Lehrbuch des Hochbaues

Grundbau, Steinkonstruktionen, Holzkonstruktionen, Eisenkonstruktionen , Eisenbetonkonstruktionen

Esselborn, Karl

Leipzig, 1908

§ 11. Knickfestigkeit

urn:nbn:de:hbz:466:1-50294

Als bekannt ist bei diesen Rechnungen nur die Belastung P, die zulässige Beanspruchung k_b und die anteilige Verwendung der Eiseneinlage anzunehmen. Die erstere ist in jedem praktischen Fall als Stützdruck gegeben, während k_b nach obigem von der Bruchfestigkeit des Betons abhängt und in der Regel mit 20 bis 30 kg/qcm eingeführt wird. Die Eiseneinlage f_e soll nach den Leitsätzen des Ingenieur- und Architekten-Vereins mindestens 0,8 % vom Betonquerschnitt betragen, während Prof. MÖRSCH eine solche von 0,8 bis 2 % empfiehlt. Innerhalb dieser Grenzen kann demnach die Größe der Einlagen ohne weiteres bestimmt werden und zwar wird man dort, wo geringere Säulenstärken erwünscht sind, die Menge des Eisens größer wählen, da dessen Druckbeanspruchung das 15 fache der Betonspannung betragen kann.

§ 11. Knickfestigkeit. Obwohl bei Eisenbetonkonstruktionen infolge der meist vorhandenen Würfelfestigkeit des Betons ein Ausknicken der Stützen und Pfeiler nur ausnahmsweise zu befürchten ist, soll die Knickfestigkeit nach den Bestimmungen doch nachgewiesen werden, wenn die Höhe mehr als das 18 fache der kleinsten Querschnittsabmessung beträgt. Für die Berechnung benutzt man die EULERschen Knickungs-Gleichungen.

Die aus der Berechnung der Baukonstruktionen bekannte EULERsche Formel lautet:

$$P = \frac{a \cdot \pi^2 \cdot E \cdot J}{s \cdot l^2}.$$

Hierbei bezeichnet

P die zentrische Belastung in kg.
a eine von der Befestigungsart des Stabes abhängende Zahl (vgl. Abb. 9 bis 12).
E das Elastizitätsmodul des Materials.
J das Trägheitsmoment des Querschnittes.
s den Sicherheitsgrad und
l die Länge des Stabes in cm.
π^2 setzt man genau genug $= 10$.

Für Berechnung der Eisenbetonkonstruktionen läßt sich diese Formel nicht ohne weiteres anwenden, da E und J verschiedene Größen enthalten und zwar ist $E = E_b + E_e$ und $J = J_b + J_e$.

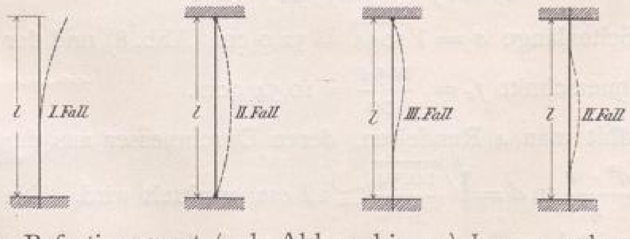
Damit nimmt obige Gleichung folgende Gestalt an:

$$P = \frac{a \cdot \pi^2 \cdot (E_b \cdot J_b + E_e \cdot J_e)}{s \cdot l^2}.$$

Setzt man hierin wieder $\frac{E_e}{E_b} = n$, so wird

$$P = \frac{a \cdot \pi^2 \cdot E_e \left(\frac{J_b}{n} + J_e\right)}{s \cdot l^2}, \tag{3}$$

Abb. 9 bis 12. Befestigungsart der Stützen.



a ist je nach der Befestigungsart (vgl. Abb. 9 bis 12) $\frac{1}{4}$, 1, 2 oder 4. Aus Formel 3 ergibt sich demnach, wenn man $E_e = 2\,000\,000$; $n = 15$; $\pi^2 = 10$ und s, d. h. den Sicherheitsgrad für Beton $= 10$ setzt, sowie P in Tonnen (t) und l in Metern (m) einführt:

für den I. Fall: $\frac{J_b}{15} + J_e = 20 \cdot P \cdot l^2,$ oder auch $s = \frac{\frac{J_b}{15} + J_e}{2 \cdot P \cdot l^2}$ (4)

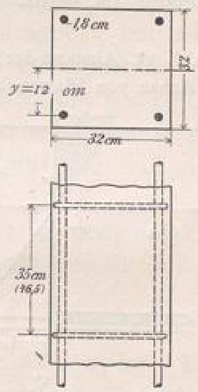
» » II. Fall: $\frac{J_b}{15} + J_e = 5 \cdot P \cdot l^2,$ » » $s = \frac{2\left(\frac{J_b}{15} + J_e\right)}{P \cdot l^2}$ (5)

» » III. Fall: $\frac{J_b}{15} + J_e = 2{,}5 \cdot P \cdot l^2,$ » » $s = \frac{4\left(\frac{J_b}{15} + J_e\right)}{P \cdot l^2}$ (6)

» » IV. Fall: $\frac{J_b}{15} + J_e = 1{,}25 \cdot P \cdot l^2.$ » » $s = \frac{8\left(\frac{J_b}{15} + J_e\right)}{P \cdot l^2}$ (7)

Beispiel: Der zuletzt auf Druck berechnete Pfeiler ist unter der Voraussetzung, daß er unten und oben festgehalten, aber nicht eingespannt wird, auf Knickfestigkeit zu untersuchen.

Abb. 13 u. 14. Berechnung eines Pfeilers.



Nach dem II. Fall, Gleichung 5, ist $P = \frac{\frac{J_b}{15} + J_e}{l^2 \cdot 5}$; ferner $J_b = \frac{32^4}{12}$ cm^4 (Trägheitsmoment für □ Querschnitt) und $J_e = \frac{d^4 \cdot \pi}{64} + f_e \cdot y^2$; hierbei kann $\frac{d^4 \cdot \pi}{64}$, da es sehr klein ist, ohne Bedenken vernachlässigt werden. Folglich ist $J_e = 10{,}54 \cdot 12^2$ (Abb. 13 u. 14) und damit die zulässige Belastung:

$$P = \frac{\frac{32^4}{12 \cdot 15} + 10{,}54 \cdot 12^2}{5{,}0^2 \cdot 5} = 58{,}740 \text{ t} = 58\,740 \text{ kg}.$$

Da der Pfeiler nur 30 300 kg aufzunehmen hat, ist genügende Sicherheit gegen Ausknicken vorhanden. Damit die einzelnen Eisen nicht für sich ausbiegen (knicken), muß der auf ein Eisen wirkende Druck in die Knickungsgleichung eingesetzt und die Entfernung der Querverbindungen l_1 berechnet werden. Es ist deshalb

$$P_{e_1} = f_{e_1} \cdot k_e = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot i}{s \cdot l_1^2},$$

woraus sich die zulässige Knicklänge der Eisenstäbe ergibt:

$$l_1 = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E \cdot i}{s \cdot k_e \cdot f_{e_1}}}.$$

Da aber $i = \frac{d^4 \cdot \pi}{64}$ und $f_{e_1} = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$ ist, so wird $\frac{i}{f_{e_1}} = \frac{d^2}{16}$ und $l_1 = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E \cdot d^2}{s \cdot k_e \cdot 16}}$ $= \sqrt{\frac{10 \cdot 2\,000\,000 \cdot d^2}{5 \cdot k_e \cdot 16}}$, ($s$ als Sicherheitsgrad für Eisen ist gleich 5 gesetzt). Hieraus berechnet sich

$$l_1 = 500 \cdot d \cdot \sqrt{\frac{1}{k_e}}. \tag{8}$$

k_e wurde in dem Beispiel zu $25 \cdot 15 = 375$ kg/qcm ermittelt. Damit ergibt sich $l_1 = 500 \cdot 1{,}8\sqrt{\frac{1}{375}} = 46{,}5$ cm, d. h. die Eiseneinlagen müssen mindestens alle 46,5 cm durch wagerechte Bügel miteinander verbunden werden. Nach den Leitsätzen ist die Bügelentfernung indessen kleiner, höchstens zu 35 cm zu nehmen.

§ 12. Biegungsfestigkeit. Wie bekannt, berechnet sich die Biegungsfestigkeit homogener Körper mit konstantem Elastizitätsmodul nach der allgemeinen Gleichung

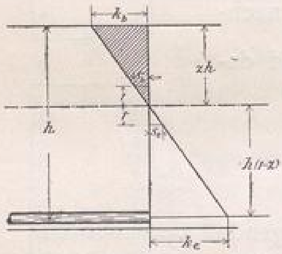
$$k = \frac{M}{W}.$$

Macht man bei Berechnung der Eisenbetonkonstruktionen dieselben Annahmen wie für die obige Gleichung, nämlich, daß die einzelnen Querschnitte auch nach der Durchbiegung noch eben sind, so wird die Rechnungsweise dadurch wesentlich vereinfacht. Diese Annahme erscheint um so mehr zulässig, als die nach dieser Richtung hin gemachten Versuche keine großen Abweichungen von den so gewonnenen Rechnungsergebnissen zeigen.

Wird ein gerader Balken auf Biegung beansprucht, so entsteht bekanntlich in einem Teile Druckspannung (D), im andern Teile Zugspannung (Z). Die Druckspannung kann nun durch den Beton aufgenommen werden, während zur Aufnahme der Zugspannungen eine Eiseneinlage erforderlich ist. Denn obgleich auch der Beton eine gewisse Zugspannung aushalten kann, empfiehlt es sich doch, diese zu vernachlässigen, da hierdurch die Rechnungen wesentlich einfacher und die Konstruktionen sicherer werden.

a) **Platten.** Zur Entfernung des inneren Momentes, das dem äußeren gleich zu setzen ist, muß zunächst der Abstand χh, der neutralen Achse von Plattenoberkante bestimmt werden (Abb. 15). Bezeichnet S_b die Spannung des Betons im Abstand 1 von der neutralen Achse, so wird die größte Beanspruchung

Abb. 15. Abstand der neutralen Achse von Plattenoberkante.



$$k_b = S_b \cdot \chi h.$$

Ist ferner S_e die Spannung des Eisens im Abstand 1, so wird die maximale Spannung desselben

$$k_e = S_e(h - \chi h) = S_e \cdot h(1 - \chi).$$

Aus beiden Gleichungen folgt:

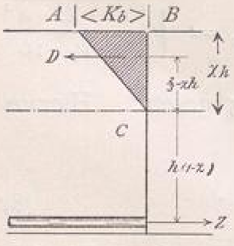
$$\frac{k_e}{k_b} = \frac{S_e \cdot h(1-\chi)}{S_b \cdot h \cdot \chi}.$$

Da nun $\frac{S_e}{S_b}$ den Elastizitätsgrößen beider Stoffe entspricht, kann wieder wie früher gesetzt werden:

$$\frac{S_e}{S_b} = \frac{E_e}{E_b} = n. \quad \text{Damit wird}$$

$$\frac{k_e}{k_b} = n \cdot \frac{(1-\chi)}{\chi}. \tag{9}$$

Abb. 16. Spannungsdreieck.



Wählt man nun k_e, k_b und n, so läßt sich aus dieser Gleichung χ leicht bestimmen. Z. B. für $k_e = 1000$ kg/qcm, $k_b = 40$ kg/qcm und n wie oben $= 15$, wird $\frac{1000}{40} = 15\frac{(1-\chi)}{\chi}$, woraus sich $\chi = \frac{3}{8}$ ergibt; d. h. die neutrale Achse liegt um $\frac{3}{8}$ der Höhe von der Plattenoberkante entfernt und nur dieser Teil wird auf Druck beansprucht.

Die Größe des Druckes in einer Ebene wird durch das Dreieck ABC (Abb. 16) dargestellt. Ein Prisma, welches dieses sog. Spannungsdreieck zur Grundfläche und die Querschnittsbreite b zur Höhe hat, stellt demnach den gesamten Druck D des Betons dar, es wird also

$$D = k_b \cdot \frac{\chi h}{2} \cdot b.$$