



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Universitätsbibliothek Paderborn

Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften

Natorp, Paul

Leipzig [u.a.], 1910

Siebentes Kapitel. Die zeit-räumliche Ordnung der Erscheinungen und die mathematischen Prinzipien der Naturwissenschaft.

urn:nbn:de:hbz:466:1-35817

Siebentes Kapitel.

Die zeit-räumliche Ordnung der Erscheinungen und die mathematischen Prinzipien der Natur- wissenschaft.

§ 1. (*Die Frage der Existenz der absoluten Zeit und des absoluten Raumes.*) Bis dahin haben wir die Zeit- und Raum-Ordnung so ins Auge gefaßt, wie sie bloß mathematisch, in der Geometrie und reinen Bewegungslehre sich darstellt. Sie erwies sich insoweit in ihrem gesetzmäßigen Aufbau so ganz zusammenfallend mit der Ordnung der Zahl, daß es unabweisbar wurde, sie mit dieser auf die gleiche logische Grundlage, nämlich die Gesetzlichkeit der Synthesis der Quantität, Qualität und Relation zurückzuführen. Damit ist sie jeder Willkür entzogen, im gleichen Sinne notwendig im Apparate der Erkenntnis wie die Zahl selbst. Von dieser unterscheidet sie sich durch den direkten Bezug auf die Existenz, durch die Bedeutung einer konstituierenden Bedingung des empirischen Existenzurteils überhaupt. Selbst für die bloß mathematischen Bestimmungen der Zeit und des Raumes erwies sich der Existenzbezug nicht gleichgültig, so wenig das mathematische Urteil als solches schon Existenzurteil ist. Es soll nun in diesem Kapitel die Existenzbedeutung der zeit-räumlichen Ordnung besonders untersucht und daraus die Konsequenzen für die Gestaltung einer mathematischen Naturwissenschaft entwickelt werden.

Ganz verfehlt ist es, die Existenzfrage an den Raum und die Zeit selbst zu richten. Stellt man die Frage einmal so,

so kann die Antwort allerdings nicht anders als verneinend ausfallen. So wird dann gern als eine der wichtigsten und sichersten Entdeckungen empiristischer Erkenntniskritik verkündet: daß die absolute, reine, mathematische Zeit, der absolute, reine, mathematische Raum Newtons — nicht existiere.

Die Gründe der Behauptung sind bekannt und die Behauptung selbst keineswegs erst eine Errungenschaft jüngster Zeit. Daß die reine mathematische Zeit, der reine mathematische Raum in keiner Erfahrung gegeben ist, hat vor allem Newton selbst, unmittelbar neben und in seiner Aufstellung dieser Begriffe, mit allem nur möglichen Nachdruck ausgesprochen. Empirische Zeit- und Ortsbestimmungen können nur relativ sein. Man bestimmt die Zeit und den Ort eines Ereignisses in Bezug auf solche Körper, die als ruhend, oder deren Veränderung als konstant angenommen wird, z. B. die tägliche Änderung der gegenseitigen Lage zwischen Erdkörper und Fixsternhimmel. Aber kein Ort im Universum ist als absolut ruhend, keine Änderung als absolut gleichförmig empirisch gegeben oder könnte es — schon nach Newtons Voraussetzungen, vollends nach denen der heutigen Naturwissenschaft — jemals sein. Setzt man selbst, es gäbe irgendwo im Universum absolute Ruhe oder gleichförmige Veränderung (eine Möglichkeit, die Newton allerdings noch nicht schlechthin ausschließen zu wollen scheint), so gäbe es doch keine Möglichkeit, sie als absolute empirisch zu erkennen. Damit verliert aber die Annahme ihrer „Möglichkeit“ jeden methodisch brauchbaren Sinn. Eine Annahme, die aller empirischen Bestätigung oder Widerlegung ihrer Natur nach entzogen ist, erfüllt nicht die Bedingungen einer sinnvollen Hypothese empirischer Wissenschaft.

Nur von vergleichsweise festen Bestimmungen kann also mit verständlichem Sinn geredet werden. Man korrigiert die zunächst in der Erfahrung sich anbietenden, als un-

genau bald erkannten Bestimmungen durch solche, die auf breitere Basis, auf Feststellungen in weiterem zeitlichem und räumlichem Umfang gestützt sind. Man kommt dann sehr bald an einen Punkt, über den die uns zugebote stehenden Bestimmungsmittel nicht hinausreichen, und bleibt bei den so gewonnenen Bestimmungen notgedrungen stehen, bis etwa eine Möglichkeit sich ergibt, zu Bestimmungen auf noch breiterer Grundlage fortzuschreiten. Voraus aber steht fest, daß keine für empirische Bestimmungsmittel überhaupt erreichbare Grundlage der Zeit- und Ortsbestimmung je absolute Festigkeit wird beanspruchen dürfen. Man macht dennoch, ja eben damit die grundsätzliche Voraussetzung, daß es eine absolute Zeit, einen absoluten Ort des Geschehens an sich gebe, mit welchen erst, wenn sie bestimmbar wären, das Geschehen selbst absolut bestimmt wäre, denen gegenüber also jede empirisch mögliche Bestimmung nur die Bedeutung einer brauchbaren Annäherung beanspruchen kann. Woraufhin macht man diese Voraussetzung? Sie liegt ursprünglich in der Forderung, in der letzten, grundsätzlichen Supposition der Erfahrung als gerichtet auf Erkenntnis dessen, was „wirklich“ sei oder vorgehe. Existenz kann nur auf einzige Weise bestimmt gedacht werden, weil sie überhaupt nichts anderes besagt als Bestimmtheit auf einzige Weise. Es ist also ein „analytischer Satz“, daß, sofern die Existenz zeit-räumlich bestimmt sein soll, diese Bestimmung selbst als schlechthin eindeutige gefordert, obzwar nie gegeben ist. Nur eine schlechthin eindeutige (und das heißt: absolute) Zeit- und Raumbestimmung würde die der Existenz selbst sein; an diesem konditionalen Ausspruch ändert es nichts, daß die empirisch mögliche Bestimmung schlechthin eindeutig niemals sein kann.

Newton selbst scheint mir in der Hauptsache nichts anderes zu sagen, obgleich seine Ausdrucksweise vielleicht nicht jeden Zweifel über das Gemeinte ausschließt. Ausdrücklich erklärt er: absolute Zeit- und Ortsbestimmung

würde absolut ruhende Körper verlangen; „es kann aber sein, daß es absolut ruhende Körper gar nicht gibt“. Dieses „es kann sein“ ist am Ende nur ein vorsichtiger Ausdruck, der zumal im Eingang, in der ersten Vorbereitung seiner Untersuchung angemessen erscheinen mochte; auf Grund der Voraussetzung der allgemeinen Gravitation wenigstens, die Newton zwar nicht schlechthin vertreten will, auf die aber doch seine ganze Forschung unverkennbar hindrängt, hätte es bestimmt lauten müssen: es gibt keine absolut ruhenden Körper, kann keine geben, also ist absolute Zeit- und Ortsbestimmung empirisch überhaupt unmöglich. Jedenfalls aber kann nach Newtons eigenen Voraussetzungen die Korrektur der relativen Zeitbestimmungen durch die astronomischen Gleichungen, von der er spricht, nur den Sinn einer Näherungsbestimmung haben, welche die begrifflich geforderte absolute Bestimmung nicht etwa darstellt, sondern nur notgedrungen als Ersatz für sie dient. Dem entspricht es, wenn Newton an dieser Stelle ausdrücklich nicht von „wahrer“, sondern von „wahrerer“ Bestimmung spricht. Diesem die Zeit betreffenden Gedankengänge läuft aber die Betrachtung über die relative und absolute Bestimmung des Orts und der Bewegung genau parallel; und wenn nun hier auch dieser genauere Ausdruck der „wahreren“ Bestimmung nicht wiederkehrt, so wird man nach logischem Zusammenhang die „wahren“ Bestimmungen doch auch hier nur als relativ wahre zu verstehen haben. Daß auf die von Newton angegebene Weise nur relative Bestimmungen möglich sind, liegt überdies so auf der Hand, daß wenigstens ich fürchten würde, dem Genius Newtons zu nahe zu treten, wenn ich annähme, daß er sich darüber weniger klar gewesen sei als seine heutigen, etwas rasch urteilenden Kritiker. Durch Kräfte soll ausgemacht werden, was wahre, was scheinbare Bewegung ist. Kräfte aber sind überhaupt nicht empirisch gegeben, sondern zur Konstruktion des Gegebenen supponiert. Schwerlich brauchte Newton

darüber erst von uns belehrt zu werden. „Mathematische Prinzipien der Naturwissenschaft“: das klingt nicht nach Empirismus. „*In philosophicis autem abstrahendum est a sensibus*“, heißt es ausdrücklich. Die „philosophische“, d. h. theoretische Bestimmung (der „wahren“ Bewegungen durch die Kräfte) beruht also, will ausdrücklich beruhen auf Abstraktion, positiv ausgedrückt: auf einer Konstruktion, deren oberste Gesetzgebung niedergelegt ist in den „*Axiomata sive leges motus*“.

Aber eine solche Begründung gerade der entscheidenden ersten Suppositionen sogar der Naturwissenschaft auf reine Konstruktionen („Synthesen“) theoretischen Denkens muß freilich dem metaphysischen Empirismus ein Dorn im Auge sein. Also darf er die „absoluten“ Bestimmungen, die diesen Suppositionen zugrunde liegen, in keinem Sinne gelten lassen. So erklärt denn, in der von ihm immer betonten Ehrlichkeit und Aufrichtigkeit, namentlich Ernst Mach¹⁾ kurzerhand: Die absolute Zeit kann an keinen (gegebenen) Bewegungen abgemessen werden, sie hat also keinen praktischen und auch keinen wissenschaftlichen Wert; niemand ist berechtigt zu sagen, daß er von ihr etwas wisse, sie ist ein müßiger (=) metaphysischer Begriff. Ebenso: Über absoluten Raum, absolute Bewegung „kann niemand etwas aussagen“, sie sind „bloße Gedankendinge, die in der Erfahrung nicht aufgezeigt werden können“. Gegeben sind nur, können nur relative Zeit- und Ortsbestimmungen sein. Die Zeitordnung eines Ereignisses besagt nur sein Verhältnis zu einer bestimmten Veränderung, nämlich der der gegenseitigen Lage zwischen unserem Erdkörper und dem Fixsternhimmel. Dann weiterhin: Wenn wir sagen, daß ein Körper seine Richtung und Geschwindigkeit im Raume beibehält, so liegt darin nur (!) eine „kurze Anweisung auf Beachtung der ganzen Welt“ (227). „Macht man sich klar, daß es sich

1) [110], S. 218.

nur (!) um Ermittlung der Abhängigkeit der Erscheinungen voneinander handelt . . . so entfallen metaphysische Unklarheiten“ (220).

Dieser letzte Satz ist besonders aufklärend darüber, wo der Grund des bei einem so bedeutenden und so philosophisch gerichteten Forscher immerhin auffallenden Mißverständnisses liegt. Es ist unbedingt richtig, daß die Zeitordnung des Geschehens sich nur darstellen kann in der von Glied zu Glied fortwaltenden Abhängigkeits-(Funktional-)Beziehung zwischen verschiedenen, schließlich allen verfolg-baren Veränderungsreihen. Eine solche allbefassende Funktionalbeziehung würde jene „ganze Welt“ wissenschaftlich darstellen, mit der zugleich dann die absolute Zeit- und Ortsbestimmung gegeben — wäre. Zeit und Raum sind ja ohne jede Frage gar nicht für sich gegeben, sie können, wie auch Newton nicht unterläßt zu betonen, weder gesehen noch sonstwie sinnlich wahrgenommen werden, sie sind in diesem Sinne in der Tat „bloße Gedankendinge“. Aber eben rein gedanklich werden sie, und zwar mit Notwendigkeit, zugrunde gelegt jener gesamten Konstruktion des Weltzusammenhanges, d. h. dem Systeme jener Gleichungen unter einer unbestimmten Zahl von Veränderlichen, deren durchgängige Funktionalbeziehung die „ganze Welt“ wissenschaftlich darstellen würde. „Existieren“ können Zeit und Raum, als bloße Stellenordnungen, nur, sofern das existiert, was in ihnen sich ordnet. Etwas existiert, d. h. aber, dem logischen Sinn des Existenzurteils zufolge: es ist allseitig bestimmt, so bestimmt, daß nichts unbestimmt bleibt. Solche absolute Bestimmung ist — selbstredend — als empirische nicht möglich; wenn also „Existieren“ zugleich auch heißen soll: empirisch gegeben sein, so „existiert“ freilich weder der absolute Raum noch die absolute Zeit.

Ist das die Entdeckung, deren der Empirismus sich rühmt (Mach verzeichnet sorgfältig die Jahrezahlen seiner ersten Aussprüche dieses Sachverhalts), so steht die Richtigkeit

des Behaupteten gewiß ganz außer Frage. Historisch aber wäre dazu die Anmerkung zu machen, daß — wenn über Newtons Meinung in dieser Hinsicht noch Zweifel sein sollten — in einem bis heute nicht vergessenen Buche eines Newtonianers des 18. Jahrhunderts diese Sachlage bereits in aller Klarheit ausgesprochen ist. Die Bestimmung der Zeitstelle irgendeines Vorgangs in der Natur, heißt es da, „kann nicht von dem Verhältnis der Erscheinungen gegen die absolute Zeit entlehnt werden, denn die ist kein Gegenstand der Wahrnehmung, sondern umgekehrt, die Erscheinungen müssen einander ihre Stellen in der Zeit selbst bestimmen“. Und: „Diese Einheit der Zeitbestimmung ist durch und durch dynamisch, d. i. die Zeit wird nicht als dasjenige angesehen, worin die Erfahrung unmittelbar jedem Dasein seine Stelle bestimmte, welches unmöglich ist, weil die absolute Zeit kein Gegenstand der Wahrnehmung ist, womit Erscheinungen könnten zusammengehalten werden; sondern ...“ — ich darf nicht fortfahren, sonst errät der Leser am Ende, um welchen Autor es sich handelt. Oder muß ich es verraten? Nun, das Buch führt den merkwürdigen Titel „Kritik der reinen Vernunft“, von Immanuel Kant.¹⁾ Wünscht man noch volleren Aufschluß, so findet man ihn in der letzten großen Anmerkung zu desselben Autors „Metaphysischen Anfangsgründen der Naturwissenschaft“, wo die „sonderbaren Begriffe“ der absoluten Zeit und des absoluten Raumes noch heller beleuchtet und als „bloße Ideen“ (Gedankendinge!) herausgestellt werden — die freilich als solche ihre Notwendigkeit haben. Besondere Beachtung verdient dabei die Unterscheidung zwischen „absoluter“ und „wahrer“ Zeit- und Ortsbestimmung, die auch für unsere Deutung Newtons, wie mich dünkt, bestätigend ist.

1) Bei der zweiten und dritten „Analogie“, 2. Aufl., S. 245 u. 262.

§ 2. (Fortsetzung.) Es ist also nicht etwa ein notgedrungenes Zugeständnis des Kritizismus an den Empirismus, sondern es ist seine eigenste Behauptung: die absolute Zeit, der absolute Raum sind reine Gedankendinge, nicht empirische Data, sie haben also keine empirische Existenz. Das gilt freilich ebenso von der Zahl, von der Größe, ja von dem Begriffe der Existenz selbst, von dem Begriffe des Gegenstandes der Erfahrung. Diese alle, wie überhaupt sämtliche reinen Funktionsbegriffe der Erkenntnis, stehen und fallen miteinander.

Hätte es Sinn zu sagen: Es existiert zwar der eindeutige Funktionalzusammenhang des Geschehens, aber es existiert nicht eine einzige Zeit, in der das Geschehen (wirklich) abläuft? Oder will man dies nicht gesagt haben, sondern nur: Die Zeit, in der — zweifellos — das Geschehen wirklich abläuft, ist für uns nicht absolut, sondern nur relativ bestimmbar, nämlich ebenso relativ wie — dies Geschehen selbst? Das sind sicher zwei sehr verschiedene Thesen; es ist in den Behauptungen der Empiristen nicht immer klar, welche von beiden gemeint ist. Da es aber zuletzt nicht auf die Meinung dieses oder jenes Gelehrten, sondern auf die Sache ankommt, so wird es das beste sein, beide Thesen gesondert ins Auge zu fassen.

Also: kann man im Ernst behaupten wollen: Das Geschehen zwar läuft wirklich ab, z. B. die wechselseitige Lage zwischen der Erde und gewissen fernsten Sternen ändert sich wirklich auf bestimmte Weise, aber diese Änderung geschieht nicht in einer Zeit, die — mindestens so wirklich und bestimmt ist wie die gedachte Änderung selbst? Es gibt wirkliche Vorgänge und bestimmte Abhängigkeiten unter diesen, aber es gibt nicht eine wirkliche Zeit, in der diese Vorgänge sich abspielen? Jeder wird doch antworten: Veränderung, Bewegung ist ihrem Begriff nach Anders- und Anderssein in der Zeit; sie kann also nicht bestimmt sein,

wenn sie es nicht in der Zeit ist; nicht eindeutig bestimmt, wenn nicht in einer einzigen Zeit.

„Wir nennen eine Bewegung gleichförmig“, sagt Mach¹⁾, „in welcher gleiche Wegzuwüchse gleichen Wegzuwüchsen einer Vergleichsbewegung (der Drehung der Erde) entsprechen.“ Aber diese Entsprechung muß doch eben als zeitliche gemeint sein, das heißt so, daß die beiderseits gleichen Zuwüchse gleichzeitig (von demselben Punkte 0 der Zeit zu demselben Punkte 1, 2 usf.) geschehen; wobei es denn freilich mißlich ist, daß die Bewegung, die als Zeitmaß dienen soll, um selbst als Bewegung, d. h. Ortsänderung in der Zeit, bestimmt zu sein, ein Zeitmaß schon voraussetzen scheint. Keine Gleichheit von Zeiten ist überhaupt „gegeben“; die letzte Gleichheit ist stets nur supponiert, und die Rechtfertigung solcher Supposition kann nur darin gefunden werden, daß sie eine in sich einstimmige theoretische Darstellung der Erscheinungen überhaupt nur möglich macht.

Vielleicht erscheint die folgende Fassung einwandfrei. Es seien die Stadien einer bestimmten Veränderung einer Veränderlichen x der Reihe nach bezeichnet durch $x_0, x_1, x_2 \dots$, die einer zweiten, mit dieser im algebraischen Sinne simultanen Veränderung einer Veränderlichen y entsprechend durch $y_0, y_1, y_2 \dots$, und so die einer dritten usf.; so sollen die Stadien $x_0, y_0, z_0 \dots, x_1, y_1, z_1 \dots, x_2, y_2, z_2 \dots$ usf. sich einander eindeutig zuordnen, so daß die Reihe der Stellziffern 0, 1, 2 ... für sämtliche Veränderungsreihen dieselbe ist; dann ist es diese gemeinsame Reihe von Stellziffern, die wir Zeit, die gemeinsame Zeit dieser simultanen Veränderungen nennen.²⁾ Alles was Mach verständlicherweise damit kann sagen wollen: es existiere zwar die Abhängigkeit der Erscheinungen voneinander, aber es existiere nicht die eine Zeit, in der sie sich vollziehen, ist: diese Stellen-

1) S. 218.

2) Vgl. das Schema oben S. 73, Anm. 1.

ordnung 0, 1, 2 ... existiere nicht noch außerdem, daß nach ihr die sukzessiven Stadien der verglichenen Veränderungen in der Natur sich ordnen. Zeit ist nur diese Stellenordnung der Existenz, sie ist nicht noch eine fernere Existenz außer der, überhaupt ihrem Begriff nach einzigen Existenz (des ganzen Inbegriffs der Veränderungen in der Natur), die sich in ihr (nämlich in unseren Rechnungen) geordnet darstellt. Aber niemand, soviel ich weiß, sicher keiner der großen Physiker¹⁾ oder Philosophen hat der Sache nach unter der Zeit eine Existenz schlechthin für sich, eine Existenz außer der (ihrem wesentlichen Begriff nach einzigen) Existenz verstanden, sondern eben eine Ordnung des Existierenden. Und Entsprechendes gilt vom Raume.

Die Frage kann also mit Sinn überhaupt nur so gestellt werden: Gibt es eine einzige, eine eindeutig bestimmte Stellenordnung des Existierenden, nämlich der in funktionalem Zusammenhang miteinander gedachten Veränderungsreihen, deren Inbegriff wir „Natur“ nennen? Diese Frage aber reduziert sich restlos auf die andere: Existiert überhaupt eben dies, was wir Natur nennen? Existiert dieser einzige Funktionalzusammenhang des Geschehens? Oder ganz kurz: Existiert die Existenz?

Hier ist nun dem Empiristen durch seine aprioristisch-metaphysische Stellungnahme von vornherein jeder Zweifel verboten. Denn als solcher muß er um jeden Preis das „empirisch Gegebene“ behaupten; empirisch gegeben aber heißt ihm schon: als existierend gegeben. Dagegen entsteht für den Kritizismus erst hier die ernste Frage: Ist es denn so gewiß, daß die Existenz existiert? Nach seinen Begriffen würde das nichts Geringeres bedeuten, als

1) Ein Zweifel könnte höchstens über L. Euler bestehen, der in seinen Ansichten geschwankt hat (s. darüber Streintz [169] und Cassirer [18]). Doch herrscht volle Klarheit über die Sache in der schon erwähnten Abhandlung [48] über Raum und Zeit v. J. 1748, von der gerade Kant in seinen Erwägungen ausgegangen ist.

daß ein Funktionalzusammenhang „des“ Geschehens, schlecht- hin eindeutig, in einziger Weise bestimmt, „gegeben“ wäre, oder doch gegeben werden könnte. Denn nichts anderes bedeutet ihm und bedeutet überhaupt Existenz als: vollständige, in keiner Hinsicht unvollendete Bestimmtheit des Seins, und zwar, da es sich hier um zeit-räumliches Sein handelt, vollendete Bestimmtheit eben auch in Bezug auf Zeit und Raum. In solchem Sinne erklärt Newton mit vollem Recht: Eine und dieselbe „ist“ (kraft notwendigen Denkens!) die Zeit der Existenz der Dinge: folglich sei diese zu unterscheiden von ihren sinnlichen Maßen, da diese wandelbar, der Verfluß der Zeit selbst notwendig unwandelbar einer sei. Überzeugt man sich nun, daß dieser unwandelbar eine Verfluß der Zeit in den Erscheinungen weder gegeben ist noch je gegeben werden könnte, so folgt daraus nicht etwa, daß die Forderung der eindeutigen Bestimmtheit der Stellenordnung des Existierenden als sinnlos abzuweisen sei. Das hieße den Begriff der Existenz selbst, es hieße, die Aufgabe der Erkenntnis gerade als Erfahrung preisgeben, um was zurückzubehalten? Empirische Data als absolute. Denn, leugnen, daß gegenüber der empirisch bestimmten Zeit- und Raumordnung, die eine absolut eindeutige nicht ist noch je sein kann, die Frage nach der absoluten Zeit- und Raumordnung festzuhalten sei, hieße die empirische Ordnung für endgültig, für absolut ausgeben. So kann es einen Augenblick wirklich scheinen, wenn Mach die Zeit letztgültig scheint bestimmen zu wollen als den „Drehungswinkel der Erde“; als ob der bestimmt wäre; und als ob nicht im Begriff der Drehung die Zeitordnung, nach deren Möglichkeit erst die Frage ist, vorausgesetzt wäre. Aber ohne Zweifel will Mach, hier wie durchweg, nicht die empirische Bestimmung für absolut ausgeben, sondern gerade die Relativität aller Zeit-(und ebenso Raum-)Bestimmung betonen. Also sind wir über die Sache wohl kaum verschiedener Meinung; nur übersieht Mach, was bei Kant

(namentlich an der zuletzt zitierten Stelle) sonnenklar wird: daß die absolute Zeit, der absolute Raum, obgleich kein „Gegenstand der Erfahrung“, kein „Begriff von einem wirklichen Objekt“, sondern eine „bloße Idee“, doch als Idee notwendig ist: um alle relative Bestimmung von Bewegung und Ruhe auf sie zu reduzieren, wofern die Erscheinung derselben, wie Kant sagt, in „einen bestimmten Erfahrungsbegriff“ (nämlich Funktionalzusammenhang), „der alle Erscheinungen vereinigt“, soll verwandelt, oder wofern zwischen Erscheinung und Schein hinsichtlich der zeit-räumlichen Bestimmung soll unterschieden werden können; wozu das einzige Mittel (zufolge den Beweisen der „Analogien der Erfahrung“) eben die Herstellung eines einzigen Funktionalzusammenhanges des Geschehens ist.

Andere Philosophen empiristischer Richtung sind daher — auf Umwegen freilich, und schwerlich im Einklang mit ihrem Prinzip — auf eben dies Ergebnis durch den inneren Zwang der Sache geführt worden. So erkennt Petzoldt¹⁾ an, daß die unabweisliche Forderung der „Eindeutigkeit“ des Geschehens die Beziehung auf die einzige, absolute Zeit und den einzigen absoluten Raum nicht sowohl fordert als einschließt. Zur Aufstellung eines einzigen Funktionalzusammenhanges des Geschehens nämlich bedürfe es eines letzten Parameters, für den selbst nicht wiederum andere bestimmende Faktoren gefordert werden können; man könne nicht fragen: Wann werden die nächsten 4 Stunden verstrichen sein? Die Gesetze der reinen Mechanik, welche Aussagen in Bezug auf die absolute Zeit und den absoluten Raum tun, sind zulässig und notwendig, weil sie nur konditionale Gesetze sind gleich denen der Mathematik, und auf der gleichen Grundlage *a priori* beruhen wie etwa der Begriff der geraden Linie, nämlich darauf, daß durch sie

1) Das Gesetz der Eindeutigkeit, Vtljschr. f. wiss. Philos. XIX, 1895, und schon: Maxima, Minima und Ökonomie, ebenda XIV, 1890.

Natorp, Grundlagen d. exakten Wissenschaften.

eine eindeutige Bestimmung des Empirischen überhaupt nur möglich wird. Ähnlich erklärt ein anderer Empirist, Heymans¹⁾: der Unterschied absoluter und relativer, wahrer und scheinbarer Bewegung sei kein empirischer; in reiner Erfahrung habe absolute Bewegung überhaupt keinen Sinn; aber er sei notwendig als „Grenzbegriff“, welcher den begrifflich geforderten, wirklich immer nur provisorisch vollziehbaren Abschluß der Reihe fortschreitender Auflösungen des Gegebenen in seine Elemente bedeute. Absolute Voraussetzungen seien darum notwendig, weil Relationen zuletzt nicht ohne Absolutes denkbar sind. Solche wollen aber nicht empirisch Gegebenes ausdrücken, sondern lediglich Voraussetzungen zur Interpretation des Gegebenen. Prinzipien solcher Art können durch Erfahrung weder bestätigt noch widerlegt werden. Sie wollen eben nicht Erfahrungen ausdrücken, sondern haben es (so würde es in der Sprache Kants lauten) nur mit der „Möglichkeit der Erfahrung“ zu tun.

Wesentlich ist es Kants These der „Idealität“ der Zeit und des Raumes, die man durch dies alles, mit oder ohne Willen, bekräftigt. Sie besagt positiv: daß die Hypothese der reinen Zeit, des reinen Raumes eine Konsequenz der reinen, formalen Grundgesetze der Gegenstandserkenntnis ist, also ihre Begründung eben in der eigenen Gesetzlichkeit der Erkenntnis, nicht in gegebenen Gegenständen zu suchen hat. Ihre Begründung liegt in ihrer Bedeutung als Bedingung des Urteils der Existenz, d. i. der vollständigen Determination des Gegenstandes in der Erfahrung. Einen einzigen Funktionalzusammenhang des Geschehens aufzustellen ist die Aufgabe, die durch den Begriff der Existenz, durch den Sinn der Setzung, daß etwas sei, im Vollsinn allseitiger Bestimmtheit des Gedachten, gestellt ist. Dieser Funktionalzusammenhang mißt erst, was ihn messen sollte,

1) Gesetze und Elemente des wissenschaftlichen Denkens, II, S. 189.

die Zeit, und ebenso den Raum. Soviel sieht auch der Empirist: daß die Bestimmtheit des Zeitverlaufs wie des Ortes der Ereignisse nur gegeben sein kann durch die Bestimmtheit des Verlaufes des Geschehens selbst, welche bedingt ist durch die Herstellung eines Funktionalzusammenhanges der parallelen Reihen von Veränderungen, die in der einen Zeit und dem einen Raum ablaufend gedacht werden. Er sieht nicht, daß dieser Funktionalzusammenhang aus erkenntnisgesetzlicher Notwendigkeit an sich als einziger (wiewohl in der Erfahrung immer nur hypothetisch, mit bestimmtem Vorbehalt der Korrektur, sobald die Data sie gestatten) angesetzt wird; daß aber in und mit diesem Ansatz selbst und aus derselben erkenntnisgesetzlichen Notwendigkeit die Zeit und der Raum als einzige, mithin „absolute“ zu setzen sind, und zwar gänzlich *a priori*, da ja, wie man mit größtem Recht behauptet, diese einzige absolute Zeit- und Raumordnung empirisch nicht gegeben ist, noch je gegeben sein könnte. Das Letztere wird also der Kritizismus nicht etwa bloß zugeben, sondern er überbietet noch den Relativismus, der der gesunde Kern des Empirismus ist, indem er erklärt: diese Ansicht irrt noch, sofern sie die einzelne Veränderungsreihe, oder deren einige, seien es viele oder wenige, die in funktionalem Zusammenhang darzustellen bisher geglückt ist, wie schlechthin bestimmt ansieht. Damit nimmt man für irgendeinen begrenzten Funktionalzusammenhang bestimmter Veränderungsreihen im Grunde eine eigene existierende Zeit an (so, wenn man sagt: die Zeit „ist“ der Stundenwinkel der Erde); wogegen der Kritizismus von Anfang an jede als „gegeben“ angesehene Zeit, wie sie auch bestimmt sei, nur als eine Hypothese betrachtet, und auch als Ergebnis aus einer Reihe solcher Hypothesen immer nur eine auf breitere Basis gestellte Hypothese zu erhalten hofft, analog den sukzessiven Näherungswerten einer unendlichen Reihe. Er behauptet jedoch, daß diesen unendlichen Näherungswerten gegenüber den

Grenzwert zu denken methodisch unerlässlich sei, der damit also zugleich Grenzwert der Existenzbestimmung wird. Das verneinen hieße, wie gesagt, überhaupt den Begriff der Existenz und damit die Aufgabe der Erkenntnis, eben als „Erfahrung“, verneinen. Das also ist der entwickelte Sinn der These: Die Zeit, desgleichen der Raum, sei nicht eine Bestimmung des Gegenstandes „an sich selbst“ (d. h. eines solchen, wie er schlechthin bestimmt wäre), sondern nur ein methodisches Mittel zur Bestimmung des Gegenstandes in der Erfahrung (der nie schlechthin bestimmt sein kann). Vergebens sucht man, was der Empirismus sollte ausrichten können gegen eine Behauptung, die so sehr dessen eigenes bestes Recht zur Geltung bringt.

Das einzige Beiwort „mathematisch“, das Newton der absoluten Zeit und dem absoluten Raum beilegt, hätte jeden Zweifel darüber ausschließen sollen, um welche Art von Voraussetzungen es hier nur zu tun sein kann. Der Empirist müßte auch erklären: Kein Ding in der Natur ist absolut eines, sondern immer nur in bestimmter empirischer Relation: also hat die absolute Eins der Arithmetik „keinen praktischen und auch keinen wissenschaftlichen Wert; niemand ist berechtigt zu sagen, daß er von derselben etwas wisse, sie ist ein müßiger metaphysischer Begriff“. Und so dürfte er schließlich die ganze mathematische Wissenschaft vom kleinen Einmaleins bis zu den Quaternionen als müßiges metaphysisches Gedankenspiel verlachen. Wie? Von meinen eigenen Begriffen, dem Einzigen, wodurch ich überhaupt etwas wissen kann, soll ich nicht behaupten dürfen etwas zu wissen; dagegen die Existenz soll ich wissen? Existenz vielmehr ist erst das letzte Wißbare, oder richtiger: das, was man wissen müßte; in Wahrheit das ewig Unwißbare. Sie ist die ewige Frage der Erkenntnis, auf die alle die heiße Arbeit der Begriffe zielt und auf die sie nie endgültige, sondern nur mehr oder weniger annähernde Antworten zu geben vermag. Dagegen ist alles Mathematische ausge-

zeichnet durch die Eigenschaft der „Wißbarkeit“ (*scibilitas* sagt Keppler); in ihr „weiß man, wenn man etwas weiß“ (sagt Galilei); sogar läßt sich unter Umständen behaupten, daß man durch sie alles weiß, was von einem bestimmten Gegenstand gewußt werden kann. Auch mathematische Wissenschaft ist nicht erschöpfend dem Umfang nach, aber sie kann qualitativ erschöpfend sein in Hinsicht des bestimmten Problems oder Problemgebietes, darum, weil sie nichts aufstellt, das nicht aus den selbstgeschaffenen Begriffen und nach den eigenen Gesetzen des Erkennens begründbar wäre. In diesem Sinne „rein“ erkennbar sind die Zeit und der Raum als Gebilde rein mathematischer Art, die gleichwohl über die bloße Zahl hinausgehen durch den allgemeinen Bezug auf die Existenz, den ihre Begriffe einschließen. Denn auch dieser ist aus reinen Erkenntnisgesetzen so bestimmt, daß beide, nicht selbst als Existenzen, aber als Bedingungen des Existenzurteils, so vollkommen wißbar und erschöpfend bestimmbar sind wie alles Mathematische.

§ 3. (*Die zeit-räumliche Bestimmung des Existierenden.*) Es ist nun weiter zu untersuchen, welche Grundbestimmungen für die empirische Existenz durch Zeit und Raum als erkenntnisgesetzliche Bedingungen der Existenzsetzung in möglicher Erfahrung als notwendig gegeben sind.

Für eine Betrachtung, die man wohl „ontologisch“ zu nennen hätte, die nämlich von einem voraus gefaßten Begriff des Seins aus das zeitliche Sein als eine Sonderart desselben zu charakterisieren unternähme — nicht minder auch unter psychologischem Gesichtspunkt — muß zunächst dies zeitliche Sein rätselhaft, ja voller Widerspruch erscheinen. Es soll sich zusammensetzen aus zwei, in negativer und positiver Richtung ins Unendliche verlaufenden Strahlen des Seins, die indessen beide durch die merkwürdige Seinsbestimmung des — Nichtseins ausgezeichnet

sind: eine Vergangenheit, die „nicht mehr“, eine Zukunft, die „noch nicht“ ist; und noch einen nie ruhenden, ewig sich verschiebenden bloßen Punkt des Seins, der, nur die ausdehnungslose Grenze zwischen jenen beiden Nichts, sie nicht sowohl verbindet als ewig getrennt hält, und der allein im Vollsinn des Wortes existieren soll: dem Jetzt oder der Gegenwart. Ruhelos, ewig fließend muß das Jetzt gedacht werden, denn was für einen Punkt der Betrachtung Jetzt ist, war es für einen noch so nahe benachbarten vorigen Punkt noch nicht und wird es für einen noch so dicht ihm auf dem Fuße folgenden nicht mehr sein. Und absolut ausdehnungslos ist es zu setzen, denn sonst gäbe es in ihm selbst wieder ein Früher und Später, also ein Nichtmehr und Nochnicht, während es vielmehr auf der unendlich schmalen Grenze zwischen diesen beiden Abgründen des Nichtseins — als das allein zweifelsfreie, positive Sein sich behaupten soll. Freilich, wie es, als Null der zeitlichen Erstreckung zwischen den zwei Unendlichen rück- und vorwärts gleichsam eingeklemmt, diese Positivität des Seins zu behaupten vermag, bleibt nicht weniger rätselhaft. Und so möchte wohl dem uralten Zweifel gegen die Realität der Zeit nichts so günstig sein wie eine solche ontologische Betrachtung. Psychologisch aber stellt dieselbe Schwierigkeit sich so dar: Wie soll es möglich sein, einen Zeitverlauf vorzustellen, d. h. ein Nichtjetzt im Jetzt vorzustellen, da doch, was immer ich vorstelle, als Vorgestelltes, in dieser Vorstellung mir gegenwärtig sein muß? Oder in umgekehrter Wendung: Wie kann irgendeine Vorstellung (da sie als solche mir gegenwärtig sein muß) ohne Widerspruch eine Nicht-Gegenwart (Vergangenheit oder Zukunft) mir vorstellen? Jedenfalls weckt diese Erwägung von neuem Mißtrauen gegen die Kennzeichnung der Zeitvorstellung als „Anschauung“, da Anschauung unmittelbare Präsentation, nicht Repräsentation bedeuten soll, welche letztere ohne jene Art der Beziehung, die das Denken oder den Begriff unterscheidet,

(Kants „Synthesis der Rekognition“) offenbar nicht möglich ist. Ein Nichtgegenwärtiges kann, als nichtgegenwärtig, doch offenbar nicht „angeschaut“, sondern allenfalls nur mittelbar vorgestellt, d. h. gedacht werden.

Uns aber kann weder die eine noch die andere Erwägung länger beirren, nachdem uns feststeht, daß die zeit-räumliche Ordnung jedenfalls im Sinne und mit dem Charakter einer reinen Methode der Setzung in der Erkenntnis, und zwar der empirischen Erkenntnis gedacht werden muß. Wird die Zeit so gedacht, so verschwindet sofort der Schein jenes doppelten ontologischen wie psychologischen Widerspruchs. Die wechselseitige Ausschließung der Zeitmomente in Hinsicht der Existenz besagt dann einfach: die Zeitreihe des Existierens sei derart in Gedanken zu setzen oder zu konstruieren, daß einem einfachen Element der Zeit nur ein einfaches Element des Existierens zugeordnet wird. Die Existenz im Zeitpunkt 0, im Zeitpunkt 1 usf. sind, gleichsam als Punkte des Existierens, auseinanderzustellen, weil Zeit überhaupt nichts als diese Auseinanderstellung und damit Reihenordnung oder Zählung der Existenzpunkte besagt. So verliert das Nichtmehr und Nochnicht alles Rätselhafte; es ist nicht rätselhafter als daß, was in einer Zählung schon gezählt ist, nicht in derselben Zählung nochmals gezählt werden darf. Die Zeit, als Stellenordnung des Existierens, hat je für ein definites Element des Existierens nur eine Stelle bereit, und umgekehrt kann jede Stelle der Zeit nur mit einem genau bestimmten Element des Existierens besetzt werden: weil diese gegenseitig eindeutige Zuordnung der ganze Sinn und die ganze Funktion jener Stellenordnung ist. Eben deshalb kann die Simultanität nicht ein Modus oder eine Dimension der Zeit genannt werden. Nicht zwei Zeiten können gleichzeitig sein, aber zwei Inhaltsmomente oder Momente des Existierenden können in zwei Zeiten oder in eine fallen. Man beachte die Unterscheidung: Momente des Existierenden, nicht des Existierens.

Der Plural „Existenzen“ ist zweideutig; er kann Momente des Existierens bedeuten oder dessen was existiert, da unsere Sprache gestattet, auch das, was existiert, „eine“ Existenz zu nennen. Wir brauchen aber beide Begriffe: der vielen Wirklichkeiten und der einen, nur in der Einzah denkbaren Wirklichkeit, die jene alle in sich schließt. Diese ist in den aufeinanderfolgenden sich ausschließenden Momenten der Zeit immer auf einzige, ausschließende Art bestimmt zu denken; dagegen schließt jede solche Augenblicksexistenz unbeschränkt viele Einzelmomente des Existierenden ein, denen, eben als in jener einzigen, in einem Augenblick gegebenen Existenz begriffen, gleichzeitige „Existenz“ zukommt. Es sei durch die Reihe

$$\dots E_{-2}, E_{-1}, E_0, E_{+1}, E_{+2}, \dots$$

die Folge der Momente des Existierens ausgedrückt; so umfaßt jedes von diesen eine unbeschränkte Zahl (Summe oder Integration) von Momenten des Existierenden; in roher Symbolisierung etwa:

$$E_{-1} = \dots e_{-1,-1} + e_{0,-1} + e_{+1,-1} + \dots$$

$$E_0 = \dots e_{-1,0} + e_{0,0} + e_{+1,0} + \dots$$

$$E_{+1} = \dots e_{-1,+1} + e_{0,+1} + e_{+1,+1} + \dots$$

Hier stellt die vertikale Reihe der E die Sukzession der Momente des Existierens, die horizontalen Reihen die Simultanität des für jeden Moment Existierenden dar. In der Folge der Ordnungszahlen der E (denen allemal die zweiten Ordnungszahlen der e in der zugehörigen Simultanreihe entsprechen) drückt sich die in sich einzige, nur ein-dimensionale Ordnung der „Zeit selbst“ aus. Ihr gleichmäßiger und stetiger Fluß nun wird sich ausdrücken müssen

in dem gleichförmig und stetig gedachten Verlauf eines Geschehens. Bedingung der Möglichkeit objektiver Zeitbestimmung also ist die Voraussetzung irgendeines Geschehens als gleichförmiges und stetiges, also einer Veränderungsreihe derart, daß gleiche Zeiten in gleichen Veränderungen, und zwar in beiderseits stetigem Zusammenhange, sich ausdrücken. Wie und mit welchem empirischen Geltungscharakter diese Gleichheit der Veränderung selbst bestimmt sei, ist hierbei nebensächlich; es verschlägt nichts, wenn, was für einen gegebenen Stand der Erkenntnis sich als gleichförmige Änderung darstellte (etwa die wechselseitige Lageänderung zwischen Erde und Fixsternhimmel), für eine fortgeschrittene Stufe sich als nicht gleichförmig herausstellt. Diese Feststellung selbst setzt dann notwendig irgendeine andere Veränderung als gleichförmig, d. h. gleichförmiger voraus. Irgendeine solche Hypothese aber ist unerläßlich; sie bleibt es auch dann und gerade dann, wenn man sich ein- für allemal klar macht, daß keine Gleichförmigkeit eines Geschehens je als absolute empirisch gegeben sein kann, also unter empirischem Gesichtspunkt auch nicht als absolute behauptet werden darf.

Die Hypothese der Gleichförmigkeit einer Veränderung hat aber überhaupt nur einen angebbaren Sinn in der Vergleichung einer Mehrheit von Veränderungsreihen. Es muß also, damit überhaupt eine Folge der Zeitmomente für eine gegebene Reihe von Veränderungen bestimmt sein könne, eine Mehrheit von Veränderungsreihen gegeben und in solcher Beziehung miteinander darstellbar sein, daß die Ordnung je in einer folgenden Reihe nach irgendeinem Gesetze in Beziehung auf die Ordnung einer erstgegebenen sich bestimmt. Dies ist der tiefe, unbedingt richtige Sinn der Aufstellung Kants (in den Beweisen seiner drei „Analogien der Erfahrung“): daß die objektive Zeitfolge des Geschehens eine Konstruktion der Erkenntnis sei, beruhend auf der Herstellung eines „ursächlichen“, d. h.

aber (auch für Kant) nichts weiter als: eines Funktionalzusammenhanges des Geschehens; in welchem die objektive Zeitfolge (der Sache nach) sich darstellen würde als identische Folge der Ordnungszahlen der sukzessiven Werte der zueinander in gesetzmäßige Beziehung gesetzten Veränderlichen. Diese Konstruktion des objektiven Geschehens und damit der objektiven Zeitfolge vollzieht sich rein induktiv, d. h. in einem versuchenden Fortschritt von Hypothese zu Hypothese, der aber geleitet ist durch die Grundhypothese, daß ein einziger Funktionalzusammenhang des Geschehens in einer einzigen Zeit (die selbst nur der Ausdruck dieser geforderten, im ewigen Fortschritt der Wissenschaft erst darzustellenden, aber nie endgültig dargestellten absoluten Einheit der Existenzordnung ist) „existiere“, d. h. in unendlicher Fortschreitung näherungsweise bestimmbar sein müsse. Wird diese letztere Supposition selbst absolutistisch gedacht, als ob sie das Gesetz unserer Erkenntnis einem fremden, außer ihm stehenden Sein der Dinge aufzwänge, dann freilich muß sie als eine ungeheuerliche Anmaßung erscheinen. Es soll aber damit nicht mehr gesagt sein als: daß dies die notwendige Bedingung ist für einen sicheren Stufengang unserer Erkenntnis, als einer Folge von Näherungsbestimmungen einer uns möglichen einheitlichen Ordnung der Existenz. Es ist damit wesentlich nur gesagt: daß allein in dem Umfang, in welchem, und allein unter den bestimmten Voraussetzungen, unter welchen die Konstruktion eines durchgängigen Funktionalzusammenhanges des Geschehens gelingt, die Einheit der Existenzordnung, die für unsere Erkenntnis nur eine ewige Aufgabe ist, allemal auf gegebener Stufe dargestellt, nämlich konditional bestimmt sei.

Soweit ließ sich gelangen auf Grund der einzigen, aber unabweisbaren Forderung einer einheitlichen Zeitordnung des Geschehens, noch ohne bestimmtere Rücksicht auf die ebenso unabweisbar geforderte Einheit der Raumordnung.

Es ist aber ersichtlich, wie eben damit die gewonnenen Festsetzungen noch in großer Unbestimmtheit verbleiben. Ein Funktionalzusammenhang paralleler Veränderungsreihen ist gefordert; in der eindimensionalen Ordnung der Zeit aber wäre für einen solchen überhaupt kein Platz; es muß also die Simultanordnung, die Ordnung der „Koexistenz“ hinzutreten, also die räumliche Ordnung.

Hier kommt es uns nun zustatten, daß überhaupt, während die Elemente in der Zeit sich der Existenz nach ausschließen, die Elemente des Raumes sich vielmehr gegenseitig bedingen und geben; daß die Raumordnung, wie überhaupt Verbindung, so auch Verbindung in der Existenz besagt. Wie also jene Ausschließung, die in der zeitlichen Ordnung als solcher liegt, sich auf den Zeitinhalt (die Existenz im Sinne des Existierens) erstreckt, so muß die durchgängige wechselseitige Verknüpfung der Raumelemente, die ja so wenig wie die Zeitordnung für sich gegeben ist, sich im Rauminhalt, als Ordnung des je für einen gegebenen Zeitmoment Existierenden, darstellen. Jedem Raumpunkt also, der existentiell gegeben sein soll, muß ein Punkt oder absolutes Element des Existierenden entsprechen, nämlich — dieser Zusatz ist unerläßlich — je für einen identischen Punkt des Existierens, also der Zeit. Eine bestimmte Besetzung der Stellen des Raumes, und zwar im stetigen Zusammenhange desselben, ist daher allemal auf einen bestimmten Zeitpunkt zu beziehen, mithin als gleichzeitige zu verstehen, während eine verschiedene Besetzung auch nur eines einzigen Raumpunktes notwendig den Bezug auf verschiedene Zeiten, und umgekehrt eine zeitliche Unterscheidung, um existentielle Geltung zu haben, eine verschiedene Besetzung mindestens eines Raumpunktes erfordert. Ohne Beziehung auf die Zeit hätte überhaupt die Koexistenz der Teile des Raumes und also des Rauminhalts keinen hinreichend bestimmten Sinn; denn das Existierende setzt das Existieren, die Ordnung des Existierenden die des Existierens schon voraus. Auch

unter diesem Gesichtspunkt erweist sich die Zeitordnung der Raumordnung logisch vorhergehend; während allerdings eine Zeitordnung empirisch nicht bestimmt sein kann ohne gleichzeitige Bestimmtheit der Raumordnung.

Aus dem Gesagten folgt nun, daß die Raumordnung des Existierenden sich in der Zeit wechselnd darstellen wird, und zwar so, daß für jeden gegebenen Zeitpunkt die Stellen im Raum für jedes Element des Existierenden auf einzige Art bestimmt sein müssen; in der Folge der Zeitmomente also die an sich auf unendlich verschiedene Art mögliche Raumordnung oder Kollokation der Elemente des Existierenden einem Wechsel, und zwar stetigem Wechsel unterliegt: weil nur so zugleich ein selbst stetiger Zusammenhang des Existierens von Punkt zu Punkt der Zeit gewährleistet ist.

Im bloßen Raum aber gibt es, wie in der bloßen Zeit, ja nur leere Stellen. Diese selbst verrücken sich nicht. Man kann sie von einem willkürlichen Ausgangspunkt aus (als Koordinatenanfang) in willkürlicher Ordnung (je nach Wahl der Koordinaten) aufreihen und demgemäß bezeichnen; alle diese verschiedenen Bezeichnungen werden dann untereinander äquivalent sein in dem strengen Sinne, daß sie sachlich dasselbe nur unter anderen und anderen Zeichen, weil in verschiedener Ordnung darstellen; eine bestimmte Bezeichnung aber vorausgesetzt, ließe sich, solange nichts gegeben ist als der Raum selbst und die Zeit, durchaus keine Änderung anders als absolut willkürlich ansetzen. Es scheint also etwas beiden an sich Fremdes, ein anderweitiger Zeit- und Rauminhalt hinzutreten zu müssen, um die für sich leeren Stellen der Zeit und des Raumes zu besetzen; diese Besetzung ist dann also wechselnd und zwar stetig wechselnd zu denken, während die Stellen selbst bleiben. Es hätte in der Tat keinen Sinn, zu sagen, daß die Stellen des Raumes ihre Stellen wechseln; dann brauchte man einen ferneren Raum, in dem der Raum sich bewegte, und so vielleicht immer wieder einen ferneren. Also vielmehr irgend-

ein, noch sonstwie zu bestimmendes Etwas im Raum (nach Kants Ausdruck: „Reales“) wird so gedacht werden müssen, daß es wechselnd andere und andere Stellen im Raum einnimmt. Das heißt: es muß jene wechselnd andere und andere Ordnung der Elemente im Raum sich darstellen als andere und andere, nämlich in der Zeit dem Raume nach wechselnde Ordnung gewisser Elemente oder Punkte eines Existierenden, welches noch irgendwie anders als bloß durch die Einnahme dieser und dieser Stellen im Raum zu der und wieder zu der und der Zeit zu bestimmen ist; und zwar ist, wenn in diesem Wechsel die Einheit des Existierenden streng gewahrt bleiben soll, die weitere Voraussetzung unerläßlich, daß es zuletzt immer dieselben Elemente desselben, somit allein (zeit-räumlich) Existierenden seien, die in der Zeit ihren Ort und zwar stetig wechseln. Daraus folgt das große Gesetz: daß aller in der Zeit und im Raum geschehende Wechsel nur Stellenwechsel, also gegenseitige Lageänderung immer derselben Elemente eines und desselben Existierenden, dieses also, abgesehen von diesem Stellenwechsel, unveränderlich (weil notwendig auf einzige Art bestimmt) zu denken ist.

§ 4. (*Substanz und Energie.*) So ergibt sich allein durch die logische Forderung der eindeutigen Bestimmtheit des Seins in Bezug auf Zeit und Raum die notwendige Voraussetzung einer unveränderlich sich erhaltenden Substanz des Geschehens, oder eines „Realen“, welches nach diesem seinem reinen Begriff notwendig zu denken ist als in seinem Grundbestand immer sich selbst identischer, also ungewordener und unzerstörlicher, nicht vermehrbarer noch verminderbarer, auch keiner Qualitätsänderung unterliegender, dagegen im Raum beweglicher Rauminhalt; dem mit diesem allen durchaus nur solche Bestimmungen beigelegt sind, welche dem in Zeit und Raum Existierenden, zufolge des Inhalts der Begriffe Zeit, Raum und Existenz und des

erkenntnisgesetzlichen Verhältnisses dieser Begriffe untereinander, notwendig zukommen. Darin mag man den richtigen Kern der Meinung des Descartes erkennen, daß die körperliche „Substanz“ aus apriorischer Notwendigkeit durch nichts weiter als die zeit-räumliche Existenz selbst zu definieren sei.

Was aber nun dies im Raume immer sich Erhaltende und nur den Ort Wechselnde sei, darüber ist hiermit noch nichts weiter entschieden. Die Vorstellungen darüber haben im Laufe der Entwicklung der Naturerkenntnis in sehr weiten Grenzen geschwankt und sind bis heute zu keiner einheitlichen Feststellung gediehen. Doch darf gesagt werden: es nähern sich in den letzten Jahrzehnten die Anschauungen der fortschreitenden Physiker mehr und mehr der Auffassung, die schon lange als die theoretisch befriedigendste sich aufdrängen mußte: daß als das im Raum Vorhandene und sich von Stelle zu Stelle Übertragende nichts anderes anzusehen sei als das, was man unter dem Begriff der „Energie“ zu fassen sucht. Was freilich, abgesehen von den soeben angegebenen grundsätzlichen Erfordernissen, unter diesem Begriff zu denken sei, steht noch keineswegs fest. Man hat einen bestimmten Begriff von der mechanischen Energie, nämlich als dem Arbeitswert; aber man nennt dann ferner „Energie“ auch ein empirisch weiter nicht Bekanntes, vielmehr eine ganze Reihe unbekannter Faktoren (die allenfalls zuletzt in drei oder zwei oder einen sich noch auflösen mögen), deren jeder für sich am mechanischen Arbeitswert zwar gemessen wird, aber selbst nicht Arbeitswert, jedenfalls uns nicht als solcher gegeben ist. Durch die Eigenschaft der Meßbarkeit am Arbeitswert wird doch die Frage nicht beantwortet, was das ist, das am Arbeitswert gemessen wird. Ist die Meßbarkeit am Arbeitswert der „Energie“ überhaupt wesentlich, oder dient vielleicht die mechanische Arbeit nur darum uns als ihr allgemeines Maß, weil sie das uns zugänglichste Maß ist? Muß es darum,

weil es das uns zugänglichste ist, auch das richtigste, das exakteste Maß sein? Daß sie es wirklich nicht ist, würde sofort klar sein, wenn, wie es der jüngsten Forschung sich mehr und mehr herauszustellen scheint, die wägbare Masse überhaupt kein letzter, unveränderlicher Faktor in den Rechnungen der Natur, sondern bloß ein uns bequemer, weil unseren sinnlichen Erkenntnishilfen, die durch und durch den Charakter des Zufälligen, der Einrichtung auf besondere Lebensbedingungen tragen, am besten angepaßter Näherungsausdruck ist; daß diese Masse selbst nur eine besondere Folge der Energieverteilung, der Ausdruck bestimmter „innerer Arbeit“ ist, deren nähere Beschaffenheit noch nicht hinreichend geklärt, von der aber schon jetzt absehbar ist, daß ihr absolute Unzerstörlichkeit nicht zugeschrieben werden kann. Wird also unter der Zurückführung aller Naturvorgänge auf „Bewegung“ die Zurückführung auf Übertragung unveränderlicher Massen, und damit als das letzte im Raume Vorhandene und Bewegliche die mechanische Masse verstanden, dann ist das Mißtrauen gegen das Ideal solcher Reduktion sehr begründet. Sie ist dann auch nicht länger als zwar bisher nicht erreichtes, aber grundsätzlich anzustrebendes Erkenntnisziel der Physik festzuhalten; sondern vielmehr umgekehrt wäre als Ziel ins Auge zu fassen, die Mechanik der Massen ganz in eine Mechanik der reinen Energie aufzulösen; wozu gerade die jüngste Forschung auf bestem Wege zu sein scheint.¹⁾

Wenn aber demnach das Reale im Raum durch die mechanische Masse nicht allgemein und unbedingt und überhaupt nicht ursprünglich dargestellt sein kann, so bleibt als das letzte Bewegliche nur die Energie selbst übrig. Die

1) Man vergleiche etwa mit den noch tastenden, rein prinzipiellen Zweifeln von Driesch [38] oder Mach [110] die tief umwälzenden, auf Tatsachen und Berechnungen gestützten Aufstellungen von Planck [144], auf die hernach noch die Rede kommen wird.

z. B. von Planck¹⁾ betonte „Analogie“ der Energie mit der Masse wird nicht bloß „enger Anschluß“²⁾, sondern geradezu Identität; nicht indem die Energie zum bloßen, untrennbaren Merkmal der Masse oder selbst zu einer nur subtileren Masse, sondern indem die Masse zu nur auf den Raumpunkt, aber in infinitesimalem Übergang bezogener, „nur stetig mit der Zeit ihren Platz wechselnder“ Energie wird. Damit würde das von Planck am Ende seiner grundlegenden Schrift aufgestellte Programm erst voll verwirklicht, welches er selbst durch das Schlagwort „Infinitesimaltheorie“³⁾ bezeichnet, und welches bestehen soll in der Anerkennung eines „neuen allgemeinen Naturgesetzes“, wonach „alle Veränderungen, die in und an irgendeinem materiellen Element vor sich gehen, vollständig bestimmt sind durch die augenblicklichen Vorgänge innerhalb und an der Grenze des Elements“. Hierbei kann das „materielle Element“ offenbar selbst nur hypothetisch bestimmt sein; theoretisch verlangt es dargestellt zu werden durch eine infinitesimal zu konstruierende Verteilung der Energie nach Differentialen des Raumes und der Zeit, als deren stetige und gleichmäßige Funktion sie selbst nur infinitesimaler Änderung unterliegt.

Auf die Frage also: als was denn die Energie in sich selbst zu verstehen sei, da sie durch ihr gewöhnliches Maß, den mechanischen Arbeitswert, weder ursprünglich und allgemein, noch überhaupt ohne Zirkel definiert werden kann, wird durch diesen Ausschluß die Antwort nur um so zwingender, die sich übrigens auch wohl direkt hätte geben lassen: die Energie als letzter Naturfaktor will besagen, daß

1) [143], S. 116. 134. 2) Ebenda S. 275.

3) Vgl. Cohen [98], S. 504f. Übrigens hat auch Hertz [79] die Vorgänge in der Natur streng infinitesimal konstruieren wollen. Doch steht mit dieser Absicht die Annahme absolut fester Verbindungen nicht im Einklang (s. z. B. Planck S. 181; und vgl. weiter unten, § 8).

keine andere Erhaltung für die Rechnungen der Natur erforderlich und in der Tat auch keine gegeben sei, als allein die Erhaltung des Grundbestandes der Veränderung selbst; das heißt: jede im bestimmten Zeit- und Raumpunkt geschehende Veränderung muß darstellbar sein als Einzelergebnis der beständig und zwar kontinuierlich sich ändernden räumlichen Verteilung einer durch die Konstruktion der gesetzmäßigen Abhängigkeitsbeziehungen unter den beobachtbaren Veränderungen erst darzustellenden, in keiner Weise unabhängig gegebenen „Substanz“ dieser Veränderungen selbst. Diese Antwort mag stark empiristisch scheinen; wirklich schafft sie der Empirie eben damit ihre volle Freiheit, daß sie ganz rein *a priori* ist, das heißt, nicht mehr als das Grundgesetz der Konstruktion festlegt, deren ganze Ausführung der Erfahrung überlassen bleibt.¹⁾

Es ist schon vielen aufgefallen (vor langer Zeit z. B. von E. Dühring, neuerlich wieder von Driesch²⁾ betont worden), daß man die „potentiellen“ Energien im Grunde nur einführt, um die Identität des Grundbestandes der Veränderungen rechnerisch herzustellen und damit das apriorische Prinzip der „Gleichheit von Ursache und Wirkung“ allgemein durchführbar zu machen. Potentielle Energie ist ja überhaupt nichts selbständig Gegebenes; es läßt sich von ihr, wenigstens im ursprünglichen Fall, überhaupt nur „*post factum*“ reden. Mit Recht sieht darin Driesch die Bestätigung des Apriori-Charakters des Satzes von der Erhaltung der Energie, „seinem wesentlichsten Kerne nach“. Dieser einschränkende Zusatz ist allerdings notwendig; denn rein *a priori* läßt sich in der Tat nicht mehr aufstellen als: es müsse die Gesetzlichkeit des

1) Insofern glaube ich mich mit Plancks Betonung des empirischen Charakters des Gesetzes der Erhaltung der Energie (143, S. III. 148) der Sache nach nicht in Widerstreit zu befinden.

2) [38] S. 55.

Geschehens so konstruiert werden, daß ein, wie auch immer zu definierender, Grundbestand der Veränderungen in der Natur sich immer erhält und nur im Raume sich anders und anders verteilt. Dieser, wenn auch bedingte A-priori-Charakter des Satzes, daß alles Geschehen der Natur sich als bloße Wanderung der „Energie“ darstellen müsse, gibt sich besonders auch darin zu erkennen, daß so jeder Anthropomorphismus aus den Voraussetzungen über die letzte Beschaffenheit des im Raume Beweglichen schwindet¹⁾; daß weder das Sicht- und Tastbare noch irgendein Empfindbares als solches das Bewegliche im Raum definiert, dieses vielmehr sich als bloßen Rechnungsfaktor darstellt, der indessen so geartet sein muß, daß durch seine Bestimmung auf jeden Ort und Zeitpunkt die darin wirklich auftretenden Verschiedenheiten der Empfindung, unter voller Berücksichtigung der physikalischen und physiologischen Bedingungen des Empfindens, in einheitlichem und stetigem Zusammenhang dargestellt werden. Dazu ist nicht erforderlich, daß für die ja nie erschöpfbare Allheit der Orte im Raum eine Bestimmtheit des in jedem Augenblick sich Ereignenden sich ergebe; sondern es genügt, wenn die Rechnung, in der das Geschehen in der Natur sich ausdrücken soll, so geartet ist, daß sich daraus für jeden Raum- und Zeitpunkt unter geeigneten Voraussetzungen ein bestimmtes Resultat ableiten läßt. Es dürfen also Zwischenräume „leer“ gelassen werden, sofern eben keine Data vorliegen, um etwas über sie zu bestimmen; denn wo Empfindung keine Frage stellt, ist auch Physik zu keiner Antwort verpflichtet; oder auch, sofern gewisse Bestimmungen (Vorhandensein von Masse, Widerstand, Reibung) für sie nicht gelten, d. h. empirisch nicht in Betracht kommen; nie aber so, daß ein im Raum existierendes absolutes physikalisches

1) Gute Bemerkungen darüber in dem Vortrag Plancks (1909): „Die Einheit des physikalischen Weltbildes“ [145].

Nichts behauptet wird. In älteren atomistischen Vorstellungen, die vielleicht die Demokritäischen nur mißverstanden, erschien es allerdings so. Diese alte Ansicht vom „Leeren“ war das richtige Gegenstück zu der ebenso unhaltbaren der absolut harten, durch ihr bloßes Dasein im Raume je einen geometrisch abgegrenzten Teil desselben schlechthin erfüllenden, jedem Eindringen anderer Körper absolut widerstehenden Atome; sie beruhte mit dieser auf der gleichen absolutistischen Denkweise und war unter deren Voraussetzung in der Tat nur folgerichtig. Die absolut unnachgiebigen Atome konnten folgerecht nur in einem absolut nachgiebigen Medium (das damit physikalisch zu einem existierenden reinen Nichts wurde) ihre ebenso absolut gedachten Rückungen und Schiebungen vollführen.¹⁾ Bei unserer Auffassung dagegen tritt die Frage, ob, wo und wie Widerstände im Raume vorhanden sind, überhaupt ganz in zweite Linie; Widerstände sind uns nicht ursprüngliche Konstruktionsstücke, sondern selbst der Konstruktion erst bedürftig. Dagegen die Energiebeziehungen hat man sich kontinuierlich allenthalben durch den Raum hin waltend zu denken; und es ist nur die Aufgabe, diese im Einklang mit den Aussagen der Empfindung so darzustellen, daß für jeden existentiell gegebenen Punkt des Raumes und der Zeit ein bestimmtes Ergebnis abzuleiten möglich wird. Empirisch ist jede Realisierung dieser Bestimmungsmöglichkeit für den gegebenen Fall; empirisch sind auch die allgemeinen Formeln, welche die wechselnde Verteilung der Energie, als des letzten, immer identischen Grundbestandes der Ver-

1) Vgl. Buek [13] S. 35 ff.; der richtig bemerkt, daß ein Festhalten am Atomismus im klassischen Sinne mit dem historischen Stand der modernen Mathematik nicht wohl vereinbar ist. „Die antike Atomistik ist . . . aus der Mathematik der Alten entsprungen. Die Entdeckung der Analysis des Unendlichen erledigte daher auch den Grundgedanken des antiken Atomismus“; wie an Leibniz besonders klar wird; nicht minder an Faraday.

änderungen, gesetzmäßig darstellen; empirisch ist mit einem Wort die ganze Aufstellung und die ganze Ausführung der Rechnung, welche die Natur darstellt, sowohl im Großen als vollends in jeder differenzierten und individualisierten Gestalt; *a priori* allein das Erkenntnisgesetz — dessen Vollstreckung dennoch diese ganze empirische Rechnung schließlich nur ist.

§ 5. (*Die mechanischen Prinzipien. Der Beharrungssatz.*) Es läßt sich nun aber noch eine Reihe von Bestimmungen ebenso rein methodischen Sinnes auf dieser selben erkenntnisgesetzlichen Grundlage sicher ableiten. Diese sind in den sogenannten „Prinzipien“ der Mechanik von den großen Forschern auf diesem Gebiet schon lange dem Kerne nach richtig getroffen worden. Aber fast jede ihrer Aufstellungen bedarf doch noch einer erkenntniskritischen Klärung, zu der wir durch die letzten Betrachtungen die feste Basis gewonnen zu haben hoffen.

Die Aufgabe ist, die Methode zu finden, gemäß welcher das im Punkte der Zeit und des Raumes gegenwärtige Reale definierbar wird. Zu definieren ist es, soviel ergab sich schon, als Punkt des Geschehens, und zwar zeit-räumlichen Geschehens; also der Bewegung. Das Reale der Bewegung aber ist zu definieren in einem solchen Etwas, das, obgleich stetiger Veränderung unterliegend, ja nur in dieser Veränderlichkeit selbst bestehend, dennoch und gerade so in der Substanz dieser seiner Veränderlichkeit sich identisch erhalte.

Daß irgendeine Erhaltung des Zustands überhaupt gefordert ist, wofern die Veränderung selbst soll zu Begriff gebracht werden können, wird wohl allgemein anerkannt, obgleich nicht immer in voller Klarheit als erkenntnisgesetzliche Notwendigkeit begriffen. Worin aber diese Erhaltung bestehe, das kann um so mehr als reine Erfahrungssache erscheinen, da die Vorstellungen darüber in der Geschichte

der Wissenschaft (wie oben schon bemerkt wurde) überaus geschwankt haben und bis heute nicht volle Übereinstimmung unter den Forschenden erreicht ist.

Allgemein verlassen zwar ist die dem Absolutismus des natürlichen Denkens zunächstliegende Voraussetzung, daß das im Raum Existierende, abgesehen von äußerer Einwirkung, seinen Ort im Raume beibehalten würde. Aber eben darin, daß diese im schlechten Sinne apriorische, nämlich für einen naiven Standpunkt des Denkens selbstverständlich scheinende Annahme zu keiner brauchbaren Methode der Naturwissenschaft führte und daher verlassen werden mußte, sieht der Empirismus gern den schlagenden Beweis dafür, daß der gegenteiligen, von Galilei ab allmählich durchgedrungenen, von Newton endgültig formulierten Voraussetzung, nach welcher nicht die zu bestimmter Zeit gegebene Ortsbeziehung (wechselseitige Lage und Entfernung) beweglicher Elemente, sondern ihr Bewegungszustand selbst (Ruhe als Bewegung = 0 miteingerechnet) sich zu erhalten strebe, ein Apriori-Charakter ebensowenig zukomme.¹⁾ Wir sagen mehr: die erstere Voraussetzung war nicht bloß *a priori* ebenso möglich, sondern sie war so lange die schlechthin als notwendig gegebene, als die Voraussetzung galt, daß es absolute Orte im Universum überhaupt gibt. Den Alten aber galt eben diese Voraussetzung. Ihnen lag die Erde in der Weltmitte absolut fest und mußten, in Beziehung auf sie als ruhende Bezugsgrundlage, die Bewegungen des Fixsternhimmels sich als ewige, absolut gleichförmige darstellen. Mit diesen Voraussetzungen war nicht wohl eine andere Annahme über den Urfaktor der Bewegungen der Materie vereinbar als die der „Trägheit“ im Sinne absoluter Ortsbehauptung, abgesehen von Änderung des Zustands durch äußere Einwirkung.²⁾ Noch Kopernikus, der zwar die Erde in Be-

1) So (mit vielen anderen) Mach S. 135.

2) Dies bemerkt auch Poincaré, [147] S. 96.

wegung setzte, aber dafür die Sonne und den ganzen Fixsternhimmel zu absolutem Stillstand verurteilte, brauchte diese mechanische Grundannahme nicht zu ändern, konnte sie kaum ändern. Es durfte, es mußte wohl bei ihr bleiben, solange die Vorstellung absoluter Ruhe und Bewegung selbst, die ihre Voraussetzung war, sich aufrechterhalten ließ. Erst seit Galilei die gänzliche Relativität aller Bestimmungen der Zeit, des Raumes und folglich der Bewegung klar begriff, wurde es eben damit unabweislich, die Annahme der Behauptung des Orts, abgesehen von äußerer Einwirkung, zu ersetzen durch die der Beharrung des Bewegungszustandes. Diese Annahme war ebenso notwendig unter der neuen Voraussetzung, daß kein Ort im Universum aus sich bestimmt oder bestimmbar sei, wie jene es unter der gegenteiligen Voraussetzung war. Bei Galilei hatte jener „scharfe Luftzug“ aus der Unendlichkeit, der (nach einem Wort F. A. Langes) mit der Entdeckung des Kopernikus hereingedrungen war, die Wirkung einer tiefen Klärung und Reinigung der mechanischen Grundbegriffe. Seinem geraden Verstande konnte nicht verborgen bleiben, daß mit diesem einzigen Schritt in die Unendlichkeit die ganze Aufgabe der Forschung zur unendlichen geworden war; daß also die Natur fortan mit solchen Hilfsmitteln, nämlich „Suppositionen“, Grundlegungen des Denkens¹⁾, zu bearbeiten sei, die auf einen unendlichen Progreß der Erfahrung von Haus aus berechnet und für ihn zureichend sind. Denn da im Unendlichen der Zeit und des Raumes nichts aus sich bestimmt ist, so war alle Bestimmtheit, die von Objekten der Natur gelten soll, aus den eigenen Mitteln der Erkenntnis erst herzustellen. Dazu aber bedurfte es eben solcher Grundvoraussetzungen, die — wie ja auch die der reinen Mathematik — auf einen Progreß ins Unend-

1) S. darüber besonders de Portu [150] und Cassirer [18], I bes. S. 295f.

liche ihrer ganzen Anlage nach gerichtet und für ihn geschaffen waren. Das erste dieser Konstruktionsstücke aber wurde nun notwendigerweise die geradlinig-gleichförmige Bewegung, die folglich als beharrend auszusprechen war in dem genauen Sinne, daß sie als unveränderlicher Faktor einzusetzen sei in die Rechnungen, welche die Vorgänge in der Natur darstellen sollen.

Dieser logische Grund des Beharrungssatzes liegt der Sache nach bei Galilei klar zutage; in den Formulierungen bleibt er höchstens dadurch einigermaßen verhüllt, daß von Anfang an diese erste Voraussetzung nicht abgetrennt wird von der zweiten, die mit ihr in der Tat in der denkbar engsten Korrelation steht: daß als Änderung des Zustandes eines Realen allein die Geschwindigkeitsänderung, nicht die Ortsveränderung zu denken sei. Es wird also das im Punkte der Zeit und des Raumes vorhandene Reale schon von Galilei gedacht als Bewegung, mit diesen zwei, voneinander untrennbaren Merkmalen: daß sie, abgesehen von der im wechselseitigen Kausalverhältnis zu bestimmenden Änderung, in ungeänderter Richtung und Geschwindigkeit verharrend, ihre Änderung selbst aber gedacht werden müsse als Änderung eben dieses, nach Richtung und Geschwindigkeit bestimmten Bewegungszustandes. Nach diesen Maßgaben waren fortan die Vorgänge in der Natur zu konstruieren, — wofern überhaupt und insoweit es gelingen mochte, sie in theoretischer Konstruktion auszudrücken.

Dieser determinierende Zusatz, der vielleicht nirgends bei Galilei so nackt dasteht, aber der Sache nach seinen Gedanken sicherlich trifft, beseitigt mit einem Schlage die Schwierigkeiten, die man im Beharrungsprinzip gerade in neuerer Zeit hat finden wollen und die einigen scharf und radikal denkenden Forschern so ernst erschienen sind, daß sie nahezu entschlossen waren, mit diesem Prinzip gänzlich zu brechen. Aber das zeigt sich nun sofort als kaum zugänglich. In der Geschwindigkeit und Beschleunigung, in

der Masse, der Bewegungsgröße, der Wirkung und Gegenwirkung, der Arbeit, der Energie, in jedem Begriff oder Satz der Mechanik überhaupt setzt man die Beharrung der Sache nach doch eben voraus und arbeitet mit ihr; dann aber müßte es wie eine Art begrifflicher Unredlichkeit erscheinen, sie nicht auch ausdrücklich als Voraussetzung auszusprechen und an die Spitze zu stellen.

Eines allerdings ist in diesen Untersuchungen¹⁾ sehr klar geworden, und gerade darin möchte ihr eigentlicher Wert zu suchen sein: daß es durchaus mißlingt, einen empirischen Tatbestand aufzuweisen, den das Prinzip der Beharrung ausdrückte. Newton bezog die Beharrung in geradlinig-gleichförmiger Bewegung auf den „absoluten Raum“; damit schien, da ein absoluter Raum empirisch nicht gegeben ist noch je gegeben werden kann, der Sinn dieses „Axioms“ überhaupt unbestimmt und unbestimmbar zu werden. Nachdem dies von C. Neumann (1870) mit Nachdruck ausgesprochen war, sehen wir eine ganze Reihe von Forschern eifrig bemüht, das wahre „Bezugssystem“ zu finden, für welches das Galileische Axiom empirische Gültigkeit habe. Mach [110] zeigt dagegen unwidersprechlich, daß das in dem Axiome (scheinbar oder wirklich) geforderte Absehen von allen übrigen Körpern in der Welt gar nicht ausführbar ist. Er will deshalb die Aussage des Axioms, um sie doch nicht ganz wegwerfen zu müssen, im Sinne einer „hinreichenden Annäherung“ auf die äußeren Körper, nämlich „räumlich auf den Fixsternhimmel, zeitlich auf die Drehung der Erde“ beziehen und die Korrektur oder Verschärfung der so gewonnenen, natürlich nun nicht mehr exakt gültigen Aussage von erweiterter Erfahrung erwarten (236). Damit ist aber implicite schon gesagt, und

1) Neumann (1870), Mach (1872. 83. 88. 97), Streintz (1883), Lange (1885. 86), L. Weber (1891), Johannesson (1896), Stallo (deutsch 1901), Poincaré (deutsch 1904 u. 1906) u. v. a.

es wird an anderer Stelle (231) auch geradezu ausgesprochen, daß die Schwierigkeit im Grunde dieselbe bleibt wie bei der Beziehung auf den absoluten Raum: „In dem einen Fall können wir des absoluten Raumes nicht habhaft werden, in dem andern Fall ist nur eine beschränkte Zahl von Massen unserer Kenntnis zugänglich und die angedeutete Summation also nicht zu vollenden.“ Darüber beruhigt ihn dann die Erwägung, daß dies eben allgemein die Lage unserer Erkenntnis sei; daß auch ihre fundamentalsten Sätze schließlich auf nicht nur unabgeschlossenen, sondern sogar nie vollständig abschließbaren Erfahrungen beruhen. — Hieran ist wertvoll und richtig der Hinweis auf die Unendlichkeit des Prozesses der Erfahrungserkenntnis überhaupt. Aus dieser folgt gewiß, daß der Satz der Beharrung, wenn er überhaupt ein Erfahrungssatz, eine Aussage über wirkliche Vorgänge in der Natur sein soll, nur diese Geltung einer im Fortgange der Erfahrung vielleicht sich verschärfenden, nie aber zu einem wirklichen Abschluß führenden Annäherung beanspruchen kann. Unter dieser Voraussetzung also hat Mach durchaus recht und wird gegen seine Behauptung weder durch Neumanns Hypothese eines absolut ruhenden Körpers im Weltall noch durch die nur künstlicheren Auskunftsmittel von Streintz und Lange etwas ausgerichtet. Jeder Versuch, für das Beharrungsgesetz einen empirischen und doch exakten Sinn zu retten, ist im Grunde nur Rückfall in eben jenen Absolutismus, der — seit Galilei in der Naturwissenschaft überwunden sein sollte.

§ 6. (*Lösung der Schwierigkeit im Beharrungssatz.*) Schärfer geht dem Problem die interessante Untersuchung von Johannesson [86] zuleibe. „Jede gradlinige Bewegung, sofern sie in unser Wahrnehmungsgebiet fallen soll, ist eine Beziehung des Bewegten zu anderen Massen; die Beharrungsbewegung aber schließt solche Beziehung aus; also

wird durch die Bedingung des Beharrungssatzes das verneint, was seiner Aussage erst einen Sinn verschaffen könnte“ — verstehe: einen empirischen Sinn. „Der Beharrungssatz, sofern er wahrnehmbare Bewegungen beschreiben soll, birgt in sich einen Widerspruch und ist darum als undenkbar abzulehnen“ (16). War dies aber erst erkannt, so mußte wohl die Auffassung sich nahelegen, daß der Satz — am Ende gar nicht den Sinn einer Aussage über „wahrnehmbare Bewegungen“ habe, daß er vielmehr bloß eine „Vorschrift“, eine „Regel“ bedeute, wonach zum Zwecke des Erkennens zu verfahren sei. Dies spricht denn auch Johannesson geradezu aus. Allerdings sehr pragmatistisch deutet er¹⁾ sich dann diese Regel lediglich als „Spielregel“, die vielmehr die „Schönheit“ als die — Richtigkeit des Verfahrens im Auge habe; überhaupt als Sache der Willkür, der „freien Entschließung“, welche die vermeintlich in dem Satze ausgedrückten Erfahrungen vielmehr „erst zur Folge habe“. Er glaubt merkwürdigerweise gerade mit dieser Auffassung dem Sinne Kants zu entsprechen; wirklich entspricht ihm nur der Grundgedanke: daß dieser wie jeder Satz *a priori* nicht von Erfahrung abgeleitet ist oder selbst eine Erfahrungstatsache aussprechen will, sondern Erfahrung „allererst möglich macht“.

Daß aber mindestens die „ersten“ Voraussetzungen, welche Galileis „neue Wissenschaften“ überhaupt erst ermöglichten, nicht Sache irgendeiner Willkür sein können, dieser Einsicht nähert sich besonders Streintz [160]; zwar nicht hinsichtlich des Beharrungssatzes selbst, aber doch in Hinsicht des mit diesem eng verknüpften Problems der Zeitbestimmung. Er macht darauf aufmerksam, daß Poisson [149], dem die Schwierigkeit einer empirischen Bestimmung gleicher Zeiten ganz klar war, die Möglichkeit der Zeitbestimmung gewann auf Grund der Voraussetzung, daß identische

1) Ähnlich Poincaré, [147] S. 93 ff.

Körper zu verschiedenen Zeiten unter übrigens identischen Umständen identische Bewegungen beschreiben müssen. Dazu bemerkt Streintz (S. 84): das sei allerdings nur eine Voraussetzung, aber eine oberste Voraussetzung, vollständig analog derjenigen der Geometrie, daß Strecken unverändert übertragen werden können. Seine weiteren Erwägungen (bes. S. 90f.) führen noch näher darauf hin, daß solche „oberste Voraussetzungen“ (ὑποθέσεις αἱ πρώται oder ἀρχαί, nach Plato!) nicht beliebig wählbar sind, sondern, obgleich in Kants Sinne „synthetische“ Sätze, dennoch notwendig sind, indem ihre Verneinung auf Widersprüche führt nicht gegen die abstrakten Denkgesetze der formalen Logik, wohl aber gegen den „Denkprozeß“, der darauf gerichtet ist, die eindeutige Gesetzmäßigkeit des Naturgeschehens darzustellen.

Wiederum bestimmter wird dasselbe von einem so empiristisch gesonnenen Forscher wie Stallo [166] anerkannt, der bis zu der klaren Formulierung durchdringt, daß die Realität der Ruhe und Bewegung, weit entfernt in ihrer Absolutheit zu bestehen, vielmehr durch ihre Relativität bestimmt sei (206). „Die Konstanz des Flusses der Zeit ist wie die der räumlichen Lagen rein begrifflicher Natur“, heißt es bei demselben (210 u.); und in anderem Zusammenhang (253, Anm. 23): Jede Art Deduktion verlangt eine schließliche Beziehung auf primitive Konstanten, die „nicht durch Erfahrung gegeben, sondern durch den Verstand bestimmt“ sind; eine solche ist in der Geometrie die gerade Linie „oder einfach die Richtung“. Man vermißt nur, bei ihm wie bei Streintz, die Einsicht, daß ganz auf der gleichen Grundlage die geradlinig-gleichförmige Bewegung, als durch den „Verstand“ bestimmte „primitive Konstante“ einer möglichen Mechanik, begriffliche Notwendigkeit hat. Zu fast völliger Klarheit kommt dies dagegen bei Petzoldt und Heymans (vgl. oben S. 337f.). Die vom ersteren besonders betonte Grundforderung der „Eindeutigkeit“ wird übrigens

auch von Mach, wenigstens nachträglich, in vollem Umfang anerkannt¹⁾, der u. a. auch gesehen hat, daß die in den Erörterungen der großen Physiker über die Prinzipien der Mechanik von Archimedes an regelmäßig auftretende Berufung auf den Satz des „zureichenden Grundes“ eigentlich dies meint: daß ohne gewisse Voraussetzungen die Vorgänge aufhören würden, eindeutig bestimmbar zu sein.

Würde man nun etwa eben in dieser Zurückführung auf den Satz der Eindeutigkeit eine Korrektur des Galileischen Prinzips sehen, so wäre historisch zu erinnern, daß gerade Galilei es ist, der das Prinzip der Eindeutigkeit klar ausgesprochen und offenbar bei allen seinen grundlegenden Aufstellungen, von der Geraden und Senkrechten der Geometrie bis tief in die mechanischen Prinzipien hinein, vor allem eben bei der Aufstellung des Beharrungssatzes, als leitend vor Augen gehabt hat. Das Verfahren seiner Mechanik — die er, wie man sich erinnert, noch ganz zur Mathematik rechnet —, welches Verfahren er als „resolutive Methode“ bezeichnet, besteht genau darin: die „Rechnung“, welche die Naturvorgänge darstellen, „repräsentieren“ soll, zu konstruieren aus den begrifflich einfachsten mathematischen Grundgestalten der Bewegung, die er den „Buchstaben“ vergleicht, nach welchen das Buch der Natur zu buchstabieren sei; nicht weil sie, eben als die „einfachsten“, am leichtesten und sichersten, nämlich mit den Mitteln der Mathematik, zu handhaben und weiter zu kombinieren sind, sondern weil sie allein die Vorgänge in der Natur überhaupt für uns „wißbar“ machen; denn nur dann

1) [110] S. 196 f. in Hinsicht des Gegenwirkungsprinzips, 372 in Hinsicht der Minimum-Prinzipien, wo ausdrücklich die „Einzigartigkeit“ des Minimum als (unabhängig von aller Teleologie) „entscheidend“ anerkannt wird. Vgl. ferner 452. 474. 493, endlich 495, wo mit Recht darauf aufmerksam gemacht wird, daß auch Planck das Energieprinzip wesentlich auf den Satz der Eindeutigkeit stützt (am deutlichsten [143], S. 158).

können wir genau wissen, was wir in dem Vorgange der Natur gedacht haben, wenn wir ihn von der Wurzel — nämlich von den wirklich radikalen begrifflichen Elementen an uns in Gedanken selber aufgebaut haben. So wie die Eins, oder richtiger die Grundrelation Eins gegen Null, ein letzter Baustein für den ganzen Gedankenbau der Arithmetik wirklich ist; so wie alle geometrischen Beziehungen auf der, genau jener arithmetischen analogen Grundbeziehung zweier Punkte nach Richtung und Abstand (der geraden Linie) sich wirklich der Sache nach aufbauen, so die mechanischen Beziehungen auf der wiederum dieser geometrischen sich eng anschließenden und durch sie (da die Bewegungen eben geometrisch zu konstruieren sind) unerlässlich geforderten Grundbeziehung, welche der Beharrungssatz ausdrückt. Jede weniger radikale Konstruktion würde ungewußte, ja ungedachte Voraussetzungen einführen und also uns mit dem Scheine eines Verstehens betrügen, wo wirklich nichts verstanden wäre. Eine wiederum bloß sinnliche Nachbildung der sinnlichen Vorgänge würde genau so unverständlich sein wie die letzteren selbst, also zu deren Verständnis gar nichts beitragen. Wie aber durch Zugrundelegung der Geraden als letzten Maßes der Richtung wie des Abstandes alle Richtungen und Abstände im Raume konstruierbar und damit „wißbar“ werden, so durch Zugrundelegung der geradlinig-gleichförmigen Bewegung, und demnächst der gleichförmig beschleunigten, die Bewegungen im Raume. Hier wie dort stützt Galilei seine Aufstellung zuletzt darauf, daß die Grundbestimmungen, die überhaupt nur eine eindeutige Bestimmung möglich machen, damit eben die „wahren“, „realen“, „gewissen“ und „notwendigen“, nämlich notwendig in der Sache zugrunde liegenden, also auch von uns zugrunde zu legenden sind.

Das Argument der „Einfachheit“, vollends das Prinzip der „Ökonomie“ sind nur tastende, in ihrer Unbestimmtheit viel weniger bezeichnende und sicher anwendbare Ausdrücke

derselben Sache. Auch Kirchhoffs Wendung: daß es nur die Aufgabe sei, die Vorgänge auf die einfachste Weise zu „beschreiben“, wird man am besten sich so deuten, wie man auch sagt: einen Kreis „beschreiben“. Man meint wirklich: konstruieren, d. h. nach reinem, eindeutigem Verfahren vom wahren Anfang aus für die Erkenntnis erst erzeugen. Das ist aber im Grunde eben, was man mit dem „Erklären“ gewollt hat. Wenn man also mit jenem Beschreiben das Erklären abgedankt zu haben glaubte, so hatte man vom Erklären selbst keinen klaren Begriff. Was man Richtiges im Sinne hat, ist, daß die „erklärenden“ Gründe nicht hinter den Erscheinungen zu suchen sind, sondern in den Rechnungen selbst, welche die Gesetzlichkeit der Erscheinungen darstellen, und nur in diesen, zu suchen sind; daß, um es in der Sprache Platons auszudrücken, die „Hypothesen“ (Galileis „Suppositionen“: Grundlegungen), d. h. die Konstruktionen oder Substruktionen der Natur, streng an die Bedingung gebunden sind, *apparentias salvare* (τὰ φαινόμενα διαψύζειν), „die Erscheinungen zu wahren“, nämlich sie dem Bewußtsein der Erkenntnis zu erhalten. Das aber ist, von Plato an, allen philosophisch gesonnenen Forschern (und alle großen Forscher waren so gesonnen) auch stets bewußt gewesen; es war ganz besonders Galilei bekannt und geläufig¹⁾; auch mit der wesentlichen Determination, daß dies *apparentias salvare* eine unendliche Aufgabe ist; daß in keinen Rechnungen der Mechanik die Erscheinungen je erschöpfend „repräsentiert“ sein können. Das gilt schon deshalb, weil — wie wiederum Mach erinnert — es „rein mechanische Vorgänge nicht gibt“, vielmehr jeder Vorgang in der Natur genau genommen allen Gebieten der Physik zugleich angehört; ein Umstand übrigens, der schon für sich allein hinreicht, die Redeweise vom „Beschreiben“ als wesentlich ungenau zu kennzeichnen.

1) Natorp [123]; De Portu [150] S. 32—36; Cassirer [18] I, 305. 314f.

§ 7. (*Die drei Gesetze Newtons.*) Nach diesen Erwägungen ergibt sich für den Beharrungssatz und so überhaupt für die „Grundsätze“, besser „Prinzipien“ der reinen Mechanik die folgende Auffassung: Diese Sätze haben überhaupt nicht die Aufgabe, direkt und als solche den Verlauf von Bewegungen in der Natur zu beschreiben; sondern die obersten Voraussetzungen zu formulieren, gemäß welchen eine theoretische Darstellung der Bewegungen nach ihrem gesetzlichen Zusammenhange überhaupt nur möglich ist.

Die erste Frage ist, wie überhaupt der Zustand eines Beweglichen zu gegebener Zeit auszudrücken sei. Darauf ist jetzt geantwortet. Nämlich er ist grundsätzlich darzustellen und zum Verständnis zu bringen als Summe gegebener Bewegungstendenzen, deren jede für sich, ohne Rücksicht auf solche Umstände, die anderswoher modifizierend hinzutreten, eine geradlinige und gleichförmige Bewegung bestimmen würde. Als auf den gegebenen Punkt der Zeit und des Raumes bezogen, ist eine solche Bewegungstendenz infinitesimal zu denken.

Die Begründung dieser Aufstellung sehen wir darin: Es ist keineswegs selbstverständlich, was unter Bewegung eines Punktes zu verstehen sei. Sinnlich, das heißt aber: vorgehend und unbestimmt, mag man wohl es sich vorstellen können; aber diese Vorstellung zu sichern und bestimmt zu machen ist nun erst die Aufgabe. Geometrie bietet dafür die ersten, notwendigen Vorbedingungen: Punkt, Richtung und Distanz, also Weglänge; aber sie liefert noch nicht die Bewegung selbst; bloß geometrisch wäre überhaupt nicht zu verstehen, was es heißt, daß ein Punkt sich bewegt, eine Stelle ihre Stelle wechselt. Ist es doch vielmehr ihr ganzer Sinn und gleichsam ihre Pflicht, zu stehen, wo sie steht, und um keinen Preis sich zu verrücken. Doch läßt man schon in bloß geometrischer Konstruktion den Punkt einen Weg „beschreiben“; nicht eigentlich, indem man ihn selbst aus seiner Stelle rückt; vielmehr der Gedanke durchläuft eine

stetige Reihe von Stellen, indem er an ihnen gewisse gesetzmäßige Beziehungen, vom gegebenen Anfang an in kontinuierlichem Fortgang, zur Erkenntnis bringt. So durchläuft das Denken in der Entwicklung einer Funktion die stetige Zahlreihe, deren Stellen dabei doch zweifellos fest bleiben und nicht sich verrücken sollen. In der mechanischen Konstruktion tritt noch die Zeit hinzu; die mechanische Konstruktion der Bewegung besteht in der eindeutigen Zuordnung einer Folge von Raumpunkten zueinander, mit der Maßgabe, daß je ein Punkt des Raumes zu einer Zeit zugeordnet werde einem bestimmten andern zu einer anderen Zeit, in beiderseits stetigem Übergang. Aber auch das genügt noch nicht, denn es muß nun noch das, was im Wechsel der Zeiten als Merkmal von Ort zu Ort sich übertragen, abgesehen von dieser Übertragung aber in seinem Grundbestand identisch bleiben soll, definiert werden. Für diese noch fehlende Bestimmung nun trägt der Beharrungssatz soviel bei: daß das Bewegliche zu gegebener Zeit allem voraus, d. h. mit Absehung von hinzutretenden ändernden Bestimmungen, zu definieren sei durch die in diesem Zeitpunkt gegebene Bewegungstendenz, d. h. einen die wirklich eintretende Bewegung mitbestimmenden Faktor, zu messen durch einen bestimmten, in gleichen Zeiten immer gleichen Weg, der also in den weiteren Stadien der Bewegung dieses selben Beweglichen sich erhalten, d. h. in die, seine Bewegung durch alle einzelnen Stadien hindurch ausdrückende Rechnung als konstanter Faktor miteingehen muß.

Der letzte erkenntnisgesetzliche Grund dieses Ansatzes ist die allgemeine Denkforderung der Erhaltung des Seins in seinem Grundbestand. „Sein“ besagt zuletzt nichts anderes als Bestimmtheit, Identität; also ist der gesuchte Grundbestand notwendig zu denken als eine gewisse Bestimmtheit oder Identität, die hier nur sein kann: die Identität eines die Bewegungen ursprünglich mitbestimmenden Faktors, nämlich einer Bewegungstendenz von ein-

deutiger Richtung und Geschwindigkeit. Der Satz der Beharrung dient also an seinem Teile die Forderung der Substantialität zu erfüllen; nicht im Sinne des Ausschlusses von Veränderung überhaupt (denn das Natur-Sein ist überhaupt nur Sein des Veränderlichen), sondern vielmehr der Erhaltung der Änderungstendenz und damit der Veränderung selbst in ihrer Substanz (d. i. letzten Identität). Das ist das große Paradoxon, mit dessen Erkenntnis der allererste Zugang zu einer Wissenschaft von den Veränderungen der Natur gewonnen, das „Tor der gesamten Physik“ (wie Hobbes im Hinblick auf Galilei sagt) erschlossen war: daß der positivste Bestand des Seins in der Veränderung nichts anderes ist als die Substanz der Veränderung selbst. Wenn nichts vorginge, d. h. sich änderte, so wäre es so gut, als ob überhaupt nichts wäre; allgemeiner Stillstand wäre allgemeiner Tod, Zunichtwerden des „physischen“ Seins, das eben Sein des Werdens ($\phi\acute{\upsilon}\epsilon\sigma\theta\alpha\iota$), nicht Sein als Gegensatz des Werdens ist. Die Veränderung selbst in ihrem Grundbestand sich erhaltend denken, heißt „Natur“ denken. Das liegt als tiefster Sinn in der Forderung der Erhaltung des Bewegungszustands und nicht des Orts, d. h. der Nicht-Bewegung.

Die Beharrung für sich allein definiert indessen noch nicht selbst ein Geschehen; sondern schafft nur die allererste Vorbedingung, um ein Geschehen definierbar zu machen; nämlich als Änderung des durch die Beharrung definierten Zustandes, mithin, sofern die reale Änderung als solche positiv zu denken ist, als Beschleunigung.

Daß der Satz der Beharrung und der der Beschleunigung eigentlich nur einer ist, ist wieder eine zutreffende Bemerkung Machs, die übrigens auch sonst in der Literatur über das Beharrungsaxiom öfters begegnet.¹⁾ Wenn übrigens hierbei

1) Neben Mach (134. 241) s. bes. Stadler (164, 185f.): „In der Tat, wenn eine Kraft keine Lage und keine Geschwindigkeit, sondern eine Beschleunigung, eine Geschwindigkeitsänderung bestimmt, so

Natorp, Grundlagen d. exakten Wissenschaften.

anerkannt wird, daß der Satz der Beschleunigung die entscheidende Entdeckung Galileis ist, so sollte um so weniger Zweifel darüber bleiben können, daß Galilei das Beharrungsgesetz in seiner ganzen radikalen Bedeutung wohl müsse begriffen haben; was mir in der Tat durch Wohlwill keineswegs widerlegt zu sein scheint.¹⁾

Übrigens ist es darum nicht etwa zu beanstanden, daß Newton die in sich eine Erkenntnis nach ihren zwei Seiten in seiner *Lex* I und II deutlich auseinanderlegt. Die im gegebenen Zeitpunkt vorhandene Bewegungstendenz ist unerläßlich zu „beschreiben“ durch diese zwei Bestandstücke: die Fortdauer der durch den bisherigen Verlauf dem Beweglichen innewohnenden Bewegungstendenz, und die diese ändernden Umstände, die im gedachten Zeitpunkt hinzutreten. Aus dem Satze der Beschleunigung entwickelt dann Newton als bloße Folgerung den Satz vom Parallelogramm der Kräfte. Es ist eine Folgerung in demselben Sinne, wie der zweite Satz eine Folge des ersten ist; die gleiche Konsequenz der Methode, welche die beiden ersten Gesetze notwendig aneinander bindet, bindet an beide auch diese weitere Folge. Als das gemeinsame letzte Prinzip kennen wir schon den Satz der Eindeutigkeit, der gewöhnlich nur in laxerer Fassung als Satz des zureichenden Grundes ausgesprochen wird. Demnach wäre sachlich nichts dagegen einzuwenden, daß als drittes, selbständiges „Gesetz“ der Bewegung der „Satz der Unabhängigkeit“ (nämlich der Beschleunigungen, die durch verschiedene bewegungbestimmende Faktoren einem und demselben Beweglichen erteilt werden) aufgestellt würde. Daß damit eine logische Selbstverständlichkeit nicht ausgesprochen wird, hat

versteht es sich, daß, wo keine Kraft ist, auch keine Änderung der Geschwindigkeit stattfindet. Man hat nicht nötig, das besonders auszusprechen.“

1) S. auch darüber De Portu [150].

Mach¹⁾ überzeugend dargetan. Übrigens ist es, nach dem Vorgang von Wüllner u. a., als eigenes Prinzip auch schon von Streintz (120ff.) betont worden.

Die „Gesetze“ Newtons streben ersichtlich einen stetigen Fortgang der Determination des mechanischen Geschehens an. Die weitestgehende Abstraktion enthält der Beharrungssatz; eben damit weist er (wie z. B. Thomson und Tait [172] § 216 bemerkt haben) auf den Satz der Beschleunigung als seine notwendige Ergänzung schon hin; sah der Beharrungssatz von äußeren Kräften (bewegungsbestimmenden Faktoren) ab, so gibt der Satz der Beschleunigung an, nach welcher Maßgabe solche anzusetzen sind, nämlich nach den hinzutretenden Beschleunigungen, deren Zusammensetzung sich nach dem Unabhängigkeitsprinzip regelt. Das erste Gesetz formuliert (so dürfen wir mit Cohen [26], S. 287 sagen) „die allgemeine Substanzvoraussetzung der Bewegung“; das zweite entspricht dagegen, auch in seiner Einseitigkeit (vgl. oben S. 79ff.), dem Gesetze der Kausalität, welches die bloße Forderung der Substantialität überhaupt erst erfüllbar macht. Ganz offensichtlich aber bedeutet das dritte Gesetz Newtons die Vertiefung der Kausalität zur Wechselwirkung. Ohne Zweifel hat auch Kant bei der Aufstellung dieser seiner dritten Relationsart, neben und vielleicht vor Leibnizens *Commercium*, Newtons *Lex tertia* vor Augen gestanden (s. *Metaph.* Anfangsgr. 3. Hauptst. Lehrs. 4).

Das entscheidende Motiv für die Aufstellung auch dieses Gesetzes liegt aber, wie ebenfalls Kant gesehen hat, in der Erkenntnis der Relativität der Bewegung. Die Lageänderung zweier Körper gegeneinander kann, wenn man die Relativität beachtet, überhaupt nur als wechselseitige gedacht werden; soviel der eine Körper sich dem andern nähert, nähert auch dieser sich ihm; ihre beiderseitige Orts-

1) [110] S. 241. 242 (d). 192 f.

veränderung wird notwendig in der sie verbindenden Geraden bestimmt gedacht; also ergibt sich mit Notwendigkeit, daß jedem der beiden Körper der gleiche Anteil an der Verursachung der gegenseitigen Lageänderung, dem Betrage nach, aber in wie Plus und Minus entgegengesetzter Richtung, zuzuschreiben ist.

Kant bemerkt zu diesem Satze, daß Newton sich nicht getraut habe, ihn *a priori* zu beweisen. Nach der landläufigen Vorstellung des Apriori als unbegriffener, instinktiver Voraussetzung, die man kühnlich der Natur zum Gesetz mache, ist es natürlich auch voll berechtigt, die Apriorität dieses wie jedes Satzes, sei es der Naturwissenschaft oder der Mathematik oder selbst der reinen Logik, zu bestreiten. Nur ist dies, mindestens seit Kant, nicht der Sinn, in dem irgendeiner, der als Philosoph mitzählt, vom Apriori geredet hat; das Streiten dawider ist schlechthin nur *ignoratio elenchi*, zu deutsch: Einrennen offener Türen. Übrigens hat gerade Newton bemerkt, daß die Verneinung des dritten Gesetzes auch mit dem ersten in Widerspruch käme; worin liegt, daß die Konsequenz desselben Grundprinzips der Methode reiner Mechanik, das für die Aufstellung des Beharrungssatzes maßgebend war, auch dem Satze der Gegenwirkung die „Notwendigkeit“ gibt. Daß dieser Satz in der Tat durch das Prinzip der Eindeutigkeit unerläßlich gefordert ist, hat gerade Mach (197) hervorgehoben. Nun, so durfte er auch gegen seinen Apriori-Charakter nicht streiten, der nichts anderes besagen will als den Charakter einer unerläßlichen Bedingung zur „Möglichkeit der Erfahrung“, d. h. der eindeutigen Bestimmbarkeit der Naturvorgänge.

§ 8. (*Das Problem der Masse.*) Bei weitem die ernsteste der Fragen aber, die das dritte Gesetz heraufführt, betrifft den Begriff der Masse. Nach der Darstellung von E. Mach stände die Masse in der engsten Beziehung zum Gegenwirkungsprinzip. Beide hängen im System Newtons nicht

bloß so zusammen, wie überhaupt alle seine Prinzipien in innerer Verknüpfung stehen und aus einer gemeinsamen methodischen Grundüberzeugung fließen, jener, die wir im Satze der Eindeutigkeit, d. h. im Grunde: der logischen Bestimmtheit des Naturdenkens überhaupt, zu deutlichem Ausdruck zu bringen suchten; sondern es sind, nach Machs Behauptung, der Massebegriff und der Gegenwirkungssatz wieder nur zwei Ausdrücke einer und derselben Sache, so daß der Satz der Gegenwirkung überhaupt entbehrlich wird, wenn der Begriff der Masse im Sinne Newtons vorausgesetzt wird (110, S. 210ff.). Nämlich wir erwarten — „nach dem uns geläufigen Symmetrieprinzip“, sagt Mach; statt dessen wäre zu sagen: wir setzen mit Notwendigkeit, weil anders zu keiner eindeutigen Bestimmung zu gelangen ist — daß zwei gleiche Körper sich gleiche entgegengesetzte Beschleunigungen in der Richtung der Verbindungslinie erteilen; vielmehr solche Körper, die sich gleiche entgegengesetzte Beschleunigungen erteilen, setzen wir als gleiche nämlich an mechanischem (d. i. beschleunigungbestimmendem) Wert, dessen technischer Ausdruck die Masse ist. Wir schreiben die m fache Masse dem Körper zu, der einem gegebenen, als Einheit gewählten das m fache der Beschleunigung erteilt, die er in Gegenwirkung von diesem erhält; so daß das Verhältnis der Massen definiert wird durch das negative umgekehrte Verhältnis der Gegenbeschleunigungen (Mach S. 212). Daß unter dieser Voraussetzung zwei Massen, die einer dritten gleich, es auch unter sich sind, ist keineswegs logisch notwendig, aber es ist wirklich so (d. h. diese Hypothese erweist sich durchführbar); und diese Tatsache rechtfertigt um so mehr jenen Ansatz, der sonst für die weiteren Rechnungen eben nicht brauchbar wäre. Weshalb die Masse durch das Gewicht zu messen ist, läßt sich nun leicht verständlich machen (ebenda, S. 215f.). So liegt, schließt Mach, im Massebegriff keinerlei Theorie, sondern nur eine Erfahrung. „Der Begriff

hat sich bisher bewährt. Es ist sehr unwahrscheinlich, aber nicht unmöglich, daß er in Zukunft erschüttert wird, so wie die Vorstellung der unveränderlichen Wärmemenge, die ja auch auf Erfahrungen beruhte, durch neue Erfahrungen sich modifiziert hat“ (216).

Es ist nun schon oben bemerkt worden, daß durch die jüngste Wendung der physikalischen Forschung die alten Vorstellungen von der unveränderlichen Masse in der Tat gründlich erschüttert sind. Nach den Ausführungen Machs sollte man erwarten, daß damit zugleich der Satz der Gegenwirkung hinfällig werden müßte, da er ja nur ein anderer Ausdruck derselben Tatsache der Erfahrung sein soll. Indessen ist es eben der auf die gesamte Physik, besonders die Wärmelehre erweiterte Begriff der Energie, wodurch die Erschütterung des Massebegriffs erfolgt ist; der Energiebegriff aber steht seinerseits mit dem Gegenwirkungsprinzip in nicht minder enger logischer Verbindung. Bildet also der Massebegriff mit dem Gegenwirkungssatz vielleicht doch nicht eine so enge Einheit, wie es von Mach angenommen wird? Dies bedarf der Aufklärung.

Daß die Masse nicht vor den dynamischen Beziehungen, sondern nur durch diese gegeben werden kann (Mach S. 239f.), gilt auch uns als feststehende Voraussetzung und ist übrigens wohl längst (etwa seit W. Weber) in das Bewußtsein der Physiker übergegangen. Man versteht allgemein unter Masse nur das Verhältnis der Kraft zur Beschleunigung (so Maxwell, Wüllner u. v. a.) oder, was auf dasselbe hinauskommt, der Bewegungsgröße zur Geschwindigkeit. Aber man hat einseitig nach den unmittelbar empirisch aufweislichen mechanischen Beziehungen unter den wägbaren Körpern die „Materie“ bestimmt, und dann erwartet und gleichsam verlangt, daß die so gefundene „Quantität der Materie“, d. h. Masse der wägbaren Körper, als absolut unveränderlicher Faktor in allen Rechnungen der Natur stehen bleiben, also auch in allen physikalischen

Beziehungen sich festhalten lassen solle. Diese *a priori* grundlose Erwartung oder Forderung ist es, von der die neuere Forschung sich in kecker Revolution befreit hat. Die an wägbare Körper gebundene „träge“ Masse bleibt nicht unter allen Umständen ungeändert, sondern unterliegt, nach sicheren Ergebnissen der jüngsten theoretischen Physik, gewissen Änderungen insbesondere durch die Temperatur; Änderungen allerdings so geringen Betrages, daß sie sich dem experimentellen Nachweis bis jetzt entziehen. Keinesfalls ist die träge Masse mehr als letzter, unauflöslicher Faktor in den Rechnungen der Natur anzusehen, sondern nur als Folgeerscheinung innerer Energien des chemischen Atoms (s. bes. Planck in der oben schon zitierten Abhandlung 144). Dieses aber hat bereits aufgehört, ein absolut letztes Element der Natur zu bedeuten, seitdem der Zerfall der chemischen Atome aus dem Bereiche bloßer logischer Denkbarekeit in den der streng begründeten Theorie und des experimentellen Nachweises gerückt ist. Übrigens erweist sich die träge Masse auch nicht schlechthin identisch mit der wägbaren; Trägheit und Gewicht gehen im allgemeinen zwar zusammen, aber nur, indem beide in einem und demselben Dritten ihren Grund haben, nämlich jener Energie intraatomistischer Vorgänge noch näher zu bestimmender Art, die zwar, solange das chemische „Atom“ Bestand hat, in ihm sehr angenähert (schwerlich absolut) konstant bleibt, beim Zerfall des Atoms aber in bestimmten (thermodynamischen) Wirkungen nach außen zutage tritt.

Darum verliert der Begriff der Masse doch nicht seine Bedeutung. Sie ist als Rechnungsfaktor unentbehrlich, überall wo es sich darum handelt, den Sätzen der reinen Mechanik bestimmte Anwendung auf das vorliegende physikalische Problem zu geben. Massen treten daher in der Physik auf, überall wo Kräfte auftreten; sie vertreten selbst Kräfte: die Masse bedeutet das Moment des Widerstands; dieser Widerstand aber ist eben durch Kräfte zu repräsentieren,

d. h. aber zuletzt: durch eine bestimmte Verteilung von Energie. Gerade das dritte Gesetz Newtons ermöglicht und fordert, die Massen als Kräfte anzusehen; als solche unterliegen sie zugleich dem zweiten Gesetz. So müssen aber die Massen so wenig absolut unveränderlich verbleiben wie die Kräfte. Denn jede einmal gegebene Verteilung der Energie kann sich schließlich ändern. Es können bestimmte Systeme (d. h. eine bestimmte Gesamtverteilung der Energie) geraume Zeit in einem für unsere Beobachtungsmittel unveränderten Zustand verharren, aber schließlich sich auflösen, um anderen Systemanordnungen Platz zu machen. Eine solche relative Konstanz — vergleichbar der relativen Selbsterhaltung eines Planetensystems — ermöglicht es, aus der unendlichen Komplikation der Vorgänge einzelne Veränderungsreihen sicher herauszuheben und zur Definition zu bringen, Bewegungsgleichungen, Energiegleichungen nicht mehr in der bloßen Abstraktion der reinen Mechanik, sondern in Bezug auf das bestimmte Problem der Physik ansetzen zu können. Doch ist dazu zuletzt nichts mehr erforderlich, als daß die Anfangslage, deren Ausdruck den rechnerischen Ansatz des bestimmten, durch die Erscheinungen aufgegebenen Problems darstellt, sich für die jedesmalige Rechnung identisch festhalten läßt; nicht aber müssen auch in der weiteren, den Vorgang selbst darstellenden Rechnung die angesetzten Rechnungsgrößen oder irgendwelche in diese eingehende Faktoren durchaus unverändert bleiben. Es sind also im besonderen der physikalischen Vorgänge die Massen, ebenso wie die gegebene Energieverteilung, zu deren Ausdruck sie nur dienen, an sich veränderlich zu setzen. Eine absolute Erhaltung hat man sich im Hinblick auf das ideale Ganze der Naturvorgänge zu denken; da aber geht die Erhaltung der Masse vollständig auf in die der Energie und ist nicht noch neben dieser als etwas Besonderes festzuhalten.

Für das besondere Problem wird demnach von gleicher

Masse, d. i. Quantität des Veränderlichen, zu reden sein, wo gleiche, von ungleicher, wo ungleiche Änderungen unter übrigens gleichen Bedingungen auftreten. Die gleichen oder ungleichen Quanta, auf die man die gleiche äußere Einwirkung sich verteilt denkt, lassen sich dann auch als gleiche oder ungleiche Punktzahlen des Systems vorstellen, so daß die Wirkung für jeden materiellen Punkt gleich wird, bei absolut gleicher Verteilung also keine Verschiedenheit der Wirkung zutage treten könnte; die ungleiche Verteilung der substantiellen Punkte vertritt dann die ungleichen Massen. Eine solche Vorstellung liegt offenbar zugrunde, wenn Newton (was man sehr getadelt hat) die Masse als „Quantität“ (d. i. Menge) „der Materie“, und damit scheinbar statt der Masse die Dichtigkeit definiert; oder aber in einem Zirkel sich bewegt, da die Dichtigkeit selbst nur definiert werden kann als Masse der Volumeinheit (so Mach S. 188, vgl. 210, 239). Die eben angedeutete Vorstellung wird durch diesen logischen Anstoß nicht getroffen. Es muß doch der materielle (d. h. der physische im Unterschied vom geometrischen) Punkt, oder es muß das Reale im Raum, als das, was physisch wirkt und auf das physische Wirkung sich erstreckt, zugrunde gelegt und durch irgendeinen Rechnungsfaktor bezeichnet werden können. Also nicht der Ansatz eines solchen Faktors überhaupt ist anzufechten, sondern nur, daß man zu schnell am Ziel zu sein glaubte, daß man ein bloßes Restproblem für ein Letztes, Absolutes nahm. Warum die gleichen ändernden Faktoren an verschiedenen Stellen des Raumes verschiedene Änderungen bedingen, dafür kann nicht die Raumstelle als solche eintreten, sondern es ist notwendig ein eigentümlicher, physisch-realer Faktor dafür anzusetzen, der nur der Ausdruck dafür ist, daß das, worauf gewirkt wird, verschieden sein muß, da die Wirkung verschieden ist. Damit gewinnt man die Möglichkeit einer theoretischen Darstellung der Vorgänge je für einen gegebenen Umkreis von Problemen. Doch muß man sich

darüber klar sein, daß damit die Frage stets nur um eine Stufe zurückgeschoben wird. Was ist es denn, was diese Verschiedenheit der Wirkung selbst bedingt? Diese Frage ist nur zu beantworten durch die Energie, die aber doch eine bestimmte räumliche Verteilung, also Punkte, die als real verschiedene eben durch ein verschiedenes Verhalten gegen gleiche äußere Einwirkung charakterisiert sind, erfordert: also wiederum eine (freilich nicht mehr wägbare) „Masse“, die nun aber ebenso wie die vorige nur ein Problem-*ausdruck* ist, nur das Restproblem auf neuer Stufe darstellt. Eine Individualisierung der Energievorgänge überhaupt aber wird auf keiner Stufe der Betrachtung anders möglich sein als durch Annahme solcher Verschiedenheiten des Verhaltens gegen gleiche Wirkungen, wie sie in diesem Problemwort „Masse“ vielmehr nur bezeichnet als erklärt werden: es wäre denn, daß man wirklich glauben dürfte, zu einem Letzten, Absoluten vorgedrungen zu sein.

Es ist im Grunde die alte „Antinomie“ des Einfachen, auf die man hier aufstößt; und es wird auf die alte Frage auch nur die alte Antwort erfolgen können: das Einfache, als die letzte Ziffer, mit der die Natur rechnet, ist eine bloße „Idee“, d. h. nach dem strengen Kantischen Sinn dieses Wortes: eine ewige Aufgabe; es darf auf keiner Stufe als erreicht, oder auf dem Wege möglicher Erfahrung überhaupt erreichbar gedacht werden. Der natürliche Absolutismus freilich sucht, von einer Stelle vertrieben, immer wieder an einer anderen Unterschlupf. Und es gewährt dem philosophischen Beobachter etwas wie ein bitteres Ergötzen, wahrzunehmen, wie in einem wissenschaftlich so revolutionären Zeitalter wie dem unseren doch auch die Reaktion des Absolutismus sich immer noch und immer wieder rührt und nicht selten auch tüchtiger Forscher sich bemächtigt, die entweder nicht sehen oder sich durchaus nicht darin schicken können, daß Naturwissenschaft mit allem siegreichen Vordringen gegen überlieferte Anschauungen doch am Ende

nicht mehr erreicht, als das Nichtwissen an eine andere Stelle zu verlegen. *Le roi est mort — vive le roi!* Das Atom (als absolut unzerstörliches letztes Element der Natur) ist tot — es lebe das unzerstörliche Elektron! Und wenn einer gar die Materie erschlägt — so materialisiert er dafür die Energie.¹⁾ Fast allgemein aber mangelt die Besinnung, daß es sich in jeder einzelnen der Grundfragen der exakten Wissenschaften und in der Verbindung ihrer aller um Methodenfragen der Erkenntnis überhaupt nur handeln kann. Die Energie selbst denkt man sich vielfach gleichsam zerstückt an ausdehnungslose, diskrete Punkte geheftet; d. h. man weiß nicht, daß irgendwelche kausale Beziehung überhaupt nur in Wechselrelation gedacht werden darf, die zwar Bezugspunkte erfordert, aber nur „zwischen“ den Punkten, gleichsam als ihr Gemeineigentum, oder in besserer Vergleichung, nach Art eines Rechtsverhältnisses besteht. Die Verteilung auf Punkte mag als Rechnungshilfe für das einzelne Problem nützliche Dienste tun, aber sie gibt keinen endgültigen Begriff der kausalen Beziehung als solcher. Diese kann ihrem wesentlichen Sinne nach überhaupt keine diskrete Verteilung, also keine endlichen Punktzahlen brauchen, sondern fordert eine stetige, also infinitesimale Konstruktion. Punkte, wenn sie nicht selbst infinitesimal verstanden werden, sind nichts als Grenzen, Nullen, die durch keine Kunst zu etwas Realem gemacht werden könnten.

Diesen rein methodischen Sinn der Punktsysteme findet man klar ausgesprochen in Schmitz-Dumonts „Naturphilosophie“, einem Buche, aus dem, wer die Spreu vom Weizen zu scheiden weiß, wohl manches gewinnen kann. Die Punktsysteme dienen ihm bloß als Ausdruck dafür, daß „das Veränderliche des Systems eine unveränderliche Summe

1) So erklärte Ostwalds Naturphilosophie (2. Aufl. 1902) der Materie den Krieg, aber behielt die Unzerstörlichkeit der (wägbaren) Masse und der chemischen Atome bei. (Später ist das natürlich geändert.)

bilden“ muß. Die Aufstellung dieser Summe erfordert allerdings den Ansatz einer Einheit, die aber darum nichts Absolutes ist. Ein „Massepunkt“ hat überhaupt für sich keine physische Existenz, darf als einzeln überhaupt nicht gedacht (d. h. real gesetzt) werden; eine begriffliche Existenz erlangt er nur dadurch, daß ihrer mehrere, zum wenigsten zwei gesetzt werden; diese existieren nur als System, sie haben keine selbständigen „Kräfte“, sondern nur eine Bedeutung als Wechselwirkung, die man bloß zur bequemeren Berechnung auf die Punkte verteilt denkt. Es wäre unstatthaft, zu sagen: die Körper bestehen aus einer Anzahl solcher Kraftpunkte; sie sind nur den Körpern substituiert als ihre begriffliche Zusammenfassung und Analyse. Es würde dem Sinn des Autors selbst wohl nicht entgegen sein, dafür zu setzen: als begriffliche Zusammenfassung und Analyse der Energiebeziehungen.

Auch für Hertz [79] vertritt die „Masse“ nur die eindeutige Zuordnung eines Punktes des Raumes in einer Zeit zu bestimmten Punkten in aller Zeit (§§ 3. 300). Sie ist, lediglich als ein die Bewegungen mitbestimmender Faktor, mit diesen selbst in engster Einheit gedacht, namentlich, gleich ihnen und nur zusammen mit ihnen, infinitesimal konstruiert. Er definiert (§ 115) den Zusammenhang eines Systems als stetig, wenn er die Voraussetzungen erfüllt: 1. daß die Angabe aller möglichen endlichen Verrückungen enthalten sei in der Angabe aller möglichen unendlichkleinen Verrückungen; 2. daß jede mögliche unendlichkleine Verrückung in gerader, stetiger Bahn durchlaufen werden könne; 3. daß jede unendlichkleine Verrückung, welche aus einer bestimmten Lage möglich ist, auch möglich ist aus jeder unendlich benachbarten Lage, abgesehen von Abweichungen von der Ordnung der Entfernung der Lagen oder von höherer Ordnung. Auf Grund dieser Definition aber wird dann das „materielle System“ definiert (121. 305), von welchem das Hertzsche Grundgesetz (308) gelten will.

Insoweit scheint die Grundauffassung von Hertz den Einwendungen Cohens (25, S. 487—505) kaum ausgesetzt. In den eben mitgeteilten Sätzen ist das „Infinitesimalprinzip“, eben als Prinzip, nicht weniger sicher und scharf ausgesprochen als in den ganz ähnlich formulierten Sätzen Plancks, die Cohen Hertz entgegenstellt. Die Unterscheidung grobsinnlicher und „verborgener“ Massen betrifft nur die Frage, wo und wie Massen anzusetzen sind, nicht die Definition der Masse, aus der auch Hertz bestimmt jede sinnliche Anlehnung ferngehalten hat. Bei dem allen aber kommt Hertz über die Voraussetzung absolut unveränderlicher Massen nicht hinaus. Zwar um für das bestimmte physikalische Problem eine sichere Begrenzung der Betrachtung zu gewinnen, hat man (wie oben schon von uns anerkannt wurde) eine endliche Anzahl von Massenpunkten zu setzen; ohne einen solchen Ansatz würde auch die Energie und ihre Erhaltung keinen empirisch bestimmten Sinn erhalten. Aber bei Hertz erscheinen die sich erhaltenden Massen nicht bloß als für das bestimmte Problem notwendige Abstraktion, sondern als Grundvoraussetzung schon der theoretischen Mechanik. Vollends in den „starrten Verbindungen“ wird die Masse, wenn noch so sehr unter der Reserve der Hypothese, doch der Sache nach absolut gesetzt. Damit aber drohen die Vorteile der infinitesimalen Konstruktion und des Ausschlusses unvermittelter Fernkräfte wieder verloren zu gehen.

§ 9. (*Das Energieprinzip und der Übergang von der Mechanik zur Physik.*) Wir haben von den Newtonschen „Gesetzen“ gesprochen. Die neuere Mechanik macht aber weit weniger von diesen, die nur für die Abstraktion „freier“ Bewegungen ausreichen, Gebrauch, als von den sogenannten Integralprinzipien der Mechanik, aus denen erst eine Gesetzlichkeit der „gebundenen“ Bewegungen sich ergibt, und von denen das wichtigste und weitesttragende das Hamiltonsche

(dem d'Alembertschen wesentlich äquivalente) Prinzip ist (vgl. Mach [110] S. 325 ff. 375 ff.); besonders aber vom Energieprinzip. Bezüglich der ersteren genügt es, an das gelegentlich schon Gesagte zu erinnern: daß auch für ihre Aufstellung die Forderung der eindeutigen Bestimmbarkeit der Vorgänge den entscheidenden logischen Grund abgibt. Aber auch vom letzteren ist bereits soviel gesagt, daß an dieser Stelle nur noch wenige Bemerkungen darüber für unseren Zweck erforderlich sind.

Das Verhältnis des Energieprinzips zu den Gesetzen Newtons ist zu erwünschter Klarheit gebracht worden durch eine Arbeit von Schütz [158], worin gezeigt wird, daß aus dem Energieprinzip für ein gegebenes System die Gesetze Newtons, insbesondere das Gegenwirkungsprinzip, sich einfach ableiten lassen, wenn man nur die Bedingung hinzunimmt, daß das Prinzip geltend bleiben soll, wenn dem System eine konstant fortschreitende Bewegung im geometrischen Raum erteilt wird; eine Bedingung, die offenbar erfüllt sein muß, wenn das Prinzip empirisch verwendbar sein soll, da wir Messungen unmittelbar nicht im ruhenden, absoluten, sondern nur im bewegten Raum anstellen können. Unter diesen Voraussetzungen aber ergeben sich sehr einfach aus der Gleichung des Energieprinzips Newtons Bewegungsgleichungen und Schwerpunkts-Integrale, in welchen die drei „Gesetze“ enthalten sind. Der Begriff der Masse wird dabei durch das Gegenwirkungsprinzip unabhängig vom Kraftbegriff festgelegt. Umgekehrt folgt das Energieprinzip, soweit es auf die reine Mechanik Bezug hat, aus den Newtonschen Bewegungsgleichungen. Also würde es sich überhaupt nur um eine mathematische Umformung schon bekannter Sätze handeln, wenn der Satz der Energie auf die Mechanik beschränkt bliebe. Seine eigentümliche Bedeutung liegt aber vielmehr gerade darin, daß er das Verfahren der Mechanik auf die gesamte Physik übertragbar macht. In einem rein methodischen Sinne

wird durch ihn die gesamte Physik in Bewegungslehre verwandelt. Sie muß nur darum nicht Mechanik ponderabler Massen werden, sondern es ist *a priori* eben so denkbar und wäre an sich befriedigender, wenn die Mechanik wägbarer Massen sich auf eine Mechanik des Unwägbaren zurückführte, die somit die ganze Physik umfassen würde. Diese großartige Vereinheitlichung der Physik ist es, auf welche die Aufstellung und Durchführung des Satzes von der Erhaltung der Energie die erste nicht ganz chimärische Aussicht eröffnet hat.

In dem Gedanken der Energie liegt zunächst das Postulat, daß alle Rechnungen der Natur aus einem einzigen letzten Fond bestritten werden, indem bei jedem Übergang aus einer Form des Wirkens in eine andere (z. B. von Wärme in Bewegung, Bewegung in Wärme) ein letztes, keiner von beiden ausschließlich angehörendes, über beiden liegendes Identisches sich erhalte, das man mit dem Wort „Energie“ bezeichnet und das durch den mechanischen Arbeitswert gemessen wird, ohne darum in sich selbst mechanischer Arbeitswert sein zu sollen.

Mit Unrecht hat man dem genialen Urheber dieses Gedankens, Robert Mayer, einen Vorwurf daraus machen wollen (der übrigens ebensowohl Joule träfe), daß er die Energie zur Substanz gemacht habe. Es wäre richtiger zu sagen: er zuerst habe begriffen, daß der echte Sinn der Erhaltung der Substanz die Erhaltung der Energie ist, nämlich daß es um gar keine andere Substanz sich handeln kann, als die des Geschehens, der Veränderung selbst. Das Prinzip der Substantialität stellt nur eine Forderung, die erst erfüllbar wird durch das Prinzip der Energie. Mit vollem Recht also suchte R. Mayer das Identische, das in allen Veränderungen der Natur sich erhalte, einzig in der Identität des Veränderlichen selbst, die sich allein darstellen konnte in der Gleichung, welche die Veränderung in ihrer Gesetzmäßigkeit darstellt. Auf diese

Gleichung fand Mayer den Hinweis in dem alten: *Causa aequat effectum*, das er nur von der bloß mechanischen Bedeutung (etwa des Gegenwirkungsprinzips) ausdehnte auf physikalische Äquivalenzbeziehungen wie zwischen Wärme und Bewegung, und dadurch nach und nach auf alle die mannigfachen Formen der Naturwirkungen, je in ihren wechselseitigen Beziehungen.

Diese logische Wurzel des Energieprinzips, seine Identitätsbedeutung hat Mach in der Wärmelehre (2. Aufl. S. 314—327), diesmal auch ausdrücklich als logische, erkannt und kräftig hervorgehoben. Allenfalls noch bestimmter und radikaler durfte die Auffassung zurückgewiesen werden, die, mit vielen anderen, Wundt vertritt (s. Mach S. 317): daß die Mechanisierung der Wärmelehre und der gesamten Physik darum notwendig sei, weil Bewegung die einzige Veränderung eines Körpers sei, bei welcher dieser mit sich selbst identisch bleibe. Genau das ist die sinnliche Schwäche, die es zu überwinden galt, und die durch das Energieprinzip gerade im Sinne Mayers überwunden ist: die Meinung, als ob es auf die Erhaltung des Körpers wesentlich ankomme und nur abgeleiteter Weise, um des Körpers willen, auf die Erhaltung eines solchen Faktors, der geeignet sei, dem Körper in allen seinen Veränderungen die Identität zu sichern; welcher Faktor nur in der Bewegung, nicht in irgendwelchen qualitativen Merkmalen gesucht werden könne. Die Übertragung eines Körpers von einer Stelle zur andern ist in sich nicht nur nicht logisch verständlicher als eine Änderung innerer Eigenschaften, sondern sie selbst wird logischem Verständnis damit erst erschlossen, daß sie begriffen wird als Übertragung von Energie. Es ist überhaupt nur sinnliches Vorurteil, daß das Dasein eines Körpers jetzt an der, jetzt an einer anderen Stelle des Raumes etwas sei, wobei das Verständnis sich beruhigen könne. Allerdings kommt es diesem sinnlichen Vorurteil zustatten, daß der Körper und dessen Bewegung im Raume mathematischer

Bestimmung unterliegt; aber, wenn die Betrachtung nicht im bloß Mathematischen stecken bleiben soll, so wird die Frage unabweislich, was denn das sei, das da im Raume vorhanden ist und sich von Stelle zu Stelle überträgt. Darauf gibt Mathematik keine Antwort mehr. Im Raum vorhanden und zwar in wechselnder Verteilung vorhanden, d. h. beweglich ist aber nicht bloß Masse und Geschwindigkeit wägbarer Körper, sondern ebensowohl Licht, Wärme, Elektrizität. Sie repräsentieren also ebensogut Bewegung im Raume wie die wiegende und widerstehende Masse der gewöhnlichen Mechanik; und sie entziehen sich so wenig wie diese mathematischer Behandlung. Sollte sich also nicht durch sie auch ebensogut die Identität eines physisch Realen repräsentieren lassen wie durch die wägbare Masse? Wird das Herabgehen der Wagschale oder der Widerstand gegen den Anprall verständlich durch die Hypothese, daß da „Körper“ ist? Das ist entweder bare Tautologie, wenn doch der (mechanische) Körper eben durch Wägbarkeit und Widerstand definiert wird; oder es ist nur die Gewöhnung unseres sinnlichen Vorstellens, die uns ein Verstehen vortäuscht, wo wirklich nichts verstanden ist. Auch die Erinnerung Machs, daß historisch von den Eleaten an im Begriff der Ortsveränderung keineswegs geringere begriffliche Schwierigkeiten gefunden worden sind als in dem der qualitativen Veränderung, enthält etwas Richtiges. Man versucht entweder die Ortsveränderung rein geometrisch zu denken; geometrisch aber gibt es keine Veränderung des Orts; oder, wenn sie physikalisch verstanden werden soll, so muß sie begriffen werden können als „Reales“ im Sinne Kants; ein anderes Reales aber, das sich im Raume überträgt, ist nicht gegeben als das Reale der Bewegung selbst. Vom sinnlichen Standpunkt muß dies freilich als der Tautologien leerste erscheinen: daß zuletzt nur Bewegung sich bewege. Aber in der Tat nichts anderes besagen die Gleichungen der Physik. Sie wissen durchaus nichts anderes den Punkten

des Raumes von Punkt zu Punkt der Zeit zuzuordnen als bewegungbestimmende Faktoren. Wir haben uns indessen längst überzeugt, daß gerade logisch in der Tat nichts anderes zu erwarten ist. Logisch angesehen „ist“ im physischen Sinne, oder ist real, allein das $\phi\acute{\upsilon}\epsilon\sigma\theta\alpha\iota$ selbst, also die Veränderung, und zwar zeit-räumliche Veränderung, also, im weitesten Sinne, Bewegung. Wo nichts geschieht, da ist nichts, im physischen Sinn des Seins, das nur Sein des Werdens bedeutet; und dies Werden ist, als räumliches, allgemein Bewegung. Auch muß man darum nicht etwa die Wärme, das Licht, die Elektrizität in Bewegung „verborgener“ Massen erst umdeuten, um sie als „Arten der Bewegung“ verstehen zu dürfen; sondern Arten der Bewegung sind sie schon damit, daß ihr wechselndes Dasein im Raume sich in Gleichungen ausdrückt. Nur als überhaupt verschieden sind sie „gegeben“, d. h. als Problem aufgegeben, durch die Verschiedenheit sinnlich sich darstellender Wirkungen; worin aber diese Verschiedenheit besteht, das lehrt nicht die sinnliche Wahrnehmung, sondern das ergeben erst die gesetzmäßigen Beziehungen, die als Energiebeziehungen in jenen mannigfach unter sich verknüpften Gleichungen sich ausdrücken.

§ 10. (*Das Energieprinzip und die Materie. Der „zweite Hauptsatz“ und der Wärmetod.*) Diese Beziehungen sind nun von Robert Mayer an in weitem Umfang erforscht worden. Es hat sich die verwirrende Vielheit der Energie-Arten mit hoher Sicherheit bereits auf zunächst zwei Grundarten: die mechanische und die elektrische, reduziert, und es sind dadurch (wie kürzlich Planck [145], 1909, ausgeführt hat) die spezifischen Sinnesempfindungen „geradezu ausgeschaltet“, so sehr, daß z. B. die Wärmeerscheinungen nicht mehr einen eigenen, eben durch die Wärmeempfindung abgegrenzten Bezirk bilden, sondern ganz getrennt, teils beider Mechanik, teils (als Strahlungswärme) bei der Optik oder Elektro-

dynamik behandelt werden. Wenn es aber eine kurze Zeit lang scheinen konnte, als ob wenigstens über diese letzte Dualität von Mechanik und Elektrik nicht hinauszukommen sei, so scheint durch die jüngsten Forschungen eine vollständige Vereinigung beider schon angebahnt zu sein; die Widersprüche stellen sich mehr und mehr als nur scheinbar heraus. Die Zurückführung der gesamten Physik auf bloße Massenmechanik, die noch Helmholtz und Hertz anstrebten, wird als apriorisches Postulat wohl nur noch von wenigen festgehalten. Immerhin mag noch mancher die Hoffnung nähren, daß auch die neuen Errungenschaften der Physik schließlich eine Aufhellung im Sinne dieser Voraussetzung erfahren werden. In sich natürlicher, zugleich dem heutigen Stande der Forschung näherliegend scheint, wie schon bemerkt, die umgekehrte Erwartung: daß die Mechanik wägbarer Massen sich schließlich auf die Elektrik zurückführen, die ponderabele Masse sich als eine Form der Energie herausstellen, und so eine „Entmaterialisierung der Materie“ sich werde erreichen lassen (so Bucherer, *Ann. d. Phys.* 28, 536). Eine atomistische Konstruktion (Elektronen) ist damit keineswegs unvereinbar; nur muß man sich darüber klar sein, in welchem Sinne allein sie möglich bleibt: schwerlich im Sinne einer endgültigen Theorie. Denn die Voraussetzung absolut starrer Körper ist im Unwägbaren nicht annehmbarer als im Wägbaren; sie scheint durch das (hernach noch zu berührende) wichtigste Prinzip der neueren Forschung auf diesem Gebiet, das „Relativitätsprinzip“, geradezu ausgeschlossen (s. Born, in demselben Bande der *Annalen* S. 571 ff.). Aber nicht annehmbarer ist nach demselben Prinzip die Hypothese eines Äthers, sofern man darunter ein strukturloses homogenes unendlich ausgebreitetes Medium versteht, wie noch H. A. Lorentz es ansah und wie man, um den Schwierigkeiten wegen des absoluten Raumes zu entgehen, es sich oft gleichsam als Ersatz für diesen (geradezu als jenen von Neumann ge-

forderten Körper *A*) gedacht hat; denn ein homogenes unendliches Medium ist offenbar ganz außer Stande, als Bezugssystem zu dienen (wie Bucherer a. a. O. mit Recht bemerkt). Dagegen scheint, während die gewöhnliche Masse zu einer Funktion der Geschwindigkeit wird, ein anderer für jeden substantiellen Punkt konstanter Faktor (von Minkowski „Ruhmasse“ genannt) deren Rolle zu übernehmen, so daß der Begriff Masse nicht etwa ersatzlos wegfällt, nur, wie es nach unseren obigen Betrachtungen zu erwarten war, um eine Stufe weiter vom sinnlich Gegebenen sich entfernt und sichtlicher noch als die Masse der alten Mechanik zu einer bloßen Rechnungsgröße wird, welche, zusammen mit der Geschwindigkeit, zum Ausdruck der Energiebeziehungen unentbehrlich ist.

Schon der äußerst bewegliche Stand der gegenwärtigen Forschung auf diesem Gebiet, der fast jeden Tag neue, vielleicht umwälzende Entdeckungen erwarten läßt, rät an, es bei diesen notwendig sehr unvollständigen und provisorischen Bemerkungen bewenden zu lassen. Auch der sogenannte „zweite Hauptsatz“ von der Energie fordert kein langes Verweilen, da darüber schon H. Driesch das für unseren Zweck Notwendige und Hinreichende gesagt hat. Dieser Forscher (dem ich übrigens in seinen vitalistischen Aufstellungen nicht folgen kann) hält mit uns den Satz von der Erhaltung der Energie für *a priori* in seinem logischen Kern, d. h. sofern er die Forderung der Erhaltung eines identischen Grundbestandes der Veränderungen realisieren will. Den sogenannten zweiten Hauptsatz aber zerlegt er in zwei voneinander unabhängige Sätze, von denen der erste seinem logischen Kerne nach ebenfalls *a priori*, der zweite dagegen rein empirisch ist. Der „wahre“ zweite Hauptsatz besagt in seinem apriorischen Kern, daß „ohne Differenzen kein Geschehen (keine Veränderung) möglich ist“, und daß „jedes Geschehen vom Höchstvermöglichen an verläuft, daß das Veränderlichste am meisten sich zu verändern strebt“

(S. 81). Während also der Satz von der Erhaltung der Energie nur verlangt, daß Etwas in den ursachlichen Faktoren identisch bleibe, spricht der zweite Energiesatz die hierzu komplementäre Forderung aus, daß etwas in den Ursachen different sein muß, wenn überhaupt eine Veränderung eintreten soll. Die Maßbestimmung dieser Ungleichheit ergibt sich dann gemäß eben jener Voraussetzung, so wie das Maß der Gleichheit gemäß dem Erhaltungssatz; nämlich die Verschiedenheit in den Ursachen ist genau so anzusetzen, daß dadurch die wirklich eintretende Veränderung gesetzmäßig dargestellt wird. Die fragliche Differenz ist es, die man die „Intensitätsdifferenz“ der Energie nennt, und so gewinnt der Satz die (Ostwaldsche) Fassung: Ein Geschehen (Veränderung) tritt nur ein bei nicht kompensierter Intensitätsdifferenz, und zwar geht es von der höchsten nichtkompensierten Intensität aus (Driesch S. 82). Ganz davon zu trennen ist die reine Tatsache des Entropiesatzes: „daß in einem System alle mit dessen eigenen Mitteln geschehenden Vorgänge so verlaufen, daß die absolute Höhe des höchsten vorhandenen unkompensierten Intensitätswertes vor dem Geschehen nach stattgehabtem Geschehen nicht wieder irgendwo im System erreicht wird“ (S. 83). Dieser Satz ist durch die bisherige Erfahrung durchgängig bewährt, aber ihm „könnte wohl widersprochen werden, doch wegen des zweiten Teiles des wahren zweiten Hauptsatzes nicht in der Form, daß eine Hebung, sondern nur in der, daß ein Gleichbleiben der absoluten Höhe des höchsten Intensitätswertes behauptet würde“ (S. 94). Die Möglichkeit einer Abweichung vom Entropiesatz hat z. B. auch Boltzmann ausdrücklich offen gehalten. Und wenn Planck (145, S. 24) meint, eine Natur, die ihm widerspräche, wäre „eben nicht mehr unsere Natur“, so ist damit im Grunde wenig gesagt. Es ist eben so, oder aber es ist nicht so. Die Folgerung auf einen absoluten Stillstand des Geschehens jedoch lehnt Planck ebenso entschieden ab wie

Driesch (S. 86), Mach (Wärmelehre S. 338, Anm. 1), überhaupt alle besonnenen Forscher. In der Tat kann nur die äußerste metaphysische Voreingenommenheit übersehen lassen, daß nicht etwa aus dem zweiten Hauptsatz von der Energie die Endlichkeit der Welt gefolgert werden kann, sondern nur unter Voraussetzung ihrer Endlichkeit der zweite Hauptsatz zum absoluten Stillstand des Geschehens führen würde. Selbst Eduard von Hartmann¹⁾, dem an der Konsequenz des absoluten Wärmetodes im Interesse seiner Metaphysik so viel gelegen sein muß, vermag bei seiner soliden Kenntnis der Naturwissenschaft doch nur zu sagen: Für den Fall, daß das materielle Weltall endlich ist, haben beide Energiesätze für es exakte Geltung; ist es dagegen unendlich, so haben beide für Teile der Welt nur annähernde Richtigkeit, während sie für die Welt als Ganzes jeden Sinn verlieren. Aber hieraus zieht er nun den merkwürdigen Schluß: die Endlichkeit der Welt sei also eine unausweichliche Konsequenz der Annahme, daß die beiden Hauptsätze der Energielehre nicht bloß annähernd, sondern genau richtig sind, daß sie theoretische Wahrheiten im Sinne der exakten Naturwissenschaft sind. Und nochmals (S. 33): „Sollen die Hauptsätze der Energielehre in irgendwelchem Sinne exakte Wahrheiten für etwas Wirkliches sein, so muß . . . die Welt endlich sein, für die allein sie genau gelten“; dann folge aber aus dem zweiten Hauptsatz auch die Endlichkeit des Weltprozesses vor- wie rückwärts. Also — schließt er —: wenn die Hauptsätze der Energielehre richtige Induktionen sind, so muß nicht nur die Welt räumlich endlich, sondern auch der Weltprozeß zeitlich endlich sein, und zwar sowohl nach vorwärts als auch nach rückwärts. — Demnach versteht v. Hartmann unter „richtigen Induktionen“ oder „theoretischen Wahrheiten“ im Sinne der exakten Naturwissenschaft absolutgültige Aussagen über „etwas

¹⁾ [68], S. 30.

Wirkliches“ auf Grund der Erfahrung: genau was es nicht gibt, nie gegeben hat und nie geben kann, wenn doch Erfahrung ein unvollendbarer Prozeß und empirische Gültigkeit identisch ist mit nichtabsoluter. „Exakte“ Gültigkeit gibt es nur für Bedingungssätze; nicht für Aussagen über absolute Wirklichkeiten. Stets sind auch die Energiesätze, wie alle anderen „Naturgesetze“, von der exakten Forschung nur konditional ausgesprochen worden. Es handelte sich dabei stets um die Abstraktion des „freien Systems“; die Anwendung auf ein empirisch gegebenes System kann nie „exakt“ sein, weil es empirisch ein absolut freies System gar nicht gibt noch geben kann. Die Anwendung auf die „Welt“ verbietet sich *a potiori*, da uns die Welt als geschlossenes Energiesystem in keinem noch so eingeschränkten Sinne „gegeben“ ist. Und so müßte jene Schlußfolgerung höchst verwunderlich erscheinen, wüßte man nicht zur Genüge, wie auch sonst in der Philosophie dieses sehr begabten und sehr unterrichteten Denkers die Naivität des Absolutismus wahre Orgien feiert¹⁾.

Übrigens ist diese absolutistische Neigung nicht etwa bloß bei Philosophen zu finden; überraschende Ausbrüche derselben begegnen gerade gegenwärtig wieder nicht selten in freieren Äußerungen auch solcher Forscher, die in der Forschung selbst kritische Besonnenheit wohl zu wahren wissen. Um so wichtiger ist es zu bemerken, daß die strenge Forschung selbst gerade in ihrer jüngsten Phase im Begriff ist, sich zu einem ganz reinen und klaren Relativismus durchzukämpfen. Gerade die so lange vergebens angestrebte Vereinigung von Mechanik und Elektrik scheint endgültig gewonnen werden zu sollen auf Grund eines Prinzips, das schon in seinem Namen diese tiefe Bedeutung ankündigt; es nennt sich das Prinzip der „Relativität“. Ein

1) Vgl. m. Kritik seines jedenfalls bedeutendsten Werkes, der „Kategorienlehre“, Arch. f. syst. Philos. VI (1900).

Blick auf diese jüngste Wendung soll unsere Betrachtungen beschließen.

§ 11. (*Das Relativitätsprinzip von Lorentz, Einstein, Minkowski.*) H. A. Lorentz [108] war es gelungen, aus den bereits bekannten Grundgleichungen der Elektrodynamik für ruhende Körper solche für bewegte Körper abzuleiten, indem er statt der auf den ruhenden Äther bezogenen Koordinaten „relative“, nämlich auf ein in gleichförmiger Fortbewegung begriffenes System (z. B. die Erde in ihrer Bewegung um die Sonne) bezügliche einführte. Unter Ruhe des Äthers war hierbei verstanden, daß seine Teile sich nicht gegeneinander verschieben, und daß die Bewegung der ponderablen Massen relative Bewegung in Bezug auf den Äther ist. Während aber die so gewonnene Theorie sich übrigens den Erscheinungen gut anpaßte, blieb eine fundamentale Schwierigkeit zurück, nämlich, daß eine relative Bewegung der Erde gegen den Lichtäther, wie die Theorie sie einschloß, durch gewisse Experimente (Interferenzversuche von Michelson und Morley) als mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht existierend erwiesen war. Lorentz wußte für diesen seine Theorie empfindlich störenden Umstand keine andere Abhilfe zu finden als in der gewagten Hypothese, daß alle bewegten Körper, wägbare wie Elektronen, eine konstante Verkürzung in der Richtung ihrer Bewegung im Verhältnis von $1 : \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ erfahren, wo v die Geschwindigkeit des bewegten Körpers (im gedachten Fall die Erdgeschwindigkeit), c die Lichtgeschwindigkeit ist. Diese Verkürzung versuchte er zu erklären durch die Annahme, daß auch die Molekularkräfte der Körper, welche deren Gestalt und Dimensionen bestimmen, ebenso wie die elektrischen und magnetischen durch den Äther vermittelt würden (a. a. O. 120—125).

A. Einstein (Ann. d. Phys. 17, 1905, 891 ff.) fand nun

aber, daß diese Schwierigkeit, zugleich mit anderen, sich in überraschend einfacher Weise auflöst durch genaue Berücksichtigung der Relativität aller empirischen Zeit- und Ortsbestimmung. Die Zeitbestimmung von Vorgängen, die an getrennten Orten sich ereignen, erfordert nämlich ganz bestimmte Voraussetzungen, die in der Anwendung meist nicht berücksichtigt werden, unter gewöhnlichen Umständen auch nicht berücksichtigt zu werden brauchen. Es sei die Zeit eines Vorgangs in einem Punkte A des Raumes nach der Zeigerstellung einer in A befindlichen Uhr, die eines Vorgangs in einem anderen Punkte B nach der Zeigerstellung einer in B befindlichen Uhr bestimmt; so können nicht ohne weiteres beide Vorgänge als gleichzeitig erkannt werden, sondern es müssen die Zeitangaben beider Uhren erst auf irgendeine Weise miteinander vermittelt werden; dies geschieht am einfachsten durch die Voraussetzung, daß die Zeiten, die das Licht braucht, um von A nach B , und, um von B wieder nach A zu gelangen, einander gleich sind. Aber diese Voraussetzung gilt ohne weiteres nur im ruhenden Raum. Die Vergleichung der Zeiten in bewegten Räumen unterliegt besonderen Bedingungen, die zugleich auch auf die Raummessungen Einfluß haben. Die Länge eines Stabes, im ruhenden Raum mit gleichfalls ruhendem Maße gemessen, und die des bewegten Stabes, mit gleichzeitig in derselben Bewegung befindlichem Maße gemessen, lassen sich ohne Bedenken gleichsetzen auf Grund der allgemeinen Voraussetzung, daß die Gesetze, wonach die Zustände physischer Körper sich bestimmen, davon unabhängig sind, ob sie auf ein ruhendes oder auf ein in gleichförmiger Fortbewegung (Translation) begriffenes Kräftesystem bezogen werden. Aber die Länge desselben, in Bewegung begriffenen Körpers, gemessen im ruhenden System, indem man durch im ruhenden System aufgestellte, nach der vorigen Voraussetzung gleichgehende Uhren ermittelt, in welchen Punkten des ruhenden Systems sich Anfangs- und End-

punkt des zu messenden Stabes allemal zu derselben Zeit befinden, ergibt sich nicht mehr gleich der auf die vorher angegebene Art gemessenen Länge, weil die Wege, die das Licht braucht, um vom Anfangs- zum Endpunkt des Stabes und zurück zu gelangen, mithin auch die Zeiten, jetzt nicht mehr gleich sind, nämlich der Hinweg durch das gleichzeitige Fortrücken des Stabes sich verlängert, der Rückweg dagegen sich verkürzt, während die Geschwindigkeit des Lichts immer gleich bleibt; was zur Folge hat, daß die Gleichzeitigkeit bei der Ortsbestimmung sich nicht mehr ebenso wie im vorigen Fall bestimmt. Allgemein ergibt diese Betrachtung, daß der Bestimmung der Gleichzeitigkeit auf Grund empirischer Messungen überhaupt keine absolute Bedeutung innewohnt, indem zwei Ereignisse, welche, von einem Koordinatensystem aus betrachtet, gleichzeitig sind, von einem relativ zu ihm bewegten Koordinatensystem aus betrachtet, sich nicht mehr als gleichzeitig darstellen. Es ändert sich also, indem man vom ruhenden zum gleichförmig bewegten Koordinatensystem übergeht, mit den Raumkoordinaten zugleich der Zeitparameter, und zwar in bestimmter Abhängigkeit von dem Verhältnisse der Geschwindigkeit der vorausgesetzten Translationsbewegung zur Lichtgeschwindigkeit. Hierbei ergibt aber die Rechnung, daß ein mit der Geschwindigkeit v in einer Richtung bewegter Körper, im bewegten Zustand vom ruhenden System aus gemessen, eine Verkürzung genau in dem von Lorentz berechneten Verhältnis $1 : \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ zeigen muß. Diese seltsame, von Lorentz rein rechnerisch gefundene, durchgehende Verkürzung jedes bewegten Körpers in der Richtung seiner Bewegung fordert also nicht noch eine besondere physikalische Erklärung, sondern folgt mit Notwendigkeit aus den Bedingungen der empirischen Zeit- und Ortsbestimmung bei bewegtem Standort, unter gleichzeitigem Fehlen eines absoluten Bezugssystems.

Es ergeben sich aus diesem an sich schon merkwürdigen Gesetz noch weitere unerwartete Konsequenzen; z. B. daß nicht bloß alle in der Natur möglichen Geschwindigkeiten, zufolge der Bedingtheit unserer Zeit- und Ortsbestimmungen, notwendig kleiner als die Lichtgeschwindigkeit gesetzt werden müssen, sondern auch aus der Zusammensetzung zweier Geschwindigkeiten, deren jede kleiner als die Lichtgeschwindigkeit ist, stets eine Geschwindigkeit kleiner als die Lichtgeschwindigkeit resultiert, was bedeutet, daß die Lichtgeschwindigkeit selbst durch Zusammensetzung mit einer Unterlichtgeschwindigkeit nicht geändert wird, oder daß die Lichtgeschwindigkeit in der Physik die Rolle der unendlichgroßen Geschwindigkeit spielt (a. a. O., S. 903, 906). Es könnte für einen Augenblick eine Unstimmigkeit darin zu liegen scheinen, daß die Lichtgeschwindigkeit gleichermaßen fürs bewegte wie fürs ruhende System konstant angenommen wird. Einstein hat indessen bewiesen, daß die Lichtgeschwindigkeit für das bewegte System in der Tat notwendig konstant bleibt, wenn sie es im ruhenden System ist. Die Lichtgeschwindigkeit beweist sich eben durchweg als ein letzter Faktor, der in alle unsere empirischen Zeit- und Raummessungen gleichermaßen als Bedingung eingeht. Es gibt gar keine Möglichkeit, sie selbst als nicht konstant zu erweisen, solange es über sie hinaus kein Maß der zeitlichen und räumlichen Bestimmung mehr für uns gibt.

Die radikalsten, gerade die philosophische Seite der Frage tief berührenden Folgerungen aus den Entdeckungen von Lorentz und Einstein hat dann H. Minkowski¹⁾ ge-

1) In schwierigen mathematischen Deduktionen, Gött. Nachr. 1908, H. 1; in freierer Fassung in einem auf der Kölner Naturforscherversammlung 1908 gehaltenen Vortrag über „Raum und Zeit“ (Jahresber. d. Math.-Ver. Bd. 18, sep. bei Teubner 1909). Vgl. auch Hilberts Nachruf auf den mitten in der Ausführung seiner weittragenden Idee Verstorbenen, Gött. Nachr. 1909, H. 1.

zogen. Es ist seine These, daß jene von Lorentz zuerst in ihrer Bedeutsamkeit für die elektrodynamischen Gleichungen erkannte gleichzeitige Änderung der Raumkoordinaten und des Zeitparameters notwendig auf die ganze Physik, die Mechanik eingeschlossen, sich übertragen müsse, indem sie — nach der Formulierung Hilberts — eine „schon in den Begriffen des Raumes und der Zeit selbst enthaltene, diese beiden Begriffe gegenseitig verkettende und miteinander verschmelzende Eigenschaft“ darstelle. „Von Stund an“ — so drückt Minkowski selbst im Eingang seines oben genannten Vortrags sich aus — „sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken, und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbstständigkeit bewahren“. „Gegenstand unserer Wahrnehmung“, heißt es weiterhin, „sind immer nur Orte und Zeiten verbunden. Es hat niemand einen Ort anders bemerkt als zu einer Zeit, eine Zeit anders als an einem Orte.“

Hierzu ist sogleich eine Anmerkung zu machen. Die Zeit und der Raum „selbst“ sind, wie wir oben schon mit Kant zu betonen hatten, überhaupt nicht „Gegenstände der Wahrnehmung“. Von Wahrnehmung abhängig ist dagegen jede empirische Zeit- und Raummessung. Also kann es sich um die letztere hier überhaupt nur handeln; also nicht um die „Begriffe“ des Raumes und der Zeit selbst, wie es erst lautete. Die reinen, „absoluten“ Begriffe der Zeit und des Raumes sind überhaupt die Voraussetzungen jeder empirischen Zeit- und Raumbestimmung, also durch diese selbst auf keine Weise abänderlich. Sie stellen eben deshalb, mit allen auf sie bloß als solche bezüglichen Gesetzen auch der reinen Mechanik, nicht empirische Wirklichkeiten (weder Dinge noch Vorgänge) dar, sondern reine Abstraktionen von bloß mathematischer, nicht physikalischer Geltung. Der Sache nach wird dies ohne Zweifel auch von Einstein und Minkowski vorausgesetzt; aber da dieser Verhalt, bei

Minkowski namentlich, nicht ausgesprochen, sondern von Zeit und Raum von vornherein nur im empirischen Sinne geredet wird, so kann der irreleitende Schein entstehen, als sollten die rein mathematischen Begriffe der Zeit und des Raumes und mit ihnen die Abstraktionen der reinen Mechanik überhaupt um ihr Recht gebracht und nur ein empirischer Begriff der Zeit und des Raumes anerkannt werden, der dann aber (wie Minkowski eben zeigt) überhaupt nicht mehr einer, sondern unendlicher Variation unterworfen wäre. Dem mathematischen Physiker bedeuten eben Zeit und Raum nur das Bezugssystem für seine Gleichungen. Dieses ist allerdings, als auf bestimmte empirische Aufgaben bezogen, auch an sich wandelbar, durch die „Erscheinungen“ (welcher Begriff hier geradezu im Kantischen Sinne verstanden werden dürfte) niemals „eindeutig festgelegt“ oder „gegeben“ (Minkowski S. 7). Es ist daher für den erkenntniskritisch geschulten Leser ein durchaus nicht unerwartetes Ergebnis, daß wir (wie Minkowski S. 9 sagt) in der Welt (nämlich der Physik) überhaupt nicht mehr „den“ Raum, sondern unendlich viele Räume haben (und entsprechend nicht „die“ Zeit, sondern unendlich viele); „analog“ (setzt Minkowski hinzu) „wie es im dreidimensionalen Raum unendlich viele Ebenen gibt“. Aber wenn es dann weiter heißt: „Die dreidimensionale Geometrie wird ein Kapitel der vierdimensionalen Physik“, so wird damit der Unterschied von Mathematik und Physik verwischt, der geometrische Raum selbst in einer nicht zulässigen Weise zu einem Objekt der Physik gemacht. Es ist das übrigens wohl nur als eine bequeme Kürze des Ausdrucks zu deuten; gemeint ist ohne Zweifel nicht die dreidimensionale Geometrie (die allenfalls ein Kapitel einer vierdimensionalen Geometrie, aber nicht einer vierdimensionalen Physik genannt werden könnte), sondern die Gesetze physikalischer Bestimmung im dreidimensionalen Raum. Die Zeit als vierte Dimension zu den dreien des (physikalischen) Raumes

zu bezeichnen ist übrigens nicht anstößig, sondern entspricht ganz dem erweiterten Dimensionsbegriff, wie er seit Descartes bekannt und geläufig ist, wonach eine Dimension mehr einfach einen Parameter mehr bedeutet. Gleichartig wird damit aber der Zeitparameter den Raumkoordinaten nicht; seine Beziehung zu jeder der letzteren bleibt grundverschieden von der Beziehung dieser unter sich; die „Union“, von der Minkowski spricht, liegt nur darin, daß alle vier Parameter miteinander und in bestimmter Abhängigkeit voneinander der gleichen Relativierung verfallen.

Richtig dagegen und sehr wichtig ist, daß die Gesetze der abstrakten, auf die absolute mathematische Zeit und den absoluten mathematischen Raum bezogenen Mechanik nicht schon physikalische Gesetze sind. Je strenger sich die Mechanik als „reine“ Wissenschaft gleich der Mathematik und in sozusagen stetigem Zusammenhang mit dieser konstituiert, um so weniger darf sie eine andere Geltung als die einer Abstraktion völlig auf gleicher Linie mit denen der reinen Mathematik beanspruchen. Physik, also auch Mechanik, sofern sie physikalische Geltung haben soll, ist als solche eine empirische Wissenschaft; sie kann nur mit einem Bezugssystem arbeiten, welches statt der idealen absoluten Eindeutigkeit der Zeit- und Ortsbestimmungen die höchste unter den gegebenen Bedingungen erreichbare empirische Eindeutigkeit zuwege bringt. Empirische Wissenschaft kann nur mit empirischem Maße messen; sie wird aber als Grundlage ihrer Messungen das größte erreichbare empirische Maß benutzen. Dieses ist für den gegebenen Stand der physikalischen Empirie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im freien Raum. Indem also diese als letzte Konstante allen physikalischen Zeit- und Raummessungen zugrunde gelegt, und zugleich beachtet wird, daß (wie aus der vorgeführten Betrachtung von Einstein sehr klar wird) empirische Zeit- und Raummessung gänzlich aneinander und an diese gleiche letzte Voraussetzung der Lichtge-

schwindigkeit gebunden sind, erhält das Zeit-Raum-System der Physik mit Notwendigkeit jene vierdimensionale und freibewegliche („nichteuclidische“) Gestalt, die bei Minkowski sich ergibt; und die Zeit drückt sich hierbei in der Tat mathematisch ganz analog einer vierten Dimension zu den drei Dimensionen des Raumes aus.

§ 12. (*Kritische Beleuchtung des Relativitätsprinzips und Bestätigung des Idealismus.*) Blicken wir von diesem Ergebnis nun noch einmal zurück auf unsere früheren, von Newton und Kant ausgehenden, rein logischen Aufstellungen über Zeit und Raum, so erkennen wir in dem Minkowskischen Relativitätsprinzip nur die konsequente Durchführung des bereits von Newton aufgestellten, von Kant festgehaltenen und schärfer gefaßten Unterschieds der reinen, absoluten, mathematischen von der empirischen, physikalischen Zeit- und Raumbestimmung, welche letztere durchaus nur relativ sein kann. Ohne Grund hat man jene Unterscheidung selbst von den neuen Anschauungen aus anfechten zu müssen geglaubt; sie wird im Gegenteil gerade durch sie dem Prinzip nach unwidersprechlich bestätigt, allerdings zugleich in der Durchführung noch weiter verschärft und strenger ausgestaltet.

Die Mechanik Newtons, wie sie überwiegend von den Nachfolgenden verstanden worden ist, (vielleicht nicht seiner eigenen Auffassung nach) stellt, von dem neuen Standpunkt aus betrachtet, eigentlich einen Versuch dar, den ideellen absoluten Bestimmungen doch noch eine unmittelbar physikalische Bedeutung zu retten, während sie ihrer Natur nach nur eine abstrakte Bedeutung beanspruchen können und in jeder empirischen Anwendung bestimmte Modifikationen erfahren müssen. Diese erforderliche Modifikation drückt sich bei Minkowski aus als Ersatz der „Gruppe G_∞ “ durch die „Gruppe G_c “, was der Sache nach besagt, daß an Stelle der abstrakten, auf die absolute mathematische Zeit und

den absoluten mathematischen Raum bezüglichen Bestimmungen solche treten müssen, die auf die Größe c (die Lichtgeschwindigkeit im freien Raum) als empirisch letzterreichbares eindeutiges Maß sich zurückbeziehen. Es erhalten dann die Newtonschen Bewegungsgleichungen und das Energieprinzip eine abgeänderte Fassung, die auf die Newtonsche Form sich aber sofort wieder zurückführt, wenn man statt $c \infty$ setzt.

Es ist eine fernere schöne Bestätigung, daß bei derselben Umformung eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation, gleich der Lichtgeschwindigkeit, sich ergibt. Auch hier erhält man, sobald man statt $c \infty$ setzt, die Newtonsche Voraussetzung wieder, wonach die Gravitation (wie es noch Descartes auch für das Licht annahm) sich mit „unendlicher Geschwindigkeit“ fortpflanzt, d. h. sich überhaupt zeitlos überträgt; eine Voraussetzung, in der längst das Anstößige, das jedem noch so versteckten Absolutismus in der Physik anhaftet, empfunden werden mußte und auch mehr oder weniger immer empfunden worden ist. Denn nicht eigentlich in der räumlichen Ferne zwischen dem wirkenden Körper und dem, an welchem die Wirkung erscheint, sondern in der Zeitlosigkeit der Wirkung liegt das Anstößige der sogenannten Fernwirkung. Die größere Nähe bleibt doch immer noch Entfernung; es wirkt also nach wie vor der Körper, „wo er nicht ist“; wo anders sollte er auch wirken, wenn doch die Wirkung sich über ihn hinaus erstrecken soll? Dagegen ist die absolute, zeitlose Allgegenwart der Wirkung im unendlichen Raum freilich eine Annahme, welche die Bedingungen der Empirie schlechthin überspringt. Das ist der geheime Absolutismus der Newtonschen Physik, welcher ihr Ausklingen in eine hoch naive, ganz vorsokratisch anmutende, etwa Xenophanäische Theologie immerhin begreiflicher erscheinen läßt.

Es ist kaum nötig, zu bemerken, daß das über das Relativitätsprinzip hier Gesagte für nicht mehr als einen noch

ungewissen letzten Ausblick angesehen sein will. Handelt es sich doch um eine noch neue, zugleich mathematisch schwierige und in alle Gebiete der Physik eingreifende, geradezu alle ihre bisherigen fundamentalsten Voraussetzungen mehr oder minder tief berührende Theorie. Verhält es sich aber in der Hauptsache so, wie hier dargelegt worden ist, so ist zu sagen, daß der logische Ertrag dieser Theorie an sich zwar nicht gering, für unsere früheren Aufstellungen aber keineswegs störend oder auch nur unerwartet, sondern nur in hohem Grade bestätigend ist. Allerdings nicht eine „prästabilisierte Harmonie zwischen der reinen Mathematik und der Physik“ (nach dem letzten Satze des Minkowskischen Vortrags) wird dadurch erwiesen. Die reine Mathematik steht mit der physikalischen Empirie nicht in einer solchen Beziehung, die einen direkten Einklang zwischen beiden auch nur möglich machen würde. Einen solchen erzwingen zu wollen, war vielmehr gerade der Fehler Newtons oder der auf ihm fußenden Physik, der durch das Relativitätsprinzip endgültig berichtigt ist. Die Mathematik der Naturwissenschaft freilich, d. h. die Voraussetzungen, welche die reine Mathematik auf die Physik in einem gegebenen Stadium ihrer Entwicklung anwendbar machen, muß in genauem Einklang stehen mit den Grundvoraussetzungen dieser Physik; welche Harmonie indessen durch keine andere Instanz stabilisiert ist oder je stabilisiert werden könnte als — die mathematische Naturwissenschaft selbst.

Vor allem muß man sich hüten, je empirische Bestimmungen für absolut unabänderlich anzusehen. Minkowski unterläßt nicht zu bemerken, die Voraussetzung, daß für alle Geschwindigkeiten in der Natur die Lichtgeschwindigkeit die obere Grenze bilde, habe „beim ersten Eindruck etwas Mißfälliges“. Es wird sich in der Tat mit dieser oberen Grenze nicht anders verhalten als mit allen anderen oberen und unteren Grenzen, auf welche die empirische Natur-

forschung jemals geführt hat oder noch führen wird. Unentrinnbar stößt man hier wie in der Frage der zeitlichen und räumlichen Ausdehnung des Universums und in der Frage des letzten Einfachen auf die alten „Antinomien“; oder in anderer Wendung: auf die „transzendente Idealität der Zeit und des Raumes“. Eine absolute Bestimmung des Gegenstandes würde ein absolut letztes Bezugsglied fordern; empirisch aber kann nichts anderes verlangt werden als: an solche Bestimmungen als letzte sich zu halten, über die hinaus die Voraussetzungen weiterer Bestimmung eben empirisch nicht gegeben sind; stets mit dem Vorbehalt, diese Bestimmungen zu korrigieren, sobald die Voraussetzungen dazu vorliegen. Niemals aber darf ein solches empirisch Letztes für ein absolut Letztes ausgegeben werden. Daß jede empirische Zeit- und Ortsbestimmung an bestimmte Bedingungen geknüpft und auf solche eingeschränkt sein muß, ist aus allgemeinen Gründen leicht einzusehen. Daß bei dem heute gegebenen Stande der Empirie alle empirische Zeit- und Ortsbestimmung an eine bestimmte empirische Voraussetzung, nämlich die der Gleichförmigkeit der Lichtgeschwindigkeit, als vorläufig unüberschreitbar letzte gebunden ist, ergibt eine erwünschte Präzisierung dieser allgemeinen Ansicht auf den gegenwärtigen Stand der Forschung. Aber es kostet uns theoretisch gar nichts, diese Schranke in Gedanken aufgehoben zu setzen; uns zu denken, daß eine Überlichtgeschwindigkeit sich auf irgendeinem vielleicht sehr indirekten Wege unserer Kenntnis erschließen werde¹⁾; so wäre damit diese einstweilige Schranke dann niedergelegt, aber freilich die Beschränkung überhaupt, die eben aller empirischen Forschung notwendig anhaftet, nicht aufgehoben. Die Schranke wäre nur um eine Stufe weiter zurückgeschoben; die Unmöglichkeit absoluter Bestimmungen bliebe nach wie vor bestehen, nur das empirisch letzte Bezugsglied wäre ein anderes geworden.

1) Vgl. Poincaré [148], S. 140ff. bes. 143.

Gerade Kants Grundauffassung (wie sie oben, § 1, dargelegt worden ist) wird durch die neue Theorie auffallend bestätigt. Kant hatte (s. o. S. 332) betont, daß die Zeit keines einzigen Naturereignisses je anders als nach empirischen Gesetzen der Natur, also auch nur in den Grenzen der stets bloß empirischen Gültigkeit dieser Gesetze, bestimmbar sei: weil die Zeit selbst — und vom Raum gilt dasselbe — kein Gegenstand der Wahrnehmung ist, also die Zeitstellen der Ereignisse nicht durch ihr Verhältnis zu einer etwa gegebenen absoluten Zeit bestimmt sein, sondern nur die Erscheinungen selbst sich ihre Stellen in der Zeit gegenseitig bestimmen können, indem ihre gesetzliche Ordnung sie erst bestimmbar macht. Gerade das, was, wie es scheint, für die Entdecker des Relativitätsprinzips selbst das am meisten Überraschende war: diese gänzliche Relativierung der Zeitbestimmung, ist somit nur die Bestätigung eines der fundamentalsten Sätze Kants, und für den, der dessen Thesen durchdacht hat, genau nur das, was man erwarten mußte.

Übrigens verliert das Grundgesetz der eindeutigen Bestimmung damit nichts von seiner logischen Geltung; nur die Möglichkeit seiner empirischen Erfüllung wird in bestimmter Weise eingeschränkt. Die Freiheit der Wahl des Zeitparameters wie der Raumkoordinaten ist für die Einheit des Naturerkennens schon darum nicht bedrohlich, weil sie die Eindeutigkeit der Naturgesetze überhaupt nicht berührt. Gerade dies ist vielleicht das wichtigste Ergebnis der Minkowskischen Untersuchung: die „Invarianz“ der Naturgesetze gegenüber allen „Lorentz-Transformationen“; welche, als sehr bedeutsame Erweiterung, an die Stelle der alten Annahme der Invarianz der Newtonschen Mechanik für eine translatorische oder zirkuläre Bewegung der Weltkoordinaten tritt. Eine weitergehende Eindeutigkeit der empirischen Zeit- und Raumbestimmung, als die für die Aufstellung von Naturgesetzen zureicht, ist ja nicht erforder-

lich. Die Freiheit in der Wahl des Bezugssystems ist, wie auch die Vertreter des Relativitätsprinzips zu bemerken nicht unterlassen haben, ganz analog der Abwandlung der Euklidischen Bestimmungen des Raumes oder der Benutzung mehr-als-dreidimensionaler Beziehungen in der Behandlung spezieller Probleme nicht bloß der reinen Mathematik, sondern auch der mathematischen Physik. Es wird dadurch — um auch das nicht unausgesprochen zu lassen — die nichteuklidische und die mehr-als-dreidimensionale Geometrie, wie auch eine analoge Behandlung des Zeitbegriffs, nur genau in dem Sinne bestätigt, in dem auch wir sie anerkannt haben, nämlich als wertvolle Hilfe bei der Bearbeitung besonderer Probleme; nicht aber als neue Einsicht in die logische Bedeutung und den logischen Grund der rein mathematischen Bestimmungen des Zeit- und Raumbegriffs; geschweige als deren Abdankung.