Kurzzusammenfassung

Sei eine $m \times n$ Matrix A und ein Polyeder $Q \subseteq \mathbb{R}^m$ gegeben, dann suchen wir einen Vektor $b \in Q$, so dass das Ungleichungssystem $Ax \leqslant b$ keine ganzzahlige Lösung besitzt. Wir zeigen, dass wenn n fest ist, dann existiert ein Polynomialzeit-Algorithmus für dieses Problem.

Dann betrachten wir ganzzahlige Programme in *Standardform*,

$$\min \left\{ cx : Ax = b,\, x \in \mathbb{Z}_+^n \right\},$$

und beweisen mehrere Schranken an die Anzahl der von Null verschiedenen Komponenten in einer optimalen Lösung. Es wird sich herausstellen, dass es stets eine optimale Lösung gibt, deren Anzahl der von Null verschiedenen Einträge sich durch ein *Polynom* in der Anzahl der Ungleichungen und der maximalen Größe der Einträge in A beschränken lässt.

Für das *Cutting Stock-Problem* sind die Spalten der Matrix A exakt die nicht-negativen ganzzahligen Lösungen einer Knapsack-Ungleichung $ax \leqslant 1$, womit ihre Anzahl exponentiell in der Eingabe ist. Dennoch können wir beweisen, dass eine optimale Lösung polynomieller Größe existiert und damit das Cutting Stock-Problem in NP liegt.