Lehrbuch des Hochbaues

Grundbau, Steinkonstruktionen, Holzkonstruktionen, Eisenkonstruktionen , Eisenbetonkonstruktionen

Esselborn, Karl

Leipzig, 1908

d) Doppelte Armierung rechteckiger Querschnitte

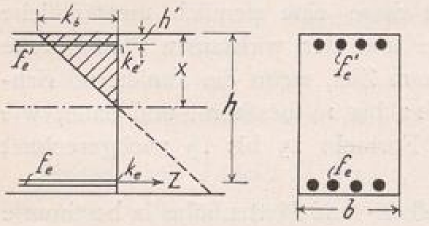
urn:nbn:de:hbz:466:1-50294

Verstärkung über den Stützen nach oben zu verlegen, so daß die Innenansicht der Balken gleichmäßig stark bleibt.

Ist es in einzelnen Fällen nicht angängig, daß eine Verstärkung nach oben oder unten durchgeführt wird und sollen die wirtschaftlichen Vorteile trotzdem möglichst ausgenutzt werden, so kann man die Balkenstärke der Felder eventuell auch über den Stützen beibehalten. Dadurch werden naturgemäß größere Spannungen im Beton und Eisen bedingt, die durch eine besondere Einlage in der Druckzone aufzunehmen sind. Hier wird demnach eine doppelte Armierung notwendig, deren Berechnung sich aus folgendem ergibt.

d) Doppelte Armierung rechteckiger Querschnitte. Soll ein rechteckiger Platten- oder Balkenquerschnitt außer der Zugarmierung auch in der Druckzone eine Einlage erhalten, so ergibt sich mit den Bezeichnungen der Abb. 25 und 26, da Zug und Druck gleich sind,

Abb. 25 u. 26. Berechnung einer doppelten Armierung.



$$f_e \cdot k_e = k_b \cdot \frac{\chi}{2} \cdot b + f_e^{1} \cdot k_e^{1}. \tag{20}$$

Ferner verhält sich wie früher bei den Platten

$$\frac{k_b}{E_b} : \frac{k_e}{E_e} = \chi : h - \chi, \tag{21}$$

oder auch

$$\frac{k_b}{E_b} : \frac{k_e'}{E_e} = \chi : \chi - h'. \tag{22}$$

Das innere Moment mit Bezug auf den Angriffspunkt von Z als Drehpunkt wird nun

$$M = k_b \cdot \frac{\chi}{2} \cdot b\left(h - \frac{\chi}{3}\right) + f_e' \cdot k_e'(h - h'). \tag{23}$$

Setzt man wieder $\frac{E_e}{E_b} = n$, so ergibt sich aus Gleichung 21

$$k_e = \frac{n \cdot k_b (h - \chi)}{\chi} \tag{24}$$

und aus Gleichung 22

$$k_e^{1} = \frac{n \cdot k_b (\chi - h')}{\chi}. \tag{25}$$

Mit Einsetzen dieser Werte in die Gleichung 20 erhält man zur Bestimmung von χ die quadratische Gleichung

$$\chi^2 + 2\chi \cdot n \frac{f_e + f_e'}{b} = \frac{2n}{b}(h \cdot f_e + h' \cdot f_e') \tag{26}$$

und damit aus Gleichung 23

$$k_b = \frac{M \cdot \chi \cdot 6}{b \cdot \chi^2 \cdot (3h - \chi) + 6 \cdot f_e' \cdot n(\chi - h') \cdot (h - h')}. \tag{27}$$

Für den Gang der Rechnung ergibt sich demnach, daß man nach Annahme der einzelnen Abmessungen zunächst den Abstand χ der neutralen Achse bestimmt, dann die Betonspannung k_b und mit dieser k_e bzw. k_e^{1} ermittelt.

Da Versuchsrechnungen mit den Gleichungen 26 und 27 immerhin einen gewissen Zeitaufwand erfordern, hat man schon mehrfach versucht, auch für solche Fälle Dimensionierungsformeln aufzustellen. Da aber der Balkenquerschnitt gewöhnlich schon durch das Moment in Feldmitte bestimmt ist und die zulässigen Höhen und Breiten für Unterzüge usw. meist mit Rücksicht auf die architektonische Ausgestaltung zu wählen sind, kommt es in der Hauptsache nur auf die Ermittelung der notwendigen Einlagen in der Druck- und Zugzone an. Für diese ergibt sich nach SALINGER (der Eisenbeton in

Theorie und Konstruktion), wenn k die größte Biegungsspannung ohne Rücksicht auf die vorhandenen Einlagen, $\left(k = \frac{M}{W}\right)$ und μ' bzw. μ die anteilige Druck- bzw. Zugarmierung bezeichnet, folgende Tabelle III.

k_e	k_b	μ'	μ	k
1000	50	$\frac{k - 55{,}1}{2790}$	$0{,}0107 + 0{,}53\,\mu'$	$55{,}1 + 2790\,\mu'$
1000	40	$\frac{k - 39{,}4}{2100}$	$0{,}0075 + 0{,}40\,\mu'$	$39{,}4 + 2100\,\mu'$
1000	33,3	$\frac{k - 29{,}6}{1640}$	$0{,}0056 + 0{,}31\,\mu'$	$29{,}6 + 1640\,\mu'$
1000	28,6	$\frac{k - 23{,}1}{1310}$	$0{,}0043 + 0{,}25\,\mu'$	$23{,}1 + 1310\,\mu'$
1000	25	$\frac{k - 18{,}6}{1070}$	$0{,}0034 + 0{,}20\,\mu'$	$18{,}6 + 1070\,\mu'$

Mit diesen Werten läßt sich bei gegebenen Balkenquerschnitt und Biegungsmoment zunächst k und dann die erforderliche Druck- und Zugeinlage direkt bestimmen, so daß die nach den Gleichungen 24, 25 und 27 berechneten Spannungen sofort die zulässigen Größen erhalten.

Abb. 27 bis 29. Berechnung eines durchgehenden Plattenbalkens.

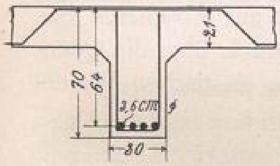


Abb. 27. Schnitt *ab*.

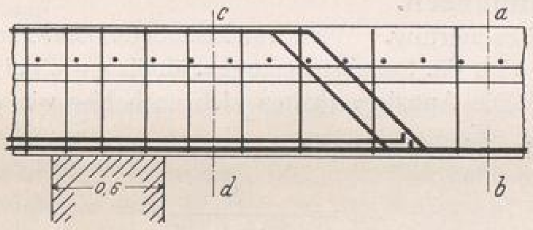


Abb. 28. Schnitt *AB*.

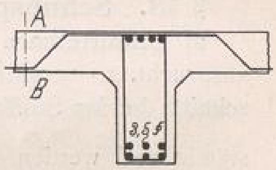


Abb. 29. Schnitt *cd*.

Beispiel: Der aus Abb. 27 bis 29 ersichtliche Plattenbalken soll als durchgehender Träger über eine 60 auf 30 cm starke Mittelstütze geführt werden. Welche Zug- und Druckeinlagen muß er über der Stütze erhalten, wenn die Spannweite der zwei Felder je 6,70 m und die gleichmäßig verteilte Belastung für jedes Feld 27454 kg beträgt. Die größten Spannungen sollen 40 kg/qcm im Beton und 1000 kg/qcm im Eisen nicht überschreiten.

Das Maximalmoment über der Mittelstütze ist negativ und wird für gleichmäßige Belastung und gleich große Feldweiten bei Balken auf 3 Stützen

$$M = -\frac{Q \cdot l}{8} = -\frac{27454 \cdot 670}{8} = 2299272 \text{ kg/cm}.$$

Da hiernach die Zugspannungen im oberen Teil entstehen, kommt nur der rechteckige 30 mal 64 cm starke Balkenquerschnitt zur Wirkung. Für diesen ergibt sich

$$k = \frac{M}{W} = \frac{2\,299\,272}{\frac{30 \cdot 64^2}{6}} = 112 \text{ kg/qcm}.$$

Damit wird nach Tabelle III mit $k_b = 40$ und $k_e = 1000$ kg/qcm.

$$\mu' = \frac{112 - 39{,}4}{2100} = 0{,}035 \text{ und die erforderliche Druckeinlage}$$

$$f_e' = \mu' \cdot f_b = 0{,}035 \cdot 30 \cdot 64 = 58{,}2 \text{ qcm}.$$

Ebenso wird $\mu = 0{,}0075 + 0{,}40 \cdot \mu' = 0{,}0075 + 0{,}40 \cdot 0{,}035 = 0{,}0217$ und die erforderliche Zugeinlage $f_e' = \mu \cdot f_b = 0{,}0217 \cdot 30 \cdot 64 = 41{,}66$ qcm. Wählt man nun entsprechend den gefundenen Werten als Druckeinlage 6 Stück Rundeisen mit 3,5 cm Durchmesser, so wird $f_e' = 57{,}73$ qcm.

Ebenso ergibt sich für die Zugarmierung mit 4 Rundeisen von je 3,6 cm Durchmesser $f_e = 40{,}4$ qcm (vgl. Abb. 27 bis 29). Damit wird nach Gleichung 26

$$\chi + 2\chi \cdot 15 \frac{40{,}4 + 57{,}73}{30} = \frac{2 \cdot 15}{30}(64 \cdot 40{,}4 + 6 \cdot 57{,}73)$$

und daraus $\chi = 24{,}01$ cm von unten gemessen.

Nach Gleichung 27 wird ferner

$$k_b = \frac{2\,299\,272 \cdot 24{,}01 \cdot 6}{30 \cdot 24{,}01^2 (3 \cdot 64 - 24{,}01) + 6 \cdot 57{,}73 \cdot 15\,(24{,}01 - 6) \cdot 64 - 6)} = 39{,}77 \text{ kg/qcm}$$

und nach Gleichung 24 bzw. 25

$$k_e = \frac{15 \cdot 39{,}77\,(64 - 24{,}01)}{24{,}01} = 993 \text{ kg/qcm},$$

$$k_e' = \frac{15 \cdot 39{,}77\,(24{,}01 - 6)}{24{,}01} = 447 \text{ kg/qcm}.$$

Die Druckarmierung kann also auch hier, wie schon bei den Stützen festgestellt wurde, nicht bis zur Grenze beansprucht werden; k_b und k_e dagegen zeigen, daß die benutzte Tabelle eine gute Unterlage für die Dimensionierung darstellt.

§ 13. Schubspannungen.

a) Unmittelbare Abscherung. Wird ein Eisenbetonquerschnitt auf Abscheren beansprucht, so verteilen sich die Schubspannungen, ähnlich wie bei Druck, über die Querschnitte beider Stoffe. Die Anteile verhalten sich auch hier wie die elastischen Widerstände und werden mit $\frac{E_e}{E_b} = n$, für Beton

$$k_{bs} = \frac{S}{f_b + f_e \cdot n} \tag{28}$$

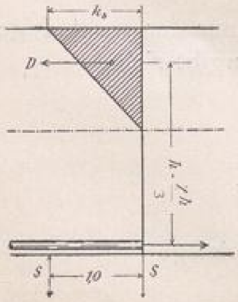
und für Eisen

$$k_{es} = \frac{S}{\frac{f_b}{n} + f_e}. \tag{29}$$

Hierbei bedeuten wie früher f_b und f_e die Querschnittsflächen und S die in diesen wirkende Schubkraft.

b) Abscherung in Platten und Plattenbalken. *α) Platten.* Die Schubkraft ist bei den auf Biegung beanspruchten Platten und Balken über den Auflagern am größten. Sie erzeugt Spannungen, die in der neutralen Achse des Betonquerschnittes und am Umfange der Eiseneinlage auf Abscheren wirken.

Abb. 30. Berechnung der Schubkraft in Platten.



Bezeichnet S die Schubkraft für einen beliebigen Querschnitt und $h - \frac{\chi \cdot h}{3}$ den Abstand von D und Z (Abb. 30), so besteht die Momentengleichung:

$$D \cdot \left(h - \frac{\chi \cdot h}{3}\right) = S \cdot 1{,}00,$$

woraus sich ergibt $D = \dfrac{S \cdot 1{,}00}{h - \dfrac{\chi \cdot h}{3}}$.