Lehrbuch des Hochbaues

Grundbau, Steinkonstruktionen, Holzkonstruktionen, Eisenkonstruktionen , Eisenbetonkonstruktionen

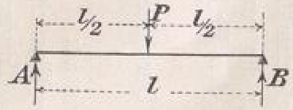
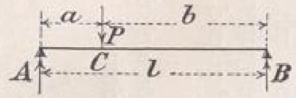
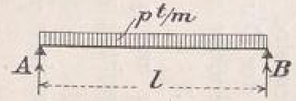
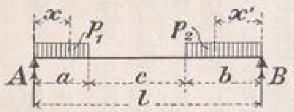
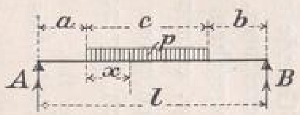
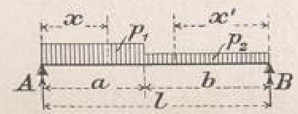
Esselborn, Karl

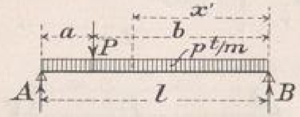
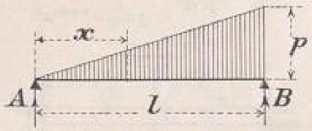
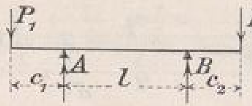
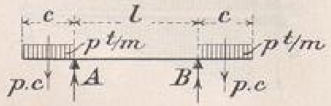
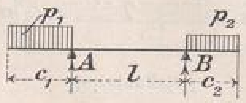
Leipzig, 1908

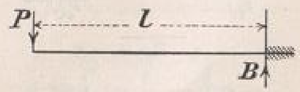
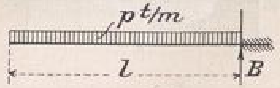
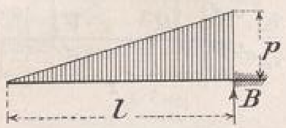
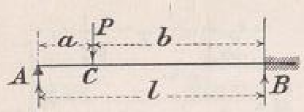
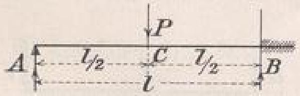
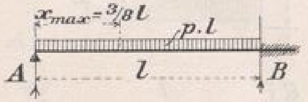
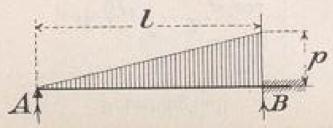
4. Zusammenstellung der Auflagerdrücke und größten Momente häufig vorkommender Belastungsfälle

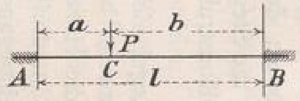
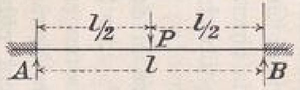
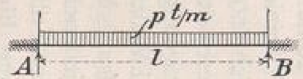
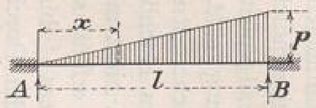
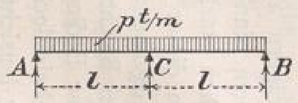
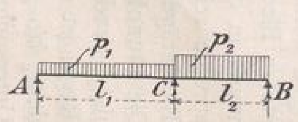
urn:nbn:de:hbz:466:1-50294

4. Zusammenstellung für die Auflagerdrücke und größten Momente häufig vorkommender Belastungsfälle.

Nr.	Belastungsfall	Auflagerdrücke	Größte Biegungsmomente	Gefährlichster Querschnitt
		a) Frei aufliegender Träger auf zwei Endstützen.		
1.		$A = B = \frac{P}{2}$	$M_{\max} = \frac{P \cdot l}{4}$	in Trägermitte
2.		$A = \frac{P \cdot b}{l}, \; B = \frac{P \cdot a}{l}$	$M_{\max} = \frac{P \cdot a \cdot b}{l}$	in C
3.		$A = B = \frac{p \cdot l}{2}$	$M_{\max} = \frac{p \cdot l^2}{8}$	in Trägermitte
4.		$A = \frac{p_1 \cdot a\,(2l - a) + p_2 \cdot b^2}{2l}$ $B = \frac{p_1 \cdot a^2 + p_2 \cdot b \cdot (2l - b)}{2l}$	Für $A < p \cdot a : M_{\max} = \frac{A^2}{2p_1}$ Für $B < p \cdot b : M_{\max} = \frac{B^2}{2p_2}$	wo $A = p_1 \cdot x$ also für $x = \frac{A}{p_1}$ wo $B = p_2 \cdot x'$ also für $x' = \frac{B}{p_2}$
	für $a = b$ und $p_1 = p_2 = p$	$A = B = p \cdot a$	$M_{\max} = \frac{p \cdot a^2}{2}$	Momente für alle Querschnitte der unbelasteten Strecke gleich
5.		$A = \frac{p \cdot c\,(2b + c)}{2l}$ $B = \frac{p \cdot c\,(2a + c)}{2l}$	$M_{\max} = A\left(a + \frac{A}{2p}\right)$	wo $A = p \cdot x$ also für $x = \frac{A}{p}$
6.		$A = \frac{p_1 \cdot a\,(2l - a) + p_2 \cdot b^2}{2l}$ $B = \frac{p_1 \cdot a^2 + p_2 \cdot b\,(2l - b)}{2l}$	Wenn $A < p_1 \cdot a : M_{\max} = \frac{A^2}{2p_1}$ Wenn $B < p_2 \cdot b : M_{\max} = \frac{B_2}{2p_2}$	im Abstand $x = \frac{A}{p_1}$, wo $A = p_1 \cdot x$ im Abstand $x' = \frac{B}{p_2}$, wo $Z = p_2 \cdot x'$

Nr.	Belastungsfall	Auflagerdrücke	Größte Biegungsmomente	Gefährlichster Querschnitt
7.		$A = \frac{P \cdot b}{l} + \frac{p \cdot l}{2}$ $B = \frac{P \cdot a}{l} + \frac{p \cdot l}{2}$	Wenn $\frac{P}{p \cdot l} < \frac{b-a}{2\,a}$: $M_{\max} = \frac{B^2}{2p}$ Wenn $\frac{P}{p \cdot l} > \frac{b-a}{2\,a}$: $M_{\max} = \left(P + \frac{p\,l}{2}\right)\frac{a \cdot b}{l}$	von B im Abstand $x' = \frac{B}{p}$ $x'' = b$
8.		$A = \frac{p \cdot l}{6}$ $B = \frac{p \cdot l}{3}$	$M_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot \frac{p \cdot l}{2} = 0{,}128\,\frac{p \cdot l}{2}$	$x_{\max} = \frac{l}{\sqrt{3}} = 0{,}577\,l$
	b) Frei aufliegende Träger mit überkragenden Enden.			
9.		$A = \frac{P_1\,(l + c_1) - P_2 \cdot c_2}{l}$ $B = \frac{P_2\,(l + c_2) - P_1 \cdot c_1}{l}$	$M_{\min} = -P_1 \cdot c_1$ oder $= -P_2 \cdot c_2$ jenachdem welcher Wert größer ist	in A bzw. B
	Wenn $P_1 = P_2 = P$ und $c_1 = c_2 = c$	$A = P$ $B = P$	$M_{\min} = -P \cdot c$	für alle Querschnitte zwischen A und B konstant
10.		$A = B = p \cdot c$	$M_{\min} = -\frac{p \cdot c^2}{2}$	für alle Querschnitte zwischen A und B konstant
11.		$A = B = p\left(\frac{l}{2} + c\right)$ Das größte positive Moment tritt auf, wenn nur die Strecke AB belastet:	$M_{\min} = -\frac{p \cdot c^2}{2}$ $M_{\text{mitte}} = +\frac{p \cdot l^2}{8} - \frac{p \cdot c^2}{2}$ $M_{\max} = \frac{p \cdot l^2}{8}$	in A und B in Mitte
12.		$A = \frac{p_1 \cdot c_1\,(2\,l + c_1) - p_2 \cdot c_2^2}{2\,l}$ $B = \frac{p_2 \cdot c_2\,(2\,l + c_2) - p_1 \cdot c_1^2}{2\,l}$	$M_{\min} = -\frac{p_1 \cdot c_1^2}{2}$ oder $= -\frac{p_2 \cdot c_2^2}{2}$	in A bzw. in B

Nr.	Belastungsfall	Auflagerdrücke	Größte Biegungsmomente	Gefährlichster Querschnitt
	c) Konsolträger, an einem Ende eingespannt, am andern frei.			
13.		$B = P$	$M_{\min} = -P \cdot l$	in B
14.		$B = p \cdot l$	$M_{\min} = -\frac{p \cdot l^2}{2}$	in B
15.		$B = \frac{p \cdot l}{2}$	$M_{\min} = -\frac{p \cdot l^2}{6}$	in B
	d) Konsolträger mit Endstütze, an einem Ende eingespannt, am andern frei aufliegend.			
16.		$A = \frac{P \cdot b^2 (3a + 2b)}{2 l^3}$ $B = \frac{P \cdot a (2a^2 + 6a \cdot b + 3b^2)}{2 l^3}$	$M_{\max} = A \cdot a = \frac{P \cdot b^2 \cdot a (3a + 2b)}{2 l^3}$ $M_{\min} = A \cdot l - P \cdot b = -\frac{P \cdot a \cdot b (2a + b)}{2 l^2}$	in C bzw. in B
17.		$A = \frac{5}{16} \cdot P$ $B = \frac{11}{16} \cdot P$	$M_{\max} = \frac{5}{32} P \cdot l$ (in C) $M_{\min} = -\frac{6}{32} P \cdot l = -\frac{3}{16} P \cdot l$ (in B)	in B
18.		$A = \frac{3}{8} p \cdot l$ $B = \frac{5}{8} p \cdot l$	$M_{\max} = \frac{9}{128} \cdot p \cdot l^2$ (in $\frac{3}{8}\, l$ von A) $M_{\min} = -\frac{16}{128} p \cdot l^2 = -\frac{p \cdot l^2}{8}$ (in B)	in B
19.		$A = \frac{p \cdot l}{10}$ $B = \frac{4 p \cdot l}{10} = \frac{2}{5} p \cdot l$	$M_{\max} = \frac{p \cdot l^2}{75} \sqrt{5}$, in $\frac{l}{5} \sqrt{5}$ von A $M_{\min} = -\frac{p \cdot l^2}{15}$	in B

Nr.	Belastungsfall	Auflagerdrücke	Größte Biegungsmomente	Gefährlichster Querschnitt
		e) Beiderseits eingespannte Träger.		
20		$A = \frac{P(3a+b)\cdot b^2}{l^3}$ $B = \frac{P\cdot(a+3b)\cdot a^2}{l^3}$	$M_A = -\frac{P\cdot a\cdot b^2}{l^2}$ $M_B = -\frac{P\cdot a^2\cdot b}{l^2}$ $M_{\max} = A\cdot a - M_A$; (in C)	in A, wenn $a < b$ in B, wenn $b < a$
21.		$A = B = \frac{P}{2}$	$M_A = M_B = -\frac{P\cdot l}{8} = M_{\min}$ $M_{\max} = +\frac{P\cdot l}{8}$ (in C)	in A, B und C zugleich
22.		$A = B = \frac{p\cdot l}{2}$	$M_{\min} = -\frac{p\cdot l^2}{12}$ $M_{\max} = +\frac{p\cdot l^2}{24}$; (in Mitte)	in A und B
23.		$A = \frac{3}{20}\cdot p\cdot l$ $B = \frac{7}{20}p\cdot l$	$M_A = -\frac{p\cdot l^2}{30}$ $M_{\min} = -\frac{p\cdot l^2}{20}$ (in B) $M_{\max} = \text{rd. } \frac{1}{47}p\cdot l^2$ (im Abstand $x = l\cdot\sqrt{0{,}3}$)	in B
		f) Balken auf 3 Stützen.		
24.		$A = C = 0{,}375\,p\cdot l$ $B = 1{,}25\,p\cdot l$	$M_C = M_{\min} = -0{,}125\,p\cdot l^2\left(= -\frac{p\cdot l^2}{8}\right)$ $M_{\max} = 0{,}0703\,p\cdot l^2$ (im Abstand $0{,}375\,l$ von A u. B)	in C
25.		$A = \frac{p_1\cdot l_1}{2} - \frac{p_1\cdot l_1^3 + p_2\cdot l_2^3}{8\,l_1(l_1+l_2)}$ $B = \frac{p_2\cdot l_2}{2} - \frac{p_1\cdot l_1^3 + p_2\cdot l_2^3}{8\,l_2(l_1+l_2)}$ $C = \frac{p_1\cdot l_1}{2} + \frac{p_2\cdot l_2}{2} + \frac{p_1\cdot l_1^3 + p_2\,l_2^3}{8\,l_1\cdot l_2}$	$M_{\min} = M_C = -\frac{p_1\cdot l_1^3 + p_2\cdot l_2^3}{8(l_1+l_2)}$ $M_{1\max} = \frac{A^2}{2p_1}$ (im Abstand $x = \frac{A}{p_1}$ von A) $M_{2\max} = \frac{B^2}{2p}$ (im Abstand $x' = \frac{B}{p_2}$ von B)	in C

g) Träger auf mehreren Stützen (kontinuierliche oder durchlaufende Träger).

In folgender Tabelle sind die Stützendrücke T_0, T_1 usw. und die Stützenmomente M_1, M_2 ..., sowie die größten positiven Momente $M_{1\,max}$, $M_{2\,max}$, in den einzelnen Feldern für eine gleichmäßig über den ganzen Träger verteilte Last p bei gleichen Stützenabständen l und konstantem Trägerquerschnitt enthalten.

Werte	Anzahl der Stützen				Einheiten
	3	4	5	6	
T_0	0,3750	0,4000	0,3929	0,3947	$p \cdot l$
T_1	1,2500	1,1000	1,1428	1,1317	»
T_2	—	—	0,9286	0,9736	»
M_1	0,1250	0,1000	0,1071	0,1053	$p \cdot l^2$
M_2	—	—	0,0714	0,0789	»
$M_{1\,max}$	0,0703	0,0800	0,0772	0,0779	»
$M_{2\,max}$	—	0,0250	0,0364	0,0332	»
$M_{3\,max}$	—	—	—	0,0461	»

Nach diesen vorstehend gemachten Angaben können für die verschiedenen Belastungsfälle die zur Dimensionierung der Träger nötigen größten Momente ermittelt werden. Für event. hier nicht gegebene Belastungsfälle muß auf die betreffenden Werke der Statik verwiesen werden, doch wird man mit den hier gegebenen Fällen im Hochbau fast immer auskommen.

§ 24. Dimensionierung und konstruktive Ausbildung der einfachen Balkenträger.

1. Allgemeines. Die Dimensionierung der Träger hat in der Hauptsache nach dem größten Biegungsmoment zu erfolgen, das für die verschiedenen Belastungsfälle nach § 23 bestimmt werden kann. Für kleine Verhältnisse, wie diese im Hochbau am häufigsten vorkommen, genügen meist Träger aus Walzprofilen (⊏-, Z- I-Eisen), während für die größeren Spannweiten bzw. schwereren Lasten mitunter genietete Blechträger zur Verwendung kommen müssen. Aus dem ungünstigsten Biegungsmoment M ergibt sich das erforderliche Widerstandsmoment W nach der Formel $W = \frac{M}{k}$, wo k = zulässige Beanspruchung des Materials. Diesem Widerstandsmoment entsprechend ist das Trägerprofil zu wählen.

Auf die Dimensionierung kann ferner noch die Querkraft und die zulässige größte Durchbiegung von Einfluß sein. Die Querkraft spielt infolge der von ihrer Größe abhängigen horizontalen Schubspannungen eine Rolle hinsichtlich der Stegstärken und bei genieteten Blechträgern auch hinsichtlich der Vernietung der Gurtungen; doch ist eine Rechnung in diesem Sinne im allgemeinen nicht nötig, da einerseits die Stegstärken der Walzprofile reichlich stark genug sind, andererseits die üblichen Konstruktionsweisen der Blechträger in dieser Hinsicht fast immer genügen.

Die Durchbiegung soll im Hochbau bei Walzträgern in der Regel nicht mehr als $\frac{1}{500}$ bis $\frac{1}{600}$ und bei Blechträgen nicht mehr als $\frac{1}{800}$ bis $\frac{1}{1000}$ der Stützweite betragen. In der Regel ist diese Bedingung erfüllt, wenn je nach Belastungsart die Höhe der Walzprofile $\frac{1}{18}$ bis $\frac{1}{24}$, bei Blechträgern $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{15}$ der Stützweite beträgt. Im übrigen soll auf die Untersuchung hinsichtlich der Durchbiegung hier nicht näher eingegangen werden, sondern es möge der Hinweis auf das auf S. 383 unten gesagte sowie die »Hütte« und die entsprechenden Werke der Statik und Festigkeitslehre genügen.