

# Scheduling Unrelated Parallel Machines

## Algorithms, Complexity, and Performance

Dissertation von Andreas Wotzlaw

### Zusammenfassung

*Scheduling* ist ein klassisches Feld der theoretischen Informatik, welches in den letzten Jahrzehnten große Aufmerksamkeit erhielt. Das Ziel ist die Bestimmung einer optimalen Zuweisung von Jobs auf (eine oder mehrere) Maschinen bezüglich eines Gütemaßes.

In Rahmen dieser Arbeit betrachten wir das wohlbekannte *Unrelated Scheduling Problem*, das wir mit  $R||C_{\max}$  bezeichnen. Das Ziel dieses  $\mathcal{NP}$ -schweren kombinatorischen Optimierungsproblems ist es, eine *nicht-preemptive* Zuordnung von  $n$  unabhängigen Jobs zu  $m$  parallelen Maschinen zu finden, so dass der Makespan minimal ist. Für praktische Anwendungen bildet die Makespanminimierung eine wichtige Zielfunktion, die eine gute Lastverteilung auf parallelen Maschinen sichert. Wir betrachten hier nur *deterministische* Scheduling Probleme, für welche  $n$ ,  $m$  und andere Parameter im Voraus bekannt sind.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist sowohl die Entwicklung neuer und effizienter Algorithmen als auch die praktische Evaluierung verschiedener Methoden für  $R||C_{\max}$ . Das wichtigste theoretische Ergebnis der Dissertation ist ein neuer kombinatorischer Algorithmus *Unsplittable-Trueemper*. Wir zeigen, daß unsere Methode Lösungen mit der Approximationsgüte 2 in der besten bis jetzt bekannten Laufzeit berechnet. Im Besonderen ist es das erste Mal, dass eine kombinatorische Methode ein *interior point* Verfahren für  $R||C_{\max}$  immer schlägt.

Darüber hinaus stellen wir noch zwei weitere Algorithmen vor. Der erste ist eine randomisierte Version der klassischen *Zwei-Schritt* Verfahren für  $R||C_{\max}$ , der zweite hingegen eine *branch-and-price* Methode, die wir mit einem speziellen Kooperationschema erweitert haben. Diese Erweiterungen erhöhen wesentlich die Qualität von zulässigen Lösungen für  $R||C_{\max}$ .

Den letzten Schwerpunkt dieser Arbeit bildet eine umfangreiche und detaillierte Evaluierung von achtzehn verschiedenen Methoden für  $R||C_{\max}$ . Hier vergleichen wir sorgfältig die Effizienz und die Qualität von Lösungen des *Unsplittable-Trueemper* Algorithms mit denen, die wir sowohl mit den auf *linearer Programmierung* basierenden *Zwei-Schritt* Methoden als auch verschiedenen Heuristiken und exakten Verfahren erhalten haben.