Leonh. Eulers, ... Theorie der Planeten und Cometen

Euler, Leonhard

Wien, 1781

Anhang.

A n h a n g.

Anhang.

§. 1. Da ich die vorhergehende Abhandlung schon vollendet, und die nach meiner Theorie, durch angeführte Beobachtungen bestimmte Cometen Bahn an die königl. Gesellschaft der Wissenschaften von Paris geschicket hatte; war der berühmte Hr. Cassini so gütig, mir alle seine Beobachtungen von diesem Cometen mitzutheilen, um meiner Absicht, die Theorie durch Observationen zu prüfen, Genüge zu leisten. Die Beobachtungen sind folgende:

Mittlere Zeit. Paris.					Länge des Cometen.				Breite des Cometen		
1743.	Decemb.	21^{T}.	6^{h}.	58′	0^{s}.	22°.	23′.	0″	16°.	18′.	57″
		30.	5.	54	0.	16.	29.	38	17.	12.	55″
1744.	Jenner.	1.	5.	41	0.	15.	19.	35	17.	23.	23
		3.	5.	28	0.	14.	11.	18	17.	32.	39
		4.	5.	21	0.	13.	38.	11	17.	37.	27
		5.	5.	14	0.	13.	5.	57	17.	42.	16
		6.	5.	8	0.	12.	34.	44	17.	46.	20
		7.	5.	2	0.	12.	3.	12	17.	51.	23
		8.	4.	55	0.	11.	33.	8	17.	55.	50
		10.	9.	42	0.	10.	24.	34	18.	5.	14
		11.	9.	1	0.	9.	58.	40	18.	9.	35
		12.	9.	11	0.	9.	31.	15	18.	13.	26
		13.	7.	52	0.	9.	5.	30	18.	17.	4
		16.	8.	43	0.	7.	45.	15	18.	30.	26
		17.	7.	41	0.	7.	20.	58	18.	34.	22
		18.	7.	0	0.	6.	56.	46	18.	38.	2
	Febr.	1.	7.	55	0.	1.	9.	54	19.	34.	0
		3.	7.	49	0.	0.	18.	26	19.	42.	53
		7.	7.	55	11.	28.	16.	22	19.	53.	54
		10.	7.	17	11.	26.	32.	1	19.	56.	23
		11.	5.	47	11.	25.	52.	51	19.	57.	35
		12.	5.	51	11.	25.	12.	45	19.	56.	4
		13.	5.	39	11.	24.	28.	25	19.	53.	15
		15.	6.	46	11.	22.	46.	47	19.	44.	15
		16.	6.	19	11.	21.	54.	54	19.	36.	0
		17.	6.	30	11.	20.	55.	51	19.	23.	0
		18.	6.	3	11.	19.	54.	0	19.	10.	30
		23.	5.	34	11.	13.	12.	44	16.	41.	3
		24.	5.	47	11.	11.	36.	30	15.	48.	4
		25.	5.	22	11.	9.	52.	46	14.	39.	7
		29^{T}.	18^{h}.	44′	11^{s}.	2°.	31′.	59″	6°.	28′.	21″

§. 2. Ueberhaupt betrachtet, wird unsere Theorie durch diese Beobachtungen fürtreflich erwiesen. Dann da der Comet vom Anfange seiner Erscheinung bis auf den 18 Hornung fast immer die nämliche Breite gehabt, sich auch in die Länge sehr langsam bewegt hat, so wendete er sich plötzlich gegen die Ecliptik, und beschleunigt seine Bewegung in die Länge. Hieraus ist abzunehmen, wie er schon vor dem 4ten März in die Ecliptik kommen konnte, wie es auch die Theorie verlangte. Und wenn man auf die Zeiten der Observationen, die Orte des Cometen, nach unseren Elementen berechnet, so wird sich kaum ein merklicher Unterschied ergeben, welches anzeigt, daß wir der Natur der Cometen Bahn ziemlich nahe gekommen sind.

§. 3. Was aber besonders zu diesem Anhange Gelegenheit gab, ist die Bemerkung, daß aus angeführten Beobachtungen, die von uns berechnete Laufbahn leicht kann verbessert, und der Wahrheit näher gebracht werden. Zu dieser Absicht könnte selbst jene Methode gebraucht werden, deren wir uns vorhin bedienet haben, weil sie aber sehr nahe Beobachtungen voraussetzet, so würden uns die vielen, und weit entfernte Observationen wenig nützen, obgleich diese zwey Bedingnisse zu Bestimmung einer Cometen Bahn sehr wesentlich sind; wir bedarfen aber auch dieser Methode nicht mehr, da die Laufbahn uns schon bekannt ist, und wir eine andere Anleitung für solche Fälle gegeben haben.

§. 4. Unterdessen hat aber auch, die von uns zu Bestimmung einer Cometen Bahn gebrauchte Methode nicht geringe Schwierigkeiten. Erstlich, erfodert sie sehr lange, und verdrüßliche Berechnungen, und die Menge der unbekannten Größen, welche aus den Abweichungen von der Observation sollen bestimmet werden, machen die Ausführung nicht nur beschwerlich, sondern auch wegen viel vernachläßigten Größen, sehr ungewiß; und ob diese gleich so geringe sind, daß jede einzeln ohne großen Fehler kann weggelassen werden, so könnten doch alle zusammengenommen, einen merklichen Irrthum verursachen. Dieses bewog mich eine andere Methode zu suchen, durch welche eine schon halb bekannte Laufbahn, nicht allein leicht, und behende kann verbessert werden, sondern die auch zugleich weniger unbekannte Größen fodert; und ich schmeichle mir, eine solche Methode gefunden zu haben.

§. 5. Damit wir aber nicht alle sechs Bestandtheile der Cometen Bahn zugleich in die Rechnung bringen, so wollen wir aus ihnen nur einige als bekannt annehmen, um durch sie aus den gegebenen geocentrischen Ort eines Cometen den heliocentrischen zu berechnen. Dieses aber kann füglich aus der Lage der Knoten Linie, und der Neigung gegen die Ecliptik geschehen; dann wenn diese zwey Stücke bekannt sind, so ist hieraus der heliocentrische Ort, nebst der Entfernung von der Sonne leicht zu finden, nach einer Methode, die zwar schon bekannt ist, bey den Planeten aber wegen ihrer gar geringen Neigung auf die Ecliptik sich nicht wohl anwenden läßt, es sey dann, man habe Beobachtungen, die bis auf einzelne Secunden richtig sind; sollte aber die Inclination ganz verschwinden, so fände man gar nichts aus dieser Methode; und überhaupt, je geringer die Neigung, um so unsicherer ist die Berechnung nach dieser Methode. Dahero sie bey den Cometen, mit ungemeinen Vortheil kann gebraucht werden, weil diese unter sehr großen Winkeln, sich gegen die Ecliptik neigen.

§. 6. Wenn wir also die Lage der Knoten Linie samt der Inclination der Laufbahn als bekannt annehmen, so läßt sich aus jedem beobachteten Orte der wahre Ort durch nach-folgende Aufgabe finden; und obgleich beyde Stücke uns nur beynahe bekannt sind, so schadet doch dieses der Genauigkeit dieser Auflösung nichts, weil wir nachgehends eine Methode anführen werden, wie eine schon beynahe bekannte Laufbahn durch drey Beobachtungen noch genauer zu bestimmen ist.

1. Aufgabe Fig. 13.

Aus der Lage der Knoten Linie, und der Neigung einer Cometen-Bahn gegen die Ecliptik, für jeden beobachteten geocentrischen Ort die heliocentrische Länge, samt dem Abstand von der Sonne finden.

Auflösung.

§. 7. Man berechne für die gegebene Zeit den Ort der Sonne, und die Entfernung $ST = c$ von der Erde; und da die Lage der Knoten Linie SN bekannt ist, so wird es auch der Winkel $TSN = s$ seyn. Ferners werde nach der beobachteten Länge des Cometen, die Linie TN gezogen, welche die Knotenlinie in N schneide, so ist der Winkel STN der Unterschied zwischen den Längen der Sonne, und des Cometen, folglich bekannt. Man setze nun $STN = t$, so wird $SNT = 180^\circ - s - t. = n$, und im Dreyecke STN wegen allen bekannten Winkeln samt der Seite $ST = c$ findet man $TN = \frac{ST \text{ sin. } s}{\text{sin. } n}$, und $SN = \frac{ST \text{ sin. } t}{\text{sin. } n}$. Nach diesen Voraussetzungen sey der Comet in C, wovon ein Loth Cc auf die Fläche der Ecliptik TSN falle, so ist $CTc = p$ die geocentrische Breite; aus c werde auf SN der Perpendikel cP gezogen, und mit CP verbunden, so stellt der Winkel $CPc = i$ die Neigung gegen die Ecliptik vor, woraus nun der Punkt C bestimmet wird. Dann wenn $cN = x$, und $TN = \frac{c \text{ sin. } s}{\text{sin. } n} = a$ so ist $Tc = a - x$. Ferners im Dreyecke cNP ist $cP = x \text{ sin. } n$, und im Dreyecke CPc wird $Cc = x \text{ sin. } n \text{ tang. } i$, wie auch aus dem Dreyeck CTc wird $Cc = (a - x) \text{ tang. } p$, vergleicht man beede Werthe, so ist:

$$x = \frac{a \text{ tang. } p}{\text{tang. } p + \text{sin. } n \text{ tang. } i} = cN. \text{ und } Tc = \frac{a \text{ sin. } n \text{ tang } i}{\text{tang. } p + \text{sin. } n. \text{ tang. } i}$$

$= \frac{c \text{ sin. } s \text{ tang. } i}{\text{tang. } p + \text{sin. } n \text{ tang. } i}$, woraus $TC = \frac{c \text{ sin. } s \text{ tang. } i}{\text{sin. } p + \text{sin. } n \,.\, \text{cos. } p \,.\, \text{tang. } i}$, welches die Entfernung des Cometen von der Erde ist. Aus dem gefundenen Werthe von $cN = x$, wird $PN = x \text{ cos. } n$; und $cP = x \text{ sin. } n$; wie auch $SP = SN - NP$, woraus tang. $cSN = \frac{cP}{SP}$, und $Sc = \frac{cP}{\text{sin. } cSN} = \frac{SP}{\text{cos. } cSN}$. Ferners wird auch tang. $CSc = \frac{Cc}{Sc}$ und folglich kennet man die heliocentrische Breite CSc, aus welcher die Entfernung des Cometen von der Sonne $SC = \frac{Cc}{\text{sin. } CSc} = \frac{Sc}{\text{cos. } CSc}$. Endlich, weil $\frac{SP}{SC} =$ cos.

CSN, so zeigt dieser Winkel die heliocentrische Weite des Cometen, vom Knoten N. Da nun die Fläche der Cometen Bahn gegeben ist, so wird aus dem Winkel NSC und der Linie SC, der wahre, aus der Sonne gesehene Ort des Cometen gefunden.

1. Folgerung.

§. 8. Da $\frac{C \sin.\ s}{\sin.\ n} = a$; so ist $x = cN = \frac{c \sin.\ s.\ \mathrm{tang.}\ p}{\sin.\ n.\ (\mathrm{tang.}\ p + \sin.\ n.\ \mathrm{tang.}\ i)}$ und $cP = \frac{c.\ \sin.\ s.\ \mathrm{tang.}\ p}{(\mathrm{tang.}\ p + \sin.\ n.\ \mathrm{tang.}\ i)}$; folglich $CP = \frac{c.\ \sin.\ s.\ \mathrm{tang.}\ p.\ \cos.\ i}{\mathrm{tang.}\ p + \sin.\ n.\ \mathrm{tang.}\ i}$. Ferners ist $PN = \frac{c.\ \sin.\ s.\ \mathrm{tang.}\ p.\ \cot.\ n}{\mathrm{tang.}\ p + \sin.\ n.\ \mathrm{tang.}\ i}$, welcher Werth von $SN = \frac{c \sin.\ t}{\sin.\ n}$ abgezogen, zurückläßt $SP =$

$$\frac{c.\ (\sin.\ t.\ \mathrm{tang.}\ p + \sin.\ n.\ \sin.\ t.\ \mathrm{tang.}\ i - \cos.\ n.\ \sin.\ s.\ \mathrm{tang.}\ p)}{\sin.\ n.\ (\mathrm{tang.}\ p + \sin\ n.\ \mathrm{tang.}\ i)}.$$

Weil aber $\sin.\ t = \sin.\ n.\ \cos.\ s + \cos.\ n.\ \sin.\ s$, so ist $SP = \frac{c\ (\cos.\ s.\ \mathrm{tang.}\ p + \sin.\ p.\ \mathrm{tang.}\ i)}{\mathrm{tang.}\ p + \sin.\ n.\ \mathrm{tang.}\ i.}$.

2. Folgerung.

§. 9. Weil nun $\frac{CP}{SP}$ die Tangente des Winkels CSN giebt, so ist, $\mathrm{tang.}\ CSN = \frac{\sin.\ s.\ \mathrm{tang.}\ p}{\cos.\ i.\ \cos.\ s.\ \mathrm{tang.}\ p + \sin.\ t.\ \sin.\ i}$, woraus dann, $\cot.\ CSN = \frac{\cos.\ i}{\mathrm{tang.}\ s} + \frac{\sin.\ t.\ \sin.\ i}{\sin.\ s.\ \mathrm{tang.}\ p}$; es wird also, aus den Winkeln s, t, i, und p, die Elongation des Cometen, vom Knoten, oder der Winkel CSN gefunden.

3. Folgerung.

§. 10. Man setze den gefundenen Winkel $CSN = m$, so daß $\cot.\ m = \frac{\cos.\ i}{\mathrm{tang.}\ s} + \frac{\sin.\ t.\ \sin.\ i}{\sin.\ s.\ \mathrm{tang.}\ p}$; so wird, $\frac{\sin.\ i}{\mathrm{tang.}\ p} = \frac{\sin.\ s \cot.\ m}{\sin.\ t} - \frac{\sin.\ s.\ \cos.\ i}{\sin.\ t.\ \mathrm{tang.}\ s}$. Weil wir nun gefunden haben, $CP = \frac{c.\ \sin.\ s.\ \mathrm{tang.}\ p : \cos.\ i}{\mathrm{tang.}\ p + \sin.\ n.\ \mathrm{tang.}\ i} = \frac{c.\ \sin.\ s}{\cos.\ i + \sin.\ n.\ \sin.\ i : \mathrm{tang.}\ p}$, wenn dieser letzte Werth, anstatt $\frac{\sin.\ i}{\mathrm{tang.}\ p}$ gesetzt wird, so kömmt, $CP = \frac{c \sin.\ t}{\cos.\ i.\ \cos.\ n + \sin.\ n.\ \cot.\ m}$.

4. Folgerung.

§. 11. Da ferners $\frac{CP}{\sin.\ m} = SC$, so ist $SC = \frac{c.\ \sin.\ t}{\sin.\ m \cos.\ n.\ \cos.\ i + \sin.\ n.\ \cos.\ m}$, und so wird aus der Entfernung der Erde von der Sonne $ST = c$, sammt den Winkeln

m, n, i und t die Entfernung SC des Cometen von der Sonne gefunden. Weil aber sin. m. cos. $n = \frac{1}{2}$ sin. $(m+n) + \frac{1}{2}$ sin. $(m-n)$; cos. m. sin. $n = \frac{1}{2}$ sin. $(m+n) - \frac{1}{2}$ sin. $(m-n)$ und $\frac{1+\text{cos.}\,i}{2} = \text{cos.}^2\,\frac{1}{2}\,i$ und $\frac{1-\text{cos.}\,i}{2} = \text{sin.}^2\,\frac{1}{2}\,i$, so ist: $CS = \frac{c\ \text{sin.}\ t}{\text{sin.}\ (m+n)\ \text{cos.}^2\ \frac{1}{2}\ i - \text{sin.}\ (m-n).\ \text{sin.}^2\ \frac{1}{2}\ i}$.

5. Folgerung.

§. 12. Die Berechnung also würde füglicher angestellt werden, wenn man zuvor, folgende Werthe suchen wollte.

$$\text{cot. CSN} = \frac{\text{cos.}\ i}{\text{tang.}\ s} + \frac{\text{sin.}\ t.\ \text{sin.}\ i}{\text{sin.}\ s.\ \text{tang.}\ p}$$

$$\frac{ST}{CP} = \frac{\text{cos.}\ i}{\text{sin.}\ s} + \frac{\text{sin.}\ n.\ \text{sin.}\ i}{\text{sin.}\ s.\ \text{tang.}\ p};$$

woraus dann, $SC = \frac{CP}{\text{sin. CSN}}$.

6. Folgerung.

§. 13. Ist nun aber die Linie CP gefunden, so ergiebt sich hieraus leicht die Entfernung CT des Cometen von der Erde. Dann weil, sin. $p = \frac{Cc}{cT}$ und sin. $i = \frac{Cc}{CP}$, so ist $\frac{\text{sin.}\ p}{\text{sin.}\ i} = \frac{CP}{CT}$, dahero $CT = \frac{CP\ \text{sin.}\ i}{\text{sin.}\ p}$; wir brauchen aber zu unserem Vorhaben, die Entfernung des Cometen von der Erde nicht.

7. Folgerung.

§. 14. Wenn der Comet in der Ecliptik selbst beobachtet würde, daß dessen geocentrische Breite verschwindet, so ist, cot. CSN $= \infty$, folglich verschwindet auch der Winkel CSN selbst, der Comet wird also in den Punkt N sich befinden, und seine Entfernung von der Sonne wird seyn $= \frac{c\ \text{sin.}\ t.}{\text{sin.}\ n}$.

8. Folgerung.

§. 15. Wenn die Erde in ihren Knoten ist, so wird der Winkel TSN $= s = o$; in welchem Fall sowohl CP als auch der Winkel CSN zu verschwinden scheinen. Aber alsdann wird auch tang. $p +$ sin. n. tang. $i = o$, so daß cP und CP dannoch bestimmte Werthe bekommen, obgleich ihre beiderseitige Größe sich nicht angeben läßt. Beobachtungen von dieser Art scheinen zu unserer Absicht zwar gänzlich überflüssig, sie sind es aber nicht, dann wenn die Lage der Knoten Linie bekannt ist, so kann hieraus die Neigung der Bahn zuverlässig bestimmet werden, welche ist, tang. $i = -\frac{\text{tang. } p}{\text{sin. } n}$, welches für die Planeten von ausgebreiteten Nutzen wäre.

9. Folgerung.

§. 16. Wenn der Winkel $n = o$, das heißt, wenn die von der Erden aus gesehene Länge des Cometen, mit der heliocentrischen Länge des Knoten übereinskömmt, so werden die Sinusse der Winkel s und t gleich seyn, und die Entfernung des Cometen von der Erde ist sodann, $TC = \frac{c. \text{sin. } s \text{ tang. } i}{\text{sin. } p}$ und cot. $CSN = \frac{\text{cos. } i}{\text{tang. } s} + \frac{\text{sin. } i}{\text{tang. } p}$; endlich, $\frac{ST}{CP} = \frac{\text{cos } i}{\text{sin. } s}$ oder $CP = \frac{\text{sin. } s}{\text{cos. } i}$. ST.

10. Folgerung.

§. 17. Wenn der Comet zur Zeit der Opposition, oder Verbindung mit der Sonne ist beobachtet worden, so wird sin. $t = o$; und in diesem Falle ist: cot. $CSN = \frac{\text{cos. } i}{\text{tang. } s}$, und $\frac{ST}{CP} = \frac{\text{cos. } i}{\text{sin. } s} + \frac{\text{sin. } i}{\text{tang. } p}$, weil sin. $n =$ sin. s.

11. Folgerung.

§. 18. Sollte endlich die Neigung des Cometen gegen die Ecliptik verschwinden, so daß $i = o$, so müßte auch die beobachtete Breite p nichts werden, und in diesem Falle, ließe sich nichts herausbringen, weil der Bruch $\frac{\text{sin. } i}{\text{tang. } p} = o$.

12. Folgerung.

§. 19. Aus den beobachteten geocentrischen Ort, kann man also immer dessen wahren Ort finden, das heißt: die heliocentrische Elongation von dem Knoten, nebst der Entfernung von der Sonne, ausgenommen die Erde stünde zu Zeit der Beobachtung nahe bey der Knoten Linie.

§. 20. Nimmt man also die Knoten Linie, und Neigung als bekannt an, so laßen sich aus drey beobachteten Orten des Cometen, die entsprechende drey wahre Orte in seiner Bahn finden. Und da man weiß, daß die Laufbahn ein Kegelschnitt ist, dessen einen Brennpunkt die Sonne einnimmt, so läßt sich aus diesen drey Punkten, die ganze krumme Linie, durch folgende Aufgabe bestimmen.

2. Aufgabe. Fig. 14.

Aus drey gegebenen wahren Orten eines Cometen, samt dessen Entfernungen von der Sonne, die ganze Laufbahn finden; nämlich, die Lage der Sonnennähe, die Distanz von der Sonne, und den Parameter.

Auflösung.

§. 21. Die Tafel stelle die Fläche vor in welcher sich der Comet beweget, in S seye die Sonne, und ☊ s ☋ die Knoten Linie. F, G, und H sind die drey wahren Orte des Cometen in seiner Bahn, die bekannten Entfernungen von der Sonne sind, SF $=$ F; SG $= g$; SH $= h$; durch vorhergehende Methode kennet man die Winkel FS ☋; GS ☋, und HS ☋, aus welchen FSG $= \varphi$; und FSH $= \psi$. Nach diesen Vorrichtungen, sey das Perihelium in A, die Axe der Laufbahn ASC; und die senkrechte Ordinate BS sey der halbe Parameter. Setzen wir nun AS $= a$; BS $= b$; ASF $= v$ die wahre Anomalie des Ortes F; so ist folglich ASG $= v + \varphi$, und ASH $= v + \psi$, aber aus der Natur der Kegelschnitte, ist $f = \frac{ab}{a + (b - a) \operatorname{cos.} v}$, woraus $a = \frac{bf \operatorname{cos.} v}{b - f + f \operatorname{cos.} v}$. Eben so aus dem zweyten Orte G ist: $a = \frac{bg \operatorname{cos.} (v + \varphi)}{b - g + g \operatorname{cos.} (v + \varphi)}$ und aus den dritten, ist: $a = \frac{bh \operatorname{cos.} (v + \psi)}{b - h + h \operatorname{cos.} (v + \psi)}$. Aus der ersten, und zweyten Gleichung wird, $(b - g) f \operatorname{cos.} v = (b - f) g \operatorname{cos.} (v + \varphi) = (b - f) g (\operatorname{cos.} v \operatorname{cos.} \varphi - \operatorname{sin.} v \operatorname{sin.} \varphi)$, theilt man alles durch $\operatorname{cos.} v$, so ist: $(b - g) f = (b - f) g \operatorname{cos.} \varphi - (b - f) g. \operatorname{sin.} \varphi \operatorname{tang.} v$, woraus dann: $\operatorname{tang.} v = \operatorname{cot.} \varphi - \frac{f (b - g)}{g (b - f)} \operatorname{cos.}ac\, \varphi = \frac{1}{\operatorname{tang.} \varphi} - \frac{f (b - g)}{g (b - f) \operatorname{sin.} \varphi}$.

Gleichfalls giebt die erste, und dritte Gleichung: $\operatorname{tang.} v = \frac{1}{\operatorname{tang.} \psi} - \frac{f (b - h)}{h (b - f) \operatorname{sin.} \psi}$. vergleicht man beyde Werthe von tang. v, so wird:

$$\frac{1}{\operatorname{tang.} \varphi} - \frac{f (b - g)}{g (b - f) \operatorname{sin.} \varphi} = \frac{1}{\operatorname{tang.} \psi} - \frac{f (b - h)}{h (b - f) \operatorname{sin.} \psi}$$

oder, $\frac{(b - f)}{f. \operatorname{tang.} \psi} - \frac{(b + g)}{g \operatorname{sin.} \varphi} = \frac{(b - f)}{f \operatorname{tang.} \psi} - \frac{(b + h)}{h. \operatorname{sin.} \psi}$, woraus dann:

$$b = \frac{\frac{1}{\operatorname{tang.} \varphi} - \frac{1}{\operatorname{sin.} \varphi} - \frac{1}{\operatorname{tang.} \psi} + \frac{1}{\operatorname{sin.} \psi}}{\frac{1}{f. \operatorname{tang.} \varphi} - \frac{1}{g \operatorname{sin.} \varphi} - \frac{1}{f. \operatorname{tang.} \psi} + \frac{1}{h. \operatorname{sin.} \psi}},$$

welche Formel leicht kann berechnet werden, und mit größerem Vortheile zu gebrauchen ist, als die gewöhnliche geometrischen Verzeichnungen so man von dieser Aufgabe hat. Aus dem halben Parameter b, läßt sich die

die Lage der Absiden Linie durch den Winkel v bestimmen, welcher aus einer von folgenden zwo Gleichungen gefunden wird:

$$\text{tang. } v = \frac{1}{\text{tang. } \varphi} - \frac{f(b-g)}{g(b-f)\text{ sin. } \varphi};\quad \text{tang. } v = \frac{1}{\text{tang. } \varphi} - \frac{f(b-h)}{h(b-f)\text{ sin. } \psi};$$ und

hieraus die Entfernung im Perihelio, $a = \frac{bf\text{ cos. } v}{b-f+f\text{ cos. } v}$, und auf solche Art bestimmt man die ganze Laufbahn.

1. Folgerung.

§. 22. Wenn wir aus obiger Gleichung: $(b-g)f = (b-f)g\text{ cos. }\varphi - (b-f)g\text{ sin. }\varphi\text{ tang. }v$, anstatt tang. v, den Werth von b suchen, so wird:

$$b = \frac{fg - fg\text{ cos. }\varphi + fg\text{ sin. }\varphi\text{ tang. }v}{f - g\text{ cos. }\varphi + g\text{ sin. }\varphi\text{ tang. }v}.$$ Gleichfalls ist aus der dritten Beobachtung,

$$b = \frac{fh - fh\text{ cos. }\psi + fh\text{ sin. }\psi\text{ tang. }v}{f - h\text{ cos. }\psi + h\text{ sin. }\psi\text{ tang. }v},$$ vergleicht man nun beyde, so erhält man:

$$\begin{aligned} & g(1-\text{cos. }\varphi).(f-h\text{ cos. }\psi) + g(f-h\text{ cos. }\psi).\text{sin. }\varphi\text{ tang. }v \\ - & h(1-\text{cos. }\psi)(f-g\text{ cos. }\varphi) + gh(1-\text{cos. }\varphi).\text{sin. }\psi\text{ tang. }v = 0 \\ & \qquad - h(f-g\text{ cos. }\varphi)\text{ sin. }\psi\text{ tang. }v \\ & \qquad - gh(1-\text{cos. }\psi)\text{ sin. }\varphi\text{ tang. }v \end{aligned}$$ oder,

$f(g-h) - g(f-h)\text{ cos. }\varphi + h(f-g)\text{ cos. }\psi + g(f-h)\text{ sin. }\varphi\text{ tang. }v - h(f-g)\text{ sin. }\psi\text{ tang. }v = 0$ woraus dann gefunden wird:

$$\text{tang. } v = \frac{f(h-g) - g(h-f)\text{ cos. }\varphi + h(g-f)\text{ cos. }\psi}{h(g-f)\text{ sin. }\psi - g(h-f)\text{ sin. }\varphi}.$$

2. Folgerung.

§. 23. Wenn der Winkel $\varphi = 180$, so daß FS; FG in einer geraden Linie liegen, und sin. $\varphi = 0$; tang. $\varphi = 0$, wird $b = \dfrac{\frac{1}{\text{tang. }\varphi} - \frac{1}{\text{sin. }\varphi}}{\frac{1}{f\text{ tang. }\varphi} - \frac{1}{g\text{ sin. }\varphi}} = \dfrac{\text{cos. }\varphi - 1}{\frac{\text{cos. }\varphi}{f} - \frac{1}{g}}$.

Es ist aber cos. $\varphi = -1$, folglich, $b = \frac{2fg}{f+g}$, welches auf eine schon bekannte Eigenschaft der Kegelschnitte führet.

3. Folgerung.

§. 24. Wenn wir den allgemeinen Ausdruck des Parameters durch Linien andeuten, so erhalten wir folgenden Lehrsatz, welcher die Natur der Kegelschnitte nicht wenig erkläret:

Lehr-

Lehrsatz Fig. 15.

Wenn von drey beliebigen Punkten F; G; H eines Kegelschnittes, gerade Linien FS, GS, HS, auf den einen Brennpunkt S gezogen, und zwey davon G, H, mit dem dritten F durch die Linien GF, HF verbunden werden, und wenn man endlich aus G die Linie GTK parallel mit FS ziehet, welche die Linien HF, HS, in I und k schneiden; so ist: GI zu (SK + KG − SG), wie SF zum halben Parameter.

Beweis.

§. 25. Man heiße wie vorhin, die Entfernungen $FS = f$; $GS = g$; $HS = h$. und die Winkel $FSG = \varphi$; $FSH = \psi$; ferners falle aus S auf GIK das Loth $SL = r$. Da nun die Winkel GSL; KSL die Ergänzungen der Winkel φ und ψ sind, so ist $GL = \frac{r}{\text{tang.}\,\varphi}$; $KL = \frac{r}{\text{tang.}\,\psi}$; $SG = \frac{r}{\text{sin.}\,\varphi}$; $SK = \frac{r}{\text{sin.}\,\psi}$. Hieraus nun wird $SK + KG - SG = \frac{r}{\text{sin.}\,\psi} + \frac{r}{\text{tang.}\,\varphi} - \frac{r}{\text{tang.}\,\psi} - \frac{r}{\text{sin.}\,\varphi}$. Man ziehe KM parallel mit HF; so ist, $SH : SK = SF : SM$ oder, $h : \frac{r}{\text{sin.}\,\psi} = f : SM$; woraus dann $SM = \frac{fr}{h\,\text{sin.}\,\psi}$, folglich $FM = IK = f - \frac{fr}{h\,\text{sin.}\,\psi} = \frac{fr}{r} - \frac{fr}{h\,\text{sin.}\,\psi}$. Weil aber $SG = \frac{r}{\text{sin.}\,\varphi} = g$ so ist $r = g\,\text{sin.}\,\varphi$, und hieraus $IK = \frac{fr}{g\,\text{sin.}\,\varphi} - \frac{fr}{h\,\text{sin.}\,\psi}$. Folglich, $GI = KG - KI = \frac{r}{\text{tang.}\,\varphi} - \frac{r}{\text{tang.}\,\psi} - \frac{fr}{g\,\text{sin.}\,\varphi} + \frac{fr}{h\,\text{sin.}\,\psi}$, da wir aber gefunden haben,

$$b = \frac{\frac{1}{\text{tang.}\,\varphi} - \frac{1}{\text{sin.}\,\varphi} - \frac{1}{\text{tang.}\,\psi} + \frac{1}{\text{sin.}\,\psi}}{\frac{1}{f\,\text{tang.}\,\varphi} - \frac{1}{g\,\text{sin.}\,\varphi} - \frac{1}{f\,\text{tang.}\,\psi} + \frac{1}{h\,\text{sin.}\,\psi}} = \frac{\frac{r}{\text{tang.}\,\varphi} - \frac{r}{\text{sin.}\,\varphi} - \frac{r}{\text{tang.}\,\psi} + \frac{r}{\text{sin.}\,\psi}}{\frac{r}{\text{tang.}\,\varphi} - \frac{r}{g.\,\text{sin.}\,\varphi} - \frac{r}{\text{tang.}\,\psi} + \frac{fr}{h\,\text{sin.}\,\psi}} \cdot f,$$

so ist der halbe Parameter, $b = \frac{SK + KG - SG}{GI} \cdot SF$, folglich $GI : SF = SK + KG - SG$ zum halben Parameter.

§. 26. Bisher haben wir die zwischen den Beobachtungen verflossenen Zeiten nicht betrachtet; jetzt aber können wir aus der schon bekannten Laufbahn die Zeiten bestimmen, in welchen der Comet vom Perihelium A zu jeden der drey Punkte F, G, H gelangen

mußte,

mußte, woraus dann die Zeit von einer Beobachtung zu der andern sich von selbst ergiebt. Stimmen nun diese Zeiten mit den beobachteten überein, so ist es ein gewisses Zeichen, daß die Lage der Knoten Linie, und die Neigung der Bahn richtig angenommen sey; weichen sie aber von den beobachteten ab, so zeigt dieses, daß in einem von beyden Stücken ist gefehlet worden. Ist dieser Fehler nicht sehr beträchtlich, (und er kann es nicht seyn, weil wir diese Elementen schon durch die erste Methode ziemlich genau kennen,) so läßt er sich durch seine Abweichung von den Beobachtungen selbst verbessern, und weil wir zwey Unterschiede der Zeit haben, die mit den berechneten können verglichen werden, so entstehen hieraus zwey Gleichungen, durch welche die begangenen Fehler zu verbessern sind. Man bedarf also nur drey Beobachtungen, um die wahre Bahn eines Cometen zu bestimmen.

§. 27. Kennet man nun einmal durch vorhergehende Methode die Laufbahn des Cometen überhaupt, so weiß man auch die Lage der Knoten Linie, und die Neigung gegen die Ecliptik mit hinlänglicher Genauigkeit, für unsere Absicht. Man dürfte selbst die Berechnung nicht mit vieler Strenge führen, sondern eine geometrische Verzeichnung wäre ebenfalls genug, und würde das ganze Verfahren nicht wenig abkürzen. Ist man endlich so weit gekommen, daß man die Lage der Knoten Linie, und die Neigung ziemlich beynahe weiß, so kann man sich gleich folgender Methode bedienen.

3. Aufgabe.

Aus der schon beyläufig bekannten Knoten Linie, und der Neigung auf die Ecliptik die wahre Laufbahn durch drey Beobachtungen genau bestimmen.

Auflösung.

§. 28. Die durch vorhergehende Methode gefundene Länge des aufsteigenden Knoten sey $= l$, und die Neigung der Bahn auf die Ecliptik $= n$. Man wähle sich nun drey Hypothesen, in der ersten heiße die Länge des Knoten, und die Neigung wie vorhin; in der zweyten sey die Länge $= l$ die Neigung aber $n + \nu$, (wo man für ν einen, zwey, oder mehr Grade kann gelten laßen, nachdem man den Fehler kleiner, oder größer schätzet;) In der dritten endlich heisse die Länge des Knoten $l + \lambda$ und die Neigung $= n$, (allwo von λ eben das gilt, was von ν gesagt worden.) je genauer man also die Werthe von l und n kennet, desto kleiner darfen ν und λ angenommen werden, wenn nur die wahre Laufbahn in den drey Hypothesen enthalten ist. Ferners suche man drey sehr weit von einander entfernte Beobachtungen, wo man aber sorgen muß, keine solche zu nehmen, wo die Erde der Knoten Linie schon nahe gestanden hat.

Für die Zeiten dieser Beobachtungen werden die Orte der Sonne, nebst ihren Distanzen von der Erde berechnet, und nach der ersten Aufgabe dieses Anhanges für jede Hypothese, die Entfernungen des Cometen von der Sonne, und seine Elongationen von der Knoten Linie; ist dieses geschehen, so suche man durch die vorhergehende Aufgabe die Laufbahn des Cometen für jede Hypothese, wo wir dann drey verschiedene Bahnen bekommen, zwischen welchen die wahre enthalten seyn muß. Um diese zu bestimmen, suche man die zwischen den Beobachtungen verflossenen Zeiten, nach einer jeden Hypothese. Es sey also T die

die Zeit von der ersten, zu der zweyten Beobachtung, die aus der ersten Hypothese gefunden wird; $T + p$ die Zeit aus der zweyten, $T + q$ die Zeit aus der dritten Hypothese; die beobachtete Zeit sey aber $T + k$; ferners in der wahren Laufbahn sey die Länge des aufsteigenden Knoten $l + x$, die Neigung $n + y$, so setze man:

	I. Hypothese	II.	III.	wahre Laufbahn
Länge des Knoten =	l	l	$l + \lambda$	$l + x$
Neigung =	n	$n + \eta$	n	$n + y$
Zeit von der I zur II Beobachtung =	T	$T + p$	$T + q$	$T + k$

Nun kann man folgendermassen urtheilen. Wenn wir die Neigung n und η vermehren, so wird die Zeit T um p vergrössert, und der Zuwachs y der Neigung giebt den Zuwachs der Zeit $= \frac{py}{\eta}$: weil ferners die Vermehrung λ des Knoten die Zeit um q vermehret, so wird die Vermehrung x des Knoten l die Zeit um $\frac{qx}{\lambda}$ vergrössern; es ist folglich in der wahren Laufbahn die Zeit von der ersten zur zweyten Beobachtung, $= T + \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda}$, welches der beobachteten Zeit $T + k$ gleich seyn muß, also: $\frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda} = k$. Eine ähnliche Gleichung findet man aus der Zeit von der ersten zur dritten Beobachtung, und aus diesen giebt sich der Werth von x und y, wie auch die wahre Größe von $l + x$ und $n + y$. Da endlich aus dem Vergleich der drey angenommenen Hypothesen erhellet, was für eine Veränderung die Vermehrungen η und λ sowohl in dem Parameter b, als auch in der Entfernung im Perihelio a, ferners in der wahren Anomalie v für die erste Beobachtung, und in der Zeit vom Perihelio bis auf die erste Observation hervorgebracht haben, so kann man leicht aus x und y bestimmen, wie groß diese Vermehrungen seyn müssen. Und auf diese Art läßt sich der Parameter der wahren Laufbahn, die Entfernung im Perihelio von der Sonne sowohl, als von den Orten der Beobachtungen, und endlich die Zeit des Perihelium leicht finden.

1. Folgerung.

§. 29. Aus den gefundenen wahren Anomalien eines Cometen, für jede Beobachtung kann man die Zeit, um welche sie von dem Augenblicke des Perihelium unterschieden sind, ebenfalls angeben. Dann wenn die Entfernung von der Sonne im Perihelium $= a$, der hal-

halbe Parameter $= b$, die wahre Anomalie $= v$, so setze man: $\frac{2a - b}{b} = n$, wo n bey parabolischen Laufbahnen eine sehr kleine Zahl seyn wird; und $t = \text{tang.}\ \frac{1}{2}v$, und suche den Werth von dieser Reihe:

$$S = t + \tfrac{1}{3}t^3 - \tfrac{2}{5}nt^5 + \tfrac{3}{7}n^2t^7 - \tfrac{4}{9}n^3t^9 + \tfrac{5}{11}n^4t^{11}$$
$$+ \tfrac{3}{5}n^2t^5 - \tfrac{4}{7}n^3t^7 + \tfrac{5}{9}n^4t^9 - \tfrac{6}{11}n^5t^{11}$$ &c. woraus die periodische Zeit in Tägen ausgedrückt seyn wird $= \frac{a^2}{m\sqrt{b}}S$. wo $m = 271989, 739$ und $Lm = 5, 4345525139$.

2. Folgerung.

§. 30. Wenn die auf solche Art gefundene Verbesserungen x und y zu groß herauskommen sollten, so würden sie auch nicht sehr genau seyn. Wir setzten zwar, daß die Veränderungen aus dem Anwachse von der Länge des Knoten, und der Neigung der Bahn dem Anwachse selbst proportional sind, dieses aber kann nur in der Voraussetzung gelten, wenn die Anwuchse ganz klein sind. Unterdessen ist doch diese Arbeit nie fruchtlos, und führet uns immer auf eine genauere Kenntniß der Knoten Linie, und der Neigung, wodurch wir im Stande sind, neue Hypothesen mit mehr Zuverläßigkeit zu machen; und wird die vorhin angestellte Berechnung wiederholet, so gelangen wir endlich zur Laufbahn des Cometen so genau, als die bey den Beobachtungen, unvermeidlichen Fehler es gestatten können.

§. 31. Dieser Methode bediente ich mich, um die vorhin gefundene Bahn des Cometen zu verbessern. Da aber die damals vorräthigen Beobachtungen zu sehr vom Perihelio entfernet waren, so konnte die herausgebrachte Neigung der Bahn nicht anders als sehr unsicher herauskommen, weil die kleinste Veränderung in der Distanz des Cometen von der Erde einen Unterschied von einigen Graden hervorbrachte. Ich mußte also die Berechnung zweymal anfangen, davon die erste mir gleich zeigte, daß die Neigung um viel kleiner sey, als ich vermuthete, und kaum 47° übersteige. Zu der zweyten bediente ich mich aus den Beobachtungen des berühmten Hr. Cassini, der ersten und letzten, weil sie weit von einander entfernet sind, und der Comet bey der letzten nahe am Perihelium war, wo folglich wegen seines geschwinden Laufes der geringste Fehler einen sehr merklichen Unterscheid verursachen mußte; zu diesem wählte ich noch die vorletzte, und ob sie gleich der letzten sehr nahe ist, so beschrieb doch der Comet während dieser Zeit einen sehr beträchtlichen Winkel, daß also diese drey Punkte mir besonders tauglich schienen, die Laufbahn mit Sicherheit zu bestimmen. Diese zweyte Berechnung will ich nun ganz hieherseßen, mit Weglassung der ersteren, welche nach dieser Vorschrift leicht kann angestellet werden.

Für

Für Paris mittlere Zeit.

1743.	Länge des Com.	Breite nördlich	
Decembr. 21. 6ʰ. 57′	0ˢ. 22°. 23′. 0″.	16°. 18′. 57″.	= p.
Länge der Sonne =	8 . 29 . 36 . 0	4, 992675	= L. ST
t = STN =	3ˢ. 22 . 47 . 0	112°. 47′. 0″	
	I. Hypothese.	II.	III.
i =	46. 50. 0″	47. 10. 0	46. 50. 0
heliocentrische Länge des ☊ =	1ˢ. 15. 50. 0	1ˢ. 15. 50. 0	1ˢ. 16. 10. 0
Länge der Erde =	2 . 29. 36. 0	2 . 29. 36. 0	2 . 29. 36. 0
s = TSN =	43. 46. 0	43. 46. 0	43. 26. 0
t = STN =	112. 47. 0	112. 47. 0	112. 47. 0
$s + t$ =	156. 33. 0	156. 33. 0	156. 13. 0
n = SNT =	23. 27. 0	23. 27. 0	23. 47. 0
von L. cos. i =	9, 835134	9, 832425	9, 835134
abgezogen { L. tang. s =	9, 981297	9, 981297	9, 976238
abgezogen { L. sin. s =	9, 839932	9, 839932	9, 837279
L. cos. i : tang. s =	9, 853837	9, 851128	9, 858896
L. cos. i : sin. s =	9, 995202	9, 992493	9, 997855
zu L. tang. p =	9, 466453	9, 466453	9, 466453
addirt L. sin. s =	9, 839932	9, 839932	9, 837279
	9, 306385	9, 306385	9, 303732
L. sin. i =	9, 862946	9, 865302	9, 862946
	0, 556561	0, 558917	0, 559214
addirt { L. sin. t =	9, 964719	9, 964719	9, 964719
addirt { L. sin. n =	9, 599827	9, 599827	9, 605606
L. sin. t. sin. i : sin. s. tang. p =	0, 521280	0, 523636	0, 523933
L. sin. n. sin. i : sin. s. tang. p =	0, 156388	0, 158744	0, 164820
cos. i : tang. s =	0, 714228	0, 709787	0, 722597
sin. t. sin. i : sin. s. tang. p =	3, 321080	3, 339160	3, 341440
cot. CSN =	4, 035308	4, 048947	4, 064037
L. cot. CSN =	10, 605876	10, 607342	10, 608958

Also CSN =	13°. 55′. 5″.	13°. 52. 25″.	13°. 49′. 25″
cos. i : sin. s =	0, 989015	0, 982865	0, 995075
sin. n. sin. i : sin. s. tang. p =	1, 433470	1, 441270	1, 461576
	2, 422485	2, 424135	2, 456651
L. =	c, 384260	0, 384556	0, 390343
von L. ST =	4, 992675	4, 992675	0, 992675
L. CP =	4, 608415	4, 608119	4, 602332
abgezogen L. sin. CSN =	9, 381170	9, 379810	9, 378270
L. SC =	5, 227245	5, 228309	5, 224062
SC =	168754	169165	167518

II. Beobachtung.

1744.	Länge des Com.	nördliche Breite.	
Hornung 25. 5. 36	11ˢ.9°.52′.46″.	14°. 39′. 7″	= p.
Länge der Sonne =	11 .6.31.37 .	4, 996003	= L. ST.
t = STN =	3°.21′.10″.		
Neigung der Bahn = i =	46°. 50′. 0″.	47°. 10′. 0″	46°. 50′. 0″
heliocentrische Länge des ☊ =	1ˢ.15°.50′. 0 .	1ˢ.15°.50′. 0″.	1ˢ.16°.10′. 0″
Länge der Erde =	5 . 6 .31 .40 .	5 . 6 .31 .40 .	5 . 6 .31 . 40
s = TSN =	3.20.41.40 .	3.20.41.40,	3.20.21 . 40
t = STN =	3.21.10 .	3.21.10 .	3.21 . 10
$s+t$ =	3.24. 2.50 .	3.24. 2.50 .	3.23.42. 50
n = SNT =	65.57.10 .	65.57.10 .	66.17.10
von L. cos. i =	9, 835134	9, 832925	9, 835134
abgezogen { L. — tang. s =	10, 422787	10, 422787	10, 430481
L. sin. s =	9, 971034	9, 971034	9, 971980
L. — cos. i : tang. s =	9, 412347	9, 409638	4, 404653
L. cos. i : sin. s =	9, 864100	9, 861 91	9, 863154
zu L. tang. p =	9, 417386	9, 417386	9, 417386
addirt L. sin. s =	9, 971034	9, 971034	9, 971980

	9, 388420	9, 388420	9, 389366
zu L. sin. i =	9, 822946	9, 865302	9, 862946
	0, 474526	0, 476882	0, 473580
addirt { L. sin. t =	8, 767038	8, 767038	8, 767038
addirt { L. sin. n =	9, 960571	9, 960571	9, 961689
L. sin. t. sin. i : sin. s. tang. p =	9, 241564	9, 243920	9, 240618
L. sin. n. sin. i : sin. s. tang. p =	0, 435097	0, 437453	0, 435269
— cos. i : tang. s =	0, 258433	0, 256826	0, 253895
sin. t. sin. i : sin. s. tang. p =	0, 174407	0, 175356	0, 174027
— cot. CSN =	0, 084026	0, 081470	0, 079868
L. — cot. CSN =	8, 924414	8, 910998	8, 902373
Also, CS ☋ =	85°. 11′. 45″.	85°. 20′. 35″.	85°. 26′, 0″
cos. i : sin. s =	0, 731308	0, 726760	0, 729716
sin. n. sin. i : sin. s. tang. p =	2, 723313	2, 738135	2, 724390
	3, 454621	3, 464895	3, 454106
L. =	0, 538400	0, 539690	0, 538335
von L. ST =	4, 996003	4, 996003	4, 996003
L. CP =	4, 458603	4, 456313	4, 457668
abgezogen L. sin. CS ☋ =	9, 998471	9, 998564	9, 998619
L. SC =	4, 460132	4, 457749	4, 459049
SC =	28849	28691	28777

III. Beobachtung.

1744.	Länge des Comet.	Breite, nördlich.	
Hornung 29^{T}. 18^{h}. 57$''$	11^{s}. 2°. 32′. 0″.	6°. 28′. 21″	= p
Länge der Sonne =	11 . 11 . 5 . 40.	4, 996506	= L. ST.
— t = STN =	8 . 33 . 40.		
i =	46°. 50′. 0.	47°. 10′. 0″.	46°. 50′. 0″
heliocentrische Länge des ☊ =	1^{s}. 15°. 50. 0.	1^{s}. 15 . 50. 0.	1^{s}. 16°. 10. 0″
Länge der Erde =	5 . 11 . 5 . 40.	5 . 11 . 5 . 40.	5 . 11 . 5 . 40
s = TSN =	3^{s}. 25°. 15′. 40″,	3^{s}. 25°. 15 . 40′	3^{s}. 24°. 55′. 40″
— t = STN =	8°. 33′. 40″,	8°. 33′. 48″	8°. 33′. 40′,

$s + t$ =

$s+t$ =	3ˢ. 16°. 42′. 0″.	3ˢ. 16°. 42′. 0″.	3ˢ. 16°. 22′. 0″
n = SNT =	73°. 18. 0.	73. 18. 0.	73. 38′. 0″
von L. cos. i =	9, 835134	9, 832425	9, 835134
abgezogen { L. tang. s =	10, 326180	10, 326180	10, 332758
abgezogen { L. sin. s =	9, 956347	9, 956347	9, 957531
L. — cos. i: tang. s =	9, 508954	9, 506245	9, 502376
L. cos. i sin. s =	9, 878787	9, 876078	9, 877603
zu L. tang. p =	9, 054784	9, 054784	9, 054784
addirt L. sin. s =	9, 956347	9, 956347	9, 957531
	9, 011131	9, 011131	9, 012315
L. sin. s =	9, 862946	9, 865302	9, 862946
	0, 851815	0, 854171	0, 850631
addirt { L. — sin. t =	9, 172790	9, 172790	9, 172790
addirt { L. sin. n =	9, 981285	9, 981285	9, 982035
L. — sin. t. sin. i : sin. s : tang. p =	0, 024605	0, 026961	0, 023421
L. sin. n. sin. i : sin. s : tang. p =	0, 833100	0, 835456	0, 832666
— cos. i: tang. s =	0, 322815	0, 320808	0, 317963
— sin. t. sin. i: sin. s tang. p =	1, 058290	1, 064050	1, 055410
— cot. CSN =	1, 381105	1, 384858	1, 373373
L. — cot. CSN =	10, 140226	10, 141405	10, 137788
Also CS ☊ =	35°. 54′. 25″.	35°. 50′. 0″.	36°. 3′. 35″
cos. i: sin. s =	0, 756462	0, 751759	0, 754404
sin. n. sin. i: sin. s. tang. p =	6, 809265	6, 846300	6, 802460
	7, 565727	7, 598059	7, 556864
	0, 878850	0, 880702	0, 878341
von L. ST =	4, 996506	4, 996506	4, 996506
L. CP =	4, 117656	4, 115804	4, 118165
abgezogen L. sin. CS ☋ =	9, 768246	9, 767474	9, 769840
L. SC =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
SC =	22357	22301, ½	22301

1744.			
Hornung. 29. 18. 57; f =	22357	$22301\frac{1}{2}$	22301
L. SF = L. f =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
☋ SF =	35°. 54'. 25''.	35°. 50'. 0''	36°. 3'. 25''.
Hornung. 25. 5h. 36'; g =	28849	28691	28777
L. SG = L. g =	4, 460132	4, 457749	4, 459049
☋ SG =	85°. 11'. 45''.	85°. 20'. 35''	85°. 26'. 0''.
1743.			
Decembr. 21. 6h. 57'; h =	168754	169165	167518
L. SH = L. h =	5, 227245	5, 228309	5, 224062
☋ SH =	166°. 4'. 55''.	166°. 7'. 35''	166°. 10'. 35''.
FSG = φ =	49. 17'. 20''.	49. 30'. 35''	49. 22'. 25''.
FSH = ψ =	130. 10. 30.	130. 17'. 35''	130. 7. 0.
180 − ψ = χ =	49. 49. 30.	49. 42. 25	49. 53. 0.
L. $\frac{1}{\text{tang. } \chi}$ = L. cot. χ =	9, 926506	9, 928321	9, 925609
L. f =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
L. $\frac{1}{f \text{ tang. } \chi}$ =	5, 577096	5, 579991	5, 577284
L. sin. χ =	9, 883137	9, 882380	9, 883510
L. $\frac{1}{\text{sin. } \chi}$ =	0, 116862	0, 117619	0, 116489
L. h =	5, 227245	5, 228309	5, 224062
L. $\frac{1}{h \text{ sin. } \chi}$ =	4, 889617	4, 889310	4, 892427
L. $\frac{1}{\text{tang. } \varphi}$ =	9, 934737	9, 931342	9, 933437
L. f =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
L. $\frac{1}{f \text{ tang. } \varphi}$ =	5, 585327	5, 583012	5, 585112

L. fin. φ =	9, 879674	9, 881109	9, 880225
L. $\frac{1}{\text{fin. } \varphi}$ =	0, 120325	0, 118890	0, 119774
L. g =	4, 460132	4, 457749	4, 459049
L. $\frac{1}{g \text{ fin. } \varphi}$ =	5, 660193	5, 661141	5, 660725
1 : tang. χ =	0, 844319	0, 847854	0, 842576
1 : fin. χ =	1, 308770	1, 311055	1, 307643
1 : tang. φ =	0, 860472	0, 853772	0, 857900
	3, 013561	3, 012681	3, 008119
1 : fin. φ =	1, 319246	1, 314892	1, 317573
der Zähler =	1, 694315	1, 697789	1, 690546
L. des Zählers =	0, 228994	0, 229883	0, 228026
1 : f tang. χ =	377656	380182	377820
1 : f tang. φ =	384882	382835	384691
1 : h fin. χ =	77556	77502	78060
	840094	840519	840571
1 : g fin. φ =	457292	458291	457852
der Nenner =	382802	382228	382719
L. des Nenners =	5, 582974	5, 582322	5, 582879
L. des Zählers =	0, 228994	0, 229883	0, 228026
L. b =	4, 646020	4, 647561	4, 645147
b =	44261	44418	44172
g =	28849	28691	28777
f =	22357	22301	23301
$b - g$ =	15412	15727	15395
$b - f$ =	21904	22117	21871
L. f =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
1 : g fin. φ =	5, 660193	5, 661141	5, 660725
L. $h - g$ =	4, 187159	4, 196646	4, 187380

	4, 196762	4, 206117	4, 196430
L. $(b - f)$ =	4, 340523	4, 344726	4' 339869
	9, 856239	9, 861391	9, 856561
Der Zähler =	0, 718190	0, 726760	0,·718723
cot. φ =	0, 860472	0, 853772	0, 857900
tang. v =	0, 142282	0, 127012	0, 139[illegible]77
L. tang. v =	9, 153150	9, 103844	9, 143566
v =	8°. 5'. 50''.	7°. 14'. 10''.	7°. 55'. 20''.
L. cos. v =	9, 995648	9, 996527	9, 995835
L. f =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
L. f cos. v =	4, 345058	4, 344857	4, 344160
L. b =	4, 646020	4, 647561	4, 645147
L. des Zählers =	8, 991078	9, 992518	9, 989307
f cos. v =	22134	22123	22088
$h - f$ =	21904	22117	21871
Der Nenner =	44038	44240	43959
L. des Nenners =	4, 643827	4, 645815	4, 643048
L. des Zählers =	8, 991078	8, 992418	9, 989307
L. a =	4, 347251	4, 346603	4, 346259
a =	22246	22213	22195
$2a$ =	44492	44426	44390
b =	44261	44418	44172
$(2a - b)$ =	231	8	218
L. $(2a - b)$ =	2, 363612	0, 903090	2, 338456
L. b =	4, 646020	4, 647561	4, 645147
L. n =	7, 717592	6, 255529	7, 693309
L. a^2 =	8, 694502	8, 693206	8, 692518
L. $\sqrt{b}$ =	2, 323010	2, 323780	2, 322573
	6, 371492	6, 369426	6, 369945
L. m =	5, 434553	5, 434553	5, 434553

L. N =	0, 936939	0, 934873	0, 935392
$\frac{1}{2}v$ =	4°. 2′. 55″.	3°. 37′. 5″.	3°. 57′. 47″.
L. t =	8, 849906	8, 800928	8, 840387
L. t^3 =	6, 549718	6, 402784	6, 521161
L. 3 =	0, 477121	0, 477121	0, 477121
L. $\frac{1}{3}t^3$ =	6, 072597	5, 925663	6, 044040
L. N =	0, 936939	0, 934873	0, 935392
L. Nt =	9, 786845	9, 735801	9, 775779
L. $\frac{1}{3}$Nt^3 =	7, 009536	6, 860536	6, 979432
Nt =	0, 61213	0, 54425	0, 59673
$\frac{1}{3}$Nt^3 =	0, 00102	0, 00072	0, 00095
	0, 61315	0, 54497	0, 59768
Vom Perihelio zur I. Beobachtung. .	14^{h}. 42′.	13^{h}. 5′.	14^{h}. 20′.
das Perihel. 1744. März........	29. 18. 57.	29. 18. 57.	29. 18. 57.
	1^{T}. 9^{h}. 39′.	1^{T}. 8^{h}. 2′.	1^{T}. 9^{h}. 17′.
$\frac{1}{2}v$ =	4°. 2′. 55″.	3°. 37′ 5″	3°. 57′. 40″.
$\frac{1}{2}\varphi$ =	24. 38. 40.	24. 45. 17″$\frac{1}{2}$	24. 41. 12″.
$\frac{1}{2}v^{I}$ =	28°. 41′. 35″.	28°. 22′. 20″	28°. 38′. 50″.
L. t =	9, 738250	9, 732551	9, 737421
L. t^3 =	9, 214750	9, 197353	9, 212263
L. 3 =	0, 477121	0, 477121	0, 477121
L. $\frac{1}{3}t^3$ =	8, 737629	8, 720232	8, 735142
L. t^5 =	8, 691250	8, 662255	8, 687105
L. n =	7, 717592	6, 255529	7, 693309
L. nt^5 =	6, 408842	5, 977784	6, 380414
L. n^2t^5 =	4, 126434	2, 173313	4, 073723
t =	0, 54733	0, 54007	0, 54629
$\frac{1}{3}t^3$ =	0, 05465	0, 05251	0, 05434
	0, 60198	0, 59258	0, 60063
abgezogen $\frac{2}{5}nt^2$ =	0, 00010	0, 00003	0, 00010

S =

$S =$	0, 60188	0, 59255	0, 60053
$L. S =$	9, 779510	9, 772725	9, 778535
$L. N =$	0, 936939	0, 934873	0, 935392
	0, 716449	0, 707598	0, 713927
Vom Perihelio zur II. Beobachtung.	5, 2053	5, 1003	5, 1752
zur I. Beobachtung.	0, 6131	0, 5449	0, 5977
von I. Beobachtung zur II.	4, 5922	4, 5554	5, 5775
$\frac{1}{2} v =$	4°. 2′. 55″.	3°. 37′. 5″.	3°. 57′. 40″.
$\frac{1}{2} \psi =$	65. 5′. 15″.	65. 8′. 37″.	65. 3. 30.
$\frac{1}{2} v'' =$	139. 8. 10.	69. 45. 40.	69. 1. 10″.
$L. =$	0, 418914	0, 410435	0, 416263
$L. t^3 =$	1, 256742	1, 231305	1, 248789
$L. 3 =$	0, 477121	0, 477121	0, 477121
$L. \frac{1}{3} t^3 =$	0, 779621	0, 754184	0, 771668
$L. t^5 =$	2, 094570	2, 052175	2, 081315
$L. n =$	7, 717592	6, 255529	7, 693309
$L. n t^5 =$	9, 812162	8, 307704	9, 774624
$L. n^2 t^5 =$	7, 529754	4, 563233	7, 467933
$L. t^2 =$	0, 837828	0, 820870	0, 832526
$L. n^2 t^7 =$	8, 367582	5, 384103	8, 300459
$L. n =$	7, 717592	6, 255529	7, 693309
$L. n^3 t^7 =$	6, 085174	1, 639632	5, 993768
$L. t^2 =$	0, 837828	0, 820870	0, 832526
$L. n^3 t^9 =$	6, 923002	2, 460502	6, 826294
$L. n =$	7, 717592		0, 693309
$L. n^4 t^9 =$	4, 640594		4, 519603
$L. n^4 t^{11} =$	5, 478422		5, 352129
$t =$	2, 62370	2, 57297	2, 60774
$+ \frac{1}{3} t^3 =$	6, 02034	5, 67785	5, 91110

	8, 64404	8, 25082	8, 51884
$-\frac{2}{5}\, n\, t^5 =$	0, 25956	0, 00812	0, 23806
	8, 38448	8, 24270	8, 28078
$+\frac{2}{5}\, n^2\, t^5 =$	203		176
	8, 38651	8, 24270	8, 28254
$+\frac{3}{7}\, n^2\, t^7 =$	1000	1	856
	8, 39651	8, 24271	8, 29110
$-\frac{4}{7}\, n^3\, t^7 =$	0, 00007		0, 00005
	8, 39644	8, 24271	8, 29105
$-\frac{4}{9}\, n^3\, t^9 =$	0, 00037		0, 00029
	8, 39607	8, 24271	8, 29076
$+\frac{5}{11}\, n^4\, t^4 =$	1		1
S =	8, 39608	8, 24271	8, 29077
L. S =	0, 924076	0, 916070	0, 918595
IN =	0, 936939	0, 934873	0, 935392
von Perihelio zur III. Beobachtung.	1, 861015	1, 850943	1, 853987
oder	72, 6131	70, 9485	71, 4475
zur I. Beobachtung	0, 6131	5, 5449	0, 5977
von I. Beobachtung zur III.	72, 0000	70, 4036	70, 8498

§. 32. Wenn wir also die §. 28. gegebene Verbesserung gebrauchen wollen, so wird; $l = 1^s.\ 15^\circ.\ 20'.\ 0''$, und $i = 46^\circ.\ 50'.\ 0''.$, wie auch $\lambda = 20'$ und $\eta = 20'$; man setze also für die wahre Laufbahn, die Länge des aufsteigenden Knoten ☊ $= 1^s.\ 15^\circ.\ 50' + x$, die Neigung $= 46^\circ.\ 50'. + y$ Der Unterschied der Zeit von der ersten bis zur zweyten Beobachtung war; $4^T.\ 13^h.\ 21'. = 4,\ 5562$ Täge. Die Rechnung aber giebt:

Zeit von der I. zur II. Beobachtung.	4, 5922	4, 5554	4, 5775
T+K =	4, 5562	4, 5922	4, 5922
	K = − 360; p	= − 368; q =	− 147.

Da nun $\frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda} = K$, so ist, $360 = 18,\ 4\, y + 7,\ 3\, x$. Auf gleiche Art, da die Zeit von der ersten, zur zweyten Beobachtung $= 70^T.\ 12^h. = 7,\ 5000$ und nach den Hypothesen.

Die Zeit von der I. Beobachtung zur III.	I. Hypothese 72, 0000	II. 70, 4036	III. 70, 8498
T+K =	70, 5000	72, 0000	72, 0000
K =	− 1, 50000; p	= − 1,5964; q	= − 1, 1502

so

so ist 15000 = 798, $2y$ + 575, x. Aus der ersten Gleichung wird $x = 49, 3 - 2, 5y$, welcher Werth in die zweyte gesetzt, giebt, 63959 = 133524, woraus y = 20′. 53′. und $x = -3′. 45″$. Dahero für die wahre Laufbahn des Cometen.

Die Länge des aufsteigenden Knoten = $1^s. 15°. 46′. 6″$
Die Neigung der Bahn = $47°. 10′. 53″$.

§. 33. Die übrigen Elementen werden durch Interpoliren gefunden.

	I. Hypothese	II.	III.
a =	22246	22213	22195
		22246	22246

$p = -33,\ q = -51.$

Da nun, die zu a zu addirende Größe $K = \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda}$ so wird: $K = -34 + 10 = -24$, dahero a = 22222 sehr genau; ferners ist auch:

	Hypothese I.	II.	III.
b =	44261	44418	44172
		44261	44261

$p = 157;\ q = -89$ man muß

folglich zu b addiren den Werth von $K = \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda}$, oder $K = 164 + 17 = 181$, daher dann b = 44442.

	I.	II.	III.
Der Comet gieng durch das Perihelium 1744 den März.	$1^T. 9^h. 39′$	$1^T. 8^h. 2′$	$1^T. 9^h. 17′$
		1. 9. 39	1. 9. 39

$p = -1, 37;\ q = -22′.$

Dahero ist $K = \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda} = -1^h. 38′$, und folglich ist die wahre Zeit des Perihelium, 1744. März, $1^T. 8^h. 2′$. Endlich ist:

	I.	II.	III.
I. Beobachtung die wahre Anomalie =	8°. 5′. 50″.	7°. 14′. 10″.	7°. 55′. 20″
I. Beobacht. Distanz von ☋ Knoten =	35°. 54′. 25″	35°. 50′. 0.	36°. 3′. 35″
Distanz des ☋ von Perihelio =	27°. 48. 35″.	28°. 35′. 50″.	28°. 8′. 15″
		27°. 48′. 35″.	27. 48′. 35″

$p = 47. 15;\ q = 19, 40.$ Dahero dann.

$K = \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda} = 45′. 33″.$ Es wird also die Entfernung des absteigenden Knoten von Perihelio seyn: 28°. 34′. 8″. Aus allen diesen folgt nun die Bestimmung der wahren Laufbahn dieses Cometen, nämlich:

I. Di-

I. Distanz von der Sonne, im Perihelio $= a = 22222$
$L\ a = 4,346783$

II. Der halbe Parameter $= b = 44442$
$L.\ b = 4,647793$

III. Zeit des Perihelium: 1744. März 1^{T}. 8^{h}. $2'$. mittlere Zeit.
IV. Distanz des absteigenden Knoten, von Perihelio $= AS\ ☋ = 28°.\ 34'.\ 8''$.
V. Länge des aufsteigenden Knoten ☊ $= 1^{s}.\ 15°.\ 46'.\ 6''$.
VI. Neigung der Bahn auf die Ecliptik $= 47°.\ 10'.\ 53''$.

§. 34. Die Laufbahn dieses Cometen, ist von der Parabel so wenig unterschieden, daß man sie ohne merklichen Fehler in Rechnen dafür annehmen kann. Es muß also auch die Umlaufszeit viele Jahrhunderte betragen, welches unter andern auch daraus erhellet, weil wir in der Halleyischen Cometentafel nicht einen finden, dessen Elemente mit den gegenwärtigen nur einigermassen zu vergleichen wären. Damit wir aber sehen, ob diese unsere Bestimmung, auch mit allen Beobachtungen eintreffe, wollen wir aus selber den Ort des Cometen, von 3 Februar $8^{h}.\ 3'.\ 30''$. berechnen, für welche Zeit zu Paris beobachtet wurde, $0^{s}.\ 0°.\ 18'.\ 26''$. die Länge, und $19°.\ 42'.\ 53''$ die Breite nördlich.

Aus den Sonnentafeln ist der Ort der Sonne für diese Zeit $10^{s}.\ 14°.\ 26'.\ 13''$. der Logarithme der Distanz von der Erde 4, 993967, man ziehe also die vorgegebene Zeit, Februar $3^{T}.\ 8^{h}.\ 3'\frac{1}{2}$ von der Zeit des Perihelium, ab

30 . 8 . 2

$27^{T}, -1'\frac{1}{2}$ der Unterscheid, oder
26, 9989 Täge.

Um nun die Anomalie zu finden, suche man die Zahl $N = \frac{a^2}{m\sqrt{b}}$; nämlich:

$L.\ a^2 =$	8, 6 9 3 5 8 6
$L.\ \sqrt{b} =$	2, 3 2 3 8 9 6
	6, 3 6 9 6 9 0
$L.\ m =$	5, 4 3 4 5 5 3
abgezogen $L.\ N =$	0, 9 3 5 1 3 7
von L. (26, 9989) Täge $=$	1, 4 3 1 3 4 6
$L.\ (t + \frac{1}{3}t^3 - \frac{2}{5}n\,t^5) =$	0, 4 9 6 2 0 9

§. 35. Da aber die Zahl n so klein ist, daß man sie ganz ausser Acht lassen kann, so wird die wahre Anomalie v aus beygefügter Iten Tafel gefunden. Durch Interpoliren erhält man aber,

$v =$	$117°.\ 27.\ 24''$.
Distanz des Perihel. von ☊ Knoten $=$	151 . 25 . 52
Elongation des Cometen von ☊ $=$	$33 \cdot 58' \cdot 28''$

Aus der wahren Anomalie v findet man die Distanz des Cometen SC von der Sonne, dann, da $SC = f = \frac{ab}{a + (b-a) \cos. v}$, weil $b = 2a$, so ist, $f = \frac{2a}{1 + \cos. v} = \frac{a}{(\cos. \frac{1}{2} v)^2}$, da nun,

$\frac{1}{2} v =$	58°. 43'. 42"
so ist, L. cos. $\frac{1}{2} v =$	9,7152500
2 L. cos. $\frac{1}{2} v =$	9,4305000
L. $a =$	4,346783
folglich L. $f =$	4,916283

In der 13ten Figur, ist der Ort des ☊ Knoten = 1ˢ. 15°. 46'. 6".
die Länge der Erden = 4ˢ. 14°. 26'. 13".
Also ist der Winkel TSN = s = 88°. 40'. 7".

§. 36. Wir haben schon von vorhin angenommen, daß ST = c; SC = f; CSN = φ; TSN = s, die Neigung = i; SNT = n, und die geocentrische Breite = p, folglich ist, tang. $n = \frac{c. \sin. s - f. \sin. \varphi \cos. i}{f. \cos. \varphi - \cos. s}$ und $\frac{\cos. n}{\text{tang. } p} = \frac{f. \cos. \varphi - c. \cos. s}{f \sin. \varphi \sin. i}$, durch welche Formeln der heliocentrische Ort leichter gefunden wird, als durch die gewöhnliche trigonometrische Berechnungen. Da nun:

L. $c =$	4,993967
L. $f =$	4,916283
$i =$	47°. 10'. 53".
$s =$	88. 40'. 7".
$\varphi =$	33°. 58'. 28'.

so stellet man am bequemsten folgende Berechnung an:

L. $c =$	4,993967
addirt { L. sin. $s =$	9,999882
L. cos. $s =$	3,366080
L. c. sin. $s =$	4,993849
L. c. cos. $s =$	3,359967
L. $f =$	4,916283
addirt { L. sin. $\varphi =$	9,747270
L. cos. $\varphi =$	9,918705
L. f. cos. $\varphi =$	4,834988
L. f. sin. $\varphi =$	4,663553
addirt { L. cos. $i =$	9,832300
L. sin. $i =$	9,865400

L. f sin. φ cos. i =	4, 4 9 5 8 5 3
L. f sin. φ sin. i =	4, 5 2 8 9 5 3
c sin. s =	9 8 5 4 9
f sin. φ cos. i =	3 1 3 2 2
Nenner =	6 7 2 7 2
f cos. φ =	6 8 3 8 9
c cos. s =	2 2 9 1
Nenner =	6 6 0 9 8
L. des Zählers =	4, 8 2 7 8 3 4
L. des Nenners =	4, 8 2 0 1 8 8
L. tang. n =	1 0, 0 0 7 6 4 6
Also n =	45°. 30′. 15″
addirt s =	88°. 40′. 7″
	134°. 10′. 22″
STN = t =	45°. 49′. 38″
oder t =	1ˢ. 15. 49. 38
Ort der Sonne =	10. 14. 26. 13
Länge des Cometen =	0ˢ. 0°. 15′. 51″.
L. cos. n =	9, 8 4 5 6 3 0
L. f sin. φ sin. i =	4, 5 2 8 9 5 3
	4, 3 7 4 5 8 3
L. des Nenners =	4, 8 2 0 1 8 8
L. tang. p =	9, 5 5 4 3 9 5
geocentrische Breite =	19°. 43′. 5″.

Diese berechnete Länge ist um 2′. 35″, die Breite aber nur um 12″ von den Beobachtungen unterschieden, welche geringe Fehler leicht zu vergeben sind, weil selbst bey den Planeten nicht selten größere begangen werden.

§. 37. Bestimmen wir nun auch die Zeit, wenn der Comet in den Knoten gewesen ist; da die wahren Anomalien dieser zween Punkte schon bekannt sind, so ist:

	Für ☊	Für ☋
v =	151°. 25′. 52″.	28°. 34′. 8″.
$\frac{1}{2}v$ =	75. 42. 55.	14. 17. 5.
L. t =	0, 594110	9, 405870
L. t^3 =	1, 782330	8, 217610
L. 3 =	0, 477121	0, 477121

$L. \frac{1}{3} t^3 =$	1, 305209	7, 740498
$t =$	3, 9274	0, 25461
$\frac{1}{3} t^3 =$	20, 1934	0, 00550
$S =$	24, 1208	0, 26011
$L. S =$	1, 382392	9, 415157
$L. N =$	0, 935137	0, 935137
	2, 313529	0, 350294
die Zeit vom Perihelio	$207^{T}. 744$	$2^{T}. 2402$
oder	$207^{T}. 17^{h}. 50'$.	$2^{T}. 5^{h}. 45.$
das Perihelium 1743. August.	$214^{T}. 8. 2.$	$1^{T}. 8. 2$ | März. 1744
1743. August.	$6^{T}. 14. 12'$.	$3^{T}. 13. 47'$ | März. 1744

Hieraus ersehen wir, daß der Comet schon im Jahre 1743 Augusti 7. in der Frühe durch den aufsteigenden Knoten gegangen sey, durch den absteigenden aber 1744 März 3, $13^{h}. 47'$. mittlere Zeit für Paris, welches mit unseren vorigen Bestimmungen aus den nicht sehr genauen Elementen doch ziemlich übereinskömmt. Aus den Beobachtungen des Hr. Cassini läßt sich überhaupt abnehmen, daß der Comet beyläufig um die angeführte Zeit durch die Ecliptik müße gegangen seyn, weil seine Breite vom 25ten Februari bis zum 29ten schon um 8 Grade abgenommen hatte, und am 29ten nur 6 Grad betrug, welche er beyläufig in drey Tagen zurücklegen konnte.

§. 38. Dieser Comet hat sich also jenseits der Ecliptik durch 209 Täge $23^{h}. 35'$ verweilet, wird nun diese Zeit von der ganzen Periode abgezogen, so bleibt über, wie lange er sich in den südlichen Theile der Ecliptik aufgehalten, wo man eine große Ungleichheit in seinem Verweilen disseits, und jenseits des Thierkreises bemerket. Da er aber im Monat August 1743 seinen Lauf nach Norden genommen, hat er sich von der Ecliptik gegen Norden so weit entfernet, bis die heliocentrische Breite der Neigung auf die Ecliptik gleich geworden ist, in welchem Falle er von jedem Knoten um 90° entfernet war; auf gleiche Weise wiech er den 3ten März von dem Thierkreise ab, bis seine Distanz vom absteigenden Knoten 90° betrug. Wir wollen nun sehen wann diese zwey größten Elongationen von der Ecliptik sich zugetragen haben:

Für die größte nördliche Elongation:

$v =$	$61°. 25'. 52''$.	$118°. 34'. 8''$
$\frac{1}{2} v =$	$30. 42'. 56''$.	$59. 17'. 4''$
$L. t =$	9, 773875	0, 226123
$L. t^3 =$	9, 321625	0, 678369
$L. 3 =$	0, 477121	0, 477121
$L. \frac{1}{3} t^3 =$	8, 844504	0, 201248
$L. N =$	0, 935137	0, 935137

L. Nt =	0, 709012	1, 161260
L. $\frac{1}{3} Nt^3$ =	9, 779641	1, 136385
Nt =	5, 11696	14, 4964
$\frac{1}{3} Nt^3$ =	0, 60206	13, 6894
	5, 71902	28, 1858
Zeit vom Perihelio, zur größten Elongation.	5ᵀ. 17ʰ. 15′	28ᵀ. 4ʰ. 27′.
Das Perihelium war im März	1ᵀ. 8ʰ. 2′	1. 8ʰ. 2′.
oder Februar	30. 8. 2′	
Februar.	24. 14ʰ. 47′	29. 12ʰ. 29′. März

Die größte heliocentrische Breite war also im Febr. 24. 14ʰ. 47′. und der Comet entfernte sich vom August 1743, bis Febr. 1744. durch 202 Täge, 0ʰ. 35′. von der Ecliptik, nahete sich aber in 7 Tägen 23 Stunden wieder. Da er sich ferners unsern Augen entzogen hat, wuchs dessen heliocentrische Breite bis zu dem 29ten März 12ʰ. 29′, wo sie 47°. 10′. 53″ betrug. Jetzt rückt er wieder gegen die Ecliptik, welche er aber nicht erreichet, bis seine wahre Anomalie 151°. 25′. 52″ beträgt, welches erst nach vielen Jahrhunderten geschehen kann.

§. 39. Obgleich diese unsere Methode nur drey Beobachtungen erfodert, so wird es doch gut seyn, wenn deren mehrere versuchet, und die Fehler auf solche Art gleich vertheilet werden, damit man der Wahrheit um so näher komme. Dann man wähle sich zum Beyspiel eine vierte Beobachtung, und berechne nur ihre Elongation von der Knoten Linie, nach einer jeden, aus den drey gemachten Hypothesen; nach diesem suche man für jede Hypothese die Zeit von der ersten zur vierten Beobachtung, aus den vorhin gefundenen Elementen des Cometen, und vergleiche sie mit der observirten Zeit, wodurch man eine neue Gleichung für die Fehler x und y erhalten wird, so daß man durch drey Gleichungen die Werthe von x und y auf gedoppelte Art bestimmen kann. Kommen nun zwey gleiche Werthe heraus, so war die erste Bestimmung genau, bekommt man aber ungleiche, so nehme man das Mittel, damit die Abweichung der Theorie von den Beobachtungen auf gleiche Art vertheilet werde. Und so könnte man eine beliebige Anzahl von Observationen nehmen, durch welche die wahre Bahn des Cometen sehr genau sich angeben läßt, wenn unsere Methode getreu befolget wird, sollten gleich die Beobachtungen einzelweise genommen, nicht die verläßlichsten seyn. Diese neue Verbesserung wollen wir aber bey unseren Cometen um so weniger anwenden, als ohnehin die Rechnung mit den Beobachtungen so genau zusammtrift, daß man sich eine größere Vollkommenheit nicht versprechen darf.