Lehrbuch des Hochbaues

Grundbau, Steinkonstruktionen, Holzkonstruktionen, Eisenkonstruktionen , Eisenbetonkonstruktionen

Esselborn, Karl

Leipzig, 1908

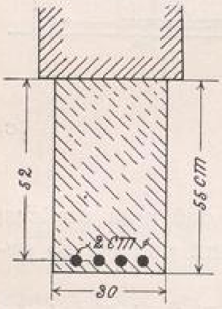
b) Plattenbalken

urn:nbn:de:hbz:466:1-50294

Beispiel: Eine Speisesaaldecke soll zur Unterstützung der Mittelwand einen Unterzug aus Eisenbeton erhalten, dessen Breite b nicht über 30 cm beträgt. Welche Höhe und Einlage ist erforderlich, wenn die Belastung f. d. lfd. m 900 kg und die Lichtweite 5,6 m beträgt? Die Betonspannung k_b soll 40 und die Eisenspannung 1000 kg/qcm nicht überschreiten.

Als Belastung ergibt sich: Nutzlast $900 \cdot 5{,}6 = 5040$ kg, Eigengewicht für den $0{,}30 \cdot 0{,}50$ stark angenommenen Balken: $0{,}30 \cdot 0{,}50 \cdot 5{,}6 \cdot 2400 = \dfrac{2016 \text{ kg}}{Q = 7056 \text{ kg}}$.

Abb. 19. Berechnung eines Unterzugs.



Die Spannweite für 0,50 m Balkenhöhe wird nun $l = 5{,}6 + 0{,}5 = 6{,}10$ m und

$$M = \frac{Q \cdot l}{8} = \frac{7056 \cdot 610}{8} = 538000 \text{ kgcm}.$$

Da für $k_b = 40$ und $k_e = 1000$ nach Tabelle II $\chi = 0{,}375$ ist, wird nach Gleichung 11

$$h = \sqrt{\frac{538000 \cdot 6}{40 \cdot 0{,}375\,(3 - 0{,}375) \cdot 30}} \cong 52 \text{ cm};$$

$+ 3$ cm Umhüllung gibt als Gesamthöhe 55 cm (Abb. 19).

Die erforderliche Einlage wird nach Gleichung 10

$$f_e = \frac{40}{1000} \cdot \frac{0{,}375}{2} \cdot 30 \cdot 52 = 11{,}67 \text{ qcm},$$

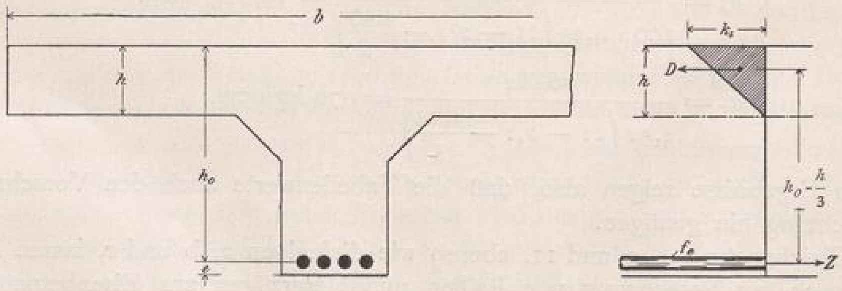
wofür 4 Stück 2 cm starke Rundeisen genügen.

Besonders beachtenswert erscheint noch, daß die Querschnittshöhe durch Verminderung der Spannung im Eisen geringer wird, während die Menge der Einlagen wächst. Es liegt demnach bis zu einem gewissen Grade in der Hand des Konstrukteurs, die Platten- und Balkenhöhen den gegebenen Verhältnissen möglichst anzupassen.

b) Plattenbalken. Die Plattenbalken haben den besonderen Vorteil, daß dort, wo die Druckspannungen im oberen Teile entstehen, auch die Deckenplatte auf eine gewisse Breite zu statischer Mitwirkung kommt. Die neutrale Achse fällt hierbei meist in die Nähe der Plattenunterkante.

Liegt sie innerhalb der Platte, ist also der Abstand χ kleiner als die Deckenstärke h, so gelten für die Berechnung dieselben Gleichungen, die für einfache Platten angegeben

Abb. 20 u. 21. Berechnung der Plattenbalken.



wurden, nur mit dem Unterschiede, daß die wirksame Breite b (Abb. 20), die nach den Leitsätzen bis $\frac{1}{3}$ der Spannweite betragen darf, einzuführen ist.

Für χ gleich h, d. h. die neutrale Achse in Plattenunterkante angenommen, wird, da $Z = D$ und der Abstand dieses Kräftepaares (vgl. Abb. 21) $h_0 - \frac{1}{3}h$ ist, $M = Z \cdot (h_0 - \frac{1}{3}h)$ und daraus

$$Z = \frac{M}{h_0 - \frac{h}{3}}. \tag{12}$$

Weiter folgt aus $Z = f_e \cdot k_e$,

$$k_e = \frac{Z}{f_e} \quad \text{oder} \quad f_e = \frac{Z}{k_e}. \tag{13}$$

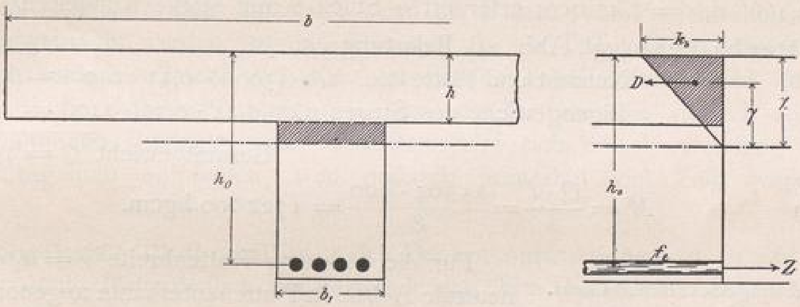
Endlich wird, da $D = Z = k_b \cdot \frac{h}{2} \cdot b$ ist,

$$k_b = \frac{2Z}{b \cdot h}. \tag{14}$$

Die Gleichungen 12 bis 14 sind besonders für Proberechnungen zu empfehlen, da man mit ihrer Hilfe die annähernd richtigen Abmessungen des erforderlichen Beton- und Eisenquerschnittes leicht bestimmen kann.

Liegt die neutrale Achse innerhalb des Steges (Abb. 22 u. 23), so wähle man für genauere Berechnungen das nachstehende Verfahren. Auch hierbei sind die geringen

Abb. 22 u. 23. Berechnung der Plattenbalken wenn χ größer als h.



im Steg entstehenden Druckspannungen und die Zugspannungen des Betons vernachlässigt. Alle Bezeichnungen behalten ihre bisherige Bedeutung, und f_e stellt auch hier den gesamten Eisenquerschnitt dar.

Setzt man wie bei den Platten: $\frac{k_e}{k_b} = \frac{E_e \cdot (h_0 - \chi)}{E_b \cdot \chi}$, so wird mit

$$\frac{E_e}{E_b} = n \qquad k_e = n \cdot k_b \frac{(h_0 - \chi)}{\chi}.$$

Ferner ist, da $Z = D$ sein muß,

$$k_e \cdot f_e = k_b \frac{b \cdot \chi}{2} - \frac{k_b(\chi - h)}{\chi} b \frac{(\chi - h)}{2} \text{ (Abb. 22 u. 23).}$$

Für k_e den gefundenen Wert gesetzt, gibt:

$$n \cdot k_b \frac{(h_0 - \chi)}{\chi} \cdot f_e = k_b \frac{b \cdot \chi}{2} - k_b \frac{(\chi - h)^2 b}{\chi \cdot 2} \text{ und daraus}$$

$$\chi = \frac{2 \cdot n \cdot h_0 \cdot f_e + h^2 b}{2(n \cdot f_e + h \cdot b)}. \tag{15}$$

Die Entfernung des Druckmittelpunktes von der neutralen Achse wird nun:

$$y = \chi - \frac{h}{2} + \frac{h^2}{6(2\chi - h)}. \tag{16}$$

Damit lassen sich die Druckkräfte $D = Z$ und die Spannungen k_e und k_b bestimmen; denn es ist $M = D(h_o - \chi + y)$, woraus sich ergibt

$$D = Z = \frac{M}{h_o - \chi + y}, \tag{17}$$

$$k_e = \frac{Z}{f_e}, \tag{18}$$

$$k_b = \frac{k_e \cdot \chi}{n(h_o - \chi)}. \tag{19}$$

Beispiel: Die 9,0 m weit gespannte Decke eines Geschäftshauses soll durch Plattenbalken gebildet werden, deren Abstand von Mitte zu Mitte 2,6 m beträgt. Welche Abmessungen und Einlagen sind erforderlich, wenn als Nutzlast, einschließlich Fußbodenbelag, 300 kg/qm einzuführen sind und $k_b = 30$, $k_e = 1000$ kg/qcm betragen darf.

1. Platte: Belastung: Nutzlast $= 2{,}6 \cdot 1{,}0 \cdot 300 = 720$ kg,
Eigengewicht $0{,}12 \cdot 2{,}6 \cdot 1{,}0 \cdot 2400 \ . = 749$ kg,
mithin $Q \cong 1470$ kg.

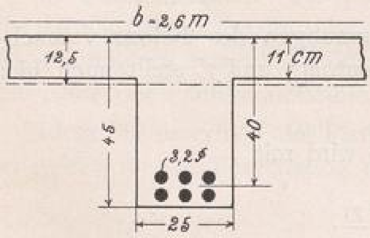
Für die Feldmitten wird $M = \frac{Q \cdot l}{8} \cdot \frac{4}{5} = \frac{Q \cdot l}{10} = \frac{1470 \cdot 260}{10} = 38\,220$ kgcm.

Mithin nach Tabelle II $h = 0{,}049\sqrt{38\,220} = 9{,}6$ cm $+ 1{,}4$ cm Umhüllung $= 11$ cm und $f_e = 0{,}466 \cdot 9{,}6 = 4{,}47$ qcm erfordert 9 Stück 8 mm starke Rundeisen.

2. Plattenbalken: (vgl. Abb. 24) Belastung:
Nutzlast und Platte $9{,}0 \cdot 2{,}6 \cdot (300 + 0{,}11 \cdot 2400) = 13\,198$ kg,
Eigengewicht des Steges $9{,}0 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}39 \cdot 2400 = 2\,106$ kg,
Gesamtgewicht $Q = 15\,304$ kg.

Folglich $$M = \frac{Q \cdot l}{8} = \frac{15\,304 \cdot 900}{8} = 1\,722\,000 \text{ kgcm.}$$

Abb. 24. Berechnung eines Plattenbalkens.



Für die wirksame Plattenbreite $b = 2{,}6$ m und die neutrale Achse in Plattenunterkante angenommen, gibt nach Gleichung 12

$$Z = \frac{1\,722\,000}{40 - \frac{11}{3}} = 47\,400 \text{ kg.}$$

Mit $k_e = 1000$ wird demnach $f_e = \frac{47\,400}{1000} = 47{,}4$ qcm, und nach Gleichung 14

$$k_b = \frac{2 \cdot 47\,400}{260 \cdot 11} \cong 33 \text{ kg/qcm.}$$

Da $k_b = 30$ kg/qcm betragen darf, sind die Abmessungen nahezu richtig gewählt; im andern Falle wäre jetzt eine weitere Annahme zu machen und die einfache Rechnung zu wiederholen.

Da 47,4 qcm Eiseneinlage notwendig ist, werden 6 Stück 3,2 cm starke Rundeisen gewählt, die einen Gesamtquerschnitt von $f_e = 48{,}24$ qcm haben. Damit ergibt sich für die genauere Rechnung:

$$\chi = \frac{2 \cdot 15 \cdot 48{,}24 \cdot 40 + 260 \cdot 11^2}{2(15 \cdot 48{,}24 + 260 \cdot 11)} = 12{,}5 \text{ cm.}$$

Da die neutrale Achse außerhalb der Platte liegt, wird

$$y = 12{,}5 - \frac{11}{2} + \frac{11^2}{6(25 - 11)} = 8{,}4 \text{ cm,}$$

$$D = Z = \frac{M}{h_0 - \chi + y} = \frac{1\,722\,000}{35{,}9} = 47\,900 \text{ kg},$$

$$k_e = \frac{Z}{f_e} = \frac{47\,900}{48{,}24} = 993 \text{ kg},$$

$$k_b = \frac{k_e \cdot \chi}{n(h_0 - \chi)} = \frac{993 \cdot 12{,}5}{15(40 - 12{,}5)} = 30{,}05 \text{ kg}.$$

Wegen der Berechnung der Bügel siehe § 13, b, β.

Ein Vergleich der gefundenen Spannungen mit den zuerst ermittelten läßt erkennen, daß es in solchen Fällen vielfach genügt, wenn die neutrale Achse in Plattenunterkante angenommen wird. Um vollständig sicher zu gehen, empfiehlt es sich, nach der ersten Berechnung noch χ genau zu bestimmen; zeigt dieser Wert nur geringe Abweichungen von h, so kann die weitere Rechnung ohne Bedenken unterbleiben.

Auch hier könnten nun in ähnlicher Weise wie bei den Platten direkte Dimensionierungsformeln entwickelt werden, doch erhalten diese eine ziemlich umständliche Form, da die Balkenhöhe auch von der Plattenstärke und der wirksamen Plattenbreite abhängig ist. Man kommt deshalb meist schneller zum Ziel, wenn die annähernd richtigen Abmessungen zunächst nach den Gleichungen 12 bis 14 bestimmt und dann, wie in dem vorstehenden Beispiel, mit den genaueren Formeln 15 bis 19 nachgerechnet werden.

Etwas einfachere Formen entstehen, wenn die Balken- und Plattenhöhe in bestimmte Verhältnisse gebracht werden, so daß h immer als ein Teil von h_0 eingeführt werden kann. Doch auch hier lassen sich die betreffenden Tabellenwerte nicht immer direkt verwenden, da die Balkenentfernung und damit die Plattenstärke vielfach von den örtlichen Verhältnissen abhängig sind. Trotzdem wird sich ihre Verwendung in Spezialbureaus naturgemäß empfehlen, weil dadurch immerhin viel Zeit gespart werden kann.

c) Durchgehende Plattenbalken. Bei Deckenkonstruktionen ist es oft notwendig, daß weitgespannte Plattenbalken zur Verminderung ihres Querschnitts eine oder mehrere Unterstützungen erhalten. Wählt man nun hierzu einfache Säulen aus Eisenbeton oder Eisen, so ist es nicht immer möglich, daß die Balken auf diesen verhältnismäßig schmalen Stützpunkten gestoßen werden. Damit entstehen aber die sogenannten durchgehenden Balken, die besondere Untersuchungen erfordern.

Bei diesen Konstruktionen ergeben sich wohl innerhalb der Felder positive Momente, d. h. die Zugspannungen wirken im unteren Teil, über den Stützpunkten aber treten negative Momente auf, die eine Zugbeanspruchung der obersten Fasern zur Folge haben. Während also innerhalb der Felder der Plattenbalken als solcher statisch zur Wirkung kommt, ist über den Stützen nur der einfache rechteckige Balkenquerschnitt zu berücksichtigen, da die in der Zugzone gelegene Betonplatte keine Zugspannungen aufnehmen kann.

Die Rechnungen sind deshalb entweder so durchzuführen, daß der über den Stützen notwendige Balkenquerschnitt bestimmt und auf die ganze Länge durchgeführt wird, oder man ermittelt die erforderlichen Querschnitte für die Stützpunkte und Felder, letztere mit Rücksicht auf die Wirkung als Plattenbalken, und führt die eine Höhe allmählich in die andere über. Die sichtbare Trägerhöhe würde also verschieden groß. Dieser Umstand beeinträchtigt das gute Aussehen der Konstruktion indessen nicht so stark als verschiedentlich angenommen wird. Man sollte deshalb bei Decken für architektonisch nicht hervorragende Innenräume keine Bedenken gegen diese wirtschaftlich günstigste Anordnung tragen. Bei Hallen, Überdachungen und dgl. ist es außerdem möglich, die