



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Universitätsbibliothek Paderborn

Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften

Natorp, Paul

Leipzig [u.a.], 1910

§ 2. Irrtum des Formalismus.

urn:nbn:de:hbz:466:1-35817

verstanden wird, zur Deutlichkeit zu bringen, scheint es geeignet, ein Bedenken gleich hier in Erwägung zu ziehen, das sich der Behauptung des rein logischen Ursprungs und Charakters der Mathematik sofort entgegendrängen muß, und dessen Erörterung uns in die Tiefe des Problems wie mit einem Schritt hineinführen wird.

§ 2. (*Irrtum des Formalismus.*) Soll sich die Mathematik rein auf logischen Grundlagen aufbauen, ist zugleich ihr Verfahren durchaus und nur logisch: gibt es dann überhaupt noch eine Grenze oder irgendeinen sachlichen Unterschied zwischen Logik und Mathematik? Soll etwa Mathematik geradezu Logik, Logik Mathematik sein?

Eine extreme Richtung, durch Russell und Couturat hauptsächlich vertreten, zögert nicht, diese Frage fast ohne Einschränkung zu bejahen. „Reine“ Mathematik wenigstens arbeitet ausschließlich mit den Mitteln und nach den Methoden des reinen Denkens; „angewandte“ ist genau in dem, was sie von der reinen unterscheidet, nicht mehr Mathematik. Die genannten Forscher, wie auch schon Frege, möchten hierbei die Arithmetik sogar ausschließlich auf die alte, jedoch mannigfach erweiterte und berichtigte Formallogik stützen. Hilbert [*81*, S. 266] findet sehr mit Recht, daß diese jedenfalls einiges Arithmetische schon voraussetzt und man also mit dieser Begründung in einen Zirkel gerät. Aber es ist weit mehr zu sagen: Die alte formale Logik ist, in der Gestalt der symbolischen Logik oder Logistik, überhaupt in einen Zweig der Mathematik verwandelt, von welchem zu deren sonstigen Disziplinen sozusagen ein stetiger Übergang angenommen wird.¹⁾ Ist also die Mathematik nicht eine, sondern die Logik geworden, eine Logik ganz in der Art und dem allgemeinen Sinne

1) Bezeichnend dafür besonders Whitehead [*182*], worüber Bericht des Verfassers [*128*]; und Russell [*154*].

der alten formalen Logik, nur mit sehr viel weiterem Umfang? Und ist eben damit die Logik völlig zur Mathematik geworden, nicht zu einer, sondern zu der ganzen? — Couturat [31, S. 230], der vielleicht am weitesten nach dieser Seite geht, äußert sich darüber immerhin zögernd. Auf der einen Seite sieht er in der Mathematik einen Teil der Logik: sie sei ganz logisch der Form nach, aber beschreibe in ihrem Inhalt nur einen Teil des Umfangs der Logik; auf der anderen Seite will er die Logik rein rechnerisch gestalten, macht sie also unleugbar zu einem Zweig der Mathematik. Wäre es dann nicht folgerichtig, die Verschiedenheit von Logik und Mathematik überhaupt zu verneinen? Denn wenn zugleich A in B und B in A ganz enthalten ist, so sind nach einem bekannten Satze der rechnerischen Logik beide notwendig identisch.

Die entscheidende Voraussetzung, die zu dieser vielleicht nicht erwarteten noch gewollten Konsequenz trieb, war die: daß die Logik selbst eine deduzierende Wissenschaft sei. Da nämlich für diesen Standpunkt nicht bloß die Mathematik eine deduzierende Wissenschaft, sondern alle reine Deduktion Mathematik ist, so ist es in der Tat unentrinnbar, daß unter der genannten Voraussetzung die Logik ganz zur Mathematik und die Mathematik ganz zur Logik wird.

Hier liegt nun, wie wir meinen, der Fehler und der Grund des Fehlers offen zutage. Logik soll selbst eine deduktive Wissenschaft sein; nun aber gehört zur Aufgabe der Logik auf jeden Fall die Aufstellung der Gesetze des deduktiven Verfahrens und die Rechtfertigung der von ihm beanspruchten notwendigen und allgemeinen Geltung. Kann aber die Aufstellung und Rechtfertigung eines logischen Verfahrens durch dies Verfahren selbst geleistet werden? Das ist in sich widersinnig, da das Verfahren der Deduktion als aufgestellt und gerechtfertigt schon vorausgesetzt werden müßte, um die verlangte Aufstellung und

Rechtfertigung in gültiger Weise leisten zu können. Der Kreisgang der Begründung ist offenkundig; wenn also die Logik, als deduktive Wissenschaft von der Deduktion, den Kreisgang der Begründung etwa als logischen Verstoß ergeben sollte, so würde sie damit sich selbst das Urteil sprechen.

Die Unmöglichkeit der Sache wird nur ersichtlicher, wenn man weiter prüft, wie hierbei das Verfahren der Deduktion selbst vorgestellt wird. Man setzt an die Spitze Definitionen, die ausdrücklich nur Vereinbarungen über den Gebrauch gewisser Symbole, nicht Urteile, die notwendigerweise wahr oder falsch wären, bedeuten. Man formuliert dann Grundsätze in Hinsicht dieser Symbole, d. h. gibt Vorschriften über die Zulässigkeit gewisser mannigfach wechselnder Zusammenstellungen derselben; Vorschriften, die, schon weil sie nur die Zusammenstellung von Symbolen unerklärten Sinnes betreffen, ebenfalls nicht Urteile sein können, welche notwendig wahr oder falsch wären. Auch für diese Zusammenstellungen wird in der Tat kein weiterer Sinn angegeben oder vermißt; sie unterliegen einzig der Beschränkung, daß sie sich nicht selbst aufheben dürfen. Fortan rechnet man, d. h. stellt jene Symbole nach den gegebenen Vorschriften anders und anders zusammen. Ein Verständnis dieses ganzen Tuns wird in keiner Weise geboten, ist auch gar nicht erforderlich, vielleicht eher störend; die Rechnung verläuft genau so und bleibt ganz so zwingend, wenn man nichts dabei versteht, außer daß den Regeln gemäß verfahren wird. Man könnte sich die aufgestellten Grundbegriffe durch Rechenmarken ersetzt denken und könnte einen Automaten ersinnen, in den man die Marken nach der durch die Grundsätze bestimmten Ordnung oben hineinsteckte, und der dann das Resultat, nämlich dieselben Rechenmarken oder gewisse von diesen nur in einer anderen Ordnung, unten herausfallen ließe. So könnte man im buchstäblichen Sinne Schlüsse „ziehen“.

Sei dies nun Wissenschaft oder Spiel, belehrend oder bloß unterhaltend, oder beides oder keins von beiden, für uns genügt zu erklären, daß wir die Aufgabe der Logik so nicht verstehen. Nämlich uns kommt es in der Logik zuerst und zuletzt auf Sinn, auf Verstehen an, während wir frank und frei bekennen, bei jenem ganzen Tun nicht viel oder wenig, sondern nichts zu verstehen. Denn weder, daß das Verfahren den aufgestellten Regeln entspricht, noch daß das Ergebnis manchmal (nicht immer) mit etwas, das wir anderweitig zu verstehen glauben, zusammentrifft, gibt uns ein Verständnis des Sinns dieses ganzen Tuns. Soll es überhaupt einen haben?

§ 3. (*Grund des Irrtums. Synthetische und analytische Richtung des Denkens.*) Da jene Philosophen aber doch von einer sinnvollen, vielleicht sogar richtigen Absicht ausgegangen sein werden, so verlohnt es sich wohl, den Gründen ihres Fehlgehens nachzudenken. Der Hauptgrund dürfte zu erkennen sein in dem dogmatischen Festhalten an dem überlieferten Schema der klassischen, d. h. Aristotelischen Logik: man müsse definieren und beweisen; definieren bis zurück zu gewissen letzten, nicht mehr zu definierenden Begriffen, beweisen bis zurück zu letzten, nicht mehr zu beweisenden Sätzen. Wodurch sind denn diese uns gewiß? Hier findet schon Aristoteles sich in offener Verlegenheit. Bald gelten ihm die letzten Begriffe und Sätze als durch sich selbst evident oder durch ein Vermögen reiner Vernunft gegeben, bald als durch allgemeinste Erfahrung im Gebrauch bewährt und dadurch hinreichend gesichert. Daneben findet sich, versteckt und wenig beachtet, an einer Stelle¹⁾ vielleicht eine Ahnung des Richtigen. Da aber jene beiden Begründungsweisen offenbar unbefriedigend sind und eine dritte nicht klar erkannt war, so meinte man

1) S. des Verfassers „Platos Ideenlehre“ [131], S. 373.