Lehrbuch des Hochbaues

Grundbau, Steinkonstruktionen, Holzkonstruktionen, Eisenkonstruktionen , Eisenbetonkonstruktionen

Esselborn, Karl

Leipzig, 1908

§ 13. Schubspannungen

urn:nbn:de:hbz:466:1-50294

Ebenso wird $\mu = 0{,}0075 + 0{,}40 \cdot \mu' = 0{,}0075 + 0{,}40 \cdot 0{,}035 = 0{,}0217$ und die erforderliche Zugeinlage $f_e' = \mu \cdot f_b = 0{,}0217 \cdot 30 \cdot 64 = 41{,}66$ qcm. Wählt man nun entsprechend den gefundenen Werten als Druckeinlage 6 Stück Rundeisen mit 3,5 cm Durchmesser, so wird $f_e' = 57{,}73$ qcm.

Ebenso ergibt sich für die Zugarmierung mit 4 Rundeisen von je 3,6 cm Durchmesser $f_e = 40{,}4$ qcm (vgl. Abb. 27 bis 29). Damit wird nach Gleichung 26

$$\chi + 2\chi \cdot 15 \frac{40{,}4 + 57{,}73}{30} = \frac{2 \cdot 15}{30}(64 \cdot 40{,}4 + 6 \cdot 57{,}73)$$

und daraus $\chi = 24{,}01$ cm von unten gemessen.

Nach Gleichung 27 wird ferner

$$k_b = \frac{2\,299\,272 \cdot 24{,}01 \cdot 6}{30 \cdot 24{,}01^2 (3 \cdot 64 - 24{,}01) + 6 \cdot 57{,}73 \cdot 15\,(24{,}01 - 6) \cdot 64 - 6)} = 39{,}77 \text{ kg/qcm}$$

und nach Gleichung 24 bzw. 25

$$k_e = \frac{15 \cdot 39{,}77\,(64 - 24{,}01)}{24{,}01} = 993 \text{ kg/qcm},$$

$$k_e' = \frac{15 \cdot 39{,}77\,(24{,}01 - 6)}{24{,}01} = 447 \text{ kg/qcm}.$$

Die Druckarmierung kann also auch hier, wie schon bei den Stützen festgestellt wurde, nicht bis zur Grenze beansprucht werden; k_b und k_e dagegen zeigen, daß die benutzte Tabelle eine gute Unterlage für die Dimensionierung darstellt.

§ 13. Schubspannungen.

a) Unmittelbare Abscherung. Wird ein Eisenbetonquerschnitt auf Abscheren beansprucht, so verteilen sich die Schubspannungen, ähnlich wie bei Druck, über die Querschnitte beider Stoffe. Die Anteile verhalten sich auch hier wie die elastischen Widerstände und werden mit $\frac{E_e}{E_b} = n$, für Beton

$$k_{bs} = \frac{S}{f_b + f_e \cdot n} \tag{28}$$

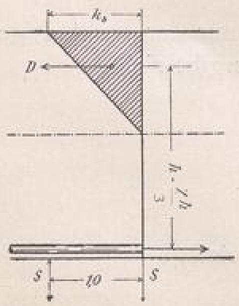
und für Eisen

$$k_{es} = \frac{S}{\frac{f_b}{n} + f_e}. \tag{29}$$

Hierbei bedeuten wie früher f_b und f_e die Querschnittsflächen und S die in diesen wirkende Schubkraft.

b) Abscherung in Platten und Plattenbalken. α) *Platten.* Die Schubkraft ist bei den auf Biegung beanspruchten Platten und Balken über den Auflagern am größten. Sie erzeugt Spannungen, die in der neutralen Achse des Betonquerschnittes und am Umfange der Eiseneinlage auf Abscheren wirken.

Abb. 30. Berechnung der Schubkraft in Platten.



Bezeichnet S die Schubkraft für einen beliebigen Querschnitt und $h - \frac{\chi \cdot h}{3}$ den Abstand von D und Z (Abb. 30), so besteht die Momentengleichung:

$$D \cdot \left(h - \frac{\chi \cdot h}{3}\right) = S \cdot 1{,}00,$$

woraus sich ergibt $\quad D = \dfrac{S \cdot 1{,}00}{h - \frac{\chi \cdot h}{3}}.$

Ist b die Breite des betreffenden Querschnittes, so wird damit die größte Schubspannung k_s, die in der neutralen Schicht wirkt:

$$k_s = \frac{D}{b \cdot 1{,}0} = \frac{S \cdot 1{,}0}{\left(h - \frac{\chi \cdot h}{3}\right) b}, \quad \text{oder}$$

$$k_s = \frac{3\,S}{b \cdot h\,(3 - \chi)}. \tag{30}$$

Zur Bestimmung der am Umfang der Eiseneinlage wirkenden Schubspannung k_{s_1} (Haftspannung) ist die Zugkraft Z durch die pro Längeneinheit auf der Breite b vorhandene Eisenoberfläche U zu dividieren.

Da $Z = D$ ist, kann man auch setzen: $k_{s_1} \cdot U = D$ und damit

$$k_{s_1} = \frac{3\,S}{h\,(3 - \chi) \cdot U}. \tag{31}$$

Beispiel. Wie groß ist die Schubspannung k_s in der neutralen Schicht und k_{s_1} am Eisenumfang der auf Seite 433 berechneten Eisenbetonplatte an der Einspannungsstelle?

Die Schubkraft S ist gleich der halben Belastung $\frac{Q}{2} = \frac{1950}{2} = 975$ kg. Ferner ist die Plattenbreite $b = 100$ cm, die Plattenhöhe $h = 14$ cm und Abstand der neutralen Faser nach Tabelle II: $\chi = 0{,}375$. Damit ergibt sich:

$$k_s = \frac{3 \cdot 975}{100 \cdot 14\,(3 - 0{,}375)} = 0{,}80 \text{ kg/qcm}.$$

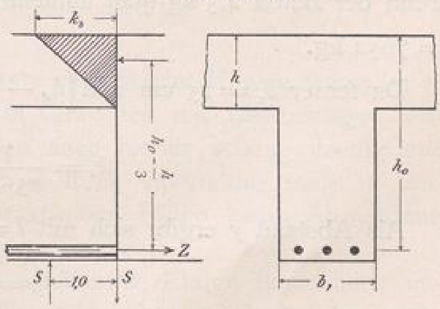
Da der Umfang U der Eiseneinlagen auf die Breite $b = 1{,}1 \cdot 3{,}14 \cdot 10 = 34{,}54$ qcm ist, wird die Haftspannung

$$k_{s_1} = \frac{3 \cdot 975}{14 \cdot (3 - 0{,}375)\,34{,}54} = 2{,}30 \text{ kg/qcm}.$$

Allgemein kann angenommen werden, daß bei gewöhnlichen Platten die Schubspannungen sehr klein sind und ihre Berechnung deshalb entbehrlich erscheint. Aus demselben Grunde sind auch bei Platten keine Bügel notwendig. Zeigt die Haftspannung einen größeren Wert als 4,5 kg/qcm, so empfiehlt es sich, die Eisen an den Auflagern rechtwinklig abzubiegen.

β) *Plattenbalken (Bügelberechnung).* Bei den Plattenbalken werden die Schubspannungen besonders im Balken selbst ziemlich groß, so daß zu ihrer Aufnahme vielfach abgebogene Eisen oder besondere Bügel notwendig werden. Die aus Rund- oder Flacheisen hergestellten Bügel übertragen die bedeutenden Schubkräfte, die in der Nähe der neutralen Faser entstehen, auf weniger beanspruchte Teile. Sie entlasten also die gefährlichen Stellen und werden bei praktischen Ausführungen in manchen Fällen so stark gewählt, daß sie die gesamten Schubspannungen übertragen können.

Abb. 31 u. 32. Berechnung der Schubspannung in Plattenbalken.



Die Größe der Schubspannung läßt sich in der für Platten angegebenen Weise ermitteln. An Stelle der Plattenbreite b tritt hier die Breite des Balkens b_1 und der Hebelarm von D wird $h_o - \frac{h}{3}$ (Abb. 31 u. 32).

Werden die übrigen Bezeichnungen wie dort gewählt, so ist:

$$k_s = \frac{S}{b_1\left(h_o - \frac{h}{3}\right)} \tag{32}$$

und
$$k_{s_1} = \frac{S}{\left(h_o - \frac{h}{3}\right) U}. \tag{33}$$

Die Bestimmung der Schubspannungen in Plattenbalken erfolgt demnach in ähnlicher Weise wie bei den Platten, nur wird es hier oft vorkommen, daß die zulässige Schubbeanspruchung im Beton, die nur 4,5 kg/qcm betragen darf, überschritten wird. Dann sind für den verbleibenden Teil Einlagen notwendig, deren Zahl und Abstand wie folgt ermittelt werden kann.

Bezeichnet z die Anzahl der Bügel, f_s den gesamten Bügelquerschnitt einer Balkenbreite, k_{es} dessen zulässige Spannung und y diejenige Entfernung vom Auflager, bei der die Schubarmierung beginnen muß, so gilt:

$$z \cdot f_s \cdot k_{es} = (k_s - 4{,}5) \cdot \frac{y}{2} \cdot b_1 \text{ und daraus}$$
$$z = \frac{(k_s - 4{,}5) \cdot y \cdot b_1}{f_s \cdot k_{es} \cdot 2}. \tag{34}$$

k_s ist hierin nach Gleichung 32 zu ermitteln, während y für gleichmäßige Belastung aus der Proportion

$$k_s : (k_s - 4{,}5) = \frac{l}{2} : y \text{ zu}$$
$$y = \frac{(k_s - 4{,}5) \cdot l}{k_s \cdot 2} \tag{35}$$

bestimmt wird, wenn l die Spannweite des Balkens bezeichnet.

Die Verteilung der Bügel erfolgt nun, indem man die einzelnen Schubkraftflächen gleich groß macht. Dies geschieht am einfachsten graphisch durch Auftragen der Wurzeln von 1 bis z oder in der aus Abb. 33 ersichtlichen Form. Soll die gesamte Schubkraft durch Bügel aufgenommen werden, so vereinfacht sich die Gleichung 34 in

$$z = \frac{k_s \cdot b_1 \cdot l}{k_{es} \cdot f_s \cdot 4}. \tag{36}$$

Beispiel. Welche Schubspannungen entstehen in dem auf Seite 438 berechneten Plattenbalken am Auflager und wieviel Bügel sind auf einer Balkenhälfte erforderlich, wenn der Beton 4,5 kg/qcm aufnehmen kann. Es ist die Schubkraft $S = \frac{Q}{2} = \frac{15304}{2}$ $= 7652$ kg.

Da ferner $b_1 = 25$ cm und $\left(h_o - \frac{h}{3}\right) = \left(40 - \frac{11}{3}\right) = 36{,}33$ cm, so wird

$$k_s = \frac{7652}{25 \cdot 36{,}33} = 8{,}42 \text{ kg/qcm.}$$

Als Abstand y ergibt sich mit $l = 9{,}0$ m,

$$y = \frac{(8{,}42 - 4{,}5) \cdot 9{,}0}{8{,}42 \cdot 2} = 2{,}1 \text{ m}$$ und damit die Anzahl der Bügel, wenn $k_{es} = 800$ kg/qcm zulässig sind und 1,0 cm starke Rundeisen beiderseits hochgeführt werden $\left(f_s = \frac{2 \cdot 1{,}0^2 \cdot 3{,}14}{4} = 1{,}6 \text{ qcm}\right)$,

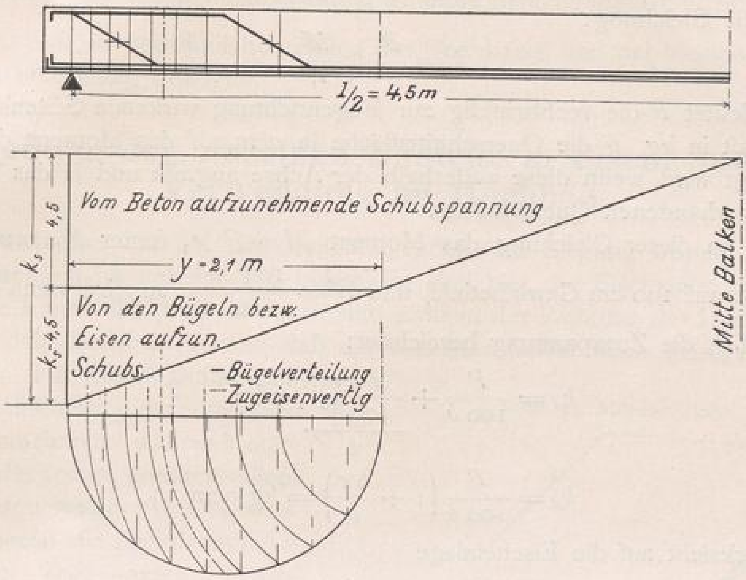
$$z = \frac{(8{,}42 - 4{,}5) \cdot 210 \cdot 25}{1{,}6 \cdot 800 \cdot 2} = 9 \text{ Stück.}$$

Die Abstände dieser Eisen ergeben sich aus Abb. 33.

Sollten alle Schubkräfte durch Bügel aufgenommen werden, so wird nach Gleichung 36

$$z = \frac{8{,}42 \cdot 25 \cdot 900}{1{,}6 \cdot 800 \cdot 4} = 37 \text{ Stück.}$$

Abb. 33. Berechnung der Bügel.



Sollen in einzelnen Fällen statt besonderer Bügel zur Aufnahme der Schubspannungen einige Trageisen nach oben geführt werden, so bestimmt sich der Abstand genau in derselben Weise wie für Bügel. Werden im obigen Beispiel 2 Zugeisen nach oben abgebogen, so wird die Haftspannung an den 4 noch unten liegenden Stäben

$$k_s = \frac{7652}{\left(40 - \frac{11}{3}\right) \cdot 4 \cdot 3{,}2 \cdot 3{,}14} = 5{,}24 \text{ kg/qcm.}$$

Nach den Leitsätzen des Architekten- und Ingenieur-Vereins kann diese Spannung bis 7,5 kg/qcm betragen, wenn die Eisen senkrecht abgebogen werden; der gefundene Wert ist demnach ohne Bedenken zulässig.

§ 14. Die Spannungen in Gewölben. Trotz eingehender Untersuchung ist es bisher noch nicht gelungen, die Spannungen, die in Gewölben mit Eiseneinlagen auftreten, theoretisch genau festzustellen. Zwar wurden auch hierfür schon verschiedene Theorien entwickelt, doch zeigen sich die einzelnen in ihrer Anwendung meist so umständlich und zeitraubend, daß sie in einfachen praktischen Fällen kaum Anwendung finden.

Mit Rücksicht darauf soll im folgenden nur eine annähernd richtige Berechnung angeführt werden. Die Praxis und die verschiedenen Versuche haben zur Genüge bewiesen, daß Gewölbe, die überall dort, wo Zugspannungen auftreten, mit Einlage versehen sind, auch bei äußerst geringen Stärken eine ganz bedeutende Tragfähigkeit besitzen. Die Untersuchung geschieht dabei in der Regel nach denselben Gesichtspunkten, wie diejenige für gewöhnliche Gewölbe. Man betrachtet die ganze Wölbstärke als gleichartiges Material (Beton) und läßt die Einlagen bei Bestimmung der Druckspannungen ganz außer acht.