



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Universitätsbibliothek Paderborn

Lehrbuch des Hochbaues

Grundbau, Steinkonstruktionen, Holzkonstruktionen, Eisenkonstruktionen ,
Eisenbetonkonstruktionen

Esselborn, Karl

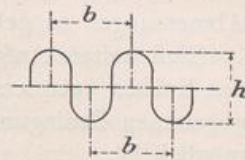
Leipzig, 1908

B. Die Grundlagen für die Berechnung der Eisenkonstruktionen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-50294](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-50294)

konstruktionen reichliche Anwendung, dagegen zur Dachdeckung nur bei größeren Pfettenabständen. Die gewöhnliche Tafellänge ist 3,0 bis 4,0 m, die größte Länge 6,0 m; die Tafelbreite richtet sich nach dem Profil und schwankt zwischen 0,45 und 0,9 m, die erhältlichen Blechstärken sind 1 bis 5 mm. Das Trägerwellblech wird gerade oder gewölbt (bombiert) benutzt. Gewölbtcs Wellblech trägt bei gleichmäßiger Belastung und bei einem Stich von $\frac{1}{12}$ bis $\frac{1}{10}$ (wegen der gewölbartigen Wirkungsweise) etwa das 8 bis 10fache der zulässigen Last des geraden Wellblechs.

Abb. 34. Trägerwellblech.



§ 7. Die Prüfung des Eisens. Die Eigenschaften, die das zu baulicher Verwendung kommende Eisen erfüllen soll, und die Prüfung des Eisens auf diese erforderlichen Eigenschaften sind festgelegt in den vom Vereine deutscher Eisenhüttenleute aufgestellten »Vorschriften für die Lieferung von Eisen und Stahl«⁷⁾.

Mit diesen Vorschriften stimmen die auf S. 293 schon erwähnten »Normalbedingungen für die Lieferung von Eisenkonstruktionen für Brücken- und Hochbau«⁸⁾, soweit zugänglich, überein. In diesen Normalbedingungen heißt es unter I. das Prüfungsverfahren: »Für die Beurteilung des Materials sind Zerreiß-, Biege- und Bearbeitungsproben maßgebend. Mit sichtbaren Fehlern behaftete Probestäbe dürfen nicht verwendet werden.

Die Stäbe für Zerreißproben sind von dem zu untersuchenden Eisen kalt abzutrennen und kalt zu bearbeiten. Die Wirkungen etwaigen Scherenschnitts, sowie des Auslochens oder Aushauens sind zuverlässig zu beseitigen. Ausglühen ist, wenn das Gebrauchsstück nicht ebenfalls ausgeglüht wird, zu unterlassen.

Auf den Probestäben ist die Walzhaut möglichst zu belassen.

Die Probestäbe sollen in der Regel eine Versuchslänge von 200 mm bei 300 bis 500 qmm Querschnitt haben. Bei Rundstäben von weniger als 20 mm Durchmesser ist die Versuchslänge gleich dem zehnfachen Durchmesser. Über die Versuchslänge hinaus haben die Probestäbe nach beiden Seiten noch auf je 10 mm Länge den gleichen Querschnitt.

Wenn bei Ausführung der Probe der Bruch außerhalb des mittleren Drittels der Versuchslänge des Stabes erfolgt, so ist die Probe zu wiederholen, falls die Dehnung ungenügend ausfällt.

Die Zerreißmaschinen müssen leicht und sicher auf ihre Richtigkeit geprüft werden können.

Zu Biegeproben sind Materialstreifen von 30 bis 50 mm Breite oder Rundeisenstäbe von einer der Verwendung entsprechenden Dicke zu benutzen. Die Probestücke müssen auf kaltem Wege abgetrennt werden. Die Kanten der Streifen sind abzurunden.«

Näheres über die einzelnen Probearten für die verschiedenen Eisensorten ist aus den angegebenen Quellen ersichtlich.

B. Die Grundlagen für die Berechnung der Eisenkonstruktionen.

§ 8. Aufgabe und Wesen der Berechnung. Die Aufgabe der Berechnung der Hochbaukonstruktionen beruht auf den Gesetzen des Gleichgewichts und besteht in der Untersuchung der Bedingungen, die erfüllt sein müssen, damit die Konstruktionen

⁷⁾ Zu beziehen vom Kommissionsverlage von AUGUST BAGEL in Düsseldorf.

⁸⁾ Zu beziehen von W. ERNST & SOHN, Berlin W., Wilhelmstr. 90.

den auf sie wirkenden äußeren Kräften das Gleichgewicht halten können. Es sind also zunächst die äußeren Kräfte für die möglichen, denkbar ungünstigsten Belastungsweisen und dann die durch diese Belastungen erzeugten Auflagerkräfte und inneren Kräfte zu ermitteln und schließlich hiernach den einzelnen Konstruktionsteilen die erforderlichen Abmessungen zu geben.

Eine weitere Aufgabe der Berechnung ist die, den Konstruktionen eine den auftretenden Kräften entsprechende möglichst günstige Form zu verleihen, soweit dies durch die gegebenen Bedingungen und Verhältnisse, wie schönes Aussehen, Raumausnutzung usw., möglich ist.

Die äußeren Kräfte zerfallen in Belastungen und Lagerreaktionen. Die Belastungen setzen sich zusammen aus Eigengewicht (ständige Last) und zufälliger Belastung.

Die Eigengewichte sind vor der Berechnung der Konstruktionen nicht bekannt und man muß diese nach ähnlichen Konstruktionen schätzen oder durch angenäherte überschlägliche Berechnungen annähernd ermitteln. Für in der Praxis sich oft wiederholende Konstruktionen, wie Decken, Dächer usw., hat man auch Eigengewichtstabellen aufgestellt, die in den verschiedenen Hand- und Lehrbüchern, in der »Hütte« usw. angegeben sind. Bei der Besprechung der einzelnen Konstruktionen wird hierauf noch näher eingegangen werden.

Die zufälligen Lasten sind hauptsächlich Nutz- und Verkehrslasten, sowie andere, durch die Natur bedingte, zeitweise auftretende Kräfte, wie Schneelast, Winddruck usw. Die Nutz- und Verkehrslasten treten besonders bei Deckenkonstruktionen auf, und zwar bestehen sie für Wohn- und öffentliche Räume, wie Säle, Theater und Versammlungsräume, meist in der Belastung durch Menschengedränge, während sie bei Lagerräumen, Speichern usw. sehr oft durch die aufgestapelten Waren, Maschinen usw. gebildet werden. Für Dächer und Türme sind hauptsächlich die Windkräfte und eventuell auch Schneelast als zufällige Lasten von wesentlichem Einfluß.

Aber nicht allein die Belastungsgrößen, sondern auch die Belastungsart der zufälligen Lasten kann auf die ungünstigste Beanspruchung der Konstruktion von Bedeutung sein. So ist z. B. genau zu untersuchen, ob die volle oder die einseitige Belastung die ungünstigste Belastungsart für die vorliegende Konstruktion ist und die sich ergebende ungünstigste Belastungsart muß der Berechnung zugrunde gelegt werden. Außerdem ist noch festzustellen, ob die Belastung durch zufällige Last mit Erschütterungen und Stößen oder allmählich, ohne Erschütterung erfolgt; denn stoßweise wirkende Kräfte erfordern eine besondere Beachtung, da sie auf die Wahl des Materials (kein Gußeisen) und die Höhe der zulässigen Materialbeanspruchung von Einfluß sind.

Nachdem so die ungünstigsten äußeren Belastungen ermittelt sind, müssen zunächst die hierzu gehörigen Auflagerreaktionen und dann die durch die Belastungen und Auflagerreaktionen erzeugten inneren Kräfte berechnet werden. Zur Ermittlung der Lagerreaktionen und inneren Kräfte genügen im allgemeinen die Gleichgewichtsbedingungen (statisch bestimmte Konstruktionen); ist dies nicht der Fall, so muß zur Berechnung der durch das Gleichgewicht nicht bestimmaren Unbekannten die Elastizitätslehre zu Hilfe genommen werden (statisch unbestimmte Konstruktionen). Auf die verschiedenen Methoden der rechnerischen und graphischen Bestimmung der Reaktionen und inneren Kräfte wird in den Abschnitten IV und V dieses Kapitels etwas näher eingegangen.

§ 9. Die Grundbegriffe der Elastizitäts- und Festigkeitslehre und die Beanspruchungsarten des Eisens. Das Eisen gehört zu den elastischen Körpern, d. h. es hat die Eigenschaft, unter Einwirkung von Kräften seine Form zu ändern und nach Aufhören der Kräftewirkungen seine frühere Gestalt mehr oder weniger wieder

anzunehmen. Derjenige Teil der Formänderung oder Deformation, der wieder verschwindet, nennt man elastische Formänderung; der nichtverschwindende Teil wird dauernde oder bleibende Formänderung genannt. Die gesamte Formänderung ist eine Folge der durch die äußeren Kräfte erzeugten inneren Kräfte, die man, auf die Flächeneinheit bezogen, als Spannung bezeichnet.

Bleibt man bei Schweiß Eisen, Flußeisen und Stahl mit diesen Spannungen innerhalb einer gewissen Grenze, der Proportionalitätsgrenze, so wachsen die Deformationen direkt proportional den Spannungen. Eine weitere charakteristische Spannungsgrenze ist die Elastizitätsgrenze; solange die Spannungen innerhalb dieser Grenze bleiben, erscheint der Körper elastisch; d. h. die bleibenden Deformationen sind so gering, daß sie vernachlässigt werden können. Bei Schweiß Eisen, Flußeisen und Stahl fallen Elastizitäts- und Proportionalitätsgrenze zusammen.

Wachsen die Spannungen über diese Grenzen hinaus, so nehmen die Deformationen nicht mehr proportional den Spannungen, sondern auf Kosten größerer bleibender Formänderungen wesentlich rascher zu, bis schließlich eine schon mit bloßem Auge merkbare Formänderung des Materials eintritt (Fließ- oder Streckgrenze) und schließlich eine Zerstörung des Körpers erfolgt (Bruchgrenze).

Die Spannung, die ein Körper höchstens erleiden kann, ehe er zerstört wird, nennt man den Festigkeitskoeffizienten des Materials (auch kurzweg Festigkeit).

Für Gußeisen, auch für Beton, Zementmörtel und Steine, gilt das Proportionalitätsgesetz nicht; es ist keine Proportionalitätsgrenze vorhanden, d. h. die Deformationen wachsen hier nicht direkt proportional den Spannungen; auch nicht unterhalb einer gewissen Grenze.

Für die Betrachtung der verschiedenen Beanspruchungsarten seien stabförmige Körper zugrunde gelegt, d. h. Körper, deren Längenabmessungen wesentlich größer sind als die Querabmessungen. Unter dem Querschnitt eines stabförmigen Körpers versteht man einen Schnitt senkrecht zur Längsrichtung. Die Verbindungslinie der Schwerpunkte sämtlicher Querschnitte des Körpers nennt man Achse. Bei gerader Achse spricht man von einem geraden, bei krummer Achse von einem krummen stabförmigen Körper.

Je nach der Wirkung der Kräfte zu der Achse eines stabförmigen Körpers unterscheidet man verschiedene Arten der Beanspruchungen und der Festigkeit, und zwar Beanspruchung auf Zug und Druck, Beanspruchung auf Schub (Abscherung), Beanspruchung auf Biegung und Beanspruchung auf Verdrehung oder Torsion, und dementsprechend auch Festigkeit gegen Zug und Druck, gegen Schub, gegen Biegung und Torsion.

1. **Beanspruchung auf Zug und Druck** tritt auf, wenn die äußeren Kräfte in die Richtung der Achse fallen, wenn sie also eine Verschiebung der Querschnitte derart verursachen, daß diese zwar parallel bleiben, aber ihre Abstände voneinander in der Richtung der Achse verändern und zwar bei Zug vergrößern, bei Druck verringern.

Zug- oder Druckfestigkeit ist diejenige Zug- oder Druckspannung, d. h. die auf die Flächeneinheit wirkende Kraft, die unmittelbar vor der Zerstörung durch reinen Zug oder Druck vorhanden ist.

2. **Beanspruchung auf Schub oder Abscherung** tritt auf, wenn die Kräfte zwei unmittelbar nebeneinander liegende Querschnitte gegeneinander senkrecht zur Achse verschieben wollen, so daß ihre Entfernung in der Richtung der Achse nicht geändert wird.

Schubfestigkeit ist die unmittelbar vor der Zerstörung des Körpers durch Schub in dem Abscherungsquerschnitt auftretende Schubspannung.

3. **Beanspruchung auf reine Biegung** tritt auf, wenn die äußeren Kräfte zwei benachbarte Querschnitte gegeneinander so verdrehen wollen, daß diese nach der Verdrehung nicht mehr parallel sind; bei dieser Verdrehung ändern sich jedoch die Abstände ihrer Schwerpunkte nicht.

Biegungsfestigkeit ist diejenige Biegungsspannung, die in den äußersten Fasern, der auf Biegung beanspruchten Querschnitte unmittelbar vor der Zerstörung des Körpers durch Biegung vorhanden ist.

4. **Verdrehungs- oder Torsionsbeanspruchung** tritt auf, wenn die äußeren Kräfte zwei unmittelbar nebeneinanderliegende Querschnitte um die Achse des Körpers so verdrehen wollen, daß die Querschnitte parallel bleiben und ihren Abstand in der Richtung der Achse nicht ändern.

Torsionsfestigkeit ist die unmittelbar vor der Zerstörung des Körpers durch Torsion an der Bruchstelle auftretende Torsionsspannung. Die Torsionsbeanspruchung ist für die Hochbaukonstruktionen von untergeordneter Bedeutung, und soll hierauf an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden.

Treten von den erwähnten Beanspruchungen zwei oder mehr gleichzeitig auf, so spricht man von zusammengesetzter Beanspruchung und demgemäß auch von zusammengesetzter Festigkeit.

In der Praxis handelt es sich nun weniger um die Festigkeiten für die verschiedenen Beanspruchungsweisen als um die betreffende zulässige Inanspruchnahme. Unter dieser letzteren versteht man diejenige Kraft für ein qcm, die man dem Material mit Sicherheit auf die Dauer zumuten kann. Für die Wahl dieser zulässigen Beanspruchung ist die Elastizitätsgrenze maßgebend, und zwar soll diese niemals erreicht oder gar überschritten werden. Um nun aber unvorhergesehenen Überbelastungen oder Materialänderungen Rechnung zu tragen, führt man einen Sicherheitskoeffizienten ein, indem man mit der zulässigen Beanspruchung nur bis zu einem Bruchteil der Elastizitätsgrenze herangeht, z. B. $\frac{1}{2}$ bis $\frac{2}{3}$.

Näheres über die zulässigen Beanspruchungen für die verschiedenen Beanspruchungsarten findet sich in § 10. Für solche Konstruktionen, die einem plötzlichen Belastungswechsel unterworfen sind und bei denen die Belastungen mit Erschütterung oder Stößen verbunden auftreten, nimmt man die zulässige Beanspruchung geringer an als bei den durch ruhende Belastung beanspruchten Konstruktionen; man rechnet dann noch mit einem sog. Stoßkoeffizienten, indem man als zulässige Beanspruchung einen weiteren Bruchteil der zulässigen Beanspruchung für ruhende Lasten einführt, oder die stoßend wirkenden Lasten mit einem größeren Wert in Rechnung stellt.

Bei der Belastung der Konstruktion spielt noch der Elastizitätsmodul oder die Elastizitätszahl eine wesentliche Rolle. Diese Zahl gibt uns ein Bild von der Widerstandsfähigkeit des Materials gegen Deformationen; je größer der Elastizitätsmodul ist, desto widerstandsfähiger ist das Material gegen elastische Deformationen.

Die Größe (E) der Elastizitätszahl für die verschiedenen Materialien hat man durch Versuche bestimmt und hat als Mittelwert für Fluß-, Schweißeisen und Stahl gefunden $E = 2000000$ kg/qcm, für Gußeisen 1000000 kg/qcm.

§ 10. Berechnungsweise für die verschiedenen Beanspruchungsarten.

1. **Zug- und Druckfestigkeit (Normalspannung, Normalfestigkeit).** Wirken auf einen stabförmigen, geradachsigen Körper äußere Kräfte in der Stabachse, so erzeugen diese eine über den ganzen Querschnitt gleichmäßig verteilte Zug- oder Druckbeanspruchung, je nachdem die Kräfte dem Körper eine positive Verlängerung oder eine negative Verlängerung (Verkürzung) zu erteilen bestrebt sind. Hat der Stab konstanten

Querschnitt und ist F die Querschnittsfläche in qcm, P die Größe der Kraft in kg, so ist die Spannung in diesem Querschnitt

$$\sigma = \frac{P}{F} \text{ kg/qcm.} \quad (1)$$

Diese Spannung darf nun die zulässige Beanspruchung nicht überschreiten. Bezeichnet man diese mit k , und soll der Stab für eine vorliegende Kraft P dimensioniert werden, so ergibt sich als erforderliche Querschnittsfläche

$$F = \frac{P}{k}. \quad (2)$$

Die zulässige Beanspruchung auf Zug sei k_z ,
 » » » » Druck » k_d .

Für ruhende Belastung kann man als zulässige Beanspruchung $\frac{2}{3}$ der Elastizitätsgrenze einführen. Da nun die

Elastizitätsgrenze bei Schweißisen für Zug und Druck = rund 1600 kg/qcm

» » Flußisen » » » » = » 2000 » ,

so sind die zulässigen Beanspruchungen auf Zug und Druck für ruhende Belastung:

bei Schweißisen $k_z = k_d = \frac{2}{3} \cdot 1600 = 1050 \text{ kg/qcm}$

» Flußisen $k_z = k_d = \frac{2}{3} \cdot 2000 = 1350 \text{ »}$

Bei stoßend wirkender Belastung wählt man die zulässige Beanspruchung nur $\frac{2}{3}$ bis $\frac{3}{4}$ so hoch als bei ruhender Belastung, demnach:

bei Schweißisen $k_z = k_d = \frac{2}{3} \cdot 1050 = 700 \text{ kg/qcm}$

» Flußisen $k_z = k_d = \frac{2}{3} \cdot 1350 = 900 \text{ »}$

Bei Gußeisen liegt die Elastizitätsgrenze für Zug bei rund 650 kg/qcm und für Druck bei rund 1700 kg/qcm. Jedoch werden die zulässigen Beanspruchungen beim Gußeisen wegen seiner Sprödigkeit verhältnismäßig viel geringer angenommen als bei Schmiedeeisen, und zwar ist allgemein festgesetzt:

Zulässige Beanspruchung auf Zug 250 kg/qcm

» » » Druck 500 »

Diese Werte gelten nur für ruhende Belastung; für stoßende Belastung darf Gußeisen keine Verwendung finden.

Die folgende Tabelle gibt übliche Mittelwerte für die zulässigen Beanspruchungen, sowie für die Elastizitätszahlen und spezifischen Gewichte der verschiedenen Eisensorten an, wobei Schweißisen und Flußisen als Schmiedeeisen zusammengekommen sind.

Tabelle: Zulässige Beanspruchungen, Elastizitätszahlen und spezifische Gewichte der verschiedenen Eisensorten.

| Material | Zulässige Beanspruchungen in kg/qcm | | | | Elastiz. Mod. kg/qcm | Spez. Gew. in kg/cbm |
|-------------------------|-------------------------------------|-------|-----------------------|-----------|-------------------------|-------------------------|
| | bei stoßender Belastung | | bei ruhiger Belastung | | | |
| | Zug | Druck | Zug | Druck | | |
| Gußeisen | — | — | 250 | 500 | 1 000 000 | 7250 |
| Schmiedeeisen | 750 | 750 | 1000 | 1000 | 2 000 000 | 7800 |
| Stahl | 1500 | 1500 | 1500—1800 | 1800—2000 | 2 000 000 | 7850 |

Wie schon in § 9 angeführt wurde, tritt mit jeder Beanspruchung eine Formänderung auf, die bei Schmiedeeisen und Stahl innerhalb der Elastizitätsgrenze proportional der

Spannung wächst. Dieses Elastizitätsgesetz lautet für einen Stab mit konstantem Querschnitt

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E}, \quad (3)$$

worin l die ursprüngliche Stablänge und Δl gleich der Verlängerung des Stabes ist.

Hierin nach Formel 1 für σ den Wert $\frac{P}{F}$ eingesetzt, ergibt

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{P}{F \cdot E},$$

woraus sich die Gesamtverl ngerung des Stabes findet:

$$\Delta l = \frac{P \cdot l}{E \cdot F}. \quad (4)$$

Mit jeder Längenänderung ist eine Quer nderung verbunden, und zwar im entgegengesetzten Sinne, d. h. einer positiven Längenänderung entspricht eine negative Quer nderung und umgekehrt. Sind die Querabmessungen des prismatischen Stabes a und b , so ist

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{1}{m} \cdot \frac{\Delta l}{l} \quad \text{und} \quad \frac{\Delta b}{b} = \frac{1}{m} \cdot \frac{\Delta l}{l}.$$

m ist für alle Körper, die nach allen Seiten gleich elastisch sind, also auch für Eisen, annähernd eine Zahl zwischen 3 und 4, für Schmiedeeisen und Stahl empfiehlt sich der Wert $m = 3$.

Bei einem Stab mit nicht konstantem Querschnitt hat man bei der Dimensionierung oder Spannungsberechnung die schwächste Stelle ins Auge zu fassen, d. h. den Nettoquerschnitt zu berechnen. So ist z. B. bei Eisenkonstruktionen an den Anschluß- und Stoßstellen der Stabquerschnitt durch die Niet- oder Schraubenlöcher geschwächt und diese Schwächungen sind bei der Dimensionierung zu berücksichtigen, indem der wirkliche Stabquerschnitt um diese Schwächung größer zu nehmen ist, als die berechnete, erforderliche Querschnittsfläche. Dieser Zuschlag für die Schwächung kommt hauptsächlich bei den gezogenen St ben in Betracht, weniger bei den gedruckten; denn hier ist die Schwächung in den meisten F llen durch die Verbindungsmittel wieder ausgef llt.

Dagegen ist bei gedruckten St ben gegen die Gefahr des Ausknickens vorzubeugen, d. h. es ist die Knicksicherheit bei gedruckten St ben nachzuweisen. Ein vollkommen gleichartiger, geradachsiger Stab, der genau zentrisch belastet ist, dürfte theoretisch kein Ausknicken erleiden; da aber praktisch diese Bedingungen nicht erfüllbar sind, so haben diese Abweichungen von der theoretischen Form und Art der Belastung ein Ausbiegen des Stabes zur Folge, wenn nicht nach allen Seiten eine genügende Steifigkeit vorhanden ist. Einen Ausdruck für diese nach jeder Seite hin mindestens nötige Steifigkeit ist gegeben in der EULERSchen Knickformel:

$$J_{\min} \geq \frac{s \cdot l^2 \cdot P}{C \cdot E}. \quad (5)$$

Hierin bedeutet J_{\min} das kleinste Trägheitsmoment in cm^4 , s den Sicherheitsgrad, l die freie Stablänge in cm, P die Stabkraft in kg, C eine Konstante, die von der Endbefestigung des Stabes abhängt und E den Elastizitätsmodul.

In bezug auf die Konstante C unterscheidet man 4 Arten von Endbefestigungen und somit 4 Knickfälle:

1. Der Stab ist am einen Ende eingespannt und am anderen Ende frei (Abb. 35)⁹⁾

$$C = \frac{\pi^2}{4}$$

2. Der Stab ist an beiden Enden gelenkartig gehalten (Abb. 36)

$$C = \pi^2$$

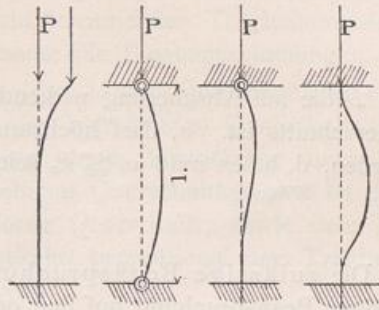
3. Der Stab ist am einen Ende eingespannt und am anderen gelenkartig gehalten (Abb. 37)

$$C = 2 \cdot \pi^2$$

4. Der Stab ist an beiden Enden eingespannt (Abb. 38)

$$C = 4\pi^2$$

Abb. 35 bis 38. Die 4 Knickfälle.



In der Praxis spielt der Fall 2, bei dem die beiden Stabenden gelenkartig gehalten sind, und für den die Konstante $C = \pi^2$ ist, eine vorwiegende Rolle. Denn für die meisten Konstruktionsteile, wie Fachwerksstäbe, Stützen usw. wird für die Berechnung derselben eine gelenkartige Endbefestigung angenommen und oft eine solche auch ausgeführt. Setzt man für diesen 2. Knickfall in die EULERSche Formel den Wert $C = \pi^2$ oder 10, die Stabkraft in Tonnen und die freie Länge in Metern ein, so ergibt sich nach Formel 5 für Schmiedeeisen und Stahl, für die $E = 2000000 \text{ kg/qcm}$ ist, und für eine 5fache Sicherheit ($s = 5$):

$$J_{\min} \geq \frac{5 \cdot l^2 \cdot 100 \cdot 100 \cdot P \cdot 1000}{10 \cdot 2000000}$$

und hieraus die einfache Formel:

$$J_{\min} \geq 2,5 \cdot P \cdot l^2, \quad (6)$$

worin P in t und l in m einzusetzen ist.

Für Gußeisen, für das $E = 1000000 \text{ kg/qcm}$ ist und für das eine 8fache Sicherheit ($s = 8$) verlangt wird, ergibt sich der Wert

$$J_{\min} \geq \frac{8 \cdot l^2 \cdot 100 \cdot 100 \cdot P \cdot 1000}{10 \cdot 1000000}, \text{ oder} \\ J_{\min} \geq 8 \cdot P \cdot l^2. \quad (7)$$

Auch hier ist P in t und l in m einzusetzen.

Liegt ein anderer Knickfall vor, so kann dieser aus Fall 2 leicht durch einfache Multiplikation mit der Verhältniszahl der Konstanten geschehen. Z. B. bei Fall 1 muß J_{\min} viermal so groß und bei Fall 3 nur halb so groß sein als bei Fall 2, wenn man die gleiche Knicksicherheit erhalten will.

Der Vorgang bei der Berechnung gedrückter Stäbe ist folgender: Zunächst wird die erforderliche Querschnittsfläche $F = \frac{P}{k}$ ermittelt und diese, wenn möglich so angeordnet, daß das für die Knicksicherheit erforderliche, kleinste Trägheitsmoment mindestens vorhanden ist. Genügt trotz geschickter Anordnung die berechnete Querschnittsfläche nicht zur Erzielung der verlangten Steifigkeit, so muß man zur Erreichung des erforderlichen J_{\min} die Querschnittsfläche entsprechend vergrößern.

⁹⁾ Die Abb. 35 bis 38, 89, 90, 115 bis 119, 128, 129, 145, 146, 227, 234, 255, 256, 271 bis 274, 279, 280, 286 bis 291, 302 bis 304, 308 bis 322, 332 bis 337, 340 bis 342, 356 bis 359, 383 bis 386, 399, 420, 421 und 459 bis 470 sind entnommen aus: MAX FOERSTER, »Die Eisenkonstruktionen der Ingenieur-Hochbauten«, 3. Aufl., Leipzig 1906.

 ber die Berechnung der Trägheitsmomente einfacher und zusammengesetzter Querschnitte siehe § 11. Beispiele für die Berechnung folgen ebenfalls später.

2. Schubfestigkeit (Abscherung). Nimmt man die in einem Querschnitt auftretende Schubspannung als gleichmässig verteilt an, so ergibt sich als Schubbeanspruchung für 1 qcm, also die Schubspannung nach der Formel

$$\sigma_s = \frac{P}{F}, \quad (8)$$

wo P die auf Abscherung wirkende Kraft und F die Querschnittsfläche des betrachteten Querschnitts ist. σ_s darf höchstens gleich der zulässigen Beanspruchung auf Schub (k_s) werden, d. h. es muß $\sigma_s \leq k_s$ sein, und als Dimensionierungsformel ergibt sich

$$F = \frac{P}{k_s}. \quad (9)$$

Die zulässige Beanspruchung auf Schub kann man ungefähr gleich $\frac{4}{5}$ der zulässigen Beanspruchung auf Zug oder Druck setzen, d. h. $k_s = \frac{4}{5}k_d$ oder $\frac{4}{5}k_z$, wobei der kleinere dieser beiden Werte maßgebend ist.

Demnach ergibt sich für:

| | | |
|--|---|------------------------------------|
| Gußeisen $k_s = 250 \cdot \frac{4}{5} = 200$ kg/qcm | } | für ruhende Belastung |
| Schweißeisen $k_s = 1050 \cdot \frac{4}{5} = 840$ kg/qcm | | |
| Flußeisen $k_s = 1350 \cdot \frac{4}{5} = 1080$ kg/qcm | } | für stoßend wirkende Belastung. |
| Schweißeisen $k_s = 700 \cdot \frac{4}{5} = 560$ kg/qcm | | |
| Flußeisen $k_s = 900 \cdot \frac{4}{5} = 720$ kg/qcm | | |

Als Mittelwert könnte man gemäß der Tabelle auf S. 307 für Schmiedeeisen (Flußeisen und Schweißeisen) einführen:

$$k_s = 750 \cdot \frac{4}{5} = 600 \text{ kg/qcm bei stoßender Belastung,}$$

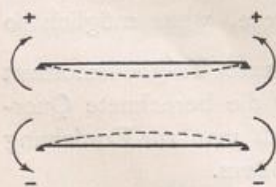
$$k_s = 1000 \cdot \frac{4}{5} = 800 \text{ kg/qcm bei ruhender Belastung.}$$

Rechnungsbeispiele siehe bei den Vernietungen usw.

Für die Berechnung von Schubbeanspruchungen in Querschnitten vollwandiger Konstruktionen ist meist die Querkraft maßgebend. Unter Querkraft eines Querschnitts versteht man die algebraische Summe, der zum Querschnitt parallelen Komponenten sämtlicher Kräfte auf der einen Seite dieses Querschnitts. (Näheres siehe bei den Trägern, Abschnitt IV.)

3. Biegungsfestigkeit. Nach § 9, 3 tritt Biegung auf, wenn die Kräfte zwei Nachbarquerschnitte um eine zur Kraftebene senkrecht stehende Achse so zu drehen bestrebt sind, daß die anfänglich parallelen Querschnitte nicht mehr parallel bleiben. Diese Verdrehung wird durch die Summe der Momente aller Kräfte auf der einen Seite des Querschnitts, bezogen auf den Schwerpunkt des betreffenden Querschnitts als Drehpunkt, bedingt. Diese Summe der Momente wird das Biegemoment des betreffenden Querschnitts genannt. Als positive Biegemomente bezeichnet man in der Regel diejenigen, die den Träger nach unten durchzubiegen bestrebt sind, die also auf beiden Seiten des Querschnitts nach oben drehen (Abb. 39). Die umgekehrt wirkenden Biegemomente sind dann negativ (Abb. 40).

Abb. 39 u. 40. Positive und negative Biegemomente.



Die maximalen Biegungsspannungen sind abhängig von den maximalen Biegemomenten und zwar ist in den einzelnen Querschnittspunkten die Biegungsspannung um so größer, je größer der Abstand der betreffenden Querschnittspunkte

vom Schwerpunkt dieses Querschnitts ist. Die größte Biegungsspannung tritt also an der äußersten Faser des Querschnitts auf. Ferner ist die Größe der Biegungsspannung abhängig von der Gestalt und Größe des beanspruchten Querschnitts; denn die Querschnittsformen und zwar die Trägheitsmomente der Querschnitte bedingen die Widerstandsfähigkeit des Körpers gegen Verbiegungen. Je widerstandsfähiger der Träger gegen Verbiegung ist, d. h. je größer die in Betracht kommenden Trägheitsmomente sind, desto kleiner sind für vorliegende Biegemomente die Biegungsspannungen.

Schneidet die durch die äußeren Kräfte gelegte Ebene den Querschnitt in einer Hauptachse (siehe § 11), so erfolgt die Verdrehung des betreffenden Querschnitts um eine zur Kraftebene senkrechte Achse, d. h. um die zur obigen Hauptachse zugehörige Hauptachse und die Biegungsspannung in einem beliebigen Querschnittspunkte ist dann direkt proportional dem Biegemoment M für diesen Querschnitt, sowie dem Abstände z vom Schwerpunkt (der Drehachse) und umgekehrt proportional dem Trägheitsmoment J . Folglich ist

$$\sigma = \frac{M \cdot z}{J}. \quad (10)$$

Wird hierin M in kgcm, z in cm und J in cm^4 eingesetzt, so ergibt sich σ in kg/qcm.

Alle Punkte mit derselben Entfernung z haben die gleiche Spannung. Wird für jeden Querschnittspunkt die zugehörige Spannung aufgetragen, so ergibt sich das sog. Spannungsdiagramm (Abb. 41).

In den Punkten, für die $z = 0$ ist, wird auch die Spannung gleich 0 (neutrale Achse des Querschnitts oder Nullinie).

Bei positiven Biegemomenten erleiden die Punkte unterhalb der Nullinie Zugspannungen (+) und diejenigen oberhalb der Nullinie Druckspannungen (-). Die Biegungsspannungen werden also auf Zug- und Druckspannungen zurückgeführt, sind also Normalspannungen. Die größten Beanspruchungen treten in den äußersten Punkten auf, mithin die größte Zugspannung für $z = a_1$ und die größte Druckspannung für $z = a_2$. Es ist daher:

$$\sigma_{\max} = \frac{M \cdot a_1}{J} \quad \text{und} \quad \sigma_{\min} = \frac{M \cdot a_2}{J}.$$

σ_{\max} und σ_{\min} dürfen höchstens gleich der zulässigen Zug- bzw. Druckbeanspruchung werden, d. h.

$$\sigma_{\max} = k_z = \frac{M \cdot a_1}{J} \quad \text{und} \quad \sigma_{\min} = k_d = \frac{M \cdot a_2}{J}. \quad (11)$$

Für Schmiedeeisen und Stahl, für die $k_z = k_d = k$ ist, ergibt sich als Bedingung für eine gute Materialausnutzung:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\min} = k,$$

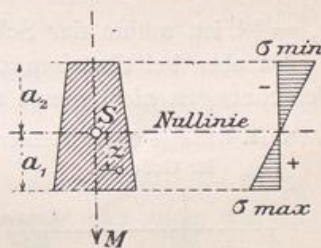
und somit auch $a_1 = a_2 = a$.

Die Dimensionierungsgleichung ist also

$$k = \frac{M \cdot a}{J} \quad \text{oder} \quad \frac{J}{a} = \frac{M}{k}. \quad (12)$$

J und a sind abhängig von der Querschnittsform und somit gesucht, wenn für ein vorliegendes Biegemoment M ein Träger zu berechnen ist.

Abb. 41. Spannungsdiagramm.



$\frac{J}{a}$ bezeichnet man als Widerstandsmoment (W) und dieses ist für die meisten Normalprofile direkt in den Profilb uchern gegeben; es kann in solchem Falle das erforderliche Profil unmittelbar gewählt werden nach der Gleichung:

$$W = \frac{M}{k}; \tag{13}$$

worin k die zulässige Zug- und Druckbeanspruchung bedeutet. Es sind also für Schmiedeeisen und Stahl dieselben Werte für k wie bei der Zug- und Druckfestigkeit (siehe § 10, 1) zugrunde zu legen. Beispiele für die Berechnung siehe später.

Ist k_z nicht gleich k_d , so ist als zulässige Biegungsbeanspruchung der kleinere dieser beiden Werte zu wählen, und man wird dann mit Rücksicht auf eine gute Materialausnutzung bei der $\sigma_{\max} = k_z$ und $\sigma_{\min} = k_d$ ist, dem Querschnitt wenn möglich solche Abmessungen geben, daß $\frac{a_1}{a_2} = \frac{k_z}{k_d}$ wird. Bei Gußeisen z. B. mit $k_z = 250$ kg/qcm und $k_d = 500$ kg/qcm wäre bei $a_1 = a_2$, d. h. wenn der Schwerpunkt in halber Höhe liegt, mit einer zulässigen Biegungsspannung von $k = 250$ kg/qcm zu rechnen und nach der Formel $W = \frac{M}{k}$ zu dimensionieren; oder auch, um k_d und k_z voll auszunutzen,

die Querschnittsform so zu wählen, daß $\frac{a_1}{a_2} = \frac{k_z}{k_d} = \frac{250}{500} = \frac{1}{2}$ also: $a_1 = \frac{1}{3}h$ und $a_2 = \frac{2}{3}h$ ist, mithin der Schwerpunkt in einem Drittel der Höhe liegt (Abb. 42).

Da aber bei Gußeisen das Proportionalit atsgesetz nicht gilt, und somit auch diese Berechnungen nicht genau zutreffen, empfiehlt es sich, Gußeisen für auf Biegung beanspruchte Teile nicht zu verwenden; dies ist auch mit Rücksicht auf die Sprödigkeit des Gußeisens sehr empfehlenswert.

Abb. 42. Günstige Querschnittsform für Gußeisen.

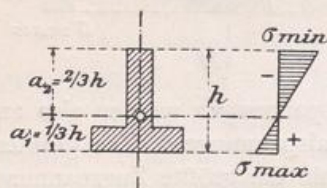
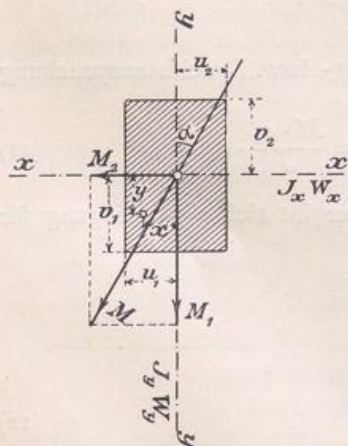


Abb. 43. Kraftebene schneidet den Querschnitt nicht in Hauptachse.



Schneidet die Kraftebene den Querschnitt nicht in einer Hauptachse, so findet die Verdrehung nicht um eine zur Kraftebene senkrecht stehende Achse statt. Die Richtung der Drehachse, d. h. die Richtung der Nulllinie ist also von vornherein nicht bekannt. Zur Berechnung zerlegt man das Biegemoment M des betreffenden Querschnitts in 2 Seitenkomponenten M_1 und M_2 (Abb. 43), berechnet für jede die zugehörigen Spannungen und addiert diese.

Die Spannung in einem beliebigen Punkte mit dem Abstände y von der x -Achse und dem Abstand x von der y -Achse berechnet sich zu

$$\sigma = \frac{M_1 \cdot y}{J_x} + \frac{M_2 \cdot x}{J_y}$$

Ferner ist

$$M_1 = M \cdot \cos \alpha; \quad M_2 = M \cdot \sin \alpha.$$

M_1 und M_2 können auch aus der Zeichnung direkt abgegriffen werden, wenn man M in einem bestimmten Maßstab aufträgt und graphisch zerlegt.

Es sei $J_x =$ Trägheitsmoment des Querschnitts auf die x -Achse bezogen und $J_y =$ Trägheitsmoment auf die y -Achse bezogen. Für die Grenzwerte von x und y treten die größten Spannungen auf; bei positiven Biegemomenten ist daher die größte Zugspannung σ_{\max} für $x = +u_1$

und $y = +v_1$; die größte Druckspannung σ_{\min} für $x = -u_2$ und $y = -v_2$; also:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_1 \cdot v_1}{J_x} + \frac{M_2 \cdot u_1}{J_y} \quad \text{und} \quad \sigma_{\min} = - \left(\frac{M_1 \cdot v_2}{J_x} + \frac{M_2 \cdot u_2}{J_y} \right).$$

Sind die zulässigen Beanspruchungen auf Zug und Druck wieder einander gleich, d. h. ist $k_z = k_d = k$, so wird mit Rücksicht auf eine gute Materialausnutzung $v_1 = v_2 = v$ und $u_1 = u_2 = u$ gewählt und die Bedingungsgleichung heißt dann:

$$k = \frac{M_1 \cdot v}{J_x} + \frac{M_2 \cdot u}{J_y}. \quad (14)$$

Da nun $\frac{J_x}{v} = W_x$ das Widerstandsmoment für die X -Achse und $\frac{J_y}{u} = W_y$ dasjenige für die y -Achse ist, so ergibt sich somit

$$k = \frac{M_1}{W_x} + \frac{M_2}{W_y} = \frac{1}{W_x} \left(M_1 + \frac{W_x}{W_y} \cdot M_2 \right).$$

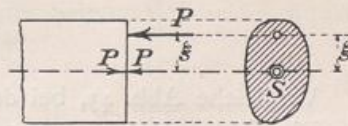
Wird das Verhältnis der beiden Widerstandsmomente $\frac{W_x}{W_y} = c$ gesetzt, so ist $k = \frac{M_1 + c \cdot M_2}{W_x}$, und die Dimensionierungsformel heißt:

$$W_x = \frac{M_1 + c \cdot M_2}{k}, \quad (15)$$

c wird zunächst gewählt (für I-Eisen $c = 7$ bis 9 und für C-Eisen $c = 5$ bis 7 , für mittlere Profile) und mittels Annäherung die Rechnung durchgeführt (Beispiele siehe bei der Pfettenberechnung in Abschnitt V).

4. Zusammengesetzte Festigkeit. Der häufigste Fall der zusammengesetzten Festigkeit ist derjenige, der durch eine Achsialkraft P und ein Moment M oder auch, was dasselbe ist, durch eine den Querschnitt exzentrisch, d. h. nicht im Schwerpunkt, treffende Kraft erzeugt wird. Den letzten Belastungsfall kann man ersetzen durch eine achsialwirkende Kraft und ein Kräftepaar mit dem Moment $P \cdot \xi$, wenn ξ die Exzentrizität der Kraft ist (Abb. 44). Die durch die Achsialkraft P und das Moment M erzeugten Spannungen addieren sich direkt, da sie beide Normalspannungen sind; selbstredend ist bei der Summierung das Vorzeichen zu berücksichtigen.

Abb. 44. Zusammengesetzte Festigkeit.



Trifft die Kraft P den Querschnitt nicht senkrecht, so kommt für die Normalspannungen die zur Querschnittsebene senkrechte Komponente der Kraft in Betracht; die andere in der Querschnittsebene wirkende Komponente erzeugt Schubspannungen im Querschnitt.

Wird ein Querschnitt durch eine Achsialkraft P und ein Biegemoment M beansprucht, so sind bei der Spannungsermittlung wieder zwei Fälle zu unterscheiden, je nachdem die Kraft- oder Momentenebene den Querschnitt in einer Hauptachse schneidet oder nicht. Schneidet die Kräfteebene den Querschnitt in einer Hauptachse, so ist die Spannung in einem beliebigen Punkte im Abstand z von der zugehörigen Hauptachse:

$$\sigma = \pm \frac{P}{F} + \frac{M \cdot z}{J}, \quad (16)$$

$\frac{P}{F}$ ist positiv oder negativ, je nachdem die Achsialkraft auf Zug oder auf Druck wirkt.

Abb. 45 entspricht einem negativen $\frac{P}{F}$. Die Grenzspannungen treten auf für die Grenzwerte von z und zwar ist bei positivem Biegemoment M

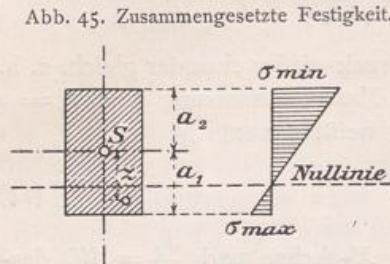


Abb. 45. Zusammengesetzte Festigkeit.

$$\sigma_{\max} = \pm \frac{P}{F} + \frac{M \cdot a_1}{J}$$

und

$$\sigma_{\min} = \pm \frac{P}{F} - \frac{M \cdot a_2}{J}$$

Bei $a_1 = a_2 = a$ ergeben sich durch Einsetzung von $\frac{J}{a} = W$ die Werte

$$\sigma_{\max} = \pm \frac{P}{F} + \frac{M}{W} \quad \text{und} \quad \sigma_{\min} = \pm \frac{P}{F} - \frac{M}{W}. \quad (17)$$

Erzeugt P Zugspannungen, so ist

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{F} + \frac{M}{W} \quad \text{und} \quad \sigma_{\min} = \frac{P}{F} - \frac{M}{W}.$$

Wirkt P auf Druck, dann wird

$$\sigma_{\max} = -\frac{P}{F} + \frac{M}{W} \quad \text{und} \quad \sigma_{\min} = -\frac{P}{F} - \frac{M}{W}.$$

Haben σ_{\max} und σ_{\min} gleiche Vorzeichen, so wird der ganze Querschnitt nur gezogen oder gedrückt; die Nulllinie fällt dann außerhalb des Querschnitts. Ist das Vorzeichen von σ_{\max} und σ_{\min} verschieden, so tritt im Querschnitt teils Zug und teils Druck auf, d. h. die Nulllinie fällt in den Querschnitt.

Schneidet die Kraftebene den Querschnitt nicht in einer Hauptachse, so steht die Richtung der Nulllinie nicht mehr senkrecht auf der Kraftebene. Man zerlegt dann das Moment wie bei der reinen Biegung in zwei Seitenkomponenten M_1 und M_2 und es ergibt sich nach S. 312 die Spannung in einem beliebigen Querschnittspunkte

$$\sigma = \pm \frac{P}{F} + \frac{M_1 \cdot y}{J_x} + \frac{M_2 \cdot x}{J_y}. \quad (18)$$

Vergleiche Abb. 43, bei der in S noch eine Achsialkraft P wirkend zu denken ist. Die Grenzspannungen ergeben sich wieder für die Grenzwerte von y und x zu:

$$\sigma_{\max} = \pm \frac{P}{F} + \frac{M_1 \cdot v_1}{J_x} + \frac{M_2 \cdot u_1}{J_y} \quad \text{und} \quad \sigma_{\min} = \pm \frac{P}{F} - \frac{M_1 \cdot v_2}{J_x} - \frac{M_2 \cdot u_2}{J_y}$$

und bei $M_1 = M_2 = M$; $v_1 = v_2 = v$, wobei $\frac{J_x}{v} = W_x$ und $\frac{J_y}{u} = W_y$ ist,

$$\sigma_{\max} = \pm \frac{P}{F} + \frac{M_1}{W_x} + \frac{M_2}{W_y} \quad \text{und} \quad \sigma_{\min} = \pm \frac{P}{F} - \frac{M_1}{W_x} - \frac{M_2}{W_y}. \quad (19)$$

Hierin ist für $\frac{P}{F}$ je nach der Wirkung von P das positive oder negative Vorzeichen zu wählen. Auch hierbei wird wieder der ganze Querschnitt gezogen oder gedrückt, wenn σ_{\max} und σ_{\min} gleiche Vorzeichen haben. Die Nulllinie fällt dann außerhalb des Querschnitts. Haben σ_{\max} und σ_{\min} entgegengesetztes Vorzeichen, so liegt die Nulllinie im Querschnitt und auf ihrer einen Seite treten Zug-, auf der anderen Seite Druckspannungen auf.

Die Dimensionierungsformel kann analog, wie bei der reinen Biegung gebildet werden.

Die aus Druck und Biegung zusammengesetzte Festigkeit spielt im Hochbau besonders bei exzentrisch belasteten Stützen, sowohl bei eisernen als auch gemauerten, eine große Rolle. Beispiele siehe bei Säulen (Abschnitt III).

Wegen der zusammengesetzten Schub- und Biegungsspannung vergleiche in § 14, 1, e die »Berechnung der Gelenkbolzen«.

§ 11. Trägheitsmomente. Wie aus § 10 ersichtlich ist, sind zum Nachweis der Knicksicherheit und zur Berechnung der Biegungsspannungen die Trägheitsmomente erforderlich. Diese sind Flächenmomente höherer Ordnung, und zwar versteht man unter dem Trägheitsmoment eines Querschnitts auf irgend eine Achse die Summe der Produkte aus den unendlich kleinen Flächenteilchen df des Querschnitts und den Quadraten der zugehörigen Abstände von der betreffenden Achse. Diese Achse nennt man Trägheitsachse.

Nimmt man z. B. für den in Abb. 46 dargestellten Querschnitt 2 beliebige Achsen xx und yy an, und sind die Abstände eines beliebigen Flächenteilchens von diesen Achsen y und x , so ist das Trägheitsmoment bezogen auf die x -Achse:

$$J_x = \sum y^2 \cdot df$$

und dasjenige bezogen auf die y -Achse

$$J_y = \sum x^2 \cdot df.$$

Diese beiden Trägheitsmomente nennt man äquatoriale Trägheitsmomente, da die Trägheitsachsen in der Ebene des Querschnitts liegen. Stehen dagegen die Trägheitsachsen senkrecht auf der Ebene des Querschnitts, so spricht man von polaren Trägheitsmomenten (J_p), z. B. für eine solche Achse im Punkte A ist

$$J_p = \sum \rho^2 \cdot df, \text{ wobei } \rho \text{ der direkte Abstand von } A \text{ ist.}$$

Schneiden sich zwei äquatoriale und eine polare Trägheitsachse in einem Punkt, wie in Abb. 46, und stehen die beiden äquatorialen Achsen x und y senkrecht aufeinander, so ist das polare Trägheitsmoment gleich der Summe der beiden äquatorialen Trägheitsmomente, da in diesem Falle $\rho^2 = x^2 + y^2$:

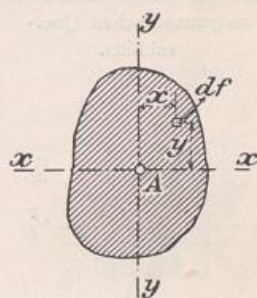
$$J_p = J_x + J_y. \tag{20}$$

Neben den Trägheitsmomenten unterscheidet man noch die Zentrifugalmomente und zwar ist $\sum x \cdot y \cdot df$ das Zentrifugalmoment des Querschnitts auf die beiden Achsen x und y .

In der Festigkeitslehre sind hauptsächlich die äquatorialen Trägheitsmomente von Bedeutung und im besonderen Maße die Trägheitsmomente auf Achsen, die durch den Schwerpunkt gehen und Schwerachsen genannt werden. Für jede Schwerachse ist im allgemeinen das Trägheitsmoment ein anderes, und diejenigen Achsen, die das größte und kleinste Trägheitsmoment aufweisen, nennt man Hauptachsen. Diejenige Hauptachse, für die das Trägheitsmoment ein Maximum ist, wird erste Hauptachse, diejenige für die das Trägheitsmoment ein Minimum ist, zweite Hauptachse genannt. Die beiden Hauptachsen stehen senkrecht aufeinander, und das Zentrifugalmoment des Querschnitts auf die beiden Hauptachsen ist gleich Null.

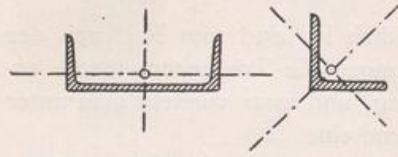
Hieraus folgt weiter, daß jede Symmetrieachse eine Hauptachse ist, und daß die zugehörige andere Hauptachse auf jener im Schwerpunkt senkrecht steht. Hiernach lassen sich für Querschnitte, die eine Symmetrieachse haben, die Hauptachsen direkt angeben, wie z. B. in Abb. 47 u. 48. Will man für einen unsymmetrischen Querschnitt die Lage der Hauptachsen berechnen, so ermittelt man zunächst die Trägheitsmomente

Abb. 46. Trägheitsmoment eines Querschnitts.



und das Zentrifugalmoment auf zwei aufeinander senkrecht stehende Achsen, die für die Berechnung bequem liegen; sind die Trägheitsmomente auf diese beiden Achsen J_ξ und J_η , das Zentrifugalmoment $= J_{\xi\eta}$ (Abb. 49), so lautet die Bedingung für die Lage der Hauptachsen:

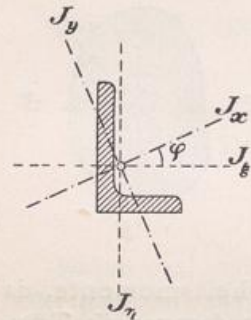
Abb. 47 u. 48. Querschnitte mit einer Symmetrieachse.



$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2 \cdot J_{\xi\eta}}{J_\eta - J_\xi} \quad (21)$$

Die hierdurch gegebenen 2 Winkel φ sind um 90° voneinander verschieden und geben die Winkel an, die die gesuchten Hauptachsen mit der ξ -Achse bilden.

Abb. 49. Hauptachsen eines unsymmetrischen Querschnitts.



Hat ein Querschnitt 2 oder mehr Symmetrieachsen, die nicht senkrecht aufeinander stehen, so sind auch mehrere Paare von Hauptachsen vorhanden, wie z. B. beim Quadrat, Kreis usw. Beim Quadrat sind 2 Paare von Hauptachsen vorhanden (x und y , sowie ξ und η in Abb. 50), und zwar sind alle 4 Trägheitsmomente gleich groß, denn es ist $J_x = J_y$ und $J_\xi = J_\eta$; ferner ist $J_x = J_\xi$, da 2 verschiedene Maxima nicht möglich sind. Beim Kreis und Kreisring ist jede Schwerachse eine Symmetrieachse, also auch eine Hauptachse, und die Trägheitsmomente auf sämtliche Schwerachsen sind gleich groß.

Ist das Trägheitsmoment eines Querschnitts auf eine Schwerachse bekannt und gleich J_s , so lässt sich das Trägheitsmoment auf eine zu dieser Schwerachse im Abstand u parallele Achse A (Abb. 51) leicht bilden nach der Formel:

$$J_A = J_s + F \cdot u^2 \quad (22)$$

Abb. 50. Querschnitt mit mehr als zwei Symmetrieachsen.

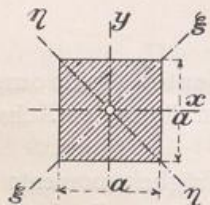


Abb. 51. Trägheitsmoment auf eine zur Schwerachse parallele Achse.

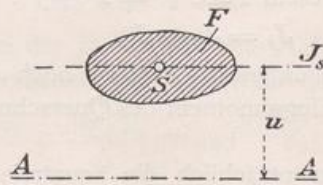
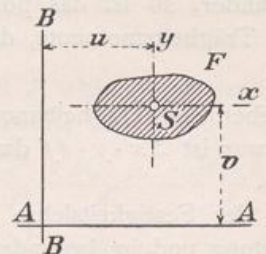


Abb. 52. Zentrifugalmoment eines Querschnitts.



Diese Beziehung lässt sich zur Ermittlung der Trägheitsmomente zusammengesetzter Querschnitte sehr zweckm sig verwenden, wie die später folgenden Beispiele zeigen.

Analog ist nach Abb. 52 das Zentrifugalmoment für die Achsen A und B .

$$J_{AB} = J_{xy} + F \cdot u \cdot v.$$

Sind die x - und y -Achsen Hauptachsen, so ist

$$J_{xy} = 0, \text{ und es wird } J_{AB} = F \cdot u \cdot v.$$

Die Maßeinheiten der Trägheitsmomente und Zentrifugalmomente sind vierter Dimension, z. B. cm^4 oder m^4 usw. Bei Umwandlung von m^4 in cm^4 sind also die Zahlen mit 100^4 zu multiplizieren. Z. B. $2,5 \text{ m}^4 = 250\,000\,000 \text{ cm}^4$.

Trägheitsmomente verschiedener Querschnitte.

1. Rechteck (Abb. 53).

Die Trägheitsmomente auf die Hauptachsen sind:

$$J_x = \frac{b \cdot h^3}{12}; \quad J_y = \frac{h \cdot b^3}{12},$$

für Achse A: $J_A = J_x + F \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^2 = \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \frac{h^2}{4} = \frac{b \cdot h^3}{3}$.

Analog für Achse B: $J_B = \frac{h \cdot b^3}{3}$.

2. Quadrat (Abb. 54).

$$J_x = J_y = \frac{a^4}{12}.$$

Für die beiden anderen Hauptachsen ist J gerade so groß; desgleichen für alle anderen Schwerachsen:

$$J_{\xi} = J_{\eta} = \frac{a^4}{12} = J.$$

3. Dreieck (Abb. 55).

$$J_x = \frac{b \cdot h^3}{36}.$$

4. Trapez (Abb. 56).

$$J = \frac{6 \cdot b^2 + 6b \cdot b_1 + b_1^2}{36 \cdot (2b + b_1)} \cdot h^3.$$

5. I-Querschnitt (Abb. 57).

Berechnet als Differenz von Rechtecken, ergibt sich:

$$J_x = \frac{B \cdot H^3}{12} - \frac{(B - \delta) \cdot (H - 2d)^3}{12}.$$

Abb. 53. Rechteck.

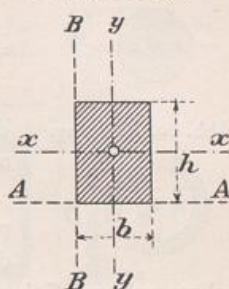


Abb. 54. Quadrat.

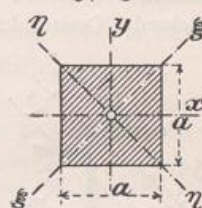


Abb. 55. Dreieck.

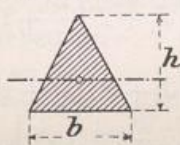


Abb. 56. Trapez.

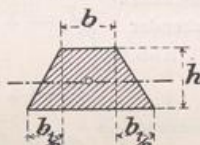
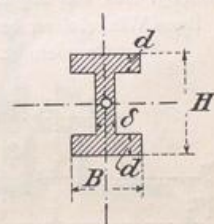


Abb. 57. I-Querschnitt.



Ebenso kann man das Trägheitsmoment eines genieteten Blech-Trägers (Abb. 58) ermitteln:

$$J_x = \frac{B \cdot H^3}{12} - \frac{2 \delta_1 \cdot h_1^3}{12} - \frac{2 \delta' \cdot h_2^3}{12} - \frac{2 \cdot \lambda \cdot h_3^3}{12}.$$

Hiervon ist noch das Trägheitsmoment der Nietlöcher, entweder der horizontalen oder der vertikalen in Abzug zu bringen; nicht beide zugleich, da diese gegeneinander versetzt sind. Für die vertikalen Nietlöcher wäre abzuziehen: $J_{\min} = 4 \cdot f_n \cdot \left(\frac{h_n}{2}\right)^2$, wobei f_n = Querschnittsanteil eines Nietloches und h_n der Schwerpunktsabstand zweier übereinanderliegender Nietlöcher ist.

Als angenäherten Ausdruck für das Trägheitsmoment des genieteten Blechträgers könnte man auch schreiben:

$$J = \frac{\delta \cdot h^3}{12} + 2 \cdot f \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^2 = \frac{h^2}{2} \left(\frac{\delta \cdot h}{6} + f\right),$$

worin h = Steghöhe, δ = Stegstärke, f = Fläche jeder Gurtung (Winkel und Deckplatten). Für überschlägliche und vorläufige Berechnungen ist diese Formel oft ausreichend.

Abb. 58. Blechträger.



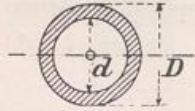
6. Kreis und Kreisring (Abb. 59 u. 60).

Abb. 59. Kreis.



Für den Kreis ist $J_s = \frac{d^4 \cdot \pi}{64}$ oder $\frac{\pi \cdot r^4}{4}$, für den Kreisring $J_s = \left(\frac{D^4 - d^4}{64}\right) \pi$ oder $(R^4 - r^4) \frac{\pi}{4}$.

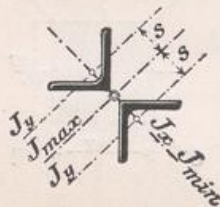
Abb. 60. Kreisring.



Für weitere Querschnittsformen sind die Trägheitsmomente aus der »Hütte« 1905, I, S. 392 usw. ersichtlich; doch dürfte man im allgemeinen mit den angegebenen auskommen.

Sehr zweckmäßig läßt sich die Formel $J = J_s + F \cdot u^2$ zur Berechnung zusammengesetzter Querschnitte verwenden, indem man die in den Profiltabellen angegebenen Trägheitsmomente für die Schwerachsen, Schwerpunktsabst ande usw. der einzelnen Teilprofile mit benutzt.

Abb. 61. Aus zwei  ubereck gestellten Winkelleisen bestehender Querschnitt.



Es seien nachstehend für einige wichtige Querschnittsformen von Fachwerkst aben, Stützen usw. die Gleichungen für J_{max} und J_{min} gegeben.¹⁰⁾

Abb. 61. $J_{max} = 2 \cdot (J_y + F \cdot s^2)$,
 $J_{min} = 2 \cdot J_x$.

Abb. 62. Aus zwei gleichschenkeligen Winkelleisen bestehender Querschnitt.

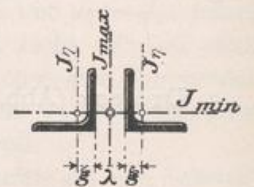


Abb. 62. $J_{max} = 2 \cdot \left[J_\eta + F \cdot \left(\frac{\lambda}{2} + \xi \right)^2 \right]$,
 $J_{min} = 2 \cdot J_\xi$.

Abb. 63. Aus vier ungleichschenkeligen Winkelleisen bestehender Querschnitt.

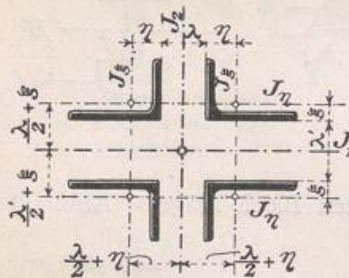
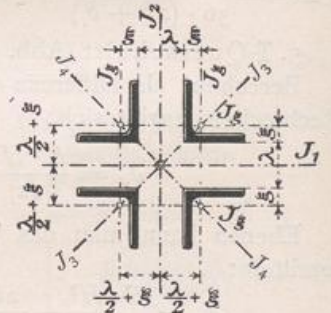


Abb. 63. $J_1 = 4 \cdot \left[J_\eta + F \cdot \left(\frac{\lambda'}{2} + \xi \right)^2 \right]$,
 $J_2 = 4 \cdot \left[J_\xi + F \cdot \left(\frac{\lambda}{2} + \eta \right)^2 \right]$.

Abb. 64. Aus vier gleichschenkeligen Winkelleisen bestehender Querschnitt.



Ob J_1 oder J_2 zum J_{max} wird, ist hier abhängig von λ und λ' .

Bei gleichschenkeligen Winkeln und $\lambda = \lambda'$ ergeben sich vier Hauptachsen mit J_1, J_2, J_3 und J_4 , die alle einander gleich sind (Abb. 64).

$J_1 = J_2 = J_3 = J_4 = 4 \cdot \left[J_\xi + F \cdot \left(\frac{\lambda}{2} + \xi \right)^2 \right]$.

Der gleiche Wert ergibt sich auch für alle anderen Schwerachsen.

Abb. 65. Aus vier Winkelleisen und einem Futterblech bestehender Querschnitt.

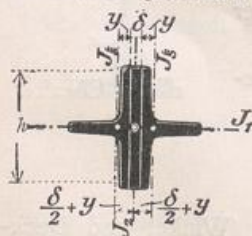
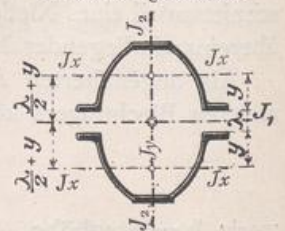


Abb. 65. $J_x = 2 \cdot J_y + \frac{\delta \cdot h^3}{12}$,
 $J_y = 2 \cdot \left[J_x + F \cdot \left(\frac{\delta}{2} + y \right)^2 \right] + \frac{h \cdot \delta^3}{12}$.

Abb. 66. $J_x = 2 \cdot \left[J_x + F \cdot \left(y + \frac{\lambda}{2} \right)^2 \right]$,
 $J_y = 2 \cdot J_y$.

Ob J_x oder J_y das Maximum wird, hängt ab von λ .

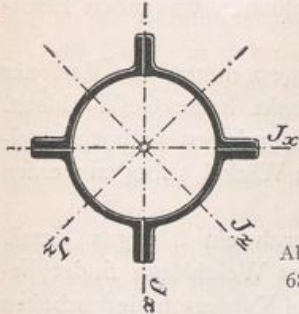
Abb. 66. Aus zwei Zoreisen bestehender Querschnitt.



¹⁰⁾ Hierbei sind die Bezeichnungen der »Hütte« 1905, zu Grunde gelegt, wonach sich J_x, J_y, J_ξ, J_η und F immer auf ein Profil beziehen.

Bei dem nebenstehenden Querschnitt aus 4 Quadranteisen sind wieder zwei Paare von Hauptachsen (Symmetrieachsen) vorhanden, für die die Trägheitsmomente ebenfalls sämtlich einander gleich sind. Auch für alle anderen Schwerachsen ergeben sich die gleichen Trägheitsmomente.

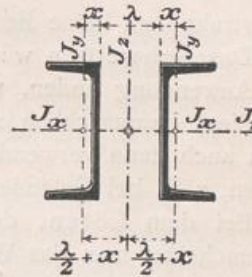
Abb. 67. Aus vier Quadranteisen bestehender Querschnitt.



$J = J_x = J_y$; die Werte hierfür sind für die verschiedenen Durchmesser in der »Hütte« gegeben.

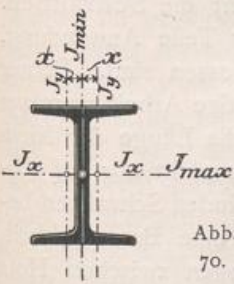
$$\text{Abb. } \begin{cases} J_1 = 2 \cdot J_x, \\ 68. \quad J_2 = 2 \cdot \left[J_y + F \cdot \left(\frac{\lambda}{2} + x \right)^2 \right]. \end{cases}$$

Abb. 68. Aus zwei C-Eisen bestehender Querschnitt.



In der »Hütte« und auch in den meisten anderen Profiltabellen sind für die verschiedenen C-Profile die Werte für λ (i) angegeben, für die $J_1 = J_2$ wird.

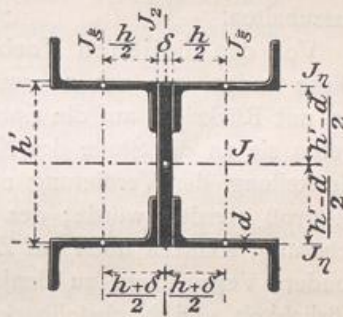
Abb. 69. Aus zwei dicht nebeneinander liegenden C-Eisen bestehender Querschnitt.



Ist $\lambda < i$ so wird $J_1 = J_{\max}$ und $J_2 = J_{\min}$.
Ist $\lambda > i$ so wird $J_2 = J_{\max}$ und $J_1 = J_{\min}$.

Für $\lambda = 0$ (Abb. 69) ist $J_2 = J_{\min} = 2 \cdot (J_y + F \cdot x^2)$,
oder auch, da J_b meist für ein C-Eisen angegeben ist,
 $J_{\min} = 2 \cdot J_b$.

Abb. 70. Aus vier L-Eisen bestehender Querschnitt.



$$\text{Abb. } \begin{cases} J_1 = \frac{\delta \cdot h^3}{12} + 4 \cdot \left[J_y + F \cdot \left(\frac{h-d}{2} \right)^2 \right], \\ 70. \quad J_2 = \frac{h' \cdot \delta^3}{12} + 4 \cdot \left[J_x + F \cdot \left(\frac{h+\delta}{2} \right)^2 \right]. \end{cases}$$

Für unregelmäßige, krummlinig begrenzte Querschnitte erfolgt die Ermittlung der Trägheitsmomente am zweckmäßigsten auf graphischem Wege, worauf hier jedoch nicht näher eingegangen werden kann.

II. Die Konstruktionselemente.

A. Die Verbindungsmittel der Eisenkonstruktionen.

§ 12. Die verschiedenen Arten der Verbindungsmittel. Die Mittel, welche zur Verbindung zweier oder mehrerer Konstruktionsteile verwendet werden, sind je nach den an sie gestellten Anforderungen und dem Zweck, dem sie dienen, verschieden. Man unterscheidet lösliche und unlösliche Verbindungen und demgemäß lösliche und unlösliche Verbindungsmittel.

Unlöslich nennt man eine Verbindung, wenn eine spätere Trennung der verbundenen Teile nur durch Zerstörung der Verbindungsmittel möglich ist. Lösliche Verbindungen sind solche, die jederzeit auseinander genommen werden können, ohne daß die Konstruktionsteile zerstört werden.

Die löslichen Verbindungsmittel teilt man noch ein in feste und regulierbare, je nachdem die Verbindung eine unveränderlich feste oder eine nachstellbare ist.