

Prof. HARTMUT SPIEGEL
Paderborn (Saksa)

ALA-ASTEEN MATEMATIIKAN OPETUKSESTA:

SUUNTAUKSIA, ONGELMIA, NÄKYMIÄ*

0. Alkuhuomautuksia

Viime aikoina ovat lisääntyneet väitteet, että matematiikan opetuksen uudistus on epäonnistunut ala-asteella. Siksi on välttämätöntä suorittaa vallitsevan tilanteen tarkistaminen: tälle on tunnusomaista uudistumiskäsitysten muuttuminen ja kehittyminen. Toisaalta on tehtävä selväksi, mihin uudistuksen tavoitteisiin edelleen pitäydytään ja missä kohdissa on tarpeen nykyisten käsitysten kehittäminen.

Tässä esityksessä tarkastellaan tilannetta lähtien uudistusperiaatteesta "tieteellisesti orientoituminen.

1. Tieteellisesti orientoituminen ja uudistuskeskustelu

Matematiikan opetuksen uudistuksessa on kehittynyt viime aikoina "back to basics"-liike, jota ei aina sanota äänen mutta on selvästi havaittavissa. Viime vuonna totesi Sprockhoff matematiikan didaktiikan päivillä (Darms-

tadt) luennessaan [7], että tämä suuntaus on jo lyönyt itsensä läpi. Kuitenkaan monet kuulijat eivät pitäneet hänen esitystään vain vallitsevan tilanteen kuvailuna, vaan hänen ymmärrettiin pitävän tällaista suuntausta oikeana. Syntyi vaikutelma, että myös ainedidaktiikan piirissä on luovuttu uudistuksen keskeisestä ideasta – tieteellisestä orientoitumisesta – ja siten myös itse uudistuksesta. Sprockhoff puhui "laskennon opetuksen matematisoinnista", mikä tarkoittaa – kuten hän itsekin sanoo – vain osaa alkuperäisestä ohjelmasta. Tämä on myös oman käsitykseni mukaan vain osa sitä ohjelmaa, jossa olisi edelleen pysyttävä.

Uudistetun matematiikan opetuksen ohjelma on niin kovin yleinen, että sitä voidaan käyttää hyvin erilaisiin tulkintoihin. Lyhyesti: Kaikki riippuu siitä, kumpaa seuraavista tulkinnoista pidetään matematiikan opetuksessa keskeisenä matematiikka tuotoksena vai matematiikka toimintana.

* Artikkelin pohjana on prof. Spiegelin matematiikan didaktiikan päivillä Klagenfurtissa (1982) pitämä samanniminen yleisluento (ks. MAA 3/82), jonka saksankielinen lyhennelmä on julkaistu kongressiraportissa Beiträge zum Mathematikunterricht 1982 (Schroedel Schulbuchverlag). Artikkelin on vapaasti Saksan kielestä kääntänyt lehtori Erkki Pehkonen.

Artikkeli antaa hyvän yleiskuvan matematiikan opetuksen uudistuksen keskeisistä periaatteista sekä niiden virheellisestä tulkinnasta. Vaikka siinä käsiteltiin vain ala-astetta, niin sama sopii myös yläasteelle.

Suomessa uudistus lienee kulkenut samoja latuja: 1970-luvun "uusi matematiikka" ymmärrettiin meillä uusiksi sisällöiksi (mm. joukko-oppi). Nyt kun uuden opetussuunnitelman (1982) myötä päästään eroon "uudesta matematiikasta", niin toivottavasti voidaan keskittyä uuden opetuskäytännön kehittämiseen Spiegelin artikkelin kohdan 3 suunta-viivojen mukaisesti. Samoin meille sopinee hyvin kohdan 5 ongelmien käsittely.

2. Tulkinta ”matematiikka tuotoksena”

Tunnusomaista uudistuksen alkuajalle oli, että matematiikka tulkittiin ”formaalien järjestelmien tieteenä”. Tästä seurasi, että vanhoja sisältöjä muutettiin ja uusia sisältöjä otettiin mukaan. Näin tehtiin joukko virheitä, joiden kautta matematiikan opetus ala-asteella sai formaalisen ja käsitteellisen luonteen. Nämä virheelliset kehityslinjat ovat johtaneet julki-suudessa voimakkaaseen ja usein liioiteltuun, mutta osittain myös oikeutettuun kritiikkiin. Lisäksi ne ovat tehneet mahdolliseksi ristiriidan luomisen tieteellisesti orientoitumisen ja lapsille sopivien asioiden välillä. Tämä on vahingoksi uudistukselle.

Eräs suuri virhe uudistuksen alkuaikoina oli jättää ottamatta huomioon Brunerin vaatimus: Matematiikkaa on opetettava alkuopetuksessa **ehdottomalla älyllisellä rehellisyydellä**, mutta perustavien ajatusten **intuitiivista ymmärtämistä ja käyttämistä painottaen**. Seuraavien esimerkkien avulla näytetään, mitä tämä vaatimus tarkoittaa käytännössä peruskäsitteiden ”joukko” ja ”relaatio” kohdalla:

Ei

työskennellä ja symbolisoida varhain käsitteillä joukko, osajoukko, yhdiste, leikkaus, joukkojen vertailu

Vaan

luodaan monipuolisia ongelmatilanteita käsiteltäessä kahden ominaisuuden mukaan luokittelua

Ei

oteta käyttöön karteesista tuloa eksplisiittisesti

Vaan

kehitetään kykyä esittää sopivia tilanteita puudiagrammien ja taulukoiden avulla sekä soveltaa tuloperiaatetta

Ei

käsitellä ekvivalenssirelaation ominaisuuksia

Vaan

kehitetään kykyä käyttää tilanteenmuksaisia luokitteluja ongelmien ratkaisemiseen

Uudistuksen alkuaikojen virheet voitaisiin kuvailla myös seuraavasti: Siitä, minkä tulisi olla opettajan perustietoutta, tuli opetuksen kohde. Käsitelien näitä yleisesti tunnettuja asioita kahdesta syystä: Ensinnäkin opettajia täytyy suojella niiltä syytöksiltä, joissa väitetään että he olisivat syyllisiä virhekehitykseen. Selailemalla oppikirjoja nähdään helposti, että myös niiden kustantajilla ja tekijöillä on oma osuutensa asiaan.

Toiseksi esitetään usein, että edellä kuvailtu virhekehitys olisi menneisyyttä. Näin ei valitettavasti ole asian laita [Saksan Liittotasavallassa eikä myöskään Suomessa].

3. Tulkinta ”matematiikka toimintana”

Tässä tieteellisen orientoitumisen osassa pysytään ”oppimisen alueessa”; tällöin ei ole kyse ensisijaisesti sisällöistä vaan siitä tavasta, jolla matematiikan oppiminen tapahtuu. Tämä on osa Dienes’n uudistuskäsityksiä, ja se tuli painotetuksi uudistuksen oleellisenä osana siihen liittyvässä ainedidaktisessa keskustelussa. Mutta juuri tämän uudistusaspektin kohdalla muodostui teorian ja käytännön välinen kuilu kaikkein suurimmaksi; sen johdosta voidaan oikeutetusti puhua uudistuksen epäonnistumisesta. Voidaan erottaa kolme – tosin ei toisistaan riippumatonta – erillistä näkökohtaa, joita voidaan kuvailla seuraavasti:

1. Omaehtoisen toiminnan painottaminen.

2. Kateederiopetuksesta luopuminen.

3. 'Lapsi tutkijana', keksivä oppiminen.

Nämä näkökohdat voi löytää esim. kirjoista [1] s. 26 ja [2] s. 3.

Tätä on kuvailut erittäin vaikuttavasti myös Wheeler kirjansa [8] esipuheessa:

"Matematiikka on olemassa vain älyssä. Jokaisen, joka sitä opiskelee, täytyy siksi luoda se uudelleen. Tässä mielessä matematiikkaa voi oppia vain luomalla sitä. Emme usko, että on olemassa selvä ero tutkivan matemaatikon ja matematiikkaa oppivan lapsen toiminnan välillä. Lapsella on toisia apuneuvoja ja toisia kokemuksia, mutta molemmat ovat mukana samassa luovassa toiminnassa. Haluaisimme korostaa, että se matematiikka jonka lapsi hallitsee on todella hänen omaansa, koska lapsi on keksinyt tämän matematiikan oman henkilökohtaisen toimintansa kautta." (s. 8)

"On selvää, että liitämme käsitteeseen 'moderni matematiikka' mieluummin suhtautumisen matematiikkaan kuin luettelon tiettyjä matemaattisia sisältöjä." (s. 11)

Tämän lainauksen keskipisteenä on edellä luetelluista näkökohdista kolmas, joka on varsinainen ydin "oppimisen alueen tieteellisesti orientoitumisessa". Sen huomioon ottaminen tarkoittaa seuraavaa: Lapsille on annettava tilaisuuksia kokea matematiikka alueena, jossa voi tehdä itsenäisesti havaintoja sekä erilaisin menetelmin päästä myös itse tuntemattomissa tilanteissa varmaan tulokseen. Täten autetaan lapsen luottamusta omaan ajatteluunsa; tätä ei nykyään kovin usein tapaa matematiikan opetuksen yhteydessä. Sitaateista käy myös ilmi, ettei edellä esitetyille näkökohdille 1. ja 2. (uusi opetuskäytäntö ja uusi opettajan suhtautuminen) ole etsittävässä perustaa kasvatuksellisesta tavoitteen asettelusta, psykologisista teorioista eikä halusta

parantaa opetusmenetelmiä, vaan nämä vaatimukset (uusi opetuskäytäntö) ovat matematiikan opetuksen uusien tavoitteiden seurausta.

4. Syitä vaatimusten ja todellisuuden väliseen kuluiun

Yhtäkään niistä usein mainituista välttämättömistä ehdoista uudistuksen toteuttamiseksi ei ole vielä tähän päivään mennessä täysin toteutettu, esimerkiksi: Ryhmäkoko enintään 25 lasta; kaikkien matematiikkaa opettavien huolellinen koulutus. Haluamatta väheksyä uudistuksen alussa esiintyneitä monipuolisia pyrkimyksiä opettajien jatkokoulutukseen täytyy todeta, että niiden tulos oli – ymmärrettävistä syistä – yleensä epätydyttävä.

5. Nykyisen opetuksen ongelmia

Opettajien yleisimmin nimeämät ongelmat ovat seuraavat (ks. Radatz [4]): Laajat oppikurssit, harjoittelu, eriyttäminen. Näillä ongelmilla on paljon tekemistä oppikirjojen korkean ohjausfunktion kanssa. Mutta oppikirjat eivät kykene yksin takaamaan, että j o k a i n e n (siis myös riittämättömästi koulutettu) opettaja v a i n oppikirjaa käyttämällä kykenee antamaan hyvää opetusta k a i k i l l e lapsille. (Esim.: Opettajan lausunto ongelmasta 'laajat kurssit': "Jos seuraan kirjaa, niin siinä on liian paljon asiaa. Opetussuunnitelmassa ei ole siten.")

Laajoista kurssista. Uudistuksen yhteydessä tapahtunutta sisältöjen lisäystä pidettiin vastuullisena tähän ongelmaan, koska uudistuksessa uskottiin sekä parannettujen menetelmien että laskennonopetuksen uudelleen painotettujen tavoitteiden johdosta tarvittavan oleellisesti lyhyempi aika laskemisharjoittelua varten. Nämä toiveet olivat kuitenkin liioiteltuja eivätkä toteutuneet halutussa laajuudessa.

Mutta toisaalta ei pitäisi hyväksyä kriittikittömästi valituksia liian laajoista kursseista. On olemassa luokkia ja opettajia, joilla tämä ongelma – mitattuna opetussuunnitelman mukaan – ei ole esiintynyt. Siis selvää on, ettei laajoja kursseja tule nähdä absoluuttisesti, vaan aina suhteessa käytettyihin työtapoihin ja -menetelmiin. Laajat kurssit voivat myös muodostua kummitukseksi, joka tulee esiin koska siihen uskotaan: Jos opettaja tuntee aikapulaa, niin hän aluksi käyttää liian vähän aikaa sellaisiin asioihin, joihin tarvittaisiin runsaasti aikaa; tämän seurauksena hän ei edes lisättyllä harjoittelulla saa korjattua syntyviä puutteita. Lisäksi 'laajojen kurssien' -ongelman syntymiseen saattavat vaikuttaa: sopimattomat opetusjärjestelyt, liian aikainen tai liian syvällinen aiheen käsittely, liian myöhäinen aiheen käsittely, käyttämättömät toimintamahdollisuudet, lasten esitietojen huomiotta jättäminen. Kaikesta tästä huolimatta on valitukset laajoista kursseista otettava todesta jo siksi, että opettaja saattaa ratkaista ongelmansa jättämällä joitakin uudistuksen ydinalueita sivuun, kuten esim. geometrisluonteiset asiat.

Harjoittelusta. Harjoitteluun (eli yksilölliseen työhön), liittyvät ongelmat eivät ratkea lisäämällä kirjaan painettujen esimerkkien lukumäärää. Tässä yhteydessä olisi huomattava seuraavat näkökohdat:

1. Päässäälaskeminen ja muut harjoittelumuodot, jotka eivät ole sidottu kirjalliseen materiaaliin, ovat itsestään selvyiksiä, joita ei pitäisi väliittää vasta oppikirjan avulla.

2. Syynä suurempaan harjoittelutarpeeseen saattavat olla myös käsitteiden ja operaatioiden muodostuksessa tehdyt menetelmälliset virheet tai aiheen epäsopeva sijoittelu opetussuunnitelmaan tai oppikirjaan. Tällöin harjoitteluosuuden lisääminen ei tuota välttämättä parempaa tulosta.

3. Mahdollisimman suuri osa harjoitteluvaihetta olisi toteutettava eriytetysti, ts. kyseisen oppilaan harjoittelutarpeen mukaisesti.

4. Olisi koetettava mahdollisuuksien mukaan järjestää harjoitteluvaihe suuremmaksi kokonaisuudeksi (vrt. [3], [5],[6]).

Eriyttämisestä. Tätä problemaa ei ratkaista yksinomaan hienosti toteutulla (esim. kolmiportaisella) harjoitustehtävien luokittelulla oppikirjassa, vaan opettajille olisi tiedotettava kirjallisuudesta löytyvistä avoimista tehtävistä. Edelleen järkevä eriyttäminen edellyttää opettajalta kykyä muunnella vakiotehtäviä eri suuntiin. Mutta näiden lisäksi on tarve saada toimivia eriyttämisratkaisuja. Tätä ja muita jokapäiväisen opetuksen ongelmia osaisivat ainedidaktikot arvioida varmasti paljon tehokkaammin ja auttaa niiden ratkaisemisessa, jos heillä olisi mahdollisuus säännöllisesti tarkkailla jokapäiväistä opetusta. Mutta sellaisia mahdollisuuksia on tuskin ollenkaan. Epäsuorat tiedot opetuksesta antavat aiheen olettaa, että on olemassa useita ehkä tunnettuja mutta myös tuntemattomia yksittäistapauksia sopimattomista opetuskäytännöistä, joilla voidaan turmella enemmän kuin oppikirjojen hyvillä menetelmällisillä ohjeilla voidaan korjata. Tämä koskee erityisesti virheiden käsittelyä sekä opetuksessa että kotitehtävissä. Tässä pitäisi ainedidaktiikan kanssa yrittää selvittää, tarvitaanko (ja millä ehdoilla) ala-asteen matematiikan opetuksessa kotitehtäviä? Ovatko ne hyödyllisiä vai vahingollisia?

6. Loppuhuomautuksia

Ala-asteen matematiikan opetuksen epätydyttävän tilanteen pikaiseksi parantamiseksi ei löydy patenttiratkaisua. Pitkällä aikavälillä näyttää välttämättömältä tiivis yhteistyö opettajien jatkokoulutuksessa, jolloin opettajat ja didaktikot voivat oppia toisiltaan.

Lopuksi annetaan (ilman kommentteja) kahden lapsen mielipiteet matematiikan opetuksestaan:

Annika (2. kouluvuosi, 12. viikko): "Minusta on kurjaa, että opettaja Kleinschritt antaa meidän laskea vain plus- ja miinuslaskuja. Ensimmäisellä luokalla opettaja Schönin kanssa saimme laskea myös kertolaskuja. Nykyään saavat ne, jotka ovat valmiita, keksiä itse esimerkkejä ja laskea ne. Peter oli tehnyt myös kertolaskuja. Kun opettaja Kleinschritt näki sen, niin hän sanoi, ettei Peter saa tehdä niitä ja oli pyyhkinyt kaikki kertolaskut pois."

Holger (4. kouluvuosi, 8. viikko): "Tyhmää on: Sanallisissa tehtävissä on aina käytettävä sitä laskutapaa, jota on juuri harjoiteltu. Minusta olisi paljon helpompaa tehdä se toisin."

Kirjallisuus

- [1] Dienes, Z.P.: *Aufbau der Mathematik*, Freiburg 1965
 [2] Görner, A.; Röhl, E.: *Mathematikunterricht auf der Primarstufe*. – Fernbriefe zur Weiterbildung der Grundschullehrer, Stuttgart

1971

- [3] Müller, G.; Wittmann, E.: *Der Mathematikunterricht in der Primarstufe*, Braunschweig 1977
 [4] Radatz, H. u.a.: *Zum Mathematikunterricht an Grundschulen*. Ergebnisse einer Lehrerbefragung. Bericht aus dem Fachbereich Erziehungswissenschaften – Didaktik der Mathematik – Universität Göttingen 1981
 [5] Spiegel, H.: *Das "Würfelzahlenquadrat"*. Ein Problemfeld für arithmetische und kombinatorische Aktivitäten im Grundschulmathematikunterricht. – In: *Didaktik der Mathematik 6* (1978) Heft 4, s. 296–306
 [6] Spiegel, H.: *"Zauberschlangen"*: Übung zur Arithmetik einmal anders. – In: *Monatshefte für die Unterrichtspraxis – Die Scholle 47* (1979) Heft 7, s. 524–533
 [7] Sprockhoff, W.: *Wieder Rechnen statt Mathematik in der Grundschule?* In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 1981*, Hannover 1981
 [8] Wheeler, D.H. (Hrsg.): *Modelle für den Mathematikunterricht in der Grundschule*, Stuttgart 1970

MATEMATIIKKAOLYMPIALAISET SUOMESSA 1985

MAOL:n 50-vuotisjuhlavuotena 1985 järjestetään kansainväliset matematiikkaolympialaiset Suomessa, tarkemmin sanottuna Heinolassa ja Joutsassa. Järjestelyvästuun kantavat yhdessä Matemaattisten aineiden opettajien liitto ja Matematiikan kansallisen komitean matematiikan opetuksen toimikunta, joiden asettaman olympialaisten päätoimikunnan puheenjohtajana on akateemikko Olli Lehto. Toimikunnan muut jäsenet ovat pääjohtaja Erkki Aho, professori Ilpo Laine, apulaisprofessori Paavo Malinen, kansliapäällikkö Jaakko Numminen ja MAOL:n puheenjohtaja, lehtori Hilikka Wuolijoki. Toimikunnan sihteeri on dosentti Matti Lehtinen.

Suomi on osallistunut kansainvälisiin matematiikkaolympialaisiin yhdeksän kertaa. Toistaiseksi paras saavutus on viime kesältä Budapestissa pidetyistä 23. olympialaisista. Suomen joukkue oli tuolloin kahdeksas kaikkiaan 30:stä osallistujamaasta.

Matematiikkaolympialaisiin saapuu 200–300 vierasta.