Lehrbuch des Hochbaues

Grundbau, Steinkonstruktionen, Holzkonstruktionen, Eisenkonstruktionen , Eisenbetonkonstruktionen

Esselborn, Karl

Leipzig, 1908

C. Berechnung der Eisenbetonkonstruktionen.

Rundeisen erreicht werden kann, scheint ihre Verwendung nicht allgemein empfehlenswert, um so mehr, als sie wesentlich teurer als Rundeisen sind. Zur Verbindung der einzelnen Einlagen ist in jedem Fall noch Eisendraht erforderlich, der vorher geglüht werden muß.

Eine besondere Prüfung des Eisens ist nicht immer notwendig, da die ziemlich vollkommenen Herstellungsverfahren nur selten fehlerhaftes Material liefern. Ebenso ist auch eine besondere Reinigung vor dem Einlegen überflüssig, vorausgesetzt, daß keine losen Rostkrusten und Schmutzteile vorhanden sind. Fest sitzender Rost kann also ohne Bedenken mit einbetoniert werden, da er nach den praktischen Erfahrungen und Versuchen eher eine Vergrößerung als eine Verminderung der Haftfestigkeit herbeiführt.

C. Berechnung der Eisenbetonkonstruktionen.

§ 8. Allgemeines. Ähnlich wie bei den verschiedenen Baukonstruktionen aus einheitlichem Material, sind auch im Eisenbetonbau die ersten Anwendungen lediglich nach praktischen Gesichtspunkten erfolgt. Erst nachdem man erkannte, daß die Entwickelung dieser Bauweise nur dann eine bedeutungsvolle werden konnte, wenn eine zutreffende theoretische Untersuchung und Berechnung die Möglichkeit bietet, bei geringstem Materialaufwand genügende Sicherheit nachzuweisen, beschäftigten sich verschiedene Theoretiker eingehend mit dieser Frage.

Wie schon früher erwähnt, war es vor allem Regierungs-Baumeister KOENEN, der auf Grund der von Ingenieur A. WAYSZ und Prof. BAUSCHINGER angestellten Versuche eine Theorie entwickelte, die als erste dieser Art überhaupt gelten kann. Diese Berechnungsart findet noch heute, trotzdem innerhalb der letzten Jahre eine große Zahl ähnlicher Theorien aufgestellt wurden, vielfach Anwendung. Sie wurde durch Regierungs-Baumeister KOENEN neuerdings durch Berücksichtigung der von Prof. v. BACH festgestellten Formänderungsgesetze wesentlich verbessert und ist auch den Vorschriften, die als Leitsätze für die Berechnung von Eisenbetonkonstruktionen vom Königl. Preußischen Ministerium herausgegeben sind, zugrunde gelegt. Diese im Mai 1907 neu herausgegebenen Leitsätze schreiben bezüglich der Annahmen für die statische Berechnung folgendes vor:

§ 9. Leitsätze für die statische Berechnung.

a) **Eigengewicht.** 1. Das Gewicht des Betons einschließlich der Eiseneinlagen ist zu 2400 kg/cbm anzunehmen, sofern nicht ein anderes Gewicht nachgewiesen wird.

2. Bei Decken ist außer dem Gewicht der tragenden Bauteile das Gewicht der zur Bildung des Fußbodens dienenden Baustoffe nach bekannten Einheitssätzen zu ermitteln.

b) **Ermittelung der äußeren Kräfte.** 1. Bei den auf Biegung beanspruchten Bauteilen sind die Angriffsmomente und Auflagerkräfte je nach der Art der Belastung und Auflagerung den für frei aufliegende oder durchgehende Balken geltenden Regeln gemäß zu berechnen.

2. Bei frei aufliegenden Platten ist die Freilänge zuzüglich der Deckenstärke in der Feldmitte, bei durchgehenden Platten die Entfernung zwischen den Mitten der Stützen als Stützweite in die Berechnung einzuführen. Bei Balken gilt die um die erforderliche Auflagerlänge vergrößerte freie Spannweite als Stützweite.

3. Bei Platten und Balken, die über mehrere Felder durchgehen, darf, falls die wirklich auftretenden Momente und Auflagerkräfte nicht rechnerisch nach den für durchgehende Balken geltenden Regeln unter Voraussetzung freier Auflagerung auf den Mittel- und Endstützen oder durch Versuche nachgewiesen werden, das Biegungsmoment in den

Feldmitten zu vier Fünfteln des Wertes angenommen werden, der bei einer auf zwei Stützen frei aufliegenden Platte vorhanden sein würde. Über den Stützen ist dann das negative Biegungsmoment so groß, wie das Feldmoment bei beiderseits freier Auflagerung anzunehmen. Als durchgehend dürfen nach dieser Regel Platten und Balken nur dann berechnet werden, wenn sie überall auf festen, in einer Ebene liegenden Stützen oder auf Eisenbetonbalken aufliegen. Bei Anordnung der Eiseneinlagen ist unter allen Umständen die Möglichkeit des Auftretens negativer Momente sorgfältig zu berücksichtigen.

4. Bei Balken darf ein Einspannungsmoment an den Enden nur dann in Rechnung gestellt werden, wenn besondere bauliche Vorkehrungen eine sichere Einspannung nachweislich gewährleisten.

5. Die rechnerische Annahme des Zusammenhanges darf nicht über mehr als drei Felder ausgedehnt werden. Bei Nutzlasten von mehr als 1000 kg/qm ist die Berechnung auch für die ungünstigste Lastverteilung anzustellen.

6. Bei Plattenbalken darf die Breite des plattenförmigen Teiles von der Balkenmitte ab nach jeder Seite mit nicht mehr als einem Sechstel der Balkenlänge in Rechnung gestellt werden.

7. Ringsum aufliegende, mit sich kreuzenden Eiseneinlagen versehene Platten können bei gleichmäßig verteilter Belastung, wenn ihre Länge a weniger als das Ein- und Einhalbfache ihrer Breite b beträgt, nach der Formel $M = \frac{p \cdot b^2}{12}$ berechnet werden. Gegen negative Angriffsmomente an den Auflagern sind Vorkehrungen durch Form und Lage der Eisenstäbe zu treffen.

8. Die rechnungsmäßig sich ergebende Dicke der Platten und der plattenförmigen Teile der Plattenbalken ist überall auf mindestens 8 cm zu bringen.

9. Bei Stützen ist auf die Möglichkeit einseitiger Belastung Rücksicht zu nehmen.

c) **Ermittelung der inneren Kräfte.** 1. Das Elastizitätsmaß des Eisens ist zu dem Fünfzehnfachen von dem des Betons anzunehmen, wenn nicht ein anderes Elastizitätsmaß nachgewiesen wird.

2. Die Spannungen im Querschnitt des auf Biegung beanspruchten Körpers sind unter der Annahme zu berechnen, daß sich die Ausdehnungen wie die Abstände von der Nullinie verhalten und daß die Eiseneinlagen sämtliche Zugkräfte aufzunehmen vermögen.

3. Bei Bauten oder Bauteilen, die der Witterung, der Nässe, den Rauchgasen und ähnlichen schädlichen Einflüssen ausgesetzt sind, ist außerdem nachzuweisen, daß das Auftreten von Rissen im Beton durch die vom Beton zu leistenden Zugspannungen vermieden wird.

4. Schubspannungen sind nachzuweisen, wenn Form und Ausbildung der Bauteile ihre Unschädlichkeit nicht ohne weiteres erkennen lassen. Sie müssen, wenn zu ihrer Aufnahme keine Mittel in der Anordnung der Bauteile selbst gegeben sind, durch entsprechend gestaltete Eiseneinlagen aufgenommen werden.

5. Die Eiseneinlagen sind möglichst so zu gestalten, daß die Verschiebung gegen den Beton schon durch ihre Form verhindert wird. Die Haftspannung ist stets rechnerisch nachzuweisen.

6. Die Berechnung der Stützen auf Knicken soll erfolgen, wenn ihre Höhe mehr als das Achtzehnfache der kleinsten Querschnittsabmessung beträgt. Durch Querverbände ist der Abstand der eingelegten Eisenstäbe unveränderlich gegeneinander festzulegen. Der Abstand dieser Querverbände muß annähernd der kleinsten Abmessung der Stütze entsprechen, darf aber nicht über das Dreißigfache der Stärke der Längsstäbe hinausgehen.

7. Zur Berechnung der Stützen auf Knicken ist die EULERsche Formel anzuwenden.

d) Zulässige Spannungen. 1. Bei den auf Biegung beanspruchten Bauteilen soll die Druckspannung des Betons den sechsten Teil seiner Druckfestigkeit, die Zug- und Druckspannung des Eisens den Betrag von 1000 kg/qcm nicht übersteigen.

2. Wird in den unter Abschnitt c, Ziffer 3 bezeichneten Fällen die Zugspannung des Betons in Anspruch genommen, so sind als zulässige Spannung zwei Drittel der durch Zugversuche nachgewiesenen Zugfestigkeit des Betons anzunehmen. Bei fehlendem Zugfestigkeitsnachweis darf die Zugspannung nicht mehr als ein Zehntel der Druckfestigkeit betragen.

3. Dabei sind folgende Belastungswerte anzunehmen:

a) Bei mäßig erschütterten Bauteilen, z. B. bei Decken von Wohnhäusern, Geschäftsräumen, Warenhäusern: die wirklich vorhandene Eigen- und Nutzlast;

b) bei Bauteilen, die stärkeren Erschütterungen oder stark wechselnder Belastung ausgesetzt sind, wie z. B. bei Decken in Versammlungsräumen, Tanzsälen, Fabriken und Lagerhäusern: die wirkliche Eigenlast und die bis zu fünfzig v. H. erhöhte Nutzlast;

c) bei Belastungen mit starken Stößen, wie z. B. bei Kellerdecken unter Durchfahrten und Höfen: die wirkliche Eigenlast und die bis zu hundert v. H. erhöhte Nutzlast.

4. In Stützen darf der Beton mit nicht mehr als einem Zehntel seiner Druckfestigkeit beansprucht werden[4]). Bei Berechnung der Eiseneinlagen auf Knicken ist fünffache Sicherheit nachzuweisen.

5. Die Schubspannung des Betons darf das Maß von 4,5 kg/qcm nicht überschreiten. Wird größere Schubfestigkeit nachgewiesen, so darf die auftretende Spannung nicht über ein Fünftel dieser Festigkeit hinausgehen.

6. Die Haftspannung darf die zulässige Schubspannung nicht überschreiten.

§ 10. Druckspannungen in Stützen. Wird angenommen, daß sich eine Kraft P, die zentrisch auf einen Eisenbetonpfeiler einwirkt, gleichmäßig über den ganzen Betonquerschnitt verteilt und daß die Eiseneinlage symmetrisch angeordnet ist, so gilt, wenn f_b die Querschnittfläche des Betons, f_e diejenige des Eisens und k_b bzw. k_e die entsprechenden Beanspruchungen beider Materialien bezeichnen;

$$P = f_b \cdot k_b + f_e \cdot k_e .$$

Hierbei muß, wenn der innige Zusammenhang nicht gestört werden soll, die Dehnung bzw. Verkürzung im Beton gleich derjenigen im Eisen sein.

Bezeichnet $\alpha = \frac{1}{E_b}$ den Dehnungskoeffizient des Betons, $\beta = \frac{1}{E_e}$ denjenigen des Eisens und setzt man:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\frac{1}{E_b}}{\frac{1}{E_e}} = \frac{E_e}{E_b} = n,$$

so wird, da $\alpha \cdot k_b = \beta \cdot k_e$ sein muß:

$$k_b = k_e \cdot \frac{1}{n} \quad \text{und} \quad k_e = k_b \cdot n.$$

Führt man diese Werte in die allgemeine Gleichung:

$P = f_b \cdot k_b + f_e \cdot k_e$ ein, so wird $P = f_b \cdot k_b + f_e \cdot k_b \cdot n$ oder

$$P = k_b (f_b + f_e \cdot n). \tag{1}$$

---

[4]) Die Leitsätze des deutschen Architekten- und Ingenieurvereins empfehlen auf Grund weitgehender Versuchsergebnisse, auch in Stützen die Beanspruchung bis zu $\frac{1}{5}$ der Bruchfestigkeit zuzulassen.

Setzt man den Wert für k_e ein, so wird

$$P = f_b \cdot k_e \cdot \frac{1}{n} + f_e \cdot k_e$$

oder

$$P = k_e \left(f_b \cdot \frac{1}{n} + f_e\right). \qquad (2)$$

Das Verhältnis der beiden Elastizitätsmodule $n = \frac{E_e}{E_b}$ wird nach den Leitsätzen zu $\frac{2\,100\,000}{140\,000} = 15$[5]) angenommen.

Beispiel. Welche zentrische Belastung P kann ein quadratischer, 3,2 m hoher Eisenbetonpfeiler von 25 cm Seitenlänge (Abb. 7) aufnehmen, wenn die Armierung durch 4 Rundeisen von 1,5 cm Durchmesser gebildet werden soll?

Die Bruchfestigkeit des betr. Betons sei zu 280 kg/qcm ermittelt. Da nach den Leitsätzen die zulässige Beanspruchung in Stützen nur $\frac{1}{10}$ der Bruchfestigkeit betragen darf, wird:

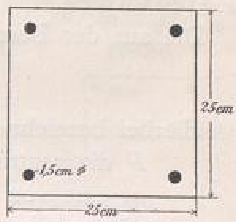
$$k_b = \frac{280}{10} = 28 \text{ kg/qcm} \quad \text{und da} \quad P = k_b(f_b + f_e \cdot n)$$

ist, so ergibt sich

$$P = 28\left(25 \cdot 25 + 4 \cdot \frac{1{,}5^2 \cdot 3{,}14}{4} \cdot 15\right) = 20467 \text{ kg.}$$

Ferner ist die Spannung im Eisen $k_e = k_b \cdot n = 28 \cdot 15 = 420$ kg/qcm.

Abb. 7. Berechnung eines Eisenbetonpfeilers.



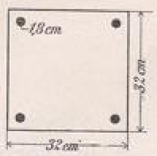
Da der Anfänger meist nicht imstande ist, für eine gegebene Belastung die notwendigen Abmessungen des Betonquerschnittes sowohl als auch des Eisenquerschnittes von vornherein richtig anzunehmen, wurden schon mehrfach besondere Tabellenwerke berechnet, aus denen die betr. Abmessungen entnommen werden können. Im allgemeinen wird man aber auch ohne solche Tabellen rasch und sicher zum Ziele kommen, wenn die Rechnung wie im folgenden Beispiel durchgeführt wird.

Beispiel. Welche Abmessungen muß eine 5,0 m hohe quadratische Eisenbetonsäule erhalten, wenn diese 30300 kg zentrischen Druck aushalten soll und mit 1% Eiseneinlage versehen wird? Die Bruchfestigkeit des Betons sei 250 kg/qcm. Damit wird die Betonspannung $k_b = \frac{250}{10} = 25$ kg/qcm. Der Eisenquerschnitt $f_e = 1\%$ von f_b also $\frac{1}{100} f_b$. Es ergibt sich hiernach $P = k_b \left(f_b + 15 \cdot \frac{f_b}{100}\right)$ und daraus $f_b + \frac{15}{100} f_b = \frac{P}{k_b}$ oder $\frac{115}{100} f_b = \frac{P}{k_b}$; damit wird

$$f_b = \frac{P \cdot 100}{k_b \cdot 115} = \frac{303000 \cdot 100}{25 \cdot 115} = 1054 \text{ qcm.}$$

Mithin ist die Seitenlänge $a = \sqrt{1054} \cong 32{,}0$ cm (Abb. 8) und der erforderliche Eisenquerschnitt $f_e = \frac{1054}{100} = 10{,}54$ qcm.

Abb. 8. Berechnung einer Eisenbetonsäule.



Zweckmäßig wählt man 4 Rundeisen, deren Durchmesser aus der Gleichung $\frac{10{,}54}{4} = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$ zu $d = \sqrt{\frac{10{,}54}{3{,}14}} \cong 1{,}8$ cm ermittelt wird. Die Spannung im Eisen ist $k_e = k_b \cdot n = 25 \cdot 15 = 375$ kg/qcm.

[5]) Nach Versuchen von Bach schwankt dieser Wert zwischen 6 und 15 und ist abhängig von der Güte der Betonmischung.

Als bekannt ist bei diesen Rechnungen nur die Belastung P, die zulässige Beanspruchung k_b und die anteilige Verwendung der Eiseneinlage anzunehmen. Die erstere ist in jedem praktischen Fall als Stützdruck gegeben, während k_b nach obigem von der Bruchfestigkeit des Betons abhängt und in der Regel mit 20 bis 30 kg/qcm eingeführt wird. Die Eiseneinlage f_e soll nach den Leitsätzen des Ingenieur- und Architekten-Vereins mindestens 0,8 % vom Betonquerschnitt betragen, während Prof. MÖRSCH eine solche von 0,8 bis 2 % empfiehlt. Innerhalb dieser Grenzen kann demnach die Größe der Einlagen ohne weiteres bestimmt werden und zwar wird man dort, wo geringere Säulenstärken erwünscht sind, die Menge des Eisens größer wählen, da dessen Druckbeanspruchung das 15fache der Betonspannung betragen kann.

§ 11. Knickfestigkeit. Obwohl bei Eisenbetonkonstruktionen infolge der meist vorhandenen Würfelfestigkeit des Betons ein Ausknicken der Stützen und Pfeiler nur ausnahmsweise zu befürchten ist, soll die Knickfestigkeit nach den Bestimmungen doch nachgewiesen werden, wenn die Höhe mehr als das 18fache der kleinsten Querschnittsabmessung beträgt. Für die Berechnung benutzt man die EULERschen Knickungs-Gleichungen.

Die aus der Berechnung der Baukonstruktionen bekannte EULERsche Formel lautet:

$$P = \frac{a \cdot \pi^2 \cdot E \cdot J}{s \cdot l^2}.$$

Hierbei bezeichnet

P die zentrische Belastung in kg.
a eine von der Befestigungsart des Stabes abhängende Zahl (vgl. Abb. 9 bis 12).
E das Elastizitätsmodul des Materials.
J das Trägheitsmoment des Querschnittes.
s den Sicherheitsgrad und
l die Länge des Stabes in cm.
π^2 setzt man genau genug $= 10$.

Für Berechnung der Eisenbetonkonstruktionen läßt sich diese Formel nicht ohne weiteres anwenden, da E und J verschiedene Größen enthalten und zwar ist $E = E_b + E_e$ und $J = J_b + J_e$.

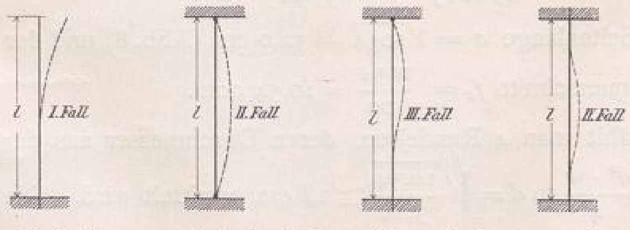
Damit nimmt obige Gleichung folgende Gestalt an:

$$P = \frac{a \cdot \pi^2 \cdot (E_b \cdot J_b + E_e \cdot J_e)}{s \cdot l^2}.$$

Setzt man hierin wieder $\frac{E_e}{E_b} = n$, so wird

$$P = \frac{a \cdot \pi^2 \cdot E_e \left(\frac{J_b}{n} + J_e\right)}{s \cdot l^2}, \tag{3}$$

Abb. 9 bis 12. Befestigungsart der Stützen.



a ist je nach der Befestigungsart (vgl. Abb. 9 bis 12) $\frac{1}{4}$, 1, 2 oder 4. Aus Formel 3 ergibt sich demnach, wenn man $E_e = 2\,000\,000$; $n = 15$; $\pi^2 = 10$ und s, d. h. den Sicherheitsgrad für Beton $= 10$ setzt, sowie P in Tonnen (t) und l in Metern (m) einführt:

$$\text{für den I. Fall:} \quad \frac{J_b}{15} + J_e = 20 \cdot P \cdot l^2, \qquad \text{oder auch } s = \frac{\frac{J_b}{15} + J_e}{2 \cdot P \cdot l^2} \tag{4}$$

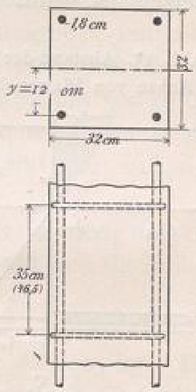
$$\text{» » II. Fall:} \quad \frac{J_b}{15} + J_e = 5 \cdot P \cdot l^2, \qquad \text{» » } s = \frac{2\left(\frac{J_b}{15} + J_e\right)}{P \cdot l^2} \tag{5}$$

$$\text{» » III. Fall:} \quad \frac{J_b}{15} + J_e = 2{,}5 \cdot P \cdot l^2, \qquad \text{» » } s = \frac{4\left(\frac{J_b}{15} + J_e\right)}{P \cdot l^2} \tag{6}$$

$$\text{» » IV. Fall:} \quad \frac{J_b}{15} + J_e = 1{,}25 \cdot P \cdot l^2. \qquad \text{» » } s = \frac{8\left(\frac{J_b}{15} + J_e\right)}{P \cdot l^2} \tag{7}$$

Beispiel: Der zuletzt auf Druck berechnete Pfeiler ist unter der Voraussetzung, daß er unten und oben festgehalten, aber nicht eingespannt wird, auf Knickfestigkeit zu untersuchen.

Abb. 13 u. 14.
Berechnung eines Pfeilers.



Nach dem II. Fall, Gleichung 5, ist $P = \dfrac{\frac{J_b}{15} + J_e}{l^2 \cdot 5}$; ferner $J_b = \dfrac{32^4}{12}$ cm⁴ (Trägheitsmoment für □ Querschnitt) und $J_e = \dfrac{d^4 \cdot \pi}{64} + f_e \cdot y^2$; hierbei kann $\dfrac{d^4 \cdot \pi}{64}$, da es sehr klein ist, ohne Bedenken vernachlässigt werden. Folglich ist $J_e = 10{,}54 \cdot 12^2$ (Abb. 13 u. 14) und damit die zulässige Belastung:

$$P = \frac{\frac{32^4}{12 \cdot 15} + 10{,}54 \cdot 12^2}{5{,}0^2 \cdot 5} = 58{,}740 \text{ t} = 58\,740 \text{ kg}.$$

Da der Pfeiler nur 30 300 kg aufzunehmen hat, ist genügende Sicherheit gegen Ausknicken vorhanden. Damit die einzelnen Eisen nicht für sich ausbiegen (knicken), muß der auf ein Eisen wirkende Druck in die Knickungsgleichung eingesetzt und die Entfernung der Querverbindungen l_1 berechnet werden. Es ist deshalb

$$P_{e_1} = f_{e_1} \cdot k_e = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot i}{s \cdot l_1^2},$$

woraus sich die zulässige Knicklänge der Eisenstäbe ergibt:

$$l_1 = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E \cdot i}{s \cdot k_e \cdot f_{e_1}}}.$$

Da aber $i = \dfrac{d^4 \cdot \pi}{64}$ und $f_{e_1} = \dfrac{d^2 \cdot \pi}{4}$ ist, so wird $\dfrac{i}{f_{e_1}} = \dfrac{d^2}{16}$ und $l_1 = \sqrt{\dfrac{\pi^2 \cdot E \cdot d^2}{s \cdot k_e \cdot 16}}$ $= \sqrt{\dfrac{10 \cdot 2\,000\,000 \cdot d^2}{5 \cdot k_e \cdot 16}}$, ($s$ als Sicherheitsgrad für Eisen ist gleich 5 gesetzt). Hieraus berechnet sich

$$l_1 = 500 \cdot d \cdot \sqrt{\frac{1}{k_e}}. \tag{8}$$

k_e wurde in dem Beispiel zu $25 \cdot 15 = 375$ kg/qcm ermittelt. Damit ergibt sich $l_1 = 500 \cdot 1{,}8 \sqrt{\frac{1}{375}} = 46{,}5$ cm, d. h. die Eiseneinlagen müssen mindestens alle 46,5 cm durch wagerechte Bügel miteinander verbunden werden. Nach den Leitsätzen ist die Bügelentfernung indessen kleiner, höchstens zu 35 cm zu nehmen.

§ 12. Biegungsfestigkeit. Wie bekannt, berechnet sich die Biegungsfestigkeit homogener Körper mit konstantem Elastizitätsmodul nach der allgemeinen Gleichung

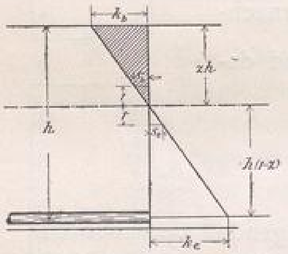
$$k = \frac{M}{W}.$$

Macht man bei Berechnung der Eisenbetonkonstruktionen dieselben Annahmen wie für die obige Gleichung, nämlich, daß die einzelnen Querschnitte auch nach der Durchbiegung noch eben sind, so wird die Rechnungsweise dadurch wesentlich vereinfacht. Diese Annahme erscheint um so mehr zulässig, als die nach dieser Richtung hin gemachten Versuche keine großen Abweichungen von den so gewonnenen Rechnungsergebnissen zeigen.

Wird ein gerader Balken auf Biegung beansprucht, so entsteht bekanntlich in einem Teile Druckspannung (D), im andern Teile Zugspannung (Z). Die Druckspannung kann nun durch den Beton aufgenommen werden, während zur Aufnahme der Zugspannungen eine Eiseneinlage erforderlich ist. Denn obgleich auch der Beton eine gewisse Zugspannung aushalten kann, empfiehlt es sich doch, diese zu vernachlässigen, da hierdurch die Rechnungen wesentlich einfacher und die Konstruktionen sicherer werden.

a) **Platten.** Zur Entfernung des inneren Momentes, das dem äußeren gleich zu setzen ist, muß zunächst der Abstand χh, der neutralen Achse von Plattenoberkante bestimmt werden (Abb. 15). Bezeichnet S_b die Spannung des Betons im Abstand 1 von der neutralen Achse, so wird die größte Beanspruchung

Abb. 15. Abstand der neutralen Achse von Plattenoberkante.



$$k_b = S_b \cdot \chi h.$$

Ist ferner S_e die Spannung des Eisens im Abstand 1, so wird die maximale Spannung desselben

$$k_e = S_e (h - \chi h) = S_e \cdot h (1 - \chi).$$

Aus beiden Gleichungen folgt:

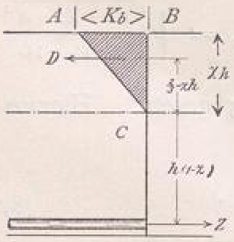
$$\frac{k_e}{k_b} = \frac{S_e \cdot h (1 - \chi)}{S_b \cdot h \cdot \chi}.$$

Da nun $\frac{S_e}{S_b}$ den Elastizitätsgrößen beider Stoffe entspricht, kann wieder wie früher gesetzt werden:

$$\frac{S_e}{S_b} = \frac{E_e}{E_b} = n. \quad \text{Damit wird}$$

$$\frac{k_e}{k_b} = n \cdot \frac{(1 - \chi)}{\chi}. \tag{9}$$

Abb. 16. Spannungsdreieck.



Wählt man nun k_e, k_b und n, so läßt sich aus dieser Gleichung χ leicht bestimmen. Z. B. für $k_e = 1000$ kg/qcm, $k_b = 40$ kg/qcm und n wie oben $= 15$, wird $\frac{1000}{40} = 15 \frac{(1 - \chi)}{\chi}$, woraus sich $\chi = \frac{3}{8}$ ergibt; d. h. die neutrale Achse liegt um $\frac{3}{8}$ der Höhe von der Plattenoberkante entfernt und nur dieser Teil wird auf Druck beansprucht.

Die Größe des Druckes in einer Ebene wird durch das Dreieck ABC (Abb. 16) dargestellt. Ein Prisma, welches dieses sog. Spannungsdreieck zur Grundfläche und die Querschnittsbreite b zur Höhe hat, stellt demnach den gesamten Druck D des Betons dar, es wird also

$$D = k_b \cdot \frac{\chi h}{2} \cdot b.$$

Da nun Druck und Zug gleich groß sind und der Eisenquerschnitt f_e den entstehenden Zug allein aufnehmen soll, muß $f_e \cdot k_e = k_b \cdot \frac{\chi \cdot h}{2} \cdot b$ sein und folglich

$$f_e = \frac{k_b}{k_e} \cdot \frac{\chi}{2} \cdot b \cdot h. \qquad (10)$$

Hieraus ist der Querschnitt des erforderlichen Eisens zu berechnen, wenn der Betonquerschnitt bekannt ist.

Das innere Biegungsmoment M und damit die Plattenhöhe h ergeben sich aus dem Moment des Kräftepaares D und Z in Abb. 16. Der Abstand dieser Kräfte ist $\frac{2}{3}\chi h + h(1 - \chi)$. Da nun $D = Z$ ist, ergibt sich:

$$M = D\tfrac{2}{3}\chi \cdot h + D \cdot h(1 - \chi) = D[\tfrac{2}{3}\chi \cdot h + h(1 - \chi)].$$

Setzt man darin für D den gefundenen Wert ein, so wird

$$M = k_b \cdot \frac{\chi}{2} \cdot h \cdot b[\tfrac{2}{3}\chi \cdot h + h(1 - \chi)] = k_b \cdot \frac{\chi}{2} \cdot b \cdot h^2 \cdot \frac{3 - \chi}{3},$$

und daraus die Plattenhöhe

$$h = \sqrt{\frac{M \cdot 6}{k_b \cdot \chi\,(3 - \chi) \cdot b}}. \qquad (11)$$

Aus dieser Gleichung läßt sich demnach die Plattenhöhe h direkt bestimmen. Zu dieser Höhe h ist noch ein gewisses Maß für Umhüllung der Eiseneinlagen zuzugeben und zwar wählt man dasselbe mindestens gleich der Eisenstärke (vgl. auch den Abschnitt D).

Beispiel: Eine 3,85 m weit gespannte, freiaufliegende Deckenplatte wird mit 500 kg/qm (Nutzlast und Eigengewicht) belastet. Welche Stärke und Eiseneinlage muß diese Platte erhalten, wenn die Bruchfestigkeit des Betons = 240 kg/qcm ist und die zulässige Spannung im Eisen 1000 kg/qcm betragen darf.

k_b kann nach den Leitsätzen gleich $\frac{1}{6}$ der Bruchfestigkeit gesetzt werden, folglich $k_b = \frac{240}{6} = 40$ kg/qcm; n sei wie früher $= 15$. Das äußere Moment ergibt sich für Balken auf 2 Stützen mit gleichmäßig verteilter Belastung zu $M = \frac{Q \cdot l}{8}$.

Für $b = 1{,}0$ m Plattentiefe wird die Belastung $Q = 1{,}0 \cdot 3{,}85 \cdot 500 = 1925$ kg. Die Stützweite l ist gleich der Lichtweite + Deckenstärke zu setzen; nimmt man die letztere zu 0,15 m an, so wird $l = 3{,}85 + 0{,}15 = 4{,}00$ m und somit $M = \frac{1925 \cdot 400}{8} = 96\,250$ kgcm.

Nach Gleichung 9 ist $\frac{1000}{40} = 15\,\frac{(1 - \chi)}{\chi}$ und daraus $\chi = \frac{3}{8}$.

Damit wird nach Gleichung 11 $h = \sqrt{\frac{M \cdot 6}{k_b \cdot \chi\,(3 - \chi) \cdot b}}$, folglich

$$h = \sqrt{\frac{96\,250 \cdot 6}{40 \cdot \frac{3}{8}(3 - \frac{3}{8}) \cdot 100}} \cong 12{,}1 \text{ cm};$$

hierzu als Umhüllung der Eiseneinlagen 1,9 cm, gibt die gesamte Plattenhöhe zu 14 cm.

Die erforderliche Eiseneinlage bestimmt sich nach Gleichung 10 zu:

$$f_e = \tfrac{40}{1000} \cdot \frac{3}{8 \cdot 2} \cdot 100 \cdot 12{,}1 \cong 9{,}10 \text{ qcm}.$$

Wählt man Rundeisen mit 1,1 cm Durchmesser, so sind deren 10 Stück erforderlich, d. h. auf 1,00 m Plattentiefe sind 10 Stück anzuordnen, deren Abstände sich dann zu $\frac{100}{10} = 10$ cm ergeben.

Eine wesentliche Vereinfachung dieser Rechnungsweise ist durch nachstehende Tabelle II geschaffen, die mit Benutzung der oben entwickelten Formeln für $n = 15$ und $k_e = 1000$ kg/qcm berechnet ist.

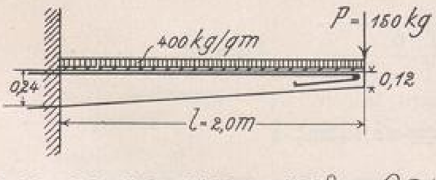
k_b kg/qcm	k_e kg/qcm	Plattenstärke h in cm bis Mitte Eiseneinlage	Eisenquerschnitt für 1,0 m Plattenbreite: f_e in qcm	Abstand der neutralen Faser von Plattenoberkante	Bemerkungen
20	1000	$0{,}0685\sqrt{M}$	$0{,}231 \cdot h$	$0{,}231 \cdot h$	M ist in kgcm einzusetzen. Die gesamte Plattenhöhe ist h + Umhüllung und zwar beträgt diese je nach der Stärke der Einlagen 1 bis 2 cm.
22	1000	$0{,}0632\sqrt{M}$	$0{,}273 \cdot h$	$0{,}247 \cdot h$	
25	1000	$0{,}0568\sqrt{M}$	$0{,}341 \cdot h$	$0{,}273 \cdot h$	
28	1000	$0{,}0518\sqrt{M}$	$0{,}414 \cdot h$	$0{,}295 \cdot h$	
30	1000	$0{,}0490\sqrt{M}$	$0{,}466 \cdot h$	$0{,}310 \cdot h$	
32	1000	$0{,}0465\sqrt{M}$	$0{,}519 \cdot h$	$0{,}324 \cdot h$	
35	1000	$0{,}0433\sqrt{M}$	$0{,}603 \cdot h$	$0{,}344 \cdot h$	
38	1000	$0{,}0410\sqrt{M}$	$0{,}690 \cdot h$	$0{,}363 \cdot h$	
40	1000	$0{,}0390\sqrt{M}$	$0{,}750 \cdot h$	$0{,}375 \cdot h$	
42	1000	$0{,}0376\sqrt{M}$	$0{,}811 \cdot h$	$0{,}386 \cdot h$	
45	1000	$0{,}0357\sqrt{M}$	$0{,}907 \cdot h$	$0{,}403 \cdot h$	
48	1000	$0{,}0340\sqrt{M}$	$1{,}000 \cdot h$	$0{,}419 \cdot h$	
50	1000	$0{,}0330\sqrt{M}$	$1{,}071 \cdot h$	$0{,}429 \cdot h$	

Diese Tabelle läßt sich auch für andere Beanspruchungen im Beton und Eisen leicht erweitern; ebenso kann für n ein anderer Wert, z. B. 10, eingesetzt werden. Für die meisten Fälle der Praxis genügen die hier bestimmten Werte indessen vollkommen, so daß weitere Rechnungen und auch besondere Tabellenwerke, die zum Teil recht umständlich sind, nicht erforderlich werden. Die praktische Verwendung der Tabelle zeigt sich in folgenden Beispielen:

1. Für das Beispiel auf S. 433 wurde das Moment zu $M = 96\,250$ kgcm ermittelt. Dafür ergibt sich nach Tabelle II, wenn $k_b = 40$ und $k_e = 1000$ kg/qcm betragen darf. $h = 0{,}039\sqrt{96\,250} = 12{,}1 + 1{,}9$ cm Umhüllung $= 14$ cm Plattenhöhe; die Einlage $f_e = 0{,}75 \cdot 12{,}1 = 9{,}08$ qcm, wofür 10 Stück 11 mm starke Rundeisen f. d. lfd. m genügen. Ein Vergleich der Resultate ergibt, daß beide Werte mit den früher ermittelten genau übereinstimmen.

2. Die 2,0 m weit auskragende Galerie eines Saales (Abb. 17) soll durch eine Eisenbetonplatte gebildet werden, deren Beanspruchungen $k_b = 30$ und $k_e = 1000$ kg/qcm betragen dürfen. Als Nutzlast sind 400 kg/qm anzunehmen; außerdem ist das lfd. m Geländer mit 150 kg und das Eigengewicht der Platte mit 3 cm starker Asphaltabdeckung in der üblichen Weise einzuführen. Die Belastungen sind demnach: Nutzlast $2{,}0 \cdot 1{,}0 \cdot 400 = 800$ kg, Eigengewicht (mittlere Plattenstärke $0{,}18 + 0{,}03$ Überd.) $0{,}21 \cdot 2{,}0 \cdot 1{,}0 \cdot 2400 = 1008 = Q \cong 1800$ kg; Geländergewicht $P = 150$ kg. Damit wird $M = 1800 \cdot 100 + 150 \cdot 200 = 210\,000$ kgcm, und die Plattenstärke an der Einspannungsstelle nach Tabelle II $h = 0{,}049\sqrt{210\,000} = 22{,}4 + 1{,}6$ cm Umhüllung $= 24$ cm.

Abb. 17. Berechnung der Galerie eines Saales.



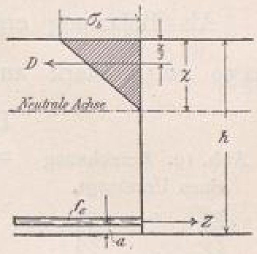
Ferner ist die Einlage $f_e = 0{,}466 \cdot 22{,}4 = 10{,}45$ qcm, wofür 10 Stück 1,2 cm starke Rundeisen genügen. Nach dem freien Ende hin wird das Moment naturgemäß kleiner, weshalb die Plattenstärke allmählich bis auf 12 cm vermindert ist.

Plattenberechnung nach der durch die Leitsätze empfohlenen Methode. Wird in einzelnen Fällen die Berechnung der Spannungen nach den ministeriellen Bestimmungen verlangt, so ist in folgender Weise zu verfahren: Nach Abb. 18 ergibt sich, wenn f_e die Eiseneinlage auf die Plattenbreite b, χ den Abstand der neutralen Achse von Plattenoberkante, h die gesamte Plattenhöhe und a die Stärke der Umhüllung darstellt.

$$\frac{b \cdot \chi^2}{2} = n \cdot f_e (h - a - \chi) \quad \text{und daraus}$$

$$\chi = \frac{n \cdot f_e}{b} \left[\sqrt{1 + \frac{2 \cdot b \cdot (h - a)}{n \cdot f_e}} - 1 \right]. \qquad \text{(a)}$$

Abb. 18. Plattenberechnung nach den ministeriellen Bestimmungen.



Weiter folgt aus der Gleichung der äußeren und inneren Kräfte, wenn σ_b die Beton- und σ_e die Eisenspannung bezeichnet.

$$M = \sigma_b \cdot \frac{\chi}{2} \cdot b \left(h - a - \frac{\chi}{3}\right) = \sigma_e \cdot f_e \left(h - a - \frac{\chi}{3}\right);$$

damit wird aber
$$\sigma_b = \frac{2 \cdot M}{b \cdot \chi \cdot \left(h - a - \frac{\chi}{3}\right)} \qquad \text{(b)}$$

und
$$\sigma_e = \frac{M}{f_e \left(h - a - \frac{\chi}{3}\right)}. \qquad \text{(c)}$$

Die Anwendung dieser Gleichungen erfolgt dann zweckmäßig so, daß man zunächst die erforderliche Plattenstärke und Einlage nach der Tabelle II bestimmt und die so gefundenen Werte in die Gleichungen a, b und c einsetzt.

Beispiel: Die 1,8 m weit gespannte durchgehende Platte einer Plattenbalkendecke erhält eine 1,1 m hohe Erdüberschüttung. Welche Stärke und Einlage ist erforderlich, wenn die Betonspannung $k_b = 20$ kg/qcm und die Eisenspannung $k_e = 1000$ kg/qcm betragen darf. Wird die Stärke zunächst zu 0,25 m angenommen, so ergibt sich als Belastung

$$Q = 1{,}8 \cdot 1{,}0 (1{,}1 \cdot 1600 + 0{,}25 \cdot 2400) = 4248 \text{ kg für das m Plattentiefe.}$$

Damit wird, da die Platten als durchgehend zu betrachten sind,

$$M = \frac{Q \cdot l}{8} \cdot \frac{4}{5} = \frac{Q \cdot l}{10} = \frac{4248 \cdot 180}{10} = 76\,464 \text{ kgcm.}$$

Nach Tabelle II wird somit $h = 0{,}0685 \sqrt{76\,464} = 18{,}94 + 2{,}1$ cm Umhüllung $= 21$ cm und $f_e = 0{,}231 \cdot 18{,}9 = 4{,}37$ qcm; dafür genügen 9 Stück 0,8 m starke Rundeisen.

Nach den ministeriellen Bestimmungen ergeben sich mit diesen Werten folgende Spannungen:

$$\chi = \frac{15 \cdot 4{,}52}{100} \left[\sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 (21 \cdot 2{,}1)}{15 \cdot 4{,}52}} - 1 \right] = 4{,}43 \text{ cm,}$$

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 76\,464}{100 \cdot 4{,}43 \left(21 - 2{,}1 - \frac{4{,}43}{3}\right)} = 19{,}8 \text{ kg/qcm,}$$

$$\sigma_e = \frac{76\,464}{4{,}52 \left(21 - 2{,}1 - \frac{4{,}43}{3}\right)} = 970 \text{ kg/qcm.}$$

Diese Ergebnisse zeigen also, daß die Tabellenwerte auch den Vorschriften nach jeder Richtung hin genügen.

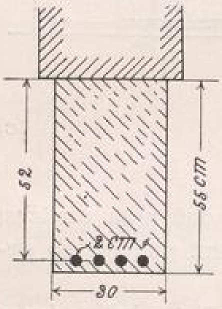
Die Gleichungen 9, 10 und 11, ebenso wie diejenigen a, b und c, lassen sich naturgemäß auch zur Berechnung von Balken und Unterzügen aus Eisenbeton anwenden, vorausgesetzt, daß diese nicht als Plattenbalken konstruiert werden. Die Tabelle II dagegen kann hier nicht direkt Anwendung finden, da die Breite b verschiedene Werte erhält.

Beispiel: Eine Speisesaaldecke soll zur Unterstützung der Mittelwand einen Unterzug aus Eisenbeton erhalten, dessen Breite b nicht über 30 cm beträgt. Welche Höhe und Einlage ist erforderlich, wenn die Belastung f. d. lfd. m 900 kg und die Lichtweite 5,6 m beträgt? Die Betonspannung k_b soll 40 und die Eisenspannung 1000 kg/qcm nicht überschreiten.

Als Belastung ergibt sich: Nutzlast $900 \cdot 5{,}6 = 5040$ kg, Eigengewicht für den $0{,}30 \cdot 0{,}50$ stark angenommenen Balken: $0{,}30 \cdot 0{,}50 \cdot 5{,}6 \cdot 2400 = \underline{2016 \text{ kg}}$.

$$Q = 7056 \text{ kg}$$

Abb. 19. Berechnung eines Unterzugs.



Die Spannweite für 0,50 m Balkenhöhe wird nun $l = 5{,}6 + 0{,}5 = 6{,}10$ m und

$$M = \frac{Q \cdot l}{8} = \frac{7056 \cdot 610}{8} = 538000 \text{ kgcm}.$$

Da für $k_b = 40$ und $k_e = 1000$ nach Tabelle II $\chi = 0{,}375$ ist, wird nach Gleichung 11

$$h = \sqrt{\frac{538000 \cdot 6}{40 \cdot 0{,}375\,(3 - 0{,}375) \cdot 30}} \cong 52 \text{ cm};$$

$+ 3$ cm Umhüllung gibt als Gesamthöhe 55 cm (Abb. 19).

Die erforderliche Einlage wird nach Gleichung 10

$$f_e = \frac{40}{1000} \cdot \frac{0{,}375}{2} \cdot 30 \cdot 52 = 11{,}67 \text{ qcm},$$

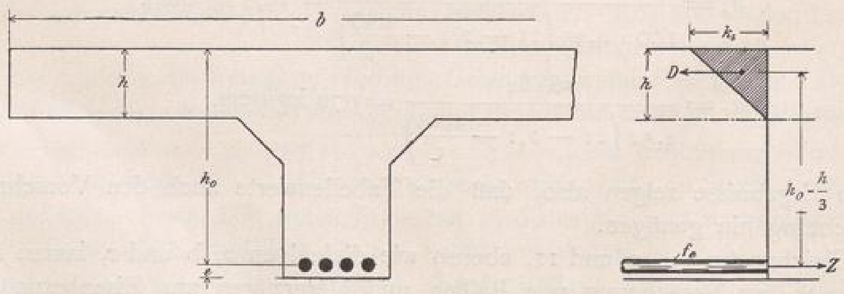
wofür 4 Stück 2 cm starke Rundeisen genügen.

Besonders beachtenswert erscheint noch, daß die Querschnittshöhe durch Verminderung der Spannung im Eisen geringer wird, während die Menge der Einlagen wächst. Es liegt demnach bis zu einem gewissen Grade in der Hand des Konstrukteurs, die Platten- und Balkenhöhen den gegebenen Verhältnissen möglichst anzupassen.

b) Plattenbalken. Die Plattenbalken haben den besonderen Vorteil, daß dort, wo die Druckspannungen im oberen Teile entstehen, auch die Deckenplatte auf eine gewisse Breite zu statischer Mitwirkung kommt. Die neutrale Achse fällt hierbei meist in die Nähe der Plattenunterkante.

Liegt sie innerhalb der Platte, ist also der Abstand χ kleiner als die Deckenstärke h, so gelten für die Berechnung dieselben Gleichungen, die für einfache Platten angegeben

Abb. 20 u. 21. Berechnung der Plattenbalken.



wurden, nur mit dem Unterschiede, daß die wirksame Breite b (Abb. 20), die nach den Leitsätzen bis $\frac{1}{3}$ der Spannweite betragen darf, einzuführen ist.

Für χ gleich h, d. h. die neutrale Achse in Plattenunterkante angenommen, wird, da $Z = D$ und der Abstand dieses Kräftepaares (vgl. Abb. 21) $h_0 - \frac{1}{3}h$ ist, $M = Z \cdot (h_0 - \frac{1}{3}h)$ und daraus

$$Z = \frac{M}{h_0 - \frac{h}{3}}. \tag{12}$$

Weiter folgt aus $Z = f_e \cdot k_e$,

$$k_e = \frac{Z}{f_e} \quad \text{oder} \quad f_e = \frac{Z}{k_e}. \tag{13}$$

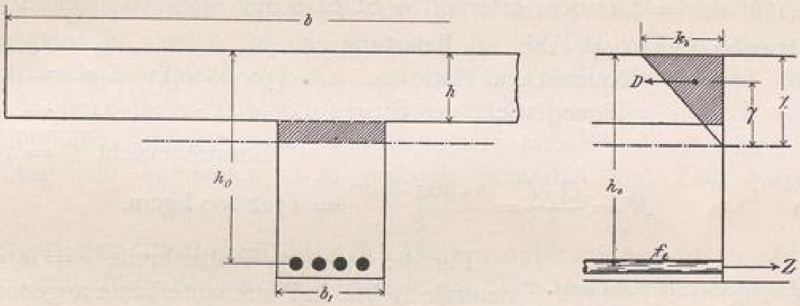
Endlich wird, da $D = Z = k_b \cdot \frac{h}{2} \cdot b$ ist,

$$k_b = \frac{2Z}{b \cdot h}. \tag{14}$$

Die Gleichungen 12 bis 14 sind besonders für Proberechnungen zu empfehlen, da man mit ihrer Hilfe die annähernd richtigen Abmessungen des erforderlichen Beton- und Eisenquerschnittes leicht bestimmen kann.

Liegt die neutrale Achse innerhalb des Steges (Abb. 22 u. 23), so wähle man für genauere Berechnungen das nachstehende Verfahren. Auch hierbei sind die geringen

Abb. 22 u. 23. Berechnung der Plattenbalken wenn χ größer als h.



im Steg entstehenden Druckspannungen und die Zugspannungen des Betons vernachlässigt. Alle Bezeichnungen behalten ihre bisherige Bedeutung, und f_e stellt auch hier den gesamten Eisenquerschnitt dar.

Setzt man wie bei den Platten: $\frac{k_e}{k_b} = \frac{E_e \cdot (h_0 - \chi)}{E_b \cdot \chi}$, so wird mit

$$\frac{E_e}{E_b} = n \qquad k_e = n \cdot k_b \frac{(h_0 - \chi)}{\chi}.$$

Ferner ist, da $Z = D$ sein muß,

$$k_e \cdot f_e = k_b \frac{b \cdot \chi}{2} - \frac{k_b(\chi - h)}{\chi} b \frac{(\chi - h)}{2} \text{ (Abb. 22 u. 23).}$$

Für k_e den gefundenen Wert gesetzt, gibt:

$$n \cdot k_b \frac{(h_0 - \chi)}{\chi} \cdot f_e = k_b \frac{b \cdot \chi}{2} - k_b \frac{(\chi - h)^2 \cdot b}{\chi \cdot 2} \text{ und daraus}$$

$$\chi = \frac{2 \cdot n \cdot h_0 \cdot f_e + h^2 b}{2(n \cdot f_e + h \cdot b)}. \tag{15}$$

Die Entfernung des Druckmittelpunktes von der neutralen Achse wird nun:

$$y = \chi - \frac{h}{2} + \frac{h^2}{6(2\chi - h)}. \tag{16}$$

Damit lassen sich die Druckkräfte $D = Z$ und die Spannungen k_e und k_b bestimmen; denn es ist $M = D(h_0 - \chi + y)$, woraus sich ergibt

$$D = Z = \frac{M}{h_0 - \chi + y}, \tag{17}$$

$$k_e = \frac{Z}{f_e}, \tag{18}$$

$$k_b = \frac{k_e \cdot \chi}{n(h_0 - \chi)}. \tag{19}$$

Beispiel: Die 9,0 m weit gespannte Decke eines Geschäftshauses soll durch Plattenbalken gebildet werden, deren Abstand von Mitte zu Mitte 2,6 m beträgt. Welche Abmessungen und Einlagen sind erforderlich, wenn als Nutzlast, einschließlich Fußbodenbelag, 300 kg/qm einzuführen sind und $k_b = 30$, $k_e = 1000$ kg/qcm betragen darf.

1. Platte: Belastung: Nutzlast $= 2,6 \cdot 1,0 \cdot 300 = 720$ kg,
Eigengewicht $0,12 \cdot 2,6 \cdot 1,0 \cdot 2400 = 749$ kg,
mithin $Q \simeq 1470$ kg.

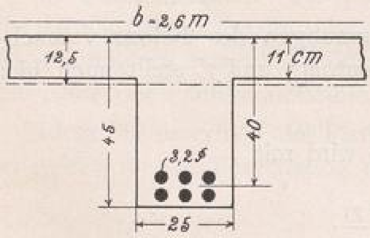
Für die Feldmitten wird $M = \frac{Q \cdot l}{8} \cdot \frac{4}{5} = \frac{Q \cdot l}{10} = \frac{1470 \cdot 260}{10} = 38\,220$ kgcm.

Mithin nach Tabelle II $h = 0,049 \sqrt{38\,220} = 9,6$ cm $+ 1,4$ cm Umhüllung $= 11$ cm und $f_e = 0,466 \cdot 9,6 = 4,47$ qcm erfordert 9 Stück 8 mm starke Rundeisen.

2. Plattenbalken: (vgl. Abb. 24) Belastung:
Nutzlast und Platte $9,0 \cdot 2,6 \cdot (300 + 0,11 \cdot 2400) = 13\,198$ kg,
Eigengewicht des Steges $9,0 \cdot 0,25 \cdot 0,39 \cdot 2400 = 2\,106$ kg,
Gesamtgewicht $Q = 15\,304$ kg.

Folglich $M = \frac{Q \cdot l}{8} = \frac{15\,304 \cdot 900}{8} = 1\,722\,000$ kgcm.

Abb. 24. Berechnung eines Plattenbalkens.



Für die wirksame Plattenbreite $b = 2,6$ m und die neutrale Achse in Plattenunterkante angenommen, gibt nach Gleichung 12

$$Z = \frac{1\,722\,000}{40 - \frac{11}{3}} = 47\,400 \text{ kg}.$$

Mit $k_e = 1000$ wird demnach $f_e = \frac{47\,400}{1000} = 47,4$ qcm, und nach Gleichung 14

$$k_b = \frac{2 \cdot 47\,400}{260 \cdot 11} \simeq 33 \text{ kg/qcm}.$$

Da $k_b = 30$ kg/qcm betragen darf, sind die Abmessungen nahezu richtig gewählt; im andern Falle wäre jetzt eine weitere Annahme zu machen und die einfache Rechnung zu wiederholen.

Da 47,4 qcm Eiseneinlage notwendig ist, werden 6 Stück 3,2 cm starke Rundeisen gewählt, die einen Gesamtquerschnitt von $f_e = 48,24$ qcm haben. Damit ergibt sich für die genauere Rechnung:

$$\chi = \frac{2 \cdot 15 \cdot 48,24 \cdot 40 + 260 \cdot 11^2}{2(15 \cdot 48,24 + 260 \cdot 11)} = 12,5 \text{ cm}.$$

Da die neutrale Achse außerhalb der Platte liegt, wird

$$y = 12,5 - \frac{11}{2} + \frac{11^2}{6(25 - 11)} = 8,4 \text{ cm},$$

$$D = Z = \frac{M}{h_0 - \chi + y} = \frac{1\,722\,000}{35{,}9} = 47\,900 \text{ kg},$$

$$k_e = \frac{Z}{f_e} = \frac{47\,900}{48{,}24} = 993 \text{ kg},$$

$$k_b = \frac{k_e \cdot \chi}{n(h_0 - \chi)} = \frac{993 \cdot 12{,}5}{15(40 - 12{,}5)} = 30{,}05 \text{ kg}.$$

Wegen der Berechnung der Bügel siehe § 13, b, β.

Ein Vergleich der gefundenen Spannungen mit den zuerst ermittelten läßt erkennen, daß es in solchen Fällen vielfach genügt, wenn die neutrale Achse in Plattenunterkante angenommen wird. Um vollständig sicher zu gehen, empfiehlt es sich, nach der ersten Berechnung noch χ genau zu bestimmen; zeigt dieser Wert nur geringe Abweichungen von h, so kann die weitere Rechnung ohne Bedenken unterbleiben.

Auch hier könnten nun in ähnlicher Weise wie bei den Platten direkte Dimensionierungsformeln entwickelt werden, doch erhalten diese eine ziemlich umständliche Form, da die Balkenhöhe auch von der Plattenstärke und der wirksamen Plattenbreite abhängig ist. Man kommt deshalb meist schneller zum Ziel, wenn die annähernd richtigen Abmessungen zunächst nach den Gleichungen 12 bis 14 bestimmt und dann, wie in dem vorstehenden Beispiel, mit den genaueren Formeln 15 bis 19 nachgerechnet werden.

Etwas einfachere Formen entstehen, wenn die Balken- und Plattenhöhe in bestimmte Verhältnisse gebracht werden, so daß h immer als ein Teil von h_0 eingeführt werden kann. Doch auch hier lassen sich die betreffenden Tabellenwerte nicht immer direkt verwenden, da die Balkenentfernung und damit die Plattenstärke vielfach von den örtlichen Verhältnissen abhängig sind. Trotzdem wird sich ihre Verwendung in Spezialbureaus naturgemäß empfehlen, weil dadurch immerhin viel Zeit gespart werden kann.

c) Durchgehende Plattenbalken. Bei Deckenkonstruktionen ist es oft notwendig, daß weitgespannte Plattenbalken zur Verminderung ihres Querschnitts eine oder mehrere Unterstützungen erhalten. Wählt man nun hierzu einfache Säulen aus Eisenbeton oder Eisen, so ist es nicht immer möglich, daß die Balken auf diesen verhältnismäßig schmalen Stützpunkten gestoßen werden. Damit entstehen aber die sogenannten durchgehenden Balken, die besondere Untersuchungen erfordern.

Bei diesen Konstruktionen ergeben sich wohl innerhalb der Felder positive Momente, d. h. die Zugspannungen wirken im unteren Teil, über den Stützpunkten aber treten negative Momente auf, die eine Zugbeanspruchung der obersten Fasern zur Folge haben. Während also innerhalb der Felder der Plattenbalken als solcher statisch zur Wirkung kommt, ist über den Stützen nur der einfache rechteckige Balkenquerschnitt zu berücksichtigen, da die in der Zugzone gelegene Betonplatte keine Zugspannungen aufnehmen kann.

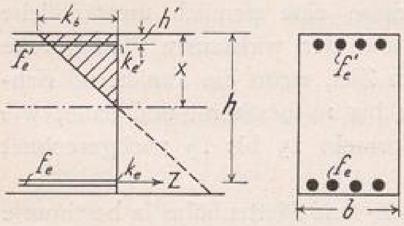
Die Rechnungen sind deshalb entweder so durchzuführen, daß der über den Stützen notwendige Balkenquerschnitt bestimmt und auf die ganze Länge durchgeführt wird, oder man ermittelt die erforderlichen Querschnitte für die Stützpunkte und Felder, letztere mit Rücksicht auf die Wirkung als Plattenbalken, und führt die eine Höhe allmählich in die andere über. Die sichtbare Trägerhöhe würde also verschieden groß. Dieser Umstand beeinträchtigt das gute Aussehen der Konstruktion indessen nicht so stark als verschiedentlich angenommen wird. Man sollte deshalb bei Decken für architektonisch nicht hervorragende Innenräume keine Bedenken gegen diese wirtschaftlich günstigste Anordnung tragen. Bei Hallen, Überdachungen und dgl. ist es außerdem möglich, die

Verstärkung über den Stützen nach oben zu verlegen, so daß die Innenansicht der Balken gleichmäßig stark bleibt.

Ist es in einzelnen Fällen nicht angängig, daß eine Verstärkung nach oben oder unten durchgeführt wird und sollen die wirtschaftlichen Vorteile trotzdem möglichst ausgenutzt werden, so kann man die Balkenstärke der Felder eventuell auch über den Stützen beibehalten. Dadurch werden naturgemäß größere Spannungen im Beton und Eisen bedingt, die durch eine besondere Einlage in der Druckzone aufzunehmen sind. Hier wird demnach eine doppelte Armierung notwendig, deren Berechnung sich aus folgendem ergibt.

d) Doppelte Armierung rechteckiger Querschnitte. Soll ein rechteckiger Platten- oder Balkenquerschnitt außer der Zugarmierung auch in der Druckzone eine Einlage erhalten, so ergibt sich mit den Bezeichnungen der Abb. 25 und 26, da Zug und Druck gleich sind,

Abb. 25 u. 26. Berechnung einer doppelten Armierung.



$$f_e \cdot k_e = k_b \cdot \frac{x}{2} \cdot b + f_e' \cdot k_e'. \tag{20}$$

Ferner verhält sich wie früher bei den Platten

$$\frac{k_b}{E_b} : \frac{k_e}{E_e} = x : h - x, \tag{21}$$

oder auch

$$\frac{k_b}{E_b} : \frac{k_e'}{E_e} = x : x - h'. \tag{22}$$

Das innere Moment mit Bezug auf den Angriffspunkt von Z als Drehpunkt wird nun

$$M = k_b \cdot \frac{x}{2} \cdot b\left(h - \frac{x}{3}\right) + f_e' \cdot k_e'(h - h'). \tag{23}$$

Setzt man wieder $\frac{E_e}{E_b} = n$, so ergibt sich aus Gleichung 21

$$k_e = \frac{n \cdot k_b(h - x)}{x} \tag{24}$$

und aus Gleichung 22

$$k_e' = \frac{n \cdot k_b(x - h')}{x}. \tag{25}$$

Mit Einsetzen dieser Werte in die Gleichung 20 erhält man zur Bestimmung von x die quadratische Gleichung

$$x^2 + 2x \cdot n\frac{f_e + f_e'}{b} = \frac{2n}{b}(h \cdot f_e + h' \cdot f_e') \tag{26}$$

und damit aus Gleichung 23

$$k_b = \frac{M \cdot x \cdot 6}{b \cdot x^2 \cdot (3h - x) + 6 \cdot f_e' \cdot n(x - h') \cdot (h - h')}. \tag{27}$$

Für den Gang der Rechnung ergibt sich demnach, daß man nach Annahme der einzelnen Abmessungen zunächst den Abstand x der neutralen Achse bestimmt, dann die Betonspannung k_b und mit dieser k_e bzw. k_e' ermittelt.

Da Versuchsrechnungen mit den Gleichungen 26 und 27 immerhin einen gewissen Zeitaufwand erfordern, hat man schon mehrfach versucht, auch für solche Fälle Dimensionierungsformeln aufzustellen. Da aber der Balkenquerschnitt gewöhnlich schon durch das Moment in Feldmitte bestimmt ist und die zulässigen Höhen und Breiten für Unterzüge usw. meist mit Rücksicht auf die architektonische Ausgestaltung zu wählen sind, kommt es in der Hauptsache nur auf die Ermittelung der notwendigen Einlagen in der Druck- und Zugzone an. Für diese ergibt sich nach SALINGER (der Eisenbeton in

Theorie und Konstruktion), wenn k die größte Biegungsspannung ohne Rücksicht auf die vorhandenen Einlagen, $\left(k = \frac{M}{W}\right)$ und μ' bzw. μ die anteilige Druck- bzw. Zugarmierung bezeichnet, folgende Tabelle III.

k_e	k_b	μ'	μ	k
1000	50	$\frac{k - 55{,}1}{2790}$	$0{,}0107 + 0{,}53\,\mu'$	$55{,}1 + 2790\,\mu'$
1000	40	$\frac{k - 39{,}4}{2100}$	$0{,}0075 + 0{,}40\,\mu'$	$39{,}4 + 2100\,\mu'$
1000	33,3	$\frac{k - 29{,}6}{1640}$	$0{,}0056 + 0{,}31\,\mu'$	$29{,}6 + 1640\,\mu'$
1000	28,6	$\frac{k - 23{,}1}{1310}$	$0{,}0043 + 0{,}25\,\mu'$	$23{,}1 + 1310\,\mu'$
1000	25	$\frac{k - 18{,}6}{1070}$	$0{,}0034 + 0{,}20\,\mu'$	$18{,}6 + 1070\,\mu'$

Mit diesen Werten läßt sich bei gegebenen Balkenquerschnitt und Biegungsmoment zunächst k und dann die erforderliche Druck- und Zugeinlage direkt bestimmen, so daß die nach den Gleichungen 24, 25 und 27 berechneten Spannungen sofort die zulässigen Größen erhalten.

Abb. 27 bis 29. Berechnung eines durchgehenden Plattenbalkens.

Abb. 27. Schnitt *ab*.

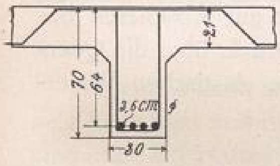


Abb. 28. Schnitt *AB*.

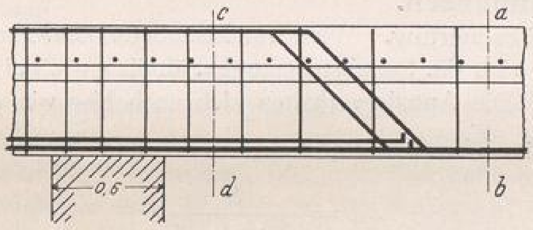
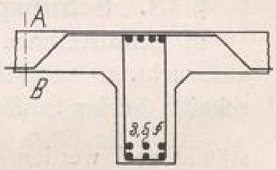


Abb. 29. Schnitt *cd*.



Beispiel: Der aus Abb. 27 bis 29 ersichtliche Plattenbalken soll als durchgehender Träger über eine 60 auf 30 cm starke Mittelstütze geführt werden. Welche Zug- und Druckeinlagen muß er über der Stütze erhalten, wenn die Spannweite der zwei Felder je 6,70 m und die gleichmäßig verteilte Belastung für jedes Feld 27454 kg beträgt. Die größten Spannungen sollen 40 kg/qcm im Beton und 1000 kg/qcm im Eisen nicht überschreiten.

Das Maximalmoment über der Mittelstütze ist negativ und wird für gleichmäßige Belastung und gleich große Feldweiten bei Balken auf 3 Stützen

$$M = -\frac{Q \cdot l}{8} = -\frac{27454 \cdot 670}{8} = 2299272 \text{ kg/cm.}$$

Da hiernach die Zugspannungen im oberen Teil entstehen, kommt nur der rechteckige 30 mal 64 cm starke Balkenquerschnitt zur Wirkung. Für diesen ergibt sich

$$k = \frac{M}{W} = \frac{2299272}{\frac{30 \cdot 64^2}{6}} = 112 \text{ kg/qcm.}$$

Damit wird nach Tabelle III mit $k_b = 40$ und $k_e = 1000$ kg/qcm.

$$\mu' = \frac{112 - 39{,}4}{2100} = 0{,}035 \text{ und die erforderliche Druckeinlage}$$

$$f_e' = \mu' \cdot f_b = 0{,}035 \cdot 30 \cdot 64 = 58{,}2 \text{ qcm.}$$

Ebenso wird $\mu = 0{,}0075 + 0{,}40 \cdot \mu' = 0{,}0075 + 0{,}40 \cdot 0{,}035 = 0{,}0217$ und die erforderliche Zugeinlage $f_e' = \mu \cdot f_b = 0{,}0217 \cdot 30 \cdot 64 = 41{,}66$ qcm. Wählt man nun entsprechend den gefundenen Werten als Druckeinlage 6 Stück Rundeisen mit 3,5 cm Durchmesser, so wird $f_e' = 57{,}73$ qcm.

Ebenso ergibt sich für die Zugarmierung mit 4 Rundeisen von je 3,6 cm Durchmesser $f_e = 40{,}4$ qcm (vgl. Abb. 27 bis 29). Damit wird nach Gleichung 26

$$\chi + 2\chi \cdot 15 \frac{40{,}4 + 57{,}73}{30} = \frac{2 \cdot 15}{30}(64 \cdot 40{,}4 + 6 \cdot 57{,}73)$$

und daraus $\chi = 24{,}01$ cm von unten gemessen.

Nach Gleichung 27 wird ferner

$$k_b = \frac{2\,299\,272 \cdot 24{,}01 \cdot 6}{30 \cdot 24{,}01^2 (3 \cdot 64 - 24{,}01) + 6 \cdot 57{,}73 \cdot 15\,(24{,}01 - 6) \cdot 64 - 6)} = 39{,}77 \text{ kg/qcm}$$

und nach Gleichung 24 bzw. 25

$$k_e = \frac{15 \cdot 39{,}77\,(64 - 24{,}01)}{24{,}01} = 993 \text{ kg/qcm},$$

$$k_e' = \frac{15 \cdot 39{,}77\,(24{,}01 - 6)}{24{,}01} = 447 \text{ kg/qcm}.$$

Die Druckarmierung kann also auch hier, wie schon bei den Stützen festgestellt wurde, nicht bis zur Grenze beansprucht werden; k_b und k_e dagegen zeigen, daß die benutzte Tabelle eine gute Unterlage für die Dimensionierung darstellt.

§ 13. Schubspannungen.

a) Unmittelbare Abscherung. Wird ein Eisenbetonquerschnitt auf Abscheren beansprucht, so verteilen sich die Schubspannungen, ähnlich wie bei Druck, über die Querschnitte beider Stoffe. Die Anteile verhalten sich auch hier wie die elastischen Widerstände und werden mit $\frac{E_e}{E_b} = n$, für Beton

$$k_{bs} = \frac{S}{f_b + f_e \cdot n} \tag{28}$$

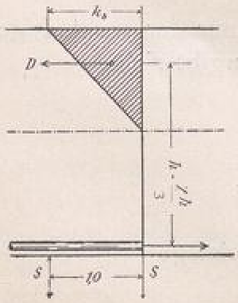
und für Eisen

$$k_{es} = \frac{S}{\frac{f_b}{n} + f_e}. \tag{29}$$

Hierbei bedeuten wie früher f_b und f_e die Querschnittsflächen und S die in diesen wirkende Schubkraft.

b) Abscherung in Platten und Plattenbalken. *α) Platten.* Die Schubkraft ist bei den auf Biegung beanspruchten Platten und Balken über den Auflagern am größten. Sie erzeugt Spannungen, die in der neutralen Achse des Betonquerschnittes und am Umfange der Eiseneinlage auf Abscheren wirken.

Abb. 30. Berechnung der Schubkraft in Platten.



Bezeichnet S die Schubkraft für einen beliebigen Querschnitt und $h - \frac{\chi \cdot h}{3}$ den Abstand von D und Z (Abb. 30), so besteht die Momentengleichung:

$$D \cdot \left(h - \frac{\chi \cdot h}{3}\right) = S \cdot 1{,}00,$$

woraus sich ergibt $D = \dfrac{S \cdot 1{,}00}{h - \frac{\chi \cdot h}{3}}$.

Ist b die Breite des betreffenden Querschnittes, so wird damit die größte Schubspannung k_s, die in der neutralen Schicht wirkt:

$$k_s = \frac{D}{b \cdot 1{,}0} = \frac{S \cdot 1{,}0}{\left(h - \frac{\chi \cdot h}{3}\right) b}, \quad \text{oder}$$

$$k_s = \frac{3\,S}{b \cdot h\,(3 - \chi)}. \tag{30}$$

Zur Bestimmung der am Umfang der Eiseneinlage wirkenden Schubspannung k_{s_1} (Haftspannung) ist die Zugkraft Z durch die pro Längeneinheit auf der Breite b vorhandene Eisenoberfläche U zu dividieren.

Da $Z = D$ ist, kann man auch setzen: $k_{s_1} \cdot U = D$ und damit

$$k_{s_1} = \frac{3\,S}{h\,(3 - \chi) \cdot U}. \tag{31}$$

Beispiel. Wie groß ist die Schubspannung k_s in der neutralen Schicht und k_{s_1} am Eisenumfang der auf Seite 433 berechneten Eisenbetonplatte an der Einspannungsstelle?

Die Schubkraft S ist gleich der halben Belastung $\frac{Q}{2} = \frac{1950}{2} = 975$ kg. Ferner ist die Plattenbreite $b = 100$ cm, die Plattenhöhe $h = 14$ cm und Abstand der neutralen Faser nach Tabelle II: $\chi = 0{,}375$. Damit ergibt sich:

$$k_s = \frac{3 \cdot 975}{100 \cdot 14\,(3 - 0{,}375)} = 0{,}80 \text{ kg/qcm}.$$

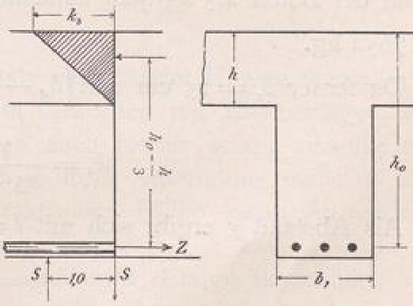
Da der Umfang U der Eiseneinlagen auf die Breite $b = 1{,}1 \cdot 3{,}14 \cdot 10 = 34{,}54$ qcm ist, wird die Haftspannung

$$k_{s_1} = \frac{3 \cdot 975}{14 \cdot (3 - 0{,}375)\,34{,}54} = 2{,}30 \text{ kg/qcm}.$$

Allgemein kann angenommen werden, daß bei gewöhnlichen Platten die Schubspannungen sehr klein sind und ihre Berechnung deshalb entbehrlich erscheint. Aus demselben Grunde sind auch bei Platten keine Bügel notwendig. Zeigt die Haftspannung einen größeren Wert als 4,5 kg/qcm, so empfiehlt es sich, die Eisen an den Auflagern rechtwinklig abzubiegen.

β) *Plattenbalken (Bügelberechnung).* Bei den Plattenbalken werden die Schubspannungen besonders im Balken selbst ziemlich groß, so daß zu ihrer Aufnahme vielfach abgebogene Eisen oder besondere Bügel notwendig werden. Die aus Rund- oder Flacheisen hergestellten Bügel übertragen die bedeutenden Schubkräfte, die in der Nähe der neutralen Faser entstehen, auf weniger beanspruchte Teile. Sie entlasten also die gefährlichen Stellen und werden bei praktischen Ausführungen in manchen Fällen so stark gewählt, daß sie die gesamten Schubspannungen übertragen können.

Abb. 31 u. 32. Berechnung der Schubspannung in Plattenbalken.



Die Größe der Schubspannung läßt sich in der für Platten angegebenen Weise ermitteln. An Stelle der Plattenbreite b tritt hier die Breite des Balkens b_1 und der Hebelarm von D wird $h_0 - \frac{h}{3}$ (Abb. 31 u. 32).

Werden die übrigen Bezeichnungen wie dort gewählt, so ist:

$$k_s = \frac{S}{b_1\left(h_0 - \frac{h}{3}\right)} \tag{32}$$

und
$$k_{s_1} = \frac{S}{\left(h_o - \frac{h}{3}\right) U}. \tag{33}$$

Die Bestimmung der Schubspannungen in Plattenbalken erfolgt demnach in ähnlicher Weise wie bei den Platten, nur wird es hier oft vorkommen, daß die zulässige Schubbeanspruchung im Beton, die nur 4,5 kg/qcm betragen darf, überschritten wird. Dann sind für den verbleibenden Teil Einlagen notwendig, deren Zahl und Abstand wie folgt ermittelt werden kann.

Bezeichnet z die Anzahl der Bügel, f_s den gesamten Bügelquerschnitt einer Balkenbreite, k_{es} dessen zulässige Spannung und y diejenige Entfernung vom Auflager, bei der die Schubarmierung beginnen muß, so gilt:

$$z \cdot f_s \cdot k_{es} = (k_s - 4{,}5) \cdot \frac{y}{2} \cdot b_1 \text{ und daraus}$$

$$z = \frac{(k_s - 4{,}5) \cdot y \cdot b_1}{f_s \cdot k_{es} \cdot 2}. \tag{34}$$

k_s ist hierin nach Gleichung 32 zu ermitteln, während y für gleichmäßige Belastung aus der Proportion

$$k_s : (k_s - 4{,}5) = \frac{l}{2} : y \text{ zu}$$

$$y = \frac{(k_s - 4{,}5) \cdot l}{k_s \cdot 2} \tag{35}$$

bestimmt wird, wenn l die Spannweite des Balkens bezeichnet.

Die Verteilung der Bügel erfolgt nun, indem man die einzelnen Schubkraftflächen gleich groß macht. Dies geschieht am einfachsten graphisch durch Auftragen der Wurzeln von 1 bis z oder in der aus Abb. 33 ersichtlichen Form. Soll die gesamte Schubkraft durch Bügel aufgenommen werden, so vereinfacht sich die Gleichung 34 in

$$z = \frac{k_s \cdot b_1 \cdot l}{k_{es} \cdot f_s \cdot 4}. \tag{36}$$

Beispiel. Welche Schubspannungen entstehen in dem auf Seite 438 berechneten Plattenbalken am Auflager und wieviel Bügel sind auf einer Balkenhälfte erforderlich, wenn der Beton 4,5 kg/qcm aufnehmen kann. Es ist die Schubkraft $S = \frac{Q}{2} = \frac{15304}{2}$ $= 7652$ kg.

Da ferner $b_1 = 25$ cm und $\left(h_o - \frac{h}{3}\right) = \left(40 - \frac{11}{3}\right) = 36{,}33$ cm, so wird

$$k_s = \frac{7652}{25 \cdot 36{,}33} = 8{,}42 \text{ kg/qcm.}$$

Als Abstand y ergibt sich mit $l = 9{,}0$ m,

$$y = \frac{(8{,}42 - 4{,}5) \cdot 9{,}0}{8{,}42 \cdot 2} = 2{,}1 \text{ m}$$ und damit die Anzahl der Bügel, wenn $k_{es} = 800$ kg/qcm zulässig sind und 1,0 cm starke Rundeisen beiderseits hochgeführt werden $\left(f_s = \frac{2 \cdot 1{,}0^2 \cdot 3{,}14}{4} = 1{,}6 \text{ qcm}\right)$,

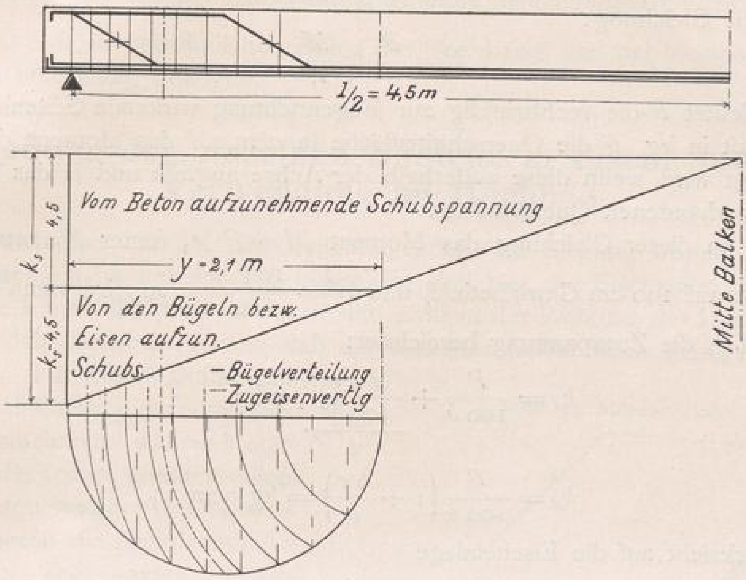
$$z = \frac{(8{,}42 - 4{,}5) \cdot 210 \cdot 25}{1{,}6 \cdot 800 \cdot 2} = 9 \text{ Stück.}$$

Die Abstände dieser Eisen ergeben sich aus Abb. 33.

Sollten alle Schubkräfte durch Bügel aufgenommen werden, so wird nach Gleichung 36

$$z = \frac{8{,}42 \cdot 25 \cdot 900}{1{,}6 \cdot 800 \cdot 4} = 37 \text{ Stück.}$$

Abb. 33. Berechnung der Bügel.



Sollen in einzelnen Fällen statt besonderer Bügel zur Aufnahme der Schubspannungen einige Trageisen nach oben geführt werden, so bestimmt sich der Abstand genau in derselben Weise wie für Bügel. Werden im obigen Beispiel 2 Zugeisen nach oben abgebogen, so wird die Haftspannung an den 4 noch unten liegenden Stäben

$$k_s = \frac{7652}{\left(40 - \frac{11}{3}\right) \cdot 4 \cdot 3{,}2 \cdot 3{,}14} = 5{,}24 \text{ kg/qcm.}$$

Nach den Leitsätzen des Architekten- und Ingenieur-Vereins kann diese Spannung bis 7,5 kg/qcm betragen, wenn die Eisen senkrecht abgebogen werden; der gefundene Wert ist demnach ohne Bedenken zulässig.

§ 14. Die Spannungen in Gewölben. Trotz eingehender Untersuchung ist es bisher noch nicht gelungen, die Spannungen, die in Gewölben mit Eiseneinlagen auftreten, theoretiseh genau festzustellen. Zwar wurden auch hierfür schon verschiedene Theorien entwickelt, doch zeigen sich die einzelnen in ihrer Anwendung meist so umständlich und zeitraubend, daß sie in einfachen praktischen Fällen kaum Anwendung finden.

Mit Rücksicht darauf soll im folgenden nur eine annähernd richtige Berechnung angeführt werden. Die Praxis und die verschiedenen Versuche haben zur Genüge bewiesen, daß Gewölbe, die überall dort, wo Zugspannungen auftreten, mit Einlage versehen sind, auch bei äußerst geringen Stärken eine ganz bedeutende Tragfähigkeit besitzen. Die Untersuchung geschieht dabei in der Regel nach denselben Gesichtspunkten, wie diejenige für gewöhnliche Gewölbe. Man betrachtet die ganze Wölbstärke als gleichartiges Material (Beton) und läßt die Einlagen bei Bestimmung der Druckspannungen ganz außer acht.

Für etwaige Zugspannungen hingegen setzt man den vorhandenen Eisenquerschnitt in Rechnung, der dabei meist so gewählt wird, daß er alle Zugspannungen, die im ungünstigsten Fall entstehen, allein aufnehmen kann.

Nachdem die äußeren Kräfte, die in den einzelnen Querschnitten wirken, nach bekannten Regeln bestimmt sind, wählt man zur Berechnung der Kantenpressungen zweckmäßig die Gleichung:

$$k = \frac{P}{F} \pm \frac{M}{W}.$$

Hierin bedeutet P die rechtwinklig zur Fugenrichtung wirkende Seitenkraft der einwirkenden Kraft in kg, F die Querschnittsfläche in qcm, M das Moment, das durch die Kraft P erzeugt wird, wenn diese außerhalb der Achse angreift und W das Widerstandsmoment des vorhandenen Querschnittes.

Setzt man in dieser Gleichung das Moment $M = P \cdot e$, ferner $F = 100 \cdot b$ (Fugenbreite b in cm auf 100 cm Gewölbetiefe) und $W = \frac{100 \cdot b^2}{6}$, so wird, wenn k_d die Druckspannung und k_z die Zugspannung hezeichnet:

$$k_d = \frac{P}{100\,b} + \frac{P \cdot e}{\frac{100\,b^2}{6}}, \text{ oder}$$

$$k_d = \frac{P}{100\,b}\left(1 + \frac{6\,e}{b}\right) = \text{kg/qcm} \tag{37}$$

und ohne Rücksicht auf die Eiseneinlage

$$k_z = \frac{P}{100 \cdot b}\left(1 - \frac{6\,e}{b}\right) = \text{kg/qcm.} \tag{38}$$

Für die gesamte Zugkraft Z in kg, die in der so beanspruchten Lagerfuge b auftritt und durch Eiseneinlagen aufzunehmen ist, gilt dann:

$$Z = \frac{b}{2} \cdot \frac{k_z^2 \cdot 100}{k_d + k_z}. \tag{39}$$

Hierin ist b in cm, k_z und k_d in kg/qcm zu setzen. Nachdem Z gefunden ist, läßt sich die erforderliche Einlage leicht berechnen, da wie früher $Z = f_e \cdot k_e$ sein muß.

Beispiel. Für ein 20,0 m weit gespanntes Eisenbetongewölbe, das mit Hilfe der Stützlinientheorie untersucht wurde, ergab sich bei 20 cm Scheitel- und 25 cm Kämpferstärke im Scheitel ein Horizontalschub von 36000 kg. Es würde somit bei gleichmäßiger Druckverteilung (die Stützlinie fällt mit Fugenmitte zusammen) eine Spannung entstehen:

$$k = \frac{P}{F} = \frac{36000}{100 \cdot 20} = 18{,}0 \text{ kg/qcm.}$$

Die Untersuchung zeigt aber, daß der Durchgangspunkt der Stützlinie im Scheitel 5,4 cm von der Fugenmitte nach oben zu entfernt liegt. Somit ergibt sich

nach Gleichung 37: $k_d = \frac{36000}{100 \cdot 20}\left(1 + \frac{6 \cdot 5{,}4}{20}\right) = 47{,}16$ kg/qcm,

ferner nach Gleichung 38: $k_z = \frac{36000}{100 \cdot 20}\left(1 - \frac{6 \cdot 5{,}4}{20}\right) = 11{,}16$ kg/qcm

und nach Gleichung 39: $Z = \frac{20}{2} \cdot \frac{11{,}16^2 \cdot 100}{47{,}16 + 11{,}16} = 2140$ kg.

Wählt man k_e der größeren Sicherheit halber nur gleich 600 kg/qcm, so wird

$$f_e = \frac{2140}{600} = 3{,}57 \text{ qcm}$$

und die Anzahl der Stäbe, wenn Rundeisen mit 0,8 cm Durchmesser Verwendung finden,

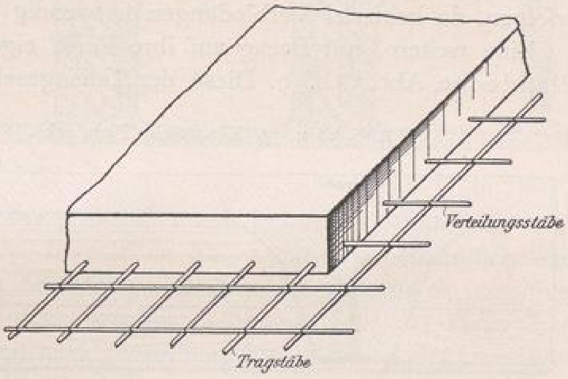
$$\chi = \frac{3{,}57}{0{,}5} \cong 8 \text{ Stück für das lfd. m Gewölbetiefe.}$$

Die Entfernung der einzelnen, an der inneren Leibung anzubringenden Stäbe wird dann $\frac{100}{8} = 12{,}5$ cm. Wie schon oben erwähnt, ist diese Berechnungsart nicht ganz einwandfrei, doch wird sie in gewöhnlichen Fällen des Hochbaues und bei kleinen und mittleren Spannweiten vollständig genügen.

D. Herstellung der einzelnen Bauteile in Eisenbeton und ihre Verwendung im Hochbau.

§ 15. Platten. Da bei den freiaufliegenden, auf Biegung beanspruchten Platten die Zugspannungen im unteren Teil entstehen, sind hier die Eisenstäbe möglichst dicht an die untere Kante der Platte zu legen und zwar in der Richtung der Hauptspannungen. Dabei ist jedoch darauf zu achten, daß die einzelnen Stäbe noch genügend mit Beton umhüllt sind. Für dünne Drähte sind für diese Umhüllung 5 mm als Mindestmaß anzunehmen, während stärkere nicht unter 10 mm erhalten sollen.

Abb. 34. MONIER-Platte.



Beim MONIERsystem (Abb. 34) werden außer diesen die Zugspannungen aufnehmenden sogenannten Tragstäben senkrecht dazu noch Verteilungsstäbe angeordnet, die den Zweck haben, die Tragstäbe während der Herstellung in der richtigen Lage zu halten. Die Kreuzungsstellen dieser Stäbe werden hierbei mit Bindedraht verbunden, so daß ein vollständig zusammenhängendes Eisennetz entsteht. Die Entfernung und Stärke der Tragstäbe ergibt sich durch Rechnung, während man für die Verteilungsstäbe Rundeisen von 5—8 mm Durchmesser wählt und diese in Abständen von 10—30 cm anordnet.

Anstatt dieser in neuerer Zeit allgemein üblichen einfachsten Art der Armierung verwenden die verschiedenen Konstrukteure hiervon mehr oder weniger abweichende Einlagen. So legen einige die Stäbe nicht parallel, sondern unter einem bestimmten Winkel zur Hauptspannung. Hierbei müssen die Trag- und Verteilungsstäbe naturgemäß von gleicher Stärke sein (System SCHLÜTER). Andere behalten die parallele Richtung bei und verändern nur die Querschnittsform der Einlage. So verwendet HYATT als Tragstäbe hochkant gestellte Flacheisen (Abb. 35), die in besonderen Bohrlöchern die Verteilungsstäbe (Rundeisen) aufnehmen. Für sehr schwache Platten

Abb. 35. Platte nach System HYATT.