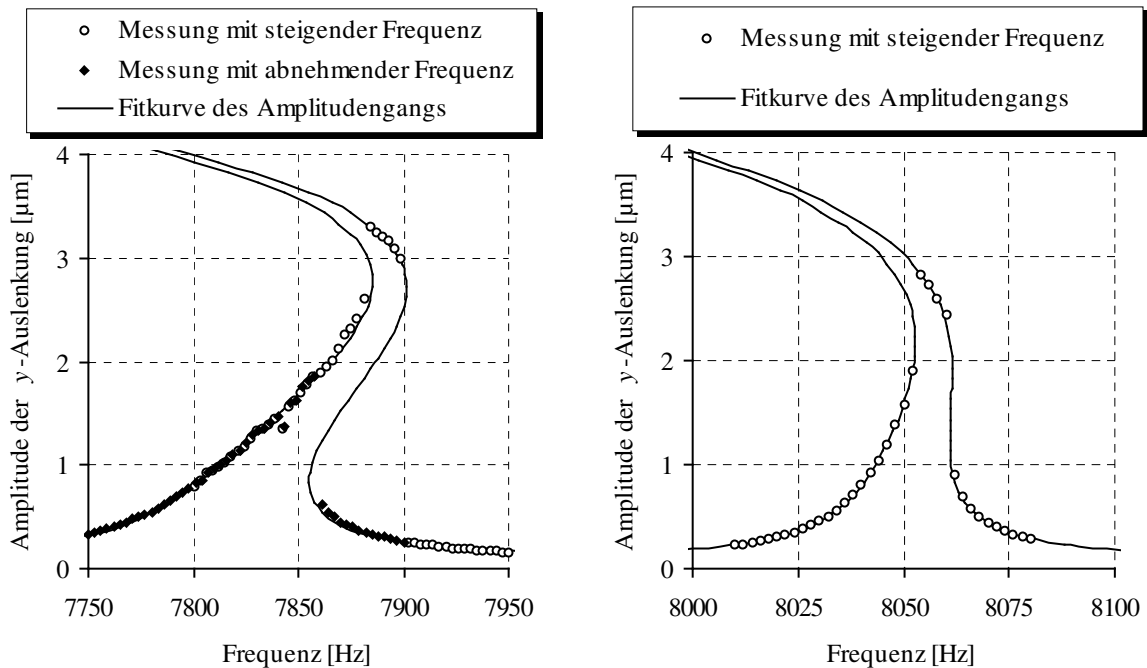


Abbildung 6.6: Messung und Fit der Amplitudengänge der Strukturen F1.2G1.0 (links, 1  $\mu\text{m}$  Fingerabstand) bei  $U_{dc} = 6\text{ V}$  und F1.5G1.5\_A (rechts, 1,5  $\mu\text{m}$  Fingerabstand) bei  $U_{dc} = 4,5\text{ V}$ ,  $u_{ac} = 0,05\text{ V}$  sowie einem Druck von 0,01 mbar mit annähernd gleicher Federdimensionierung

Ein weiterer interessanter Bereich für die Positionierung des Arbeitspunktes beschränkt sich auf die Frequenzen zwischen den beiden Punkten mit vertikaler Tangente. Der Bereich umfasst zwar nur eine Breite von 20-40 Hz und der Anstieg ist etwas steiler als bei niedrigeren Frequenzen auf dem überhängenden Kurvenbereich, zu jeder Frequenz existiert aber nur ein möglicher Amplitudenwert (Abbildung 6.7). Es gibt unterhalb dieser Amplituden also keine instabilen Bereiche, die zu einem Abfall der Amplitude führen können. Ziel einer Optimierung wären eine Erhöhung der Frequenzbreite und der Amplitude sowie die Gewährleistung eines möglichst flachen Anstiegs. Diese Eigenschaften bestimmende Parameter sind bei den untersuchten Strukturen insbesondere der Fingerabstand, die federverhärtende Nichtlinearität und die angelegte Spannung  $U_{dc}$ . Mit dem Beispiel aus Abbildung 6.7 lassen sich bei Beschränkung auf den gekennzeichneten Bereich Amplitudenwerte von etwa 2,7  $\mu\text{m}$  (bei  $y_0 = 5\text{ }\mu\text{m}$ ) erreichen. Würde man einen linearen Frequenzgang fordern, wäre eine geringere Spannung erforderlich. Andererseits müsste  $y_0$  um etwa 3,5  $\mu\text{m}$  vergrößert werden, damit die Bewegung nur im linearen Kapazitätsbereich

verläuft. Des Weiteren ist eine geringere Bandbreite und ein steilerer Anstieg um den Arbeitspunkt zu erwarten.

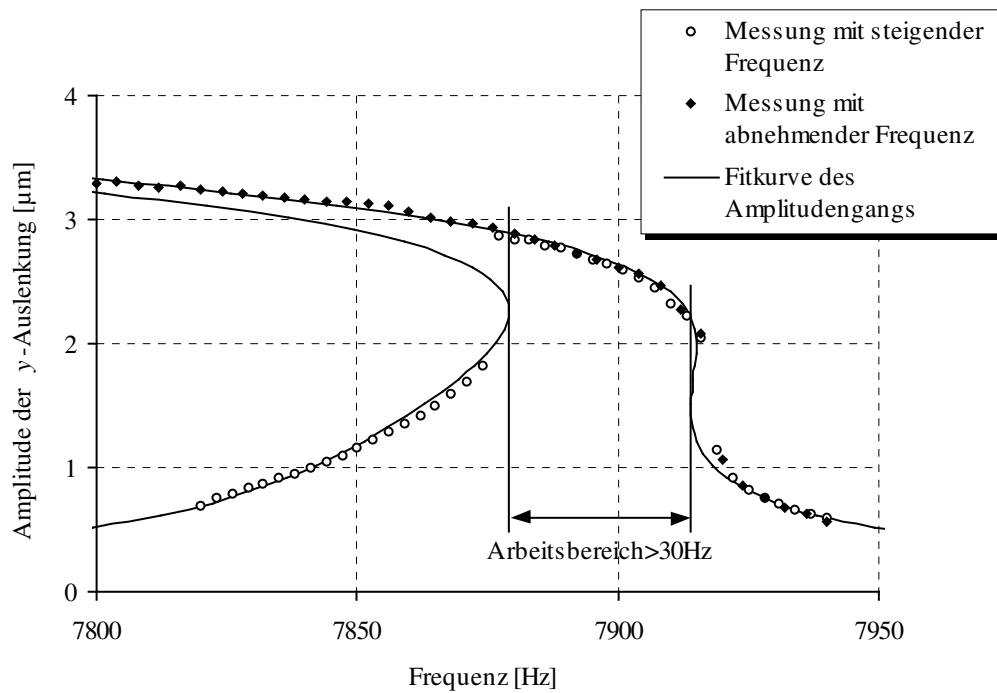


Abbildung 6.7: Messung und Fit des Amplitudengangs der Struktur F1.2G1.2\_B bei  $U_{dc} = 6 \text{ V}$ ,  $u_{ac} = 0.05 \text{ V}$  und einem Druck von  $0.01 \text{ mbar}$  mit gekennzeichnetem Arbeitsbereich für eine mögliche Lage des Arbeitspunkts

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit untersucht das nichtlineare Verhalten lateraler mikroelektromechanischer Kammantriebe.

In den theoretischen Betrachtungen wird das statische und dynamische Verhalten bei linearer und nichtlinearer Feder- und Antriebskraft beschrieben. Erstmals wurde der Einfluss des Levitationseffekts auf die Kapazitätsänderung in Antriebsrichtung berücksichtigt und die sich daraus ergebenden Auswirkungen auf das Verhalten einer Kammstruktur diskutiert.

Mit Hilfe der Finiten-Elemente-Methode wurden die Kapazitätsänderungen in Antriebsrichtung und für vertikale Auslenkungen simuliert. In Antriebsrichtung ergibt sich ein linearer Kapazitätsbereich von  $1g$  ( $g$  bezeichnet den Fingerabstand) Fingerüberlappung bis zu einem Abstand von  $5g$  der Fingerenden zur Gegenelektrode. Außerhalb dieses Bereichs ist die Kapazitätsänderung nicht konstant, sondern von der Fingerposition abhängig. Die Simulation der vertikalen Kapazitätsänderungen erfolgte ebenfalls unter Verwendung eines 3D-Modells, wobei die Ergebnisse bis zu 25% von den Resultaten einer vergleichenden 2D-Simulation abweichen.

Für eine Erweiterung der theoretischen Modelle sind Untersuchungen zur Abhängigkeit der Federkonstante von der Auslenkung und der Spannung sowie zum Einfluss der lateralen Auslenkung auf die Parameter  $z_0$  und  $C_{z0}$  von Bedeutung.

Für die experimentellen Untersuchungen wurden eine Vielzahl von Strukturen mit unterschiedlichen Designparametern in Silizium-Planartechnologie gefertigt. Die Messungen erfolgten mit einem optischen Messplatz. Vorteile gegenüber einer elektrischen Messmethode sind die Unempfindlichkeit der Messung gegenüber den an die Struktur gelegten Potenzialen und die Möglichkeit der Bewegungsvisualisierung. Dieser Messplatz wurde von Grund auf entwickelt und aufgebaut. Schwerpunkte dabei waren die Konstruktion einer für eine optische Messung geeigneten Vakuumkammer, das Programmieren der Software für die Steuerung des Messvorgangs, das Erstellen von Routinen zur Bildverarbeitung und zur Auswertung der Messergebnisse sowie der Entwurf und der Aufbau der Steuerungselektronik. In die Bildverarbeitung wurde eine wirkungsvolle Driftkompensation integriert, die von außen eingetragene Bewegungen herausrechnet. Damit wurde eine laterale Auflösung von 3 nm erreicht.

Der Messaufbau ermöglicht die Untersuchung statischer lateraler Auslenkungen sowie harmonischer und transients lateraler Bewegungsvorgänge. Um die Ergebnisse, insbesondere

der Frequenzgangmessungen, miteinander vergleichen zu können, wurde basierend auf dem Prinzip der Harmonischen Balance eine Fitprozedur entwickelt. Die daraus resultierenden Fitparameter stellen die den Frequenzgang charakterisierenden und auszuwertenden Größen dar. Bei der Auswertung dieser Messungen konnte festgestellt werden, dass es mit zunehmender Gleichspannung zu starken Verschiebungen der Resonanzüberhöhungen zu niedrigeren Frequenzen kommt. Diese Verschiebung ist umso größer, je kleiner der Fingerabstand ist. Darüber hinaus zeigt die Federcharakteristik bis zu einem bestimmten spannungsabhängigen Amplitudenwert ansteigendes Verhalten, welches oberhalb dieser Schwelle in eine Abnahme umschlägt. Der Anstieg im Verlauf weist auf eine nichtlineare mechanische Feder hin. Diese Folgerung konnte durch die transienten Messungen jedoch nicht bestätigt werden. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen deuten auf eine lineare Feder hin, so dass sich bezüglich des mechanischen Federverhaltens kein konsistentes Bild ergibt. Der Abfall der Federcharakteristik bei größeren Auslenkungen ist auf die Nichtlinearitäten im Kapazitätsverlauf zurückzuführen.

Aus den statischen lateralen Messungen wurde die Kapazitätsänderung in Antriebsrichtung berechnet. Für eine entworfene Stuktur mit einem Fingerabstand von  $0.8 \mu\text{m}$  (real  $0.9 \mu\text{m}$ ) konnte ein mittlerer Wert von  $0.075 \text{ fF}/\mu\text{m}$  pro Finger bestimmt werden. Bei einem Fingerabstand von  $1.5 \mu\text{m}$  (real  $1.6 \mu\text{m}$ ) sind es nur noch  $0.04 \text{ fF}/\mu\text{m}$  pro Fingereinheit. Die Ergebnisse der theoretischen Berechnungen weichen maximal 10% von diesen Werten ab.

Neben den lateralen Messungen wurden statische Messungen der vertikalen Auslenkung durchgeführt. Diese konnten den Levitationseffekt verifizieren und gaben quantitativen Aufschluss über seine Wirkung.

Neue Ansätze zur Klärung der spannungsbedingten Frequenzverschiebung und der federverhärtenden Nichtlinearität beziehungsweise deren Spannungsabhängigkeit könnten dynamische Messungen der vertikalen Bewegung liefern, weil im Bereich der Resonanz größere Auslenkungen erreicht werden als bei statischer Anregung. Gut geeignet für solche Untersuchungen sind interferometrische Messmethoden [59, 60, 61], da sich mit ihnen vertikale Auslenkungen im Nanometerbereich ermitteln lassen und die Messung von den Antriebspotenzialen entkoppelt ist.

In der Auswertung werden die Messergebnisse mit analytisch und numerisch berechneten Werten verglichen. Dabei kann eine gute Übereinstimmung festgestellt werden. Der Levitationseffekt hat bei den im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Strukturen nur geringen Einfluss auf die Kapazitätsänderung in Antriebsrichtung.



Im Hinblick auf den Einsatz von elektrostatischen Kammantrieben in Drehratensensoren werden Ideen zur Positionierung des Arbeitspunkts der Antriebsschwingung diskutiert. Diese Vorschläge müssen durch praktische Untersuchungen verifiziert werden. Insbesondere Betrachtungen zum Stabilitätsverhalten in den überhängenden Bereichen der Amplitudengänge sind für eine Abschätzung der Anforderungen an die Regelungstechnik von Interesse.

## 8 Symbolverzeichnis

$E_{\max}^{\text{kin}}$	maximale kinetische Energie	[Nm]
$E_{\max}^{\text{pot}}$	maximale potenzielle Energie	[Nm]
$E_{[AB],\max}^{\text{kin}}, E_{[CD],\max}^{\text{kin}}$	maximale kinetische Energie der Segmente AB und CD	[Nm]
$E_s^{\text{kin}}, E_u^{\text{kin}}, E_b^{\text{kin}}$	kinetische Energie des Shuttles, der Umlenkungen und der Federbalken	[Nm]
$A$	Schwingungsamplitude	[m]
$A, B$	Pixelarrays	
$a_1, b_1$	Fourierkoeffizienten	[N]
$A_0$	Startamplitude	[m]
$A_{\text{quer}}$	Balkenquerschnittsfläche	[m <sup>2</sup> ]
$b$	Breite	[m]
$b_b$	Federbreite	[m]
$b_f$	Fingerbreite	[m]
$b_u$	Unterätzung	[m]
$C$	Kapazität	[F]
$C_1$	Amplitude der Ausgangsgröße	[N]
$C_z$	Kapazitätsänderungskonstante in $z$ -Richtung	[F m <sup>-1</sup> ]
$C_{z0}$	Kapazitätsänderungskonstante in $z$ -Richtung pro $y$ -Längeneinheit	[F m <sup>-2</sup> ]
$D_1$	normierte Dämpfungskonstante	[s <sup>-1</sup> ]
$d_x, d_y$	Bildverschiebung in $x$ - und $y$ -Richtung	[m]
$E$	Elastizitätsmodul	[Pa]
$E_1$	normierte Antriebsamplitude	[m s <sup>-2</sup> ]
$f$	Frequenz	[s <sup>-1</sup> ]
$F$	Kraft	[N]
$F_0$	Kraftamplitude	[N]

$F_a, F_d$	antriebs- und detektionsseitige Kraft	[N]
$F_{a,Lev}, F_{d,Lev}$	antriebs- und detektionsseitige Levitationskraft	[N]
$F_{el}$	elektrische Kraft	[N]
$F_{Feder}$	Federkraft	[N]
$F_{mech}$	mechanische Kraft	[N]
$F_x, F_y, F_z$	Kraft in $x$ -, $y$ - beziehungsweise $z$ -Richtung	[N]
$F_{z0}$	vertikale Kraftdichte	[N m <sup>-1</sup> ]
$g$	Spaltabstand zwischen festen und beweglichen Fingern	[m]
$h$	Höhe	[m]
$I_y, I_z$	Flächenträgheitsmoment um die $y$ - beziehungsweise $z$ -Achse	[m <sup>4</sup> ]
$k$	Kraft- oder Federkonstante bzw. Federcharakteristik	[N m <sup>-1</sup> ]
$k_0$	mechanische Federkonstante	[N m <sup>-1</sup> ]
$k_{el}$	elektrische Federkonstante	[N m <sup>-1</sup> ]
$k_l$	konstanter Term der Federcharakteristik	[N m <sup>-1</sup> ]
$k_{nl}$	Koeffizient des nichtlinearen Terms der Federcharakteristik	[N m <sup>-1</sup> ]
$k_x, k_y, k_z$	Federkonstante in $x$ -, $y$ - beziehungsweise $z$ -Richtung	[N m <sup>-1</sup> ]
$k_{x,all}$	gesamte Federkonstante in $x$ -Richtung	[N m <sup>-1</sup> ]
$l_b$	Federsegmentlänge	[m]
$m$	Masse	[kg]
$m_{[AB]}, m_{[CD]}$	Masse der Segmente AB und CD	[kg]
$m_{eff}$	effektive Masse	[kg]
$m_s, m_u, m_b$	Masse des Shuttles, der Umlenkungen und der Federbalken	[kg]
$n$	nichtlinearer Kraftterm	[N]
$N$	Beschreibungsfunktion	[N m <sup>-1</sup> ]
$NA$	numerische Apertur	
$o$	Ausgangsgröße	[N]
$offconst$	Amplitudenoffset	[m]

<i>offlin</i>	lineare Verschiebungsgeschwindigkeit der Amplitude	[m s <sup>-1</sup> ]
<i>overlap</i>	Überlappung der Finger	[m]
<i>Pot1, Pot3, Pot5, Pot7</i>	normierte Koeffizienten der Federkraft	
<i>t</i>	Zeit	[s]
<i>U</i>	elektrische Spannung	[V]
<i>u<sub>ac</sub></i>	Wechselspannungsamplitude	[V]
<i>u<sub>d</sub></i>	Wechselspannungsamplitude im Arbeitspunkt	[V]
<i>U<sub>dc</sub></i>	Gleichspannung	[V]
<i>U<sub>p</sub></i>	Gleichspannung im Arbeitspunkt	[V]
<i>v<sub>[AB]</sub>, v<sub>[CD]</sub></i>	Geschwindigkeit der Segmente AB und CD	[m s <sup>-1</sup> ]
<i>v<sub>s</sub>, v<sub>u</sub>, v<sub>b</sub></i>	Geschwindigkeit des Shuttles, der Umlenkungen und der Federbalken	[m s <sup>-1</sup> ]
<i>y<sub>[AB]</sub>, y<sub>[CD]</sub></i>	Auslenkung der Segmente AB und CD in y-Richtung	[m]
<i>y<sub>0</sub>, z<sub>0</sub></i>	Maximale Auslenkung in y-beziehungsweise z-Richtung	[m]
<i>y<sub>u,max</sub>, y<sub>s,max</sub></i>	maximale Auslenkung der Umlenkungen und des Shuttles	[m]
<i>z<sub>d</sub></i>	Schwingungsamplitude der z-Auslenkung im Arbeitspunkt	[m]
<i>Z<sub>p</sub></i>	z-Auslenkung im Arbeitspunkt	[m]
$\Delta$	Pixelabstand	[m]
$\Delta x$	Verschiebung in x-Richtung	[m]
$\alpha$	Dämpfungskonstante	[kg s <sup>-1</sup> ]
$\delta$	Abklingzeitkonstante	[s <sup>-1</sup> ]
$\varepsilon$	Dielektrizitätskonstante	[F m <sup>-1</sup> ]
$\varphi$	Phasenwinkel	[rad]
$\varphi_0$	Referenzphasenwinkel	[rad]
$\varphi_1$	Phasenwinkel der Ausgangsgröße	[rad]
$\lambda$	Wellenlänge	[m]
$\theta$	Flankenwinkel	[°]

$\omega$	Kreisfrequenz	$[\text{s}^{-1}]$
$\omega_0$	Resonanzfrequenz	$[\text{s}^{-1}]$
$\omega_{z,0}$	mechanische Resonanzfrequenz in $z$ -Richtung	$[\text{s}^{-1}]$
$\omega_{z,ges}$	resultierende Resonanzfrequenz in $z$ -Richtung	$[\text{s}^{-1}]$

## 9 Literaturverzeichnis

- [1] Cimoo Song, „Commercial Vision of Silicon Based Inertial Sensors“, Transducers '97 - 1997 International Conference on Solid-State Sensors and Actuators, Chicago, June 16-19, 1997, S. 839-842
- [2] H. H. Woodson and J. R. Melcher, „Electromechanical Dynamics“, New York: Wiley, 1968
- [3] Tang W. C., „Electrostatic comb drive for resonant sensor and actuator application“, PhD Dissertation, University of California, Berkeley, CA, 1990
- [4] B. D. Jensen, S. Mutlu, S. Miller, K. Kurabayashi, J. J. Allen, „Design and Simulation of Shaped Comb Fingers for Compensation of Mechanical Restoring Force in Tunable Resonators“, Proceedings of 2001 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, New York, NY, November 11.-16. 2001
- [5] Tang W. C., Nguyen T. H., Howe R. T., „Laterally driven polysilicon resonant microstructures“, Tech. Dig. IEEE Micro Electro Mech. Syst. Workshop, Salt Lake City, 20.-22. Feb.1989, pp. 53-59
- [6] W. A. Johnson, L. K. Warne, „Electrophysics of micromechanical comb actuator“, IEEE J. Microelectromech. Syst., March 1995, Vol. 4, pp. 49-59
- [7] Ye W., Mukherjee S., „Optimal shape design of three-dimensional MEMS with applications to electrostatic comb drives“, Int. J. Numer. Methods Eng., 1999, Vol. 45, pp. 175-194
- [8] W. Ye, S. Mukherjee, N. C. MacDonald, „Optimal Shape Design of an Electrostatic Comb Drive in Microelectromechanical Systems“, Journal of Microelectromechanical Systems, March 1998, Vol. 7, No. 1, pp. 16-26
- [9] B. D. Jensen, S. Mutlu, S. Miller, K. Kurabayashi, James J. Allen, „Shaped Comb Fingers for Tailored Electro-Mechanical Restoring Force“
- [10] J.-L. Andrew Yeh, Chung-Yuen Hui, Norman C. Tien, „Electrostatic Model for an Asymmetric Combdrive“, Journal of Microelectromechanical Systems, Vol. 9, No. 1, March 2000, S. 126-135
- [11] W. Zhang, R. Baskaran, K. Turner, „Tuning the dynamic behavior of parametric resonance in a micromechanical oscillator“, Applied Physics Letters, 6. January 2003, Vol. 82, No. 1, pp. 130-132
- [12] K. Y. Park, H. S. Jeong, S. An, S. H. Shin, C. W. Lee, „Lateral gyroscope suspended by two gimbals through high aspect ratio ICP etching“
- [13] M.-S. Kang, S.-K. Youn, Y.-H. Cho, K. B. Lee, „Dynamic modeling of a tunable microgyroscope“, Sensors and Materials, 1998, Vol. 10, No. 7, pp. 413-424

- 
- [14] Y. Mochida, M. Tamura, K. Ohwada, „A micromachined vibrating rate gyroscope with independent beams for the drive and detection modes“, IEEE 1999, pp. 618-623
- [15] W. Geiger, „Mikrotechnische Drehratengyroskope mit hoher Genauigkeit“, Dissertation, Universität Stuttgart, Shaker Verlag, 2002
- [16] Heinrich Heyde, „Mechanik für Ingenieure – Statik und Dynamik“, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft Leipzig, 1961
- [17] J. I. Seeger, B. E. Boser, „Parallel-plate driven oscillations and resonant pull-in“, Solid-State Sensor, Actuator and Microsystems Workshop, Hilton Head Island, South Carolina, June 2.-6. 2002, pp. 313-316
- [18] O. Schwarzelbach, J. Eichholz, J. Quenzer, M. Weiss, B. Wenk, „Nonlinear Resonance Behaviour of Tuning Fork Gyroscopes“, Eurosensors XIV, Copenhagen, Denmark, August 27.-30. 2000, pp. 391-394
- [19] Y. Zhao, T. Cui, „Fabrication of high-aspect-ratio polymer-based electrostatic comb drives using the hot embossing technique“, Journal of Micromechanics and Microengineering, 2003, Vol. 13, pp. 430-435
- [20] J. M. Gere, S. P. Timoshenko, „Mechanics of Materials“, 2<sup>nd</sup> ed. Belmont: Wadsworth, 1984
- [21] J. Winkler, „Festkörperbeanspruchung – Grundlagen der technischen Mechanik“, VEB Fachbuchverlag Leipzig, 1985, 3. Auflage
- [22] R. T. Howe, „Resonant microsensors“, Technical Digest, 4<sup>th</sup> International Conference on Solid-State Sensors and Actuators, Tokyo, Japan, June 2.-5. 1987, pp. 843-848
- [23] S. Hoffmann, „Entwicklung einer Regelung für einen kapazitiv erregten Oszillator“, Diplomarbeit, Universität-Gesamthochschule Paderborn, 1997
- [24] O. Föllinger, „Nichtlineare Regelungen II“, R. Oldenbourg Verlag GmbH, 7. Auflage, München, 1993
- [25] J. J. Stoker, „Nonlinear vibrations in mechanical and electrical systems“, Interscience Publishers Inc., New York, 1950
- [26] W. C. Tang, M. G. Lim, R. T. Howe, „Electrostatic Comb Drive Levitation and Control Method“, Journal of Microelectromechanical Systems, Vol. 1, No. 4, December 1992, pp. 170-178
- [27] S. F. Bart, H. R. Samuels, „Design techniques for minimizing manufacturing variations in surface micromachined accelerometers“, ASME Int. Mech. Eng. Congr. Expo., Vol. DSC-59, Atlanta, GA, Nov. 17.-22. 1996, pp. 427-433
- [28] J.-P. Blanc, M. Belleville, F. Mieyeville, H. Bono, „Automatic evaluation of sensors geometrical parameters“, Design. Test. Microfab. MEMS MOEMS Symp. Dig., Vol. 3680, Paris, France, Mar.-Apr. 1999, pp. 94-102

- [29] C.-L. Chen, J. J. Yao, „Damping control of MEMS devices using structural design approach“, Proc. Solid-State Sens. Actuator Workshop, Hilton Head, SC, June 3.-6. 1996, pp. 72-75
- [30] V. L. Rabinovich, R. K. Gupta, S. D. Senturia, „The effect of release-etch holes on the electromechanical behavior of MEMS structures“, Proc. Transducers `97, Vol. II, Chicago, IL, pp. 1125-1128
- [31] A. Gelb, W. E. Vander Velde, „Multiple-input-describing functions and nonlinear system design“, McGraw-Hill, 1968
- [32] T. Mattila, J. Kynnäräinen, O. Jaakkola, J. Kiihamäki, A. Oja, H. Seppä, P. Seppälä, T. Sillanpää, „Air Damping in Resonant Micromechanical Capacitive Sensors“, Eurosensors XIV, Copenhagen, Denmark, August 27-30, 2000
- [33] K. L. Turner, S. A. Miller, P. G. Hartwell, N. C. MacDonald, S. H. Strogatz, S. G. Adams, „Five parametric resonances in a microelectromechanical system“, Nature, November 1998, Vol. 396, pp. 149-152
- [34] F. Winkelmann, „Entwicklung eines HF-Ätzprozesses zur Freilegung mikro-mechanischer Strukturen in einer Halbleiterfertigungsumgebung“, Diplomarbeit, Fachhochschule München, 1999
- [35] H. Kandolf, „Untersuchung elektrostatischer Antriebe mikromechanischer Resonatoren“, Diplomarbeit, Technische Universität Graz, 1999
- [36] WYKO Surface Profilers, „Technical Reference Manual, 1998, Veeco Process Metrology, Tucson
- [37] R. K. Gupta, „Electronically Probed Measurements of MEMS Geometries“, Journal of Microelectromechanical Systems, Vol. 9, No. 3, September 2000, pp. 380-389
- [38] Warren C. Young, „Roark's Formulas for Stress and Strain“, 6<sup>th</sup> edition, McGraw-Hill Book Company, New York, 1989
- [39] D. J. Burns, H. F. Helbig, „A System for Automatic Electrical and Optical Characterization of Microelectromechanical Devices“, Journal of Microelectromechanical Systems, December 1999, Vol. 8, No. 4, pp. 473-482
- [40] K. L. Turner, P. G. Hartwell, N. C. MacDonald, „Multi-dimensional MEMS motion characterization using laser vibrometry“, Transducers 99, 1999
- [41] D. M. Freeman, C. Q. Davis, „Using video microscopy to characterize micro-mechanical systems“, IEEE 1998, pp. 9-10
- [42] C. Q. Davis, D. M. Freeman, „Using a light microscope to measure motions with nanometer accuracy“, Optical Engineering, 1998, pp. 1299-1304
- [43] H. Haferkorn, „Optik – Physikalisch-technische Grundlagen und Anwendungen“, Barth Verlagsgesellschaft mbH, Leipzig, 1994



- 
- [44] C. Hofmann, „Die optische Abbildung“, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.-G., Leipzig, 1980
- [45] UNIQ UP-900 Progressive Scan CCD Camera User's Manual
- [46] B. K. P. Horn, B. G. Schunck, „Determining optical flow“, *Art. Intell.*, 1981, Vol. 17, pp. 185-203
- [47] B. K. P. Horn, E. J. Weldon, „Direct methods for recovering motion“, *Int. J. Comput. Vis.*, 1988, Vol. 2, pp. 51-76
- [48] A. Hachincha, S. Simon, „Subpixel edge detection for precise measurements by a vision system“, *Industrial Inspection, Proc. SPIE*, 1988, Vol. 1010, pp. 148-157
- [49] J. W. Roach, J. K. Aggarwal, „Determining the movement of objects from a sequence of images“, *IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell.*, 1980, Vol. 2, No. 6, pp. 554-562
- [50] J. Weng, N. Ahuja, T. S. Huang, „Optimal motion and structure estimation“, *IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell.*, 1993, Vol. 15, No. 9, pp. 864-884
- [51] C. Q. Davis, D. M. Freeman, „Statistics of subpixel registration algorithms based on spatiotemporal gradients or block matching“, *Opt. Eng.*, April 1998, Vol. 37, No. 4, pp. 1290-1298
- [52] W. Ye, X. Wang, W. Hemmert, D. Freeman, J. White, „Quality Factor of a Lateral Oscillating Micro Resonator: a Numerical and Experimental Study“, *J. MEMS*, 2003
- [53] Inouè S., Spring K., „Video microscopy“, 2<sup>nd</sup> ed. New York, NY: Plenum Press, 1997
- [54] Prof. Dr.-Ing. P. Noll, „Skipt - Nachrichtenübertragung I“, Institut für Fernmelde-technik der Technischen Universität Berlin, 1992
- [55] W. Hemmert, M. S. Mermelstein, D. M. Freeman, „Nanometer resolution of three-dimensional motions using video interference microscopy“, *MEMS99*
- [56] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, „Taschenbuch der Mathematik“, Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart, 1991
- [57] W. C. Tang, M. G. Lim, R. T. Howe, „Electrostatically balanced comb drive for controlled levitation“, *IEEE*, 1990, pp. 23-27
- [58] C. T.-C. Nguyen, R. T. Howe, „CMOS micromechanical resonator oscillator“, *Technical Digest, IEEE International Electron Devices Meeting*, Washington, D. C., December 5-8, 1993, pp. 199-202
- [59] G. C. Brown, R. J. Pryputniewicz, M. P. de Boer, N. Smith, „Dynamics of MEMS microengines using optoelectronic laser interferometry“, *Materials Research Society Symp. Proc.*, 2000, Vol. 605, pp. 163-168

- [60] J. Wylde, T. J. Hubbard, „Measurement of MEMS Displacements and Frequencies Using Laser Interferometry“, Proceedings of the 1999 IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, Shaw Conference Center, Edmonton, Canada, May 9.-12. 1999
- [61] M. Hart, R. Conant, K. Lau, R. Muller, „Stroboscopic phase-shifting interferometry for dynamic characterization of optical MEMS“, Part of the 18<sup>th</sup> Congress of the International Commission for Optics: Optics for the Next Millennium, San Francisco, California, August 1999, SPIE, Vol. 3749