

resolution can evolve, with eight conjectures along the way. How does one know when to trust a conjecture? See Figure 2. How convincing should an argument be? The authors recommend three stages: (1) convince yourself, (2) convince a friend, and (3) convince an enemy. A fourth stage is even more important: develop an internal enemy, so that you learn to question constantly and to take nothing for granted. This notion of internal control leads to the final phase of the book.

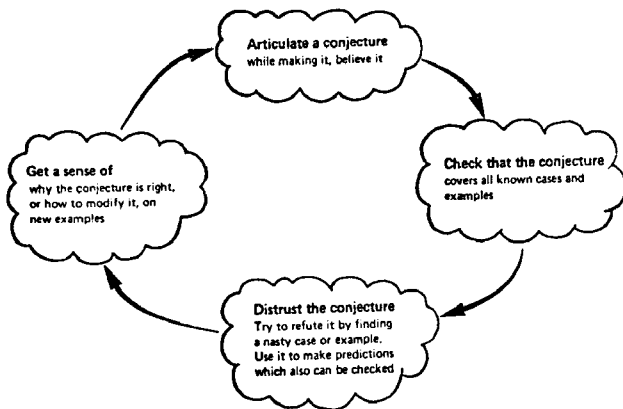


Figure 2
Thinking Mathematically, P. 72)

In the last three chapters of text (the final chapter is a collection of problems) the authors turn to an extended discussion of mathematical thinking. Chapter 7 is devoted to *developing an internal monitor*. Good problem solvers are also good managers of their time and energy: while actively involved in the problem solving process, they can also maintain some distance from it. This distance allows for reflection, revision, and review. It allows them to pursue useful options, and also to truncate wild goose chases. Chapters 8 and 9 are devoted to *becoming your own questioner* and to *developing mathematical thinking*.

Learning to solve problems that someone else has posed is no easy task, but it falls far short of thinking mathematically. Mathematical instruction is truly successful when students begin to see the world through mathematical eyes, to ask and answer their own questions. Helping their readers to achieve this is the task the authors of *Thinking Mathematically* have set themselves. The extraordinary difficulty of that task should be noted. Most „problem solving“ books show problems and solutions. Only a few try to unravel underlying thought processes, and most do that in a positivist way: “here are the kinds of processes that are used to solve these problems.” This book tries to engage its readers on their own terms, and then to engage them in doing mathematics themselves. Few teachers, working individually with students, can do this successfully. Working through the printed page is *much* harder.

Ultimately the success of *Thinking Mathematically* depends on the degree to which it involves its readers. The authors have made a valiant attempt. The problems in the book are well chosen, and many are of intrinsic interest. They are well ordered, beginning with straightforward tasks to build the readers' confidence. Later on the problems get harder: I have yet to solve a number of them. In my opinion the discussions of the problems' *resolutions* are interesting and informative. The first six chapters, supplemented by the collection of problems in Chapter 10, offer one of the best discussions of problem solving processes I have encountered. The authors are to be congratu-

lated. I do have my doubts about the efficacy of the last three chapters of text. There the discussion is somewhat abstracted, (necessarily) at some distance from the problem solving experience provided in the earlier chapters. The authors try to sum things up philosophically, and to provide inspiration for the book's readers to continue “living” mathematics after they put the book down. This attempt calls for some preaching. Despite its importance, philosophical reflection is not easy to induce and good sermons are not always inspiring on paper; the authors may find themselves preaching only to the converted in these last chapters. One hopes not, for readers will get out of this book what they put into it. If those readers are students, perhaps their teachers will help them to reap the potential benefits of the final chapters.

MITSCHKA, ARNO:

Didaktik der Geometrie in der Sekundarstufe I

Freiburg: Herder, 1982. – 204 S.

(smd Studienbücher Mathematik Didaktik)

ISBN 3-451-19581-X

Peter BENDER, Kassel

Die Reform des Mathematikunterrichts seit ca. 15 Jahren hat u. a. mit sich gebracht, daß die klassischen Didaktiken und Methodiken auf einmal, zumindest vorübergehend, nichts mehr galten. Eine globale Stoffdidaktik der Neuen Mathematik im alten Stil wurde als unmöglich angesehen; aber es existierte, mehr oder weniger deutlich ausgesprochen, das Programm, nach einigen Jahren Erfahrung im Unterricht für die einzelnen Teildisziplinen der Mathematik Didaktiken zu schreiben, u. a. für die Geometrie. Bis dahin mußte der interessierte Lehrer, Lehrerstudent oder Lehrerausbilder (kurz: der *Interessent*) sein Wissen eben aus denjenigen Medien schöpfen (d. h. mühsam zusammensuchen), in denen die Entwicklung vorangetrieben wurde, nämlich aus Aufsätzen und Schulbuchwerken.

Es gab auch *Bücher* zur Geometriedidaktik in Westdeutschland, u. a.:

SCHUPP (1971): Analytierte und ausgearbeitete Unterrichtseinheiten,

PALZKILL/SCHWIRTZ (1971): Durchdringung des Geometrieunterrichts der Hauptschule mit der Begrifflichkeit Piagets,

HOLLAND (1974/1977): Geometrie fachinhaltlich mit didaktischen Anmerkungen,

Hessischer Kultusminister (1976): Rahmenrichtlinien in Form von feinen Lernzielen,

STEINER (1966/1978): Geometrie fachinhaltlich mit wissenschaftstheoretischen, historischen und didaktischen Teilen,

BIGALKE/HASEMANN (1978): Orientierungsstufe (dafür Standardwerk),

BECKER (1980): Anwendung allgemeindidaktischer Theorien auf die Geometrie,

MEYER (1980): Sammlung von Anwendungsaufgaben mit didaktischem Verbindungstext,

BENZ/STRIEBL (1981): Didaktisch analysierte Stoffeigenschaften,

VOLLRATH (1982): Reader mit mehreren Aufsätzen zu didaktischen und methodischen Prinzipien für den Geometrieunterricht in den unteren Klassen der Hauptschule.

Die schlagwortartige, verkürzende Charakterisierung dieser Veröffentlichungen soll keineswegs deren Wert herabsetzen, sondern lediglich verdeutlichen, daß sie nicht das Standardwerk sind (es auch nicht sein wollen). Für viele Einzelheiten mußte man nach wie vor auf Breidenbach (1949/1970) zurückgreifen, der allerdings heute eigentlich auch nicht mehr das Standardwerk sein kann: Er hatte zwar als Vertreter der Abbildungsgeometrie wesentliche Inhalte der Reform schon in seinem Konzept; viele der Neuerungen nach ihm sind schon wieder zurückgenommen; die äußere Differenzierung nach Schulformen ist heute kaum weniger ausgeprägt (es haben sich lediglich die Anteile der Schüler verschoben); und trotz des Titels war die „Raumlehre in der Volksschule“ für die anderen Schulformen mindestens ebenso zuständig; – aber es sind eben die direkten Erfahrungen und Erkenntnisse aus dem Unterricht (und die indirekten über die Schulbücher und die Veröffentlichungen) der letzten 15 Jahre nicht einbezogen.

Was verstehe ich überhaupt unter einem Standardwerk für ein fachinhaltlich definiertes Gebiet der Didaktik, hier: für die SI-Geometrie-Didaktik? – Nun, es soll eine globale und auf Einzelthemen bezogene didaktische Analyse (im klassischen Sinn) des in Frage kommenden Stoffs liefern, dabei die herrschende Meinung und an Stellen, wo sie bedeutend sind, auch abweichende Meinungen wiedergeben und damit dem Adressatenkreis, hier: den (oben definierten) *Interessenten*, eine Grundlage für die praktische Arbeit sein. Man muß übrigens keineswegs von der Notwendigkeit eines *solchen stoffdidaktischen Standardwerks* überzeugt sein, denn *direkt Geometrie unterrichten* lernt man damit nicht, und eine Sammlung (methodischer) Rezepte stellt es auch nicht dar; eher lernt man noch ein bißchen *Geometrie*, vielleicht nicht unbedingt neue Fakten, aber neue Sichtweisen.

Der Herder-Verlag hat nun eine Reihe solcher Standardwerke für einzelne mathematische Gebiete des SI-Kanons begonnen, ein verdienstvolles Unterfangen, an dem lediglich die bescheidende Ausstattung (u. a. kein Randausgleich und zahlreiche Satzfehler) und der dafür ansehnliche Preis (30 DM) etwas stören. Das ist heute vielleicht nicht mehr viel Geld für ein Buch, aber es bedarf ja des Kaufs einer ganzen Reihe, um die Didaktik einer Stufe komplett zu „besetzen“.

In dieser Reihe ist nun auch 1982 „Didaktik der Geometrie in der Sekundarstufe I“ von Arno Mitschka erschienen, ein Buch, das das Zeug zu einem Standardwerk hat. Allerdings (und dieser Einwand richtet sich in erster Linie nicht gegen das Buch, sondern gegen die herrschende Meinung) spiegelt es nicht nur den Glanz, sondern auch das Elend unserer Geometriedidaktik wider: Mit einer, jedenfalls von Anspruch her, recht weit gehenden Begrifflichkeit von (zwischen nur noch) längen- bzw. winkeltreuen Ebenenpermutationen (Kongruenz- bzw. Ähnlichkeitsabbildungen) wird vor die Schüler in der SI ein Wust von Schwierigkeiten aufgebaut, der ihnen die Motivation und dem Lehrer die Zeit für relevantere Geometrie nimmt.

Wie es sich für eine Stoffdidaktik für die SI gehört, liefert der Stoff die Einteilung in (acht) Kapitel: Einführung in die Grundbegriffe – Kongruenzabbildungen – deren Zusammenhang mit klassischen Problemen – Raumgeometrie – Ähnlichkeit – Flächeninhalt – Infinitesimale Probleme –

Trigonometrie, ganz am Anfang noch ein Kapitel zur Begründung des Geometrieunterrichts in der SI, ganz am Ende noch eins über stoffübergreifende Probleme.

Allgemeindidaktische oder psychologische Theorien sind nirgends explizit angesprochen. Das mag mancher als unwissenschaftlich rügen, ist aber in Anbetracht der Absichten des Buches kein Verlust. Wir sind nun mal seit Freudenthals Vorrede zu einer Wissenschaft vom Mathematikunterricht von ca. 1974 (Freudenthal 1978) noch nicht viel weiter; und häufig ist doch der Einbau von Erziehungstheorie in eine stoffdidaktische Arbeit nichts anderes als die Addition (meist: Vorschaltung) eines Kapitels, das mit dem Rest wenig zu tun hat, oder aber er beeinträchtigt (paradoxaerweise!) den Praxisbezug bis zur Unkenntlichkeit.

Diesen Praxisbezug stellt Mitschka vor allem dadurch her, daß er mehrere Schulbücher auswertet, wobei er interessante Abschnitte auch direkt in Fotokopie abdruckt. Wie weit der tatsächlich stattfindende Unterricht den Schulbüchern entspricht, weiß man nicht zuverlässig. Man hat zwar Berichte von Lehrern und die Verkaufszahlen von Schulbüchern, und die Schulbuchautoren richten sich danach und ändern entsprechend die Auflagen, aber für sichere Aussagen sind diese Kenntnisse zu schwach. Ein didaktisch noch so sorgfältig konzipiertes Schulbuch ist (nützlichen und schädlichen) kommerziellen Zwängen ausgesetzt; und da wegen der Macht des Faktischen die herrschende Meinung von (*nicht von den*) Schulbuchautoren gemacht wird, ist die Existenz von abweichenden Meinungen notwendig, und diese sind (s. o.) auch in einem Standardwerk zu berücksichtigen.

Es ist schade, daß Mitschka in dieser Beziehung etwas schüchtern ist; denn gerade die Passagen, in denen er (seine) abweichende Meinung darstellt (das Kapitel über Raumgeometrie und die ausführliche Diskussion des Pythagoras), gefallen mir am besten. Doch der Reihe nach.

Nach einem gelungenen Rechtfertigungskapitel, in dem lediglich die unelterschließende Funktion vielleicht etwas zu eng gesehen und zu kurz abgehandelt ist, werden Möglichkeiten zur Einführung der Grundbegriffe im 5./6. Schuljahr beschrieben (dabei mit Recht der schwierige Winkelbegriff gesondert analysiert). Die beiden ersten Wege („direkte Einführung“ und „Einführung über raumgeometrische Vorerfahrungen“) brauchen sich jedoch nicht auszuschließen und sollten ruhig simultan gegangen werden, während ich den dritten Weg („über Probleme der anschaulichen Topologie“) für unbrauchbar halte. Mitschka schreibt auch selbst, daß „sie aber nicht eine Einführung in die Grundbegriffe der euklidischen Geometrie“ ersetzen (S. 33), ihr Ort und ihre Funktion woanders liegen. Diese Fragen des Geometrieunterrichts in der Orientierungsstufe sind naturgemäß in Bigalke/Hasemann (1978) ausführlicher beschrieben.

Dann geht es los mit den Ebenenpermutationen. Der eigentliche Witz bei diesem Thema, nämlich Geometrie mit der Affinen (oder gar Projektiven) Gruppe zu treiben, ist schon lange aus dem verbindlichen Stoff der Schulbücher sogar schon die Verknüpfungen wieder abgeschafft. Mitschka konstatiert den Konflikt mehrfach (z. B. S. 48, 57, 86, 115), macht auch auf die Schwierigkeiten für die Schüler aufmerksam (z. B. S. 39f, 67, 76), aber er möchte so viel wie möglich vom Gehalt der Abbildungsgeometrie bewahrt wissen und gerät dabei selbst in das Dilemma, das diesem ganzen Komplex anhaftet.

Da sollen die Schüler Abbildungen als stetige Lageänderungen kennenlernen und diese dann später zu Ebenenper-

mutationen uminterpretieren – ein unerfüllbares Ansinnen, besonders wenn auch noch im statischen Stadium von sich bewegendem Punkten (in den Abbildungen auf S. 109ff), ineinander übergehenden Winkeln (z. B. S. 76ff), u. ä. die Rede ist.

Beim fünfstöckigen Haus der Vierecke konstatiert Mitschka zu Recht, daß Symmetriebetrachtungen als Aufbauprinzip in den unteren Stockwerken zu Inkonsistenzen führen, und schlägt zur Rettung des Prinzips vor, nur die oberen drei Stockwerke zu behandeln. Im Haus der Vierecke steckt aber doch viel mehr Geometrie, die bei anderen Aufbauprinzipien wie ‚Zahl der gegebenen Stücke‘ oder ‚besondere Eigenschaften‘ herauskommt und für die die unteren Stockwerke mindestens so ergiebig wie die oberen sind.

In einem guten Geometrieunterricht müßte sich ‚den‘ Schülern beim Betrachten der oberen Stockwerke die Frage nach der Fortsetzung aufdrängen. Sie mühten auch fragen, warum es zwar zwei Strahlensätze, aber nur eine Umkehrung gibt, oder (wenn das Thema halt durchgenommen wird), ob es außer den drei Typen ‚Schiebung‘, ‚Drehung‘ und ‚Gleitspiegelung‘ (mit dem Spezialfall, nicht zusätzlichen Typ, ‚Spiegelung‘; S. 39!) weitere längentreue Ebenenpermutationen gibt, und wie eigentlich die Einteilung in Typen und Spezialfälle im Raum aussieht. Mindestens dem *Interessenten* sollte etwas dazu gesagt werden.

Unklar bleibt auch, warum eigentlich Kongruenzabbildungen nicht über ihre wesentliche Eigenschaft ‚Längentreue‘, sondern reichlich künstlich als bestimmte Abbildungen und deren Verknüpfungen definiert werden, ein Vorgehen, in dem Mitschka zahlreichen Autoren von Geometriebüchern für die Lehrerausbildung folgt, die damit ihr mathematisches mit ihrem didaktischen Gewissen vereinbaren: Man will dem Leser den Beweis ersparen, daß jede längentreue Abbildung ein Produkt von Spiegelungen ist, empfindet seine Auslassung aber als Mangel und hofft, der Notwendigkeit, ihn führen zu müssen, durch die Beschränkung auf jene Verknüpfungsmenge zu entgehen, von der man selbst ja weiß, daß sie schon die ganze Kongruenzgruppe ist. Die Frage, ob man mit den Spiegelungsprodukten alle längentreuen Abbildungen hat, stellt sich in der Mengensprache zwar jetzt anders, aber inhaltlich ist sie noch genauso bedeutungsvoll, und ein Lehrgang mit didaktischen Absichten sollte sie nicht verschleiern, sondern sie provozieren (s. o.). Man muß die Antwort nicht unbedingt beweisen, aber mit dem Beweis der Kongruenzsätze (S. 85) hat man da eigentlich schon die halbe Miete.

Zwar funktioniert die *globale* Systematisierung der Geometrie in der SI nicht, aber man hat ja noch den Werkzeugcharakter der Abbildungen, vor allem ihre Rolle als Beweismittel, als Legitimation. In der Literatur wird immer wieder die Überlegenheit der ‚Abbildungsmethode‘ behauptet und mit Beispielen zu belegen versucht. Bei einer Analyse dieser Beweisanalysen stellt sich meist heraus:

- (1) Das Umfeld (Motivation, Medien, Formalismus usw.) des Beweises wird beim Abbildungskonzept interessant, freundlich, übersichtlich usw., beim sog. traditionellen Konzept langweilig, grau in grau, überladen usw. dargestellt (Mitschka kolportiert selbst ein Beispiel: Die zentralen Streckungen erhalten Landkarten-, Foto-, Diavergrößerungen oder das Experiment mit dem Hutgummi als Vorspann, während die Strahlensätze, als ob es dort nicht genauso ginge, über einen völlig innermathematischen, holprigen Weg eingeführt werden);
- (2) oder die Beweisidee beim traditionellen Konzept wird als Trick bezeichnet (speziell die Hilfslinien werden

kritisiert, obwohl man sie selbst überall dauernd braucht);

- (3) die Schwierigkeiten beim abbildungsgeometrischen Konzept werden übersehen;
- (4) oder sie werden aus dem Beweis verbannt und in Vorüberlegungen erledigt (Schwerpunktsatz im Dreieck über ‚kleinen Desargues‘ über Streckung beweisen; S. 129ff);
- (5) der zu beweisende Satz ist für die SI irrelevant;
- (6) er ist für sie unzugänglich;
- (7) der (abbildungsgeometrische) Beweis ist für die SI unzugänglich (Umkreismittelpunktsatz über Eigenschaften des Produkts dreier Spiegelungen beweisen; S. 92);
- (8) oder er kann erst geführt werden, wenn er schon längst bekannt und anderweitig bewiesen sein sollte (es sei denn, der Unterrichtslehre ist vom Schläge eines Hürtens).

In vorzüglicher Weise führt Mitschka an mehreren Beispielen solche Vergleiche durch (ein Satz vom Parallelogramm, Einführung der Ähnlichkeit, Ähnlichkeitssätze für Dreiecke, Schwerpunkt im Dreieck, Kathetensatz) und ergreift keineswegs einseitig Partei für die abbildungsgeometrische Methode.

Lediglich bei der Beweisanalyse für den Winkelsummensatz (S. 77ff) treten Kategorie (1) und (2) auf: Der ausgearbeitete Weg über Messungen, Abreißen und Anlegen von Pappecken bis zum zeichnerischen Abtragen der beiden Winkel an den dritten hat doch mit Abbildungsgeometrie nichts zu tun. Der entscheidende Gedanke ist, daß zwei Winkel an den beiden Seiten des dritten angetragen werden, die angetragenen Halbgeraden beide parallel zur dritten Seite sind und wegen des Parallelenaxioms zu einer Gerade gehören. Die Parallelität wiederum ergibt sich aus dem Satz, daß entsprechende Schenkel kongruenter Wechselwinkel parallel sind, ein Satz, der seinerseits anschaulich klar ist. Beim Winkelsummensatz ist nur in den Ecken etwas los, und wie jemand, der die Beweisfigur nicht schon kennt, auf den Trick kommen soll, die Seitenmitten in den Blick zu nehmen, kann ich nicht nachvollziehen; die vorher durchgeführte Operation mit der Pappe suggeriert das jedenfalls nicht.

Genug der Abbildungsgeometrie-Schelte (für mehr siehe Bender 1982). Sich geometrische Sachverhalte aller Art mit Bewegungen klar oder plausibel machen, ist etwas anderes. Da kommt es auf kontinuierliche Veränderungen, Sonderlagen, Invarianzen an; das ist funktionales Denken. Auch für das, was in der SI an Beweissystematik möglich ist bzw. angestrebt wird, ist ein naiver Umgang mit kontinuierlichen Lage- und Formänderungen und Spiegelungen völlig ausreichend (vgl. Bender 1983).

Für den Vergleich von Flächeninhalten über Flächenverwandlung schließt sich Mitschka dieser Auffassung auch an (S. 140). Bei sämtlichen Beweisen im Umfeld des Pythagorasatzes wird munter verschoben und gedreht, und an mehreren weiteren Stellen kommen kinematische Betrachtungen explizit ins Spiel. Die Empfehlung, Beweisfiguren kontinuierlich zu verändern und nachzusehen, was passiert (S. 193), kann man nur unterstreichen. Ein besonders schönes Beispiel ist die Behandlung der Beweisfigur ‚Stuhl der Braut‘ für den Pythagorasatz.

Die ausgezeichneten Beweisanalysen (im weiteren Sinn) gehören, wie schon gesagt, zu den Stärken des Buchs (neben den bereits erwähnten die Analyse des gleichschenkligen Dreiecks, des Winkelsummensatzes, der Eigenschaften der zentralen Streckung, des Pythagorasatzes). Das Studium dieser Analysen wäre so manchem zum Ausräumen von oberflächlichen Vorstellungen über die Einfachheit von

einigermaßen exakten geometrischen Beweisen zu empfehlen. Daß im Unterricht Abstriche zu machen sind, versteht sich von selbst. Aber „das Lehrbuch und der Lehrer müssen ehrlich sagen, wo der Beweis oder die Begründung übergegangen“ wird (S. 135). (Mitschka versäumt das jedoch selbst auch an der einen oder anderen Stelle; z. B. wird beim Beweis des Kongruenzsatzes benutzt, daß zwei Kreise höchstens zwei Schnittpunkte haben, oder der Beweis vom Umfangswinkelsatz ist doch recht fragmentarisch; aber schließlich hat er ja keine Schüler, sondern *Interessenten* vor sich.) Besonders erfreulich ist der häufige Einsatz von Ornamenten und Parketten (nicht nur zum Beweisen), die ja die Ideen des Passens und der Symmetrie in Reinform verkörpern.

Für das so schon instruktive Kapitel über die Raumgeometrie, seinem Lieblingsgebiet, hätte Mitschka bestimmt noch einiges mehr auf Lager gehabt und mit Gewinn für den *Interessenten* darstellen können. Hier hätte er ruhig etwas stärker normativ vorgehen sollen. (Allerdings hat man mit Strohhalmen und Pfeifenreinigern als Baumaterial für Kantenmodelle bessere Erfahrungen als mit Vollstäben und Plastikinecken gemacht; überhaupt könnte man fast unbeschden das gesamte Material, das für den Geometrieunterricht der Grundschule entwickelt wurde, auch in der SI verwenden.)

Das Kapitel über den Flächeninhalt erfährt seine Abrundung über die ausführliche Diskussion des Pythagorasatzes hinaus durch die Berechnung von diversen Größen am regelmäßigen Tetraeder, eine geeignete Aufgabe, in der, nach mannigfachem Umgang mit platonischen Körpern, wesentliche Kenntnisse angewandt werden können.

Kreis- und Volumenberechnung sind in einem eigenen Kapitel untergebracht, da dabei infinitesimale Methoden benötigt werden. So wichtig die Kreiszahl π ist, würde ich doch der Pyramidenberechnung Priorität einräumen, wenn es darum geht. Schüler an infinitesimales Denken heranzuführen: Die Ein- und Umbeschreibungsfiguren sind leichter handhabbar, die zugehörigen arithmetischen Folgen sind einfacher, und es ergibt sich ein glatter Grenzwert. Bei der Kreiszahl zeigt sich dann, daß dies alles auch komplizierter sein kann. Wertvoll erscheint mir auch die saubere Ableitung des Zusammenhangs zwischen Kreisumfang und -inhalt (der Grenzprozeß mit den abwechselnd umgedreht auseinandergelagerten Kuchenstücken kam mir immer schon ein bißchen suspekt vor) und die Analogisierung bei der Kugel.

Schließlich ist auch das Trigonometrie-Kapitel und speziell die Behandlung des Sinus- und Kosinussatzes (als Verallgemeinerung des Pythagorasatzes) darin zu begrüßen. Dieses Gebiet scheint mir in den letzten Jahren im Unterricht etwas zu kurz gekommen zu sein.

Man sollte auch das letzte, stoffübergreifende, Kapitel, und darin den Abschnitt über das Beweisen, aufmerksam lesen, werden doch dort noch einmal die über das ganze Buch verstreuten Strategien und, allgemeiner, geometrische Tätigkeiten zusammengefaßt und erläutert.

Mitschkas Buch ist eine Stoffdidaktik. Als solche muß sie zahlreiche allgemeindidaktische und pädagogische Probleme außen vor lassen oder höchstens an einigen Themen exemplarisch anreißen (z. B. Differenzierung, Motivation, Medien); denn es geht dabei oft um Entscheidungen, die ein Lehrer in einer speziellen Situation zu fällen hat, und im Buch ist zu wenig Platz für eine einigermaßen erschöpfende Behandlung. Mitschka liefert aber für diese Entscheidungen die stofflich-didaktischen Grundlagen mit methodischen Hinweisen, häufig in mehreren Varianten.

Man könnte die herrschende Meinung in der westdeut-

schen Geometriedidaktik als neoklassisch bezeichnen: Stark am Gymnasium, am System (Abbildungsgeometrie) und am Beweisen, weniger an Anwendungen und an Pädagogik orientiert. In der Hauptschule kommt der Geometrieunterricht insgesamt zu kurz, im Gymnasium ist er wohl meist neoklassisch. Auch wenn da vielleicht einiges verbessert werden könnte, so braucht die neoklassische Geometriedidaktik doch ein Standardwerk. Ich möchte Mitschkas Buch als solches bezeichnen.

Literatur

- ATHEN, H.; GRIESEL, H. (Hrsg.): *Mathematik heute* 5–10. – Hannover, 1977–1982
- BECKER, G.: *Geometrieunterricht*. – Bad Heilbrunn, 1980
- BENDER, P.: *Abbildungsgeometrie in der didaktischen Diskussion*. – In: ZDM 14 (1982), S. 9–24
- BENDER, P.: *Zentrale Ideen der Geometrie für den Unterricht der Sekundarstufe I*. – In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 1983*. Bad Salzdetfurth, 1983, S. 8–17
- BENTZ, H.-J.; STRUBEL, W.: *Materialien zum Geometrie-Unterricht der Sekundarstufe I*. – Freiburg, 1981
- BIGALKE, H.-G.; HASEMANN, K.: *Zur Didaktik der Mathematik in den Klassen 5 und 6*, Band 2. – Frankfurt, 1978
- BREIDENBACH, W.: *Raumlehre in der Volksschule*. – Hannover, 1949, 11. Aufl. 1970
- FREUDENTHAL, H.: *Vorrede zu einer Wissenschaft vom Mathematikunterricht*. – München, 1978
- Hessischer Kultusminister: *Rahmenrichtlinien Sekundarstufe I, Mathematik*. – Frankfurt, 1976
- HOLLAND, G.: *Geometrie für Lehrer und Studenten*. 2 Bände. – Hannover, 1974, 1977
- MEYER, K.: *Algebra und Geometrie*. – Frankfurt, 1980
- PALZKILL, L.; SCHWITZ, W.: *Die Raumlehrestunde*. – Wuppertal, 1971
- SCHUPP, H.: *Geometrie in der Sekundarstufe I*. – Weinheim, 1971
- STEINER, H. G.: *Grundlagen und Aufbau der Geometrie in didaktischer Sicht*. – Münster, 1966, 2. Aufl. 1978
- VOLLRATH, H.-J. (Hrsg.): *Geometrie: Didaktische Materialien für die Hauptschule*. – Stuttgart, 1982

SELKIRK, Keith E.:

Pattern and place: An introduction to the mathematics of geography

London: Cambridge University Press, 1982. – 203 p.
ISBN 0-521-28208-X

John BALE, Brian DUDLEY, Keele University

Teachers of geography have always been required to take an interest in mathematics and many mathematicians find themselves dealing with notions familiar to geographers. The Greek geometers were often geographers; medieval navigators used the geographers' most familiar tool, the map; advances in mathematics and measurement aided the age of geographical discovery in the nineteenth century.

Geography's place on the school curriculum has traditionally included much mathematical content. The use of co-ordinate systems to describe points in geographical space and the constitution of map projections are two obvious examples.

In recent years the links between Geography and Mathematics in schools have strengthened as a result of the so-called "quantitative revolution" which Geography