Lehrbuch des Hochbaues

Grundbau, Steinkonstruktionen, Holzkonstruktionen, Eisenkonstruktionen , Eisenbetonkonstruktionen

Esselborn, Karl

Leipzig, 1908

1. Zug- und Druckfestigkeit (Normalspannung, Normalfestigkeit)

3. **Beanspruchung auf reine Biegung** tritt auf, wenn die äußeren Kräfte zwei benachbarte Querschnitte gegeneinander so verdrehen wollen, daß diese nach der Verdrehung nicht mehr parallel sind; bei dieser Verdrehung ändern sich jedoch die Abstände ihrer Schwerpunkte nicht.

Biegungsfestigkeit ist diejenige Biegungsspannung, die in den äußersten Fasern, der auf Biegung beanspruchten Querschnitte unmittelbar vor der Zerstörung des Körpers durch Biegung vorhanden ist.

4. **Verdrehungs- oder Torsionsbeanspruchung** tritt auf, wenn die äußeren Kräfte zwei unmittelbar nebeneinanderliegende Querschnitte um die Achse des Körpers so verdrehen wollen, daß die Querschnitte parallel bleiben und ihren Abstand in der Richtung der Achse nicht ändern.

Torsionsfestigkeit ist die unmittelbar vor der Zerstörung des Körpers durch Torsion an der Bruchstelle auftretende Torsionsspannung. Die Torsionsbeanspruchung ist für die Hochbaukonstruktionen von untergeordneter Bedeutung, und soll hierauf an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden.

Treten von den erwähnten Beanspruchungen zwei oder mehr gleichzeitig auf, so spricht man von zusammengesetzter Beanspruchung und demgemäß auch von zusammengesetzter Festigkeit.

In der Praxis handelt es sich nun weniger um die Festigkeiten für die verschiedenen Beanspruchungsweisen als um die betreffende zulässige Inanspruchnahme. Unter dieser letzteren versteht man diejenige Kraft für ein qcm, die man dem Material mit Sicherheit auf die Dauer zumuten kann. Für die Wahl dieser zulässigen Beanspruchung ist die Elastizitätsgrenze maßgebend, und zwar soll diese niemals erreicht oder gar überschritten werden. Um nun aber unvorhergesehenen Überbelastungen oder Materialänderungen Rechnung zu tragen, führt man einen Sicherheitskoeffizienten ein, indem man mit der zulässigen Beanspruchung nur bis zu einem Bruchteil der Elastizitätsgrenze herangeht, z. B. $\frac{1}{2}$ bis $\frac{2}{3}$.

Näheres über die zulässigen Beanspruchungen für die verschiedenen Beanspruchungsarten findet sich in § 10. Für solche Konstruktionen, die einem plötzlichen Belastungswechsel unterworfen sind und bei denen die Belastungen mit Erschütterung oder Stößen verbunden auftreten, nimmt man die zulässige Beanspruchung geringer an als bei den durch ruhende Belastung beanspruchten Konstruktionen; man rechnet dann noch mit einem sog. Stoßkoeffizienten, indem man als zulässige Beanspruchung einen weiteren Bruchteil der zulässigen Beanspruchung für ruhende Lasten einführt, oder die stoßend wirkenden Lasten mit einem größeren Wert in Rechnung stellt.

Bei der Belastung der Konstruktion spielt noch der Elastizitätsmodul oder die Elastizitätszahl eine wesentliche Rolle. Diese Zahl gibt uns ein Bild von der Widerstandsfähigkeit des Materials gegen Deformationen; je größer der Elastizitätsmodul ist, desto widerstandsfähiger ist das Material gegen elastische Deformationen.

Die Größe (E) der Elastizitätszahl für die verschiedenen Materialien hat man durch Versuche bestimmt und hat als Mittelwert für Fluß-, Schweißeisen und Stahl gefunden $E = 2000000$ kg/qcm, für Gußeisen 1000000 kg/qcm.

§ 10. Berechnungsweise für die verschiedenen Beanspruchungsarten.

1. **Zug- und Druckfestigkeit (Normalspannung, Normalfestigkeit).** Wirken auf einen stabförmigen, geradachsigen Körper äußere Kräfte in der Stabachse, so erzeugen diese eine über den ganzen Querschnitt gleichmäßig verteilte Zug- oder Druckbeanspruchung, je nachdem die Kräfte dem Körper eine positive Verlängerung oder eine negative Verlängerung (Verkürzung) zu erteilen bestrebt sind. Hat der Stab konstanten

Querschnitt und ist F die Querschnittsfläche in qcm, P die Größe der Kraft in kg, so ist die Spannung in diesem Querschnitt

$$\sigma = \frac{P}{F} \text{ kg/qcm.} \tag{1}$$

Diese Spannung darf nun die zulässige Beanspruchung nicht überschreiten. Bezeichnet man diese mit k, und soll der Stab für eine vorliegende Kraft P dimensioniert werden, so ergibt sich als erforderliche Querschnittsfläche

$$F = \frac{P}{k}. \tag{2}$$

Die zulässige Beanspruchung auf Zug sei k_z,
» » » » Druck » k_d.

Für ruhende Belastung kann man als zulässige Beanspruchung $\frac{2}{3}$ der Elastizitätsgrenze einführen. Da nun die

Elastizitätsgrenze bei Schweißeisen für Zug und Druck = rund 1600 kg/qcm
» » Flußeisen » » » » = » 2000 » ,

so sind die zulässigen Beanspruchungen auf Zug und Druck für ruhende Belastung:

bei Schweißeisen $k_z = k_d = \frac{2}{3} \cdot 1600 = 1050$ kg/qcm
» Flußeisen $k_z = k_d = \frac{2}{3} \cdot 2000 = 1350$ »

Bei stoßend wirkender Belastung wählt man die zulässige Beanspruchung nur $\frac{2}{3}$ bis $\frac{3}{4}$ so hoch als bei ruhender Belastung, demnach:

bei Schweißeisen $k_z = k_d = \frac{2}{3} \cdot 1050 = 700$ kg/qcm
» Flußeisen $k_z = k_d = \frac{2}{3} \cdot 1350 = 900$ »

Bei Gußeisen liegt die Elastizitätsgrenze für Zug bei rund 650 kg/qcm und für Druck bei rund 1700 kg/qcm. Jedoch werden die zulässigen Beanspruchungen beim Gußeisen wegen seiner Sprödigkeit verhältnismäßig viel geringer angenommen als bei Schmiedeeisen, und zwar ist allgemein festgesetzt:

Zulässige Beanspruchung auf Zug 250 kg/qcm
» » » Druck 500 »

Diese Werte gelten nur für ruhende Belastung; für stoßende Belastung darf Gußeisen keine Verwendung finden.

Die folgende Tabelle gibt übliche Mittelwerte für die zulässigen Beanspruchungen, sowie für die Elastizitätszahlen und spezifischen Gewichte der verschiedenen Eisensorten an, wobei Schweißeisen und Flußeisen als Schmiedeeisen zusammengenommen sind.

Tabelle: Zulässige Beanspruchungen, Elastizitätszahlen und spezifische Gewichte der verschiedenen Eisensorten.

Material	Zulässige Beanspruchungen in kg/qcm				Elastiz. Mod.	Spez. Gew. in
	bei stoßender Belastung		bei ruhiger Belastung			
	Zug	Druck	Zug	Druck	kg/qcm	kg/cbm
Gußeisen	—	—	250	500	1 000 000	7250
Schmiedeeisen	750	750	1000	1000	2 000 000	7800
Stahl	1500	1500	1500—1800	1800—2000	2 000 000	7850

Wie schon in § 9 angeführt wurde, tritt mit jeder Beanspruchung eine Formänderung auf, die bei Schmiedeeisen und Stahl innerhalb der Elastizitätsgrenze proportional der

Spannung wächst. Dieses Elastizitätsgesetz lautet für einen Stab mit konstantem Querschnitt

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E}, \tag{3}$$

worin l die ursprüngliche Stablänge und Δl gleich der Verlängerung des Stabes ist.

Hierin nach Formel 1 für σ den Wert $\frac{P}{F}$ eingesetzt, ergibt

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{P}{F \cdot E},$$

woraus sich die Gesamtverlängerung des Stabes findet:

$$\Delta l = \frac{P \cdot l}{E \cdot F}. \tag{4}$$

Mit jeder Längenänderung ist eine Queränderung verbunden, und zwar im entgegengesetzten Sinne, d. h. einer positiven Längenänderung entspricht eine negative Queränderung und umgekehrt. Sind die Querabmessungen des prismatischen Stabes a und b, so ist

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{1}{m} \cdot \frac{\Delta l}{l} \quad \text{und} \quad \frac{\Delta b}{b} = \frac{1}{m} \cdot \frac{\Delta l}{l}.$$

m ist für alle Körper, die nach allen Seiten gleich elastisch sind, also auch für Eisen, annähernd eine Zahl zwischen 3 und 4, für Schmiedeeisen und Stahl empfiehlt sich der Wert $m = 3$.

Bei einem Stab mit nicht konstantem Querschnitt hat man bei der Dimensionierung oder Spannungsberechnung die schwächste Stelle ins Auge zu fassen, d. h. den Nettoquerschnitt zu berechnen. So ist z. B. bei Eisenkonstruktionen an den Anschluß- und Stoßstellen der Stabquerschnitt durch die Niet- oder Schraubenlöcher geschwächt und diese Schwächungen sind bei der Dimensionierung zu berücksichtigen, indem der wirkliche Stabquerschnitt um diese Schwächung größer zu nehmen ist, als die berechnete, erforderliche Querschnittsfläche. Dieser Zuschlag für die Schwächung kommt hauptsächlich bei den gezogenen Stäben in Betracht, weniger bei den gedrückten; denn hier ist die Schwächung in den meisten Fällen durch die Verbindungsmittel wieder ausgefüllt.

Dagegen ist bei gedrückten Stäben gegen die Gefahr des Ausknickens vorzubeugen, d. h. es ist die Knicksicherheit bei gedrückten Stäben nachzuweisen. Ein vollkommen gleichartiger, geradachsiger Stab, der genau zentrisch belastet ist, dürfte theoretisch kein Ausknicken erleiden; da aber praktisch diese Bedingungen nicht erfüllbar sind, so haben diese Abweichungen von der theoretischen Form und Art der Belastung ein Ausbiegen des Stabes zur Folge, wenn nicht nach allen Seiten eine genügende Steifigkeit vorhanden ist. Einen Ausdruck für diese nach jeder Seite hin mindestens nötige Steifigkeit ist gegeben in der EULERschen Knickformel:

$$J_{\min} \geqq \frac{s \cdot l^2 \cdot P}{C \cdot E}. \tag{5}$$

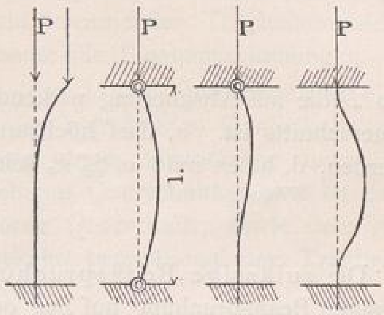
Hierin bedeutet $J_{\min}$ das kleinste Trägheitsmoment in cm^4, s den Sicherheitsgrad, l die freie Stablänge in cm, P die Stabkraft in kg, C eine Konstante, die von der Endbefestigung des Stabes abhängt und E den Elastizitätsmodul.

In bezug auf die Konstante C unterscheidet man 4 Arten von Endbefestigungen und somit 4 Knickfälle:

1. Der Stab ist am einen Ende eingespannt und am anderen Ende frei (Abb. 35)[9])

$$C = \frac{\pi^2}{4}.$$

Abb. 35 bis 38. Die 4 Knickfälle.



2. Der Stab ist an beiden Enden gelenkartig gehalten (Abb. 36)

$$C = \pi^2.$$

3. Der Stab ist am einen Ende eingespannt und am anderen gelenkartig gehalten (Abb. 37)

$$C = 2 \cdot \pi^2.$$

4. Der Stab ist an beiden Enden eingespannt (Abb. 38)

$$C = 4\pi^2.$$

In der Praxis spielt der Fall 2, bei dem die beiden Stabenden gelenkartig gehalten sind, und für den die Konstante $C = \pi^2$ ist, eine vorwiegende Rolle. Denn für die meisten Konstruktionsteile, wie Fachwerksstäbe, Stützen usw. wird für die Berechnung derselben eine gelenkartige Endbefestigung angenommen und oft eine solche auch ausgeführt. Setzt man für diesen 2. Knickfall in die EULERsche Formel den Wert $C = \pi^2$ oder 10, die Stabkraft in Tonnen und die freie Länge in Metern ein, so ergibt sich nach Formel 5 für Schmiedeeisen und Stahl, für die $E = 2\,000\,000$ kg/qcm ist, und für eine 5fache Sicherheit ($s = 5$):

$$J_{\min} \geqq \frac{5 \cdot l^2 \cdot 100 \cdot 100 \cdot P \cdot 1000}{10 \cdot 2000000}$$

und hieraus die einfache Formel:

$$J_{\min} \geqq 2{,}5 \cdot P \cdot l^2, \tag{6}$$

worin P in t und l in m einzusetzen ist.

Für Gußeisen, für das $E = 1\,000\,000$ kg/qcm ist und für das eine 8fache Sicherheit ($s = 8$) verlangt wird, ergibt sich der Wert

$$J_{\min} \geqq \frac{8 \cdot l^2 \cdot 100 \cdot 100 \cdot P \cdot 1000}{10 \cdot 1000000}, \text{ oder}$$

$$J_{\min} \geqq 8 \cdot P \cdot l^2. \tag{7}$$

Auch hier ist P in t und l in m einzusetzen.

Liegt ein anderer Knickfall vor, so kann dieser aus Fall 2 leicht durch einfache Multiplikation mit der Verhältniszahl der Konstanten geschehen. Z. B. bei Fall 1 muß $J_{\min}$ viermal so groß und bei Fall 3 nur halb so groß sein als bei Fall 2, wenn man die gleiche Knicksicherheit erhalten will.

Der Vorgang bei der Berechnung gedrückter Stäbe ist folgender: Zunächst wird die erforderliche Querschnittsfläche $F = \frac{P}{k}$ ermittelt und diese, wenn möglich so angeordnet, daß das für die Knicksicherheit erforderliche, kleinste Trägheitsmoment mindestens vorhanden ist. Genügt trotz geschickter Anordnung die berechnete Querschnittsfläche nicht zur Erzielung der verlangten Steifigkeit, so muß man zur Erreichung des erforderlichen $J_{\min}$ die Querschnittsfläche entsprechend vergrößern.

[9]) Die Abb. 35 bis 38, 89, 90, 115 bis 119, 128, 129, 145, 146, 227, 234, 255, 256, 271 bis 274, 279, 280, 286 bis 291, 302 bis 304, 308 bis 322, 332 bis 337, 340 bis 342, 356 bis 359, 383 bis 386, 399, 420, 421 und 459 bis 470 sind entnommen aus: MAX FOERSTER, »Die Eisenkonstruktionen der Ingenieur-Hochbauten«, 3. Aufl., Leipzig 1906.

Über die Berechnung der Trägheitsmomente einfacher und zusammengesetzter Querschnitte siehe § 11. Beispiele für die Berechnung folgen ebenfalls später.

2. Schubfestigkeit (Abscherung). Nimmt man die in einem Querschnitt auftretende Schubspannung als gleichmäßig verteilt an, so ergibt sich als Schubbeanspruchung für 1 qcm, also die Schubspannung nach der Formel

$$\sigma_s = \frac{P}{F}, \tag{8}$$

wo P die auf Abscherung wirkende Kraft und F die Querschnittsfläche des betrachteten Querschnitts ist. σ_s darf höchstens gleich der zulässigen Beanspruchung auf Schub (k_s) werden, d. h. es muß $\sigma_s \leqq k_s$ sein, und als Dimensionierungsformel ergibt sich

$$F = \frac{P}{k_s}. \tag{9}$$

Die zulässige Beanspruchung auf Schub kann man ungefähr gleich $\frac{4}{5}$ der zulässigen Beanspruchung auf Zug oder Druck setzen, d. h. $k_s = \frac{4}{5} k_d$ oder $\frac{4}{5} k_z$, wobei der kleinere dieser beiden Werte maßgebend ist.

Demnach ergibt sich für:

Gußeisen	$k_s = 250 \cdot \frac{4}{5} = 200$ kg/qcm	für ruhende Belastung
Schweißeisen	$k_s = 1050 \cdot \frac{4}{5} = 840$ kg/qcm	
Flußeisen	$k_s = 1350 \cdot \frac{4}{5} = 1080$ kg/qcm	
Schweißeisen	$k_s = 700 \cdot \frac{4}{5} = 560$ kg/qcm	für stoßend wirkende Belastung.
Flußeisen	$k_s = 900 \cdot \frac{4}{5} = 720$ kg/qcm	

Als Mittelwert könnte man gemäß der Tabelle auf S. 307 für Schmiedeeisen (Flußeisen und Schweißeisen) einführen:

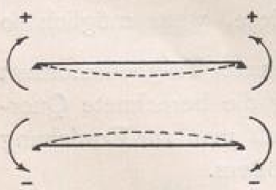
$k_s = 750 \cdot \frac{4}{5} = 600$ kg/qcm bei stoßender Belastung,
$k_s = 1000 \cdot \frac{4}{5} = 800$ kg/qcm bei ruhender Belastung.

Rechnungsbeispiele siehe bei den Vernietungen usw.

Für die Berechnung von Schubbeanspruchungen in Querschnitten vollwandiger Konstruktionen ist meist die Querkraft maßgebend. Unter Querkraft eines Querschnitts versteht man die algebraische Summe, der zum Querschnitt parallelen Komponenten sämtlicher Kräfte auf der einen Seite dieses Querschnitts. (Näheres siehe bei den Trägern, Abschnitt IV.)

3. Biegungsfestigkeit. Nach § 9, 3 tritt Biegung auf, wenn die Kräfte zwei Nachbarquerschnitte um eine zur Kraftebene senkrecht stehende Achse so zu drehen bestrebt sind, daß die anfänglich parallelen Querschnitte nicht mehr parallel bleiben. Diese Verdrehung wird durch die Summe der Momente aller Kräfte auf der einen Seite des Querschnitts, bezogen auf den Schwerpunkt des betreffenden Querschnitts als Drehpunkt, bedingt. Diese Summe der Momente wird das Biegungsmoment des betreffenden Querschnitts genannt. Als positive Biegungsmomente bezeichnet man in der Regel diejenigen, die den Träger nach unten durchzubiegen bestrebt sind, die also auf beiden Seiten des Querschnitts nach oben drehen (Abb. 39). Die umgekehrt wirkenden Biegungsmomente sind dann negativ (Abb. 40).

Abb. 39 u. 40. Positive und negative Biegungsmomente.



Die maximalen Biegungsspannungen sind abhängig von den maximalen Biegungsmomenten und zwar ist in den einzelnen Querschnittspunkten die Biegungsspannung um so größer, je größer der Abstand der betreffenden Querschnittspunkte