Universitätsbibliothek Paderborn

Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften

Natorp, Paul

Leipzig [u.a.], 1910

§ 1. Mathematik und Logik.

urn:nbn:de:hbz:466:1-35817

Visual Library

Erstes Kapitel.

Das Problem einer Logik der exakten Wissenschaften.

§ 1. (*Mathematik und Logik.*) Das Problem einer logischen Grundlegung zur exakten Wissenschaft soll in diesem Kapitel nur erst als solches entwickelt und zur erreichbaren Bestimmtheit gebracht, es soll noch nichts, was zu seiner Lösung gehört, entscheidend aufgestellt werden. Einer solchen Vorbereitung bedarf es, weil schon die Aufgabe selbst, so wie sie hier verstanden wird, nicht allgemein als solche anerkannt ist.

Mathematik und jede exakte Wissenschaft, das will sagen, jede Wissenschaft, welche oder soweit sie an dem Charakter des Mathematischen teilhat, strebt, logisch zu verfahren, d. h. von keinen anderen als streng definierten Begriffen Gebrauch zu machen und das für sie Beweisbare zu beweisen. Aber nicht schon das macht sie zu einer der Logik unmittelbar zugehörigen Wissenschaft oder die Logik zu ihrem alleinigen Fundament. In diesem allgemeinen Sinne logisch verfahren möchte überhaupt jede Wissenschaft, wenn auch die Grade der erreichbaren logischen Strenge sehr verschieden sind; aber darum sind nicht alle Wissenschaften der Logik unmittelbar zugehörig oder ihrem wesentlichen Fundament nach logische. Das Unterscheidende liegt darin: ob die Grundbegriffe einer Wissenschaft selbst durch die Logik dargeboten, ob sie selbst zugleich Begriffe der Logik sind, und ob ihre ersten Grundsätze in den Gesetzen der Logik enthalten oder aus ihnen ableitbar, nicht bloß in irgendeinem losen, allgemeinen Sinne logisch, d. h. widerspruchsfrei und zusammenhängend sind. In dieser bestimmteren Bedeutung wird der logische Charakter behauptet von der Mathematik und allem, was in sonstigen Wissenschaften mathematisch ist, während er jedenfalls nicht in der gleichen strikten Bedeutung irgendeiner nicht mathematischen Wissenschaft zukommt.

Diese Auffassung von der wesentlich logischen Natur des Mathematischen vertrat unter den Alten Plato und die ihm gefolgt sind. Unter den Philosophen der neueren Zeit stehen Descartes und Leibniz ihr besonders nahe. Kant weicht von dieser Linie scheinbar ab, wenn er in der „reinen Anschauung" einen nicht-logischen Faktor einführt, der an der Begründung der Mathematik beteiligt sei. Aber als „reine" Anschauung nähert sie sich doch wieder sehr dem Logischen und faßt sich mit diesem in enger Einheit zusammen, ja sie scheint sich auf der Höhe des Kantischen Systems ganz wieder ins Logische aufzuheben, indem die „Synthesis", die anfangs den unterscheidenden Charakter der „Anschauung" bezeichnen sollte, gerade zur Urfunktion des Denkens wird. Die nachfolgende, von Kant ausgegangene Philosophie, auch die gegenwärtige, nichts weniger als „orthodoxe" neukantische Richtung hat an dem Dualismus von reiner Anschauung und reinem Denken mehr und mehr Anstoß genommen und endlich entschlossen mit ihm gebrochen. Vielleicht schon etwas zu entschlossen; denn daß in Kants Begriff der Anschauung sich ein keinesfalls zu vernachlässigendes Problem barg, davon werden wir uns bald überzeugen. Aber vorerst war es durch das eigene Prinzip der Kantischen Transzendentalphilosophie gefordert, daß man, was bei Kant zum wenigsten mißverständlich in die zwei Faktoren: reine Anschauung und reines Denken zerlegt wird, in strenger Einheit wieder zu-

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

sammennahm und als ein Einziges, für das man den Namen des „reinen Denkens“ unbedenklich festhalten kann, zu verstehen suchte.

Unter den Mathematikern etwa seit Kants Zeit findet man denselben Zwiespalt der Ansichten: eine ältere, deutlich von Kant beeinflußte Richtung, die aber nur noch wenig Anhänger zu zählen scheint, hält an einem Sonderanteil der Anschauung neben dem reinen Denken bei der Begründung der Mathematik, wenn nicht der ganzen, dann doch der Geometrie, noch immer fest; gerade die vorwärts strebenden aber, an der Spitze Frege, Dedekind, Cantor und schon früher Graßmann, im Ausland, um nur die jüngsten und eifrigsten zu nennen, Russell und Couturat, verwerfen diesen Dualismus ganz und arbeiten mit Anstrengung daran, den Bau der Mathematik rein auf logischem Fundament zu errichten. Einig sind beide Parteien über den reinen Apriori-Charakter der Mathematik; die empiristische, psychologistische und nominalistische Ansicht, wie sie etwa Helmholtz und Kronecker in den Aufsätzen für Zeller (1887) noch vertraten, ist von jener Seite (hier verdient besonders Frege Beachtung) in wuchtiger Beweisführung zurückgewiesen worden. Mit der rein logischen Begründung ist der Apriori-Charakter ohne weiteres gegeben, denn das reine Denken selbst auf Erfahrung gründen wollen hieße über den Sinn der Frage nicht im klaren sein.

Auch das gegenwärtige Buch unternimmt eine rein logische Begründung und behauptet damit den Apriori-Charakter der Mathematik, aber in einem anderen Sinne als die Vorgenannten. Es lehnt sich an die letzten Voraussetzungen von Kants Erkenntniskritik an, ohne dessen Unterscheidung von reiner Anschauung und reinem Denken im gleichen Sinne festzuhalten. Diese einzige Abweichung bedingt aber überhaupt eine durchgreifende Änderung der Disposition der erkenntniskritischen Grundbegriffe. Um die Art, wie hiernach die logische Begründung der Mathematik

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

verstanden wird, zur Deutlichkeit zu bringen, scheint es geeignet, ein Bedenken gleich hier in Erwägung zu ziehen, das sich der Behauptung des rein logischen Ursprungs und Charakters der Mathematik sofort entgegendrängen muß, und dessen Erörterung uns in die Tiefe des Problems wie mit einem Schritt hineinführen wird.

§ 2. (*Irrtum des Formalismus.*) Soll sich die Mathematik rein auf logischen Grundlagen aufbauen, ist zugleich ihr Verfahren durchaus und nur logisch: gibt es dann überhaupt noch eine Grenze oder irgendeinen sachlichen Unterschied zwischen Logik und Mathematik? Soll etwa Mathematik geradezu Logik, Logik Mathematik sein?

Eine extreme Richtung, durch Russell und Couturat hauptsächlich vertreten, zögert nicht, diese Frage fast ohne Einschränkung zu bejahen. „Reine" Mathematik wenigstens arbeitet ausschließlich mit den Mitteln und nach den Methoden des reinen Denkens; „angewandte" ist genau in dem, was sie von der reinen unterscheidet, nicht mehr Mathematik. Die genannten Forscher, wie auch schon Frege, möchten hierbei die Arithmetik sogar ausschließlich auf die alte, jedoch mannigfach erweiterte und berichtigte Formallogik stützen. Hilbert [*81*, S. 266] findet sehr mit Recht, daß diese jedenfalls einiges Arithmetische schon voraussetzt und man also mit dieser Begründung in einen Zirkel gerät. Aber es ist weit mehr zu sagen: Die alte formale Logik ist, in der Gestalt der symbolischen Logik oder Logistik, überhaupt in einen Zweig der Mathematik verwandelt, von welchem zu deren sonstigen Disziplinen sozusagen ein stetiger Übergang angenommen wird.[1]) Ist also die Mathematik nicht eine, sondern die Logik geworden, eine Logik ganz in der Art und dem allgemeinen Sinne

1) Bezeichnend dafür besonders Whitehead [*182*], worüber Bericht des Verfassers [*128*]; und Russell [*154*].

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN