



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Universitätsbibliothek Paderborn

Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften

Natorp, Paul

Leipzig [u.a.], 1910

§ 8. Josef Wellstein über die Grundlagen der Geometrie.

urn:nbn:de:hbz:466:1-35817

richten muß, als sie nach der Erfahrung. Man bezeichnet sie jetzt oft als „Grenzbegriffe“¹⁾; z. B. der Punkt ist die Grenze der ins Unendliche abnehmenden Distanz. Aber diese Grenzen sind ebensowenig in Erfahrung gegeben wie Cantors Überendliches oder Veroneses aktuell Unendlichkleines. Solche Begriffe an die Stelle der empirischen Daten setzen und diese vielmehr ihnen unterwerfen, ist das volle Gegenteil davon, diese Begriffe aus der Erfahrung zu entnehmen, sie nach Erfahrung zu richten. Kant war also ganz im Rechte, wenn er behauptete, daß die Geometrie auf Voraussetzungen faktisch fuße und zu fußen gar nicht umhin könne, die nicht durch Erfahrung gegeben sind, sondern ihr vielmehr zugrunde gelegt werden müssen, indem sie es sind, welche eine Erfahrung als Wissenschaft überhaupt nur möglich machen. Nur, wie und in welchem Sinne sie sie „allererst möglich machen“, bedurfte einer strengeren Bestimmung, als Kant sie gegeben hat; für welche strengere Bestimmung übrigens, wie wir gesehen haben, fast alle Voraussetzungen bei Kant selbst mehr oder weniger bestimmt vorliegen.

§ 8. (*Josef Wellstein über die Grundlagen der Geometrie.*) Wenn wir aussprachen, daß an sich jede physikalische Empirie mit jeder Geometrie durch geeignete Grundannahmen in Einklang gebracht werden könne, so ist damit anerkannt, daß, abstrakt logisch und rechnerisch angesehen, nicht die Euklidische Geometrie die einzige ist, mit der eine Naturwissenschaft sich widerspruchlos aufbauen läßt.

Im letzteren Sinne hatte Kants These Wellstein sich gedeutet, dessen anregungsreiche Darlegung (1871, bes. S. 129 ff.) schon darum unsere Beachtung fordert, weil sie sich tiefer, als es von Mathematikern sonst zu geschehen pflegt, in die Untersuchung auch der philosophischen Seite

1) So Max Simon z. B. [162], S. 21, mit öfterer Berufung auf B. Kerry [92].

unseres Problems einläßt. Die Frage der richtigen Interpretation der Kantischen Sätze darf hierbei um so mehr auf Seite gestellt werden, da Wellstein sichtlich bemüht ist, diesen Sätzen den günstigsten möglichen Sinn abzugewinnen.

Gesetzt es wäre unsere These, daß eine Physik überhaupt unter keinen anderen als den Euklidischen Voraussetzungen logisch und rechnerisch möglich sei, so würde dagegen mit vollem Recht eingewandt, was Wellstein eben unter dieser Voraussetzung einwendet: daß zwar, wenn es sich so verhielte, damit „eine Erkenntnis von ungeheurer Tiefe und gewaltiger Tragweite“ erreicht wäre; eine Erkenntnis, die weder aus der Erfahrung noch aus bloßen Begriffen geschöpft sein könnte, also eines ganz eigenen Quells bedürfte, den Kant mit dem Namen einer „Anschauung *a priori*“ nur etwa nicht rein und klar genug bezeichnet hätte; daß indessen das Faktum der mathematischen Naturwissenschaft, welches doch als letztentscheidende Instanz in einer solchen Frage gerade von Kant anerkannt wird, jene Annahme nicht bestätige. Vor allem sei die mathematische Naturwissenschaft bisher nicht zu einer so gesicherten Festlegung ihrer letzten Voraussetzungen gelangt, daß eine Aussage darüber heute möglich wäre, ob bestimmte Voraussetzungen, mit denen sie gegenwärtig überwiegend noch arbeitet, die für alle Zeit allein möglichen und zum Ziele führenden seien. Besonders zwischen der Physik des Ponderabelen und des Imponderabelen sei ein eindeutiger Zusammenhang bis dahin nicht hergestellt. Voraussetzungen, die auf dem einen Gebiet sich brauchbar erweisen, könnten für das andere überhaupt unbrauchbar oder wenigstens nicht die förderlichsten sein. Wellstein nähert sich nun aber in bemerkenswertem Maße der Einsicht, daß von Seiten der Physik eine Entscheidung über die Gültigkeit oder Ungültigkeit einer bestimmten Geometrie grundsätzlich unmöglich ist. Die Anwendbarkeit gleich-

viel welcher Geometrie auf die Physik nämlich erfordert in jedem Fall bestimmte physikalische Voraussetzungen; dabei zeigen sich im besonderen große Schwierigkeiten. Zunächst gibt es keine absolut starren Körper, die doch für jede direkte Messung im Raume die Voraussetzung wären. Sodann setzt die physikalische Messung auf große Entfernungen die Lichtfortpflanzung als absolut geradlinig, überhaupt in sich streng identisch voraus; ob sie es aber im absoluten Sinne ist, ob die Lichtfortpflanzungsbahn mit der Trägheitsbahn, die nach Definition als Euklidische Gerade angenommen wird, absolut identisch ist, läßt sich empirisch nicht ausmachen. Noch besondere, fast hoffnungslose Schwierigkeit macht die Wechselbeziehung zwischen Raum- und Zeitmessung, da die letztere selbst wieder nur auf räumlicher Grundlage möglich ist. Man hat als entscheidend die Tatsache ansehen wollen, daß die Parallelverschiebung eines starren Systems nur im Euklidischen Raum möglich sei. Aber auch diese wie jede andere auf den Euklidischen Raum bezogene Voraussetzung würde sich ohne Schwierigkeit auf irgendwelche nichteuklidischen Räume so umrechnen lassen, daß den Tatsachen nicht widersprochen wird. Weder die Starrheit noch die Parallelität muß oder darf überhaupt absolut verstanden werden. Ganz allgemein können Messungen im Raume nur innerhalb bestimmter Fehlergrenzen genau sein; sie sind nach oben wie nach unten nur im endlichen Bereich ausführbar; daher wird es stets möglich sein, die Tatsachen mit irgendeiner Geometrie dadurch in Einklang zu halten, daß die möglichen Abweichungen jenseits der Beobachtungsgrenzen fallen.

Im Zusammenhang dieser Erwägungen aber bekennt sich Wellstein allgemein mit einer Bestimmtheit, die man bei Mathematikern und Physikern nicht allzu häufig findet, zu den schroff idealistischen Sätzen: daß physikalische Tatsachen überhaupt nie im strengen Sinne „gegeben“, sondern stets nur Annahmen sind, und stets solche Voraussetzungen

einschließen, die wir, wenn auch von Beobachtungen geleitet, unsererseits zugrunde legen, um physikalische Tatsachen überhaupt erst bestimmbar zu machen (142). Die „wahren“ Tatsachen sind nicht Data, sondern das unendlich ferne Ziel der Forschung. Die „reinen“ Phänomene, die „exakten“ Gesetze sind nur Ideen und „werden immer Ideen bleiben“. Er folgert aber daraus: da die nichteuklidischen Voraussetzungen als „Ideen“ nicht weniger rein und streng sind als die Euklidischen, so haben sie an sich den gleichen Anspruch wie diese, der Naturwissenschaft zugrunde gelegt zu werden; das Vorrecht der Euklidischen Geometrie sei nicht prinzipiell, sondern nur historisch und etwa physiologisch-psychologisch oder auch durch die „Ökonomie des Denkens“ begründet. Eine „Zwangsläufigkeit unseres Geistes“, wie die Apriorität der Euklidischen Raumanschauung in Kants Sinn sie bedeuten würde, finde nicht statt; ihre Annahme sei bei Kant im Grunde nur ein „Erdenrest von Sensualismus“, der seinen sonst reinen und strengen Idealismus trübe.

Es müßte gelingen, mit einem so idealistisch gerichteten mathematischen Denker von einem Standpunkt aus zur Verständigung zu kommen, der nichts als die reinste Durchführung eben dieses Idealismus in der Prinzipienlehre der mathematischen Wissenschaften im Auge hat.

Über das Faktum besteht zwischen uns, und wohl heute überhaupt, keine tiefgehende Meinungsverschiedenheit mehr: alle Geometrien sind gleich denkmöglich, und jeder auf eine bestimmte Geometrie gestützte Ausdruck physikalischer Tatsachen würde sich auf jede andere Geometrie umrechnen lassen. Den technischen Nutzen dieser Verfügungsfreiheit über geometrische wie physikalische Voraussetzungen wird keiner, der sich mit diesen Dingen auch nur rezeptiv vertraut gemacht hat, heute mehr bestreiten wollen. Als denkmöglich aber hätte (wie Wellstein selbst zu bemerken nicht unterläßt) auch Kant die nichteuklidischen Geometrien

ruhig gelten lassen können, ebenso wie er die Denkmöglichkeit der Räume von mehr als drei Dimensionen bei Gelegenheit ausdrücklich anerkennt. Eine Anschauung *a priori* dagegen im Sinne einer Euklidischen „Zwangsläufigkeit unseres Geistes“ wäre (wie wir im Einklang mit der großen Mehrzahl der heutigen Vertreter der kritischen Methode schon lange anerkannt haben) ein einfacher Rückfall in die von Kant selbst in Hinsicht der reinen Verstandesbegriffe derb zurückgewiesene¹⁾ subjektivistische Begründung der Erkenntnis auf eine besondere Organisation unseres Geistes. Eine physiologisch-psychologische Präformation für den Euklid aber — die keinesfalls besteht — wäre wohl das Letzte, was wir an die Stelle des Kantischen Apriori der reinen Anschauung setzen würden. Die Denkökonomie endlich hat zwar ihr gutes Recht in der gesetzmäßigen Darstellung der Naturtatsachen im besonderen, aber sie kann nicht da entscheiden sollen, wo es sich um die Voraussetzungen handelt, die allein *a priori* heißen dürfen, nämlich die, welche überhaupt nur eine Naturwissenschaft möglich machen. Daß zu diesen eine zeit-räumliche Anordnung der Erscheinungen überhaupt gehört, kann nicht wohl zweifelhaft sein und wird der Sache nach auch von denen festgehalten, die es mit Worten bestreiten. Wunderlich aber wäre es nun doch, wenn hierüber zwar das Daß bestimmt, das Wie dagegen unendlich unbestimmt sein und bleiben sollte. Es wäre (so habe ich es früher einmal ausgedrückt), wie wenn ein Gesetzgeber bestimmt hätte, daß eine jede Sache als irgendjemandes Eigentum anzusehen sei, aber eine Festsetzung darüber zu treffen vergessen hätte, wessen Eigentum sie im Zweifelsfalle sei. Nun haben wir hier nicht über irgendeinen unbekanntem Weltgesetzgeber zu Gericht zu sitzen; es handelt sich um keine andere Gesetzgebung,

1) Kr. § 27, Prol. § 36, Anm. gegen Crusius (man könne dabei „niemals wissen, was der Geist der Wahrheit oder der Vater der Lügen uns eingeflößt haben möge“)

als die unserer Erkenntnis. Also träfe der Einwurf niemand anders als unser eigenes Denken; welches dann hoffentlich in sich gehen und auf bessere Konsequenz bedacht sein wird.

Nun scheint Wellstein die Einzigkeit der Zeit als aus transzendentalen Grunde feststehend anzuerkennen. Sie ergibt sich ihm, wie uns, als Veränderliche t , d. h. als eindimensionale Reihe von Stellziffern, welche die stetige Zahlreihe schlechthin einsinnig von $-\infty$ zu $+\infty$ durchläuft. Nun, im gleichen Sinne behaupten wir, daß der Raum für den rein begrifflichen Aufbau einer Mechanik als auf einzige Weise bestimmt zugrunde zu legen sei, aus keinem anderen als demselben transzendentalen Grunde, der für die Eindeutigkeit der Zeit entscheidet: weil nur so eine eindeutige Bestimmung der Bewegung und damit überhaupt irgendwelcher Veränderung in der Natur möglich wird. Die Gerade als das Grundgebilde des Raumes war aus eben diesem Grunde wiederum der stetigen, nur jetzt nicht einsinnig, sondern beidsinnig verstandenen Zahlreihe entsprechend anzusetzen; auf dieser Grundlage aber ergab sich mit logischem Zwang der ganze weitere Aufbau einer Geometrie Euklidischen Charakters, zunächst mit unbeschränkter Dimensionenzahl, für deren Beschränkung sich dann aber auch eine wiederum analoge Begründung aufweisen ließ. Die so sich ergebende „Notwendigkeit“ ist also nicht absolute Denknötwendigkeit, auch nicht subjektive Anschauungsnotwendigkeit, sondern die rein objektive Notwendigkeit der einzigen Bedingung eindeutiger Bestimmbarkeit zeiträumlicher Veränderung, die sonst, vom Standpunkt abstrakten Denkens und Rechnens ebenso wie vom Standpunkt bloßer Erfahrung, in absoluter Unbestimmtheit verbleiben müßte.

Darstellbar müssen ja die Vorgänge der Natur auch nach Wellsteins Voraussetzung im Euklidischen Raume sein, wenn sie es überhaupt in irgendeinem sind. Da sie es aber, abstrakt genommen, in jedem von unendlichfach-un-

endlichen Räumen konstanter oder beweglicher Verfassung sind, so würde in der Tat alles in unendlichfach-unendlicher Unbestimmtheit verbleiben, wenn nicht solche letzte Bestimmungsgesetze existierten, die nicht willkürlich, so oder so wählbar, oder auf Festlegung durch denkfremde Faktoren (Erfahrung) angewiesen sind — eine Festlegung, die, wie gezeigt, wohl überhaupt nicht möglich wäre, in keinem denkbaren Falle aber eine mehr als provisorische Gültigkeit beanspruchen könnte —, sondern die in sich so bestimmt sind, daß es durch sie möglich wird, bestimmt zu machen, was ohne sie in haltloser Unbestimmtheit verbleiben müßte.

Führt man in die rein mathematischen Voraussetzungen auch nur ein „Minimum von Denkfremdheit“ ein, reicht man dem Empirismus auch nur diesen kleinen Finger, so darf man sich nicht wundern, daß er gleich die ganze Hand nimmt. So ist es z. B. Russell [153] ergangen, der, von ursprünglich idealistischer Voraussetzung ausgehend und mit besserem Verständnis des Sinnes der transzendenten Methode, als etwa Helmholtz und Erdmann es in dieser Frage bewiesen haben, dennoch bei einem Empirismus endete, der über die Gesetze des Raumes die Entscheidung in der Erfahrung sucht. Nachdem aber allseitig klargestellt ist, daß Erfahrung hier ein- für allemal keine Entscheidung geben kann, daß wir die gesetzmäßige Darstellung der Erscheinungen, insoweit sie rein mathematisch ist, vollständig in der Hand haben, ist der Empirismus überhaupt keine mögliche Lösung mehr.

Auf alle Fälle aber wäre die empiristische Lösung unvereinbar mit dem klaren Idealismus, den wir Wellstein bekennen hörten. Man kann nicht gleichzeitig Kant den Erdenrest von Sensualismus, der seinen Idealismus noch trübe, zum Vorwurf machen, und dem heutigen (Neu-)Kantianismus anraten, der Empirie (in Sachen der Grundlegung der Mathematik!) doch etwas mehr Spielraum zu gewähren (Wellstein S. 132, Anm. 2). Man kann nicht

auf der einen Seite gegenüber Kant die strengere Durchführung des Idealismus fordern, auf der anderen aber (122) Gauß nachsprechen, man müsse „in Demut zugeben, daß, wenn die Zahl bloß unseres Geistes Produkt ist, der Raum auch außer unserem Geiste eine Realität hat, der wir *a priori* ihre Gesetze nicht vollständig vorschreiben können“. Zwar macht Wellstein hierbei den Vorbehalt, daß er für „Raum“ „Raumordnung“ setzt. Die Raumordnung des Empirischen ist natürlich Sache der Empirie; sie ist nicht bloß nicht vollständig, sondern gar nicht *a priori* bestimmbar. Aber nach ihr war hier gar nicht die Frage, sondern nach den Grundbestimmungen des reinen, geometrischen Raumes. Für diese aber auf eine Realität außer unserem Geiste zu verweisen, ist unter idealistischen Voraussetzungen schlechterdings unverständlich. Es wäre dies, wenn ein wertendes Prädikat hier überhaupt am Platze wäre, eine Hoffart menschlicher Erkenntnis und nicht Demut zu nennen. Man könnte uns ebensogut an Gott oder den Vater der Lügen (s. o. S. 322, Anm. 1) verweisen. Es gilt dann auch gleichviel, ob man von einer Organisation unseres Geistes spricht oder von Urbeschaffenheiten der Dinge an sich. Vom einen und von anderen wissen wir genau gleichviel, nämlich nichts.